РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ П. Н. ЛЕБЕДЕВА
АСТРОКОСМИЧЕСКИЙ ЦЕНТР

На правах рукописи

Михальченко Артем Олегович

Искажения частотного спектра реликтового излучения и методы их исследования

Специальность 1.3.1 – Физика космоса, астрономия

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
док. физ.-мат. наук, проф. РАН
Новиков Дмитрий Игоревич

Москва – 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Список иллюстраций

Введение

Актуальность темы исследования. В изучении физики реликтового излучения за последние десятилетия был совершён поистине колоссальный прогресс. Космическими миссиями WMAP [3] и Planck [4, 1] было углублено наше понимание об анизотропии и поляризации РИ на масштабах вплоть до нескольких угловых минут. С высокой точностью был определён спектр мощности реликтового фона и обнаружен крайне близкий к гауссовому характер распределения на небе флуктуаций температуры реликтового излучения и особенностей его поляризации. Однако со времён эксперимента COBE [5, 6], определившего, что частотный спектр РИ является с высокой точностью чернотельным с температурой $T = 2.72548$ К, в отношении уточнения особенностей этого спектра не было сделано значительных шагов.

Обнаружение искажений частотного спектра реликтового излучения Вселенной является одной из важнейших задач современной космологии [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]. Отличия спектра данного излучения от спектра абсолютно чёрного тела, а также их распределение по небесной сфере открывают уникальные возможности для изучения фундаментальных физических процессов, происходивших в ранней Вселенной. Данные об этих процессах невозможно получить из других способов наблюдений, но именно они могут открыть нам глаза на физику возможных вбросов энергии в плазму на ранних стадиях эволюции, особенности спектра мощности первичных возмущений на малых масштабах, существование первичных чёрных дыр и частиц с периодом жизни 10^9 - 10^{10} секунд, затухание акустических волн в период рекомбинации и другие явления [15, 16, 17, 7, 18, 19]. Первичные мелкомасштабные возмущения не проявляются ни в анизотропии фонового излучения из-за диссипативных эффектов в эпоху рекомбинации, ни в крупномасштабной структуре Вселенной из-за нелинейных процессов на малых масштабах. Однако их отпечаток сохраняется в виде спектральных искажений реликта.

При красных смещениях менее 2×10^6 полное число фотонов во Вселенной остаётся неизменным. Начиная с этого момента, процесс взаимодействия излучения с плазмой описывается уравнением Компанейца [20]. Любое нарушение термодинамического равновесия на этой стадии эволюции (неравновесные процессы, приводящие к образованию/уничтожению фотонов или выделению/поглощению энергии) приводит к искажению наблюдаемого спектра реликта.

Наиболее ценным является обнаружение монопольной части μ искажений. Это искажение спектра возникает на ранней стадии эволюции в пределах красных смещений от $z \sim 2 \times 10^6$ до $z \sim 10^5$ и представляет собой стационарное решение уравнения Компанейца, соответствующее распределению Бозе-Эйнштейна с $\mu \neq 0$ [21, 22, 23, 24]. Наблюдаемый предел искажения типа μ был установлен на уровне 9×10^{-5} с помощью прибора COBE FIRAS[1], что наложило ограничения для первичного спектра мощности и космологических моделей [25, 26]. Монопольная часть μ искажений является универсальной константой для нашей Вселенной. Таким образом, спектр реликтового фона определяется не одной температурой излучения T (которую можно считать температурой Вселенной), а двумя константами: T и μ, где μ – химический потенциал Вселенной.

Другим важным решением уравнения Компанейца для чернотельного начального условия является искажение типа y, или эффект Сюняева - Зельдовича (эСЗ) [15, 27], и релятивистские поправки к этому эффекту [28, 29, 30, 31, 32, 33]. Эти искажения возникают на более поздней стадии при $z < 10$ в эпоху реионизации Вселенной, когда образуется крупномасштабная структура, первые галактики и скопления. Вселенная перестаёт быть абсолютно прозрачной [2] для фотонов, и взаимодействие реликтового излучения с горячей плазмой скоплений посредством комптоновского рассеяния приводит к появлению y возмущения в его спектре. Измерение этих возмущений вместе с поправками содержит большой пласт информации о структуре скоплений и физических свойствах плазмы [34, 35, 36, 28, 37, 38, 39, 32, 40].

Помимо μ и y возмущений существуют и другие особенности спектра ре-

[1] Абсолютный Спектрофотометр в Дальнем Инфракрасном диапазоне (Far Infrared Absolute Spectrophotometer)

[2] После рекомбинации на красных смещениях $z \sim 1100$ Вселенная становится практически прозрачной для реликтовых фотонов. От окончания рекомбинации и до $z \sim 20$ спектр реликтового излучения не претерпевает каких-либо изменений.

ликтового излучения, которые рождаются в связи с взаимодействием реликтовых фотонов с плазмой галактик. Одна из таких особенностей порождается анизотропным эффектом Сюняева-Зельдовича [41]. Согласно результатам WMAP и Planck наблюдается недостаток мощности в спектре угловой анизотропии реликтового излучения на больших угловых масштабах, то есть для низких мультиполей [42, 43, 44, 4, 45]. Кроме того, квадруполь и октуполь имеют очень близкую друг к другу ориентацию в пространстве [46, 47, 48], что не соответствует гауссовой статистике и инфляционной модели эволюции Вселенной. Выделение космологической части дипольной компоненты затруднено при непосредственном наблюдении реликтового фона из-за движения по отношению к нему наблюдателя [49, 50]. Поэтому желательно иметь независимый источник информации для оценки мощности низких мультиполей и их ориентации в пространстве. Таким источником могут служить спектральные искажения, которые можно наблюдать от скоплений галактик за счёт анизотропии реликтового фона, рассеиваемого на этих скоплениях (анизотропный эСЗ). Кроме того, комбинируя результаты наблюдений искажённого сигнала от близких и далёких скоплений, можно отделить вклад в анизотропию реликта от эффекта Сакса-Вольфа [51] и интегрального эффекта Сакса-Вольфа (эффекта Риса-Сиамы [3]) [52], что может дать дополнительную информацию о формировании крупномасштабной структуры Вселенной.

Главной проблемой для исследования малых искажений спектра реликтового излучения (μ и y искажений и анизотропного эффекта Сюняева - Зельдовича) является присутствие в сигнале фонов [53], которые не только превосходят искомый сигнал по амплитуде на несколько порядков, но и имеют плохо определённые спектры. Фоновые компоненты могут вносить значительный вклад на одном диапазоне частот и быть почти незаметными на другом, а также меняться со временем и даже вдоль одного луча наблюдения.

Наиболее мощным фоном в диапазоне длин волн около 1 мм является само реликтовое излучение. Оно почти изотропно, но имеется небольшая анизо-

[3]Интегральный эффект Сакса-Вольфа (иэСФ) является одним из гравитационных вкладов в наблюдаемые флуктуации температуры реликтового излучения. Он возникает из-за зависимости гравитационного потенциала от времени, когда фотоны проходят путь от сферы последнего рассеяния до нас. В зависимости от интересующего режима и физического происхождения временной эволюции потенциала, тот же механизм происхождения флуктуаций иногда называют эффектом Риса-Сиамы (эРС). Так, иэСФ в основном используется для обозначения крупномасштабного линейного эффекