

УТВЕРЖАЮ

Проректор по научной работе и цифровому развитию
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»,

Д.Ф. М.Н. профессор

А.А. Короновский

19

26

2026 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

на диссертационную работу **Фатеева Ильи Сергеевича** «Состояния частичной синхронизации в системах осцилляторов с супердиффузионным типом взаимодействия», выдвинутой на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 — «Теоретическая физика»

Общая характеристика работы. Структура и содержание.

Диссертационная работа Фатеева Ильи Сергеевича выполнена в федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физическом Институте им. П.Н. Лебедева Российской Академии Наук и развивает подход к определению ансамблей связанных Hindmarsh–Rose осцилляторов на базе супердиффузионной топологии взаимодействия, а также посвящена исследованию состояний частичной синхронизации на базе указанной структуры связи. Поступивший экземпляр рукописи содержит 125 страниц, включая 21 рисунок. Список цитируемой автором литературы содержит 238 наименований. Работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитируемой литературы. Диссертация написана грамотным русским языком, по своему внешнему оформлению отвечает требованиям ВАК.

Актуальность темы работы определяется возрастающим количеством исследований, связывающих состояния частичной синхронизации (в общем) и химерные состояния (в частности) с множественными когнитивными процессами и механизмами динамической активности нервной ткани. Во **Введении** обсуждается общий контекст, связанный с исследуемой постановкой, формируются цели и задачи диссертационной работы. На основании актуальных исследований формулируется необходимость в представлении конкретных детерминированных форм взаимодействий, основанных на едином дробно-дифференциальном принципе, концептуально поддерживающем как биологическое и нейронаучное обоснование, так и широкое множество аналитических подходов к осмыслению результатов по отношению к формированию и развитию широкого спектра

состояний частичной синхронизации. Приведенные доводы автора являются в достаточной степени обоснованными, а тема работы, поставленные в ней цели и задачи актуальными.

Новизна исследования

Научная новизна исследования заключается в обосновании, описании и исследовании основных свойств супердиффузионных сетей Hindmarsh–Rose нейронов с точки зрения задач математического моделирования состояний частичной синхронизации. Элементы научной новизны дополнительно систематизированы в соответствующих главах диссертации, а их сводка представлена в заключении.

Предварительно, в **Главе 1**, с целью формирования общего представления об исследуемой области и обоснования дальнейших положений, производится подробное обсуждение основных источников, посвященных: распределенным нелинейным динамическим системам; дробно-дифференциальным операторам в контексте различных задач нелинейной динамики; состояниям частичной синхронизации в системах различной природы. Разбираются подходы к определению динамики ансамблей связанных нейронов. Автор с различных сторон обсуждает актуальные эмпирические свидетельства, посвященные развитию различных динамических режимов в системах биологических нейронов, включая: крупномасштабную кортикальную активность и состояния частичной синхронизации. Производится обсуждение структурных и функциональных особенностей организации нервной ткани и связи полученных эмпирических данных с распределениями с тяжелыми хвостами. Описываются актуальные математические модели сетевых архитектур, на базе которых исследуются различные состояния как полной и частичной синхронизации, так и состояния с развитой некогерентностью. Наконец, производится обсуждение актуальности реакционно-супердиффузионной постановки для задач моделирования сетей нейронов, а также возможных иных биофизических задач.

Глава 2 посвящена систематическому построению супердиффузионной сетевой архитектуры. Именно в данной главе вводится последовательное обоснование, а также обсуждаются основные ограничения супердиффузионной постановки для задач моделирования сетей биологических нейронов. Каждый пункт указанных суждений подкреплён ссылкой на соответствующие источники. Начиная с базового определения распределенной сети динамических осцилляторов, а также определения дробного оператора Лапласа, в тексте диссертации планомерно вводятся выражения, содержащие важные для будущего анализа управляющие параметры модели — показатели дробного оператора Лапласа. Для описания кинетических особенностей в одномерном случае рассматриваются определения распределенной системы, содержащие дробные производные Капуто и Римана-Лиувилля. Основываясь на их предельной связи с дробными производными Грюнвальда-Летникова, обсуждается возможность формирования дискретной сетевой архитектуры. Дальнейшее определение в тексте динамической нелинейной модели нейрона, основанной как на двух-, так и трехкомпонентной системе Hindmarsh–Rose, однозначно определяет возможность представления нелокального итерационного отображения, характеризующего динамику дискретной системы с супердиффузионной топологией взаимодействия. Аналогично, в данной главе вводятся основные метрики для оценки состояний частичной синхронизации.

В **Главе 3** продемонстрировано развитие различных состояний частичной синхронизации, включающих химерные состояния, на базе супердиффузионной формы взаимодействия между Hindmarsh–Rose нейронами как в двух-, так и в трехкомпонентной перспективе. При этом в рамках данной главы также обсуждается подход к определению топологий через как одномерные, так и двумерные двух- и трехкомпонентные системы. В частности, автор применяет комплекс введенных ранее метрик для оценки общих сценариев развития состояний частичной синхронизации для всего множества допустимых супердиффузионных конфигураций, соответствующих указанному диапазону параметрического пространства. На основе полученных данных устанавливается важное соответствие между структурой параметрического пространства показателей дробного оператора Лапласа для одномерных и двумерных систем, что объясняет подробное дальнейшее рассмотрение автором именно топологий, основанных на одномерной реакционно-супердиффузионной постановке.

В **Главе 4** происходит выявление более тонких свойств о структуре параметрического пространства показателей дробного оператора Лапласа в контексте развития широкого спектра состояний частичной синхронизации, воспроизведенных на основе возможных супердиффузионных сетевых архитектур Hindmarsh–Rose нейронов. На основе представленных данных становится понятно, что параметрическое пространство показателей дробного оператора Лапласа, с точки зрения исследуемой постановки, может быть глобально разделено на области однородного и неоднородного синхронизационных переходов, которые идейно могут быть отождествлены с актами супер- и суб-критических бифуркаций. При этом продемонстрирована крайне сложная детальная структура самого параметрического пространства по отношению к развитию: химерных состояний, уединенных состояний, фазовых волн, их различных комбинаций и некогерентных режимов. Для более подробного описания специфики областей, находящихся между зонами однородного и неоднородного синхронизационных переходов, в данной главе вводится модификация меры пространственной корреляции с использованием аппарата дробно-дифференциального исчисления. Показано, что полученный спектр дробных мер пространственной корреляции демонстрирует более специфические особенности параметрического пространства, связанного с режимами сосуществования химерных состояний с когерентной частью, организованной в виде крупномасштабной фазовой волны. Происходит обсуждение релевантности данных динамических режимов с учетом зафиксированных крупномасштабных кортикальных волновых сценариев динамической активности систем биологических нейронов.

Наконец, с целью подведения аналитического фундамента к развитию продемонстрированных динамических режимов на базе различных форм супердиффузионного взаимодействия, в **Главе 5** автор исследует континуальный предел системы — двухкомпонентную реакционно-супердиффузионную постановку с помощью аппарата расширенного линейного анализа. Вводится и обосновывается потенциально новое динамическое явление — «Несогласованная дробная Тьюринговская неустойчивость», которая может наблюдаться в системах с дробно-несогласованным типом взаимодействия по соответствующим компонентам. Полученные данные об особенностях и типах устойчивости/неустойчивости пространственных мод в параметрическом пространстве

показателей дробного оператора Лапласа довольно хорошо согласуются с динамическими реализациями состояний как полной и частичной синхронизации, так и развитой некогерентности для всего спектра допустимых супердиффузионных конфигураций. Особенно это заметно для начальных условий, соответствующих слабому возмущению относительно стационарного состояния. Данный подход позволяет аналитически предсказывать свойства нелинейных систем с супердиффузионным взаимодействием. Это может сыграть важную роль в задачах контроля химерных состояний, а также при разработке подходов к формированию конкретных архитектур (например, модульных, многослойных, структур с кросс-диффузией) с заданными динамическими свойствами на основе аппарата дробно-дифференциального исчисления.

В **Заключении** приведен список положений, выносимых на защиту и обсуждается потенциальная значимость проведенных исследований.

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов

Основные результаты диссертации достаточно полно отражены в Автореферате, а также в полной мере изложены в публикациях диссертанта. Все основные положения, выносимые на защиту, представляются достоверными. Автор обосновывает и вводит в рассмотрение конкретную распределенную систему с дробно-дифференциальным типом связи, которая четко себя позиционирует в рамках общего контекста актуальных задач современной нелинейной динамики и теории динамических систем. Проведенные исследования, включающие как реализацию соответствующих нелокальных отображений, так и расширенный линейный анализ позволяют судить о взаимной согласованности полученных результатов.

Научная и практическая значимость полученных автором диссертации результатов

Состояния частичной синхронизации в общем и химерные состояния в частности заняли важное место в рамках широкого множества задач современной нелинейной динамики. Данные явления находят отражение в системах связанных осцилляторов различной природы, начиная от фазовых, динамических и оптических осцилляторов, заканчивая химическими и биологическими системами. По этой причине, особенно многообещающими являются исследования широкого спектра состояний частичной синхронизации в рамках задач математического моделирования когнитивных систем. Это подтверждается возрастающим количеством публикаций в соответствующих тематических журналах, связывающих состояния частичной синхронизации с теоретико-информационными процессами, исследованными на основе трансфер-энтропийной меры или меры взаимной информации. Аналогично, в рамках множества исследований продемонстрировано, что развитие химероподобных состояний возникает на базе эмпирически зафиксированных структурных организаций нервной ткани. Наряду с системами с шумовым воздействием особую значимость для исследований состояний частичной синхронизации приобретают фундаментальные биологически обоснованные детерминированные нелинейные модели, которые поддаются широкому аналитическому осмыслению. В этой перспективе дробно-дифференциальная постановка является многообещающей, так как допускает широкую внутреннюю вариативность, отражая присущий многим биосистемам аномальный

(скачкообразный) характер переноса, и при этом предоставляет возможность исследования динамических режимов с помощью аппарата линейного анализа применительно к реакционно-супердиффузионной постановке.

Все вышеизложенное убедительно свидетельствует о потенциальной значимости предложенных автором диссертации супердиффузионных архитектур с точки зрения задач построения математических моделей систем связанных нейронов. Более того, изложенные суждения могут быть эффективно экстраполированы на другие задачи нелинейной динамики распределенных открытых систем, включая популяционные и экологические модели, распространение вирусов в пространстве и многое другое.

Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации

Не вызывает сомнений, что полученные в работе Фатеева Ильи Сергеевича результаты могут быть использованы в широком спектре дальнейших исследовательских направлений. В частности, речь идёт о направлениях исследований, нацеленных на формирование фундаментальных представлений о состояниях частичной синхронизации в системах различной природы, которые проводятся в целом ряде научных и образовательных учреждений. Прежде всего: в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Московском физико-техническом институте, Физическом Институте им. П.Н. Лебедева РАН, Саратовском национальном исследовательском государственном университете имени Н.Г. Чернышевского, Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского.

Общая оценка диссертационной работы

В целом, диссертация заслуживает высокой оценки. Однако она не свободна от недостатков, к числу которых можно отнести:

1. В диссертации рассматривается лишь одна нелинейная феноменологическая модель Hindmarsh–Rose нейрона. Однако хорошо известно, что существуют более физиологически обоснованные модели, например, нелинейная модель нейрона Hodgkin–Huxley. Исследование предложенной постановки с данным типом нелинейности позволило бы существенно расширить контекст применения супердиффузионных сетей к задачам теоретической нейронауки, тем более что автор в тексте диссертации делает серьезный акцент именно на данных задачах.
2. Для исчерпывающего описания параметрического пространства показателей дробного оператора Лапласа, автору следовало бы, помимо расширенного линейного анализа, реализовать и анализ слабой нелинейности. Это позволило бы более всесторонне оценить бифуркационные значения комбинаций показателей дробного оператора Лапласа в контексте аналитической перспективы.

Стоит отметить, что указанные недостатки не влияют на общее качество работы.

Заключение

Диссертация Фатеева Ильи Сергеевича «Состояния частичной синхронизации в системах осцилляторов с супердиффузионным типом взаимодействия» представляет собой завершённую научно-квалификационную работу на актуальную тему, в которой формулируется новый подход к описанию сетей взаимодействующих осцилляторов,

поддерживающих развитие состояний частичной синхронизации. Новые научные результаты, полученные диссертантом, имеют большое значение как с фундаментальной, так и прикладной точек зрения. Работа отвечает требованиям пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 (с изменениями и дополнениями), предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Фатеев Илья Сергеевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 — «Теоретическая физика».

Диссертация и отзыв заслушаны на заседании кафедры радиофизики и нелинейной динамики Института физики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» (протокол № 12 от 18 июня 2026 года). Отзыв составила доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики Стрелкова Галина Ивановна.

Заведующий кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
доктор физико-математических наук, доцент

Г.И. Стрелкова

18.06.2026

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Почтовый адрес: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83

Телефон: +7 (8452) 210-720, strelkovagi@sgu.ru

ПРИЛОЖЕНИЕ

Сведения о научной организации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Сокращенное название: СГУ

Почтовый адрес: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83

Адрес официального сайта в сети Интернет: <https://www.sgu.ru/>

Телефоны: +7 (495) 547-13-16, +7 (8452) 51 - 57 - 33 , +7 (8452) 26 - 16 - 96

Электронная почта: rector@sgu.ru

Список основных публикаций сотрудников Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского по теме диссертации в рецензируемых научных журналах за последние 5 лет:

1. Rybalova, E., Nikishina, N., Strelkova, G., & Balachandran, B. (2026). Can noise help create order? The constructive role of Lévy noise in neural networks. *Nonlinear Dynamics*, 114(4), 297.
2. Rybalova, E., Ryabov, A., Muni, S. S., & Strelkova, G. (2026). Coherence-resonance patterning in neural map networks under Gaussian and Lévy noise. *The European Physical Journal Special Topics*, 235, 4421–4432.
3. Bogatenko, T. R., Sergeev, K. S., & Strelkova, G. I. (2025). Signal propagation in small networks of Hodgkin-Huxley neurons. *Frontiers in Network Physiology*, 5, 1729999.
4. Astakhov, S., Elizarov, E., Strelkova, G., & Astakhov, V. (2025). Bifurcation analysis of delay-coupling induced bistability in coupled van der Pol oscillators. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 35(10), 103102.
5. Rybalova, E., Schöll, E., & Strelkova, G. (2023). Controlling chimera and solitary states by additive noise in networks of chaotic maps. *Journal of Difference Equations and Applications*, 29(9-12), 909-930.
6. Rybalova, E., Ryabov, A., Muni, S., & Strelkova, G. (2024). Lévy noise-induced coherence resonance in neural maps. *Chaos, Solitons & Fractals*, 186, 115210.
7. Rybalova, E., Averyanov, V., Lozi, R., & Strelkova, G. (2024). Peculiarities of the spatio-temporal dynamics of a Hénon–Lozi map network in the presence of Lévy noise. *Chaos, Solitons & Fractals*, 184, 115051.
8. Rybalova, E., Nikishina, N., & Strelkova, G. (2024). Controlling spatiotemporal dynamics of neural networks by Lévy noise. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 34(4), 041103.
9. Rybalova, E., Nechaev, V., Schöll, E., & Strelkova, G. (2023). Chimera resonance in networks of chaotic maps. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 33(9), 093138.
10. Rybalova, E., Muni, S., & Strelkova, G. (2023). Transition from chimera/solitary states to traveling waves. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 33(3), 033104.
11. Rybalova, E., & Strelkova, G. (2022). Response of solitary states to noise-modulated parameters in nonlocally coupled networks of Lozi maps. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 32(2), 021101.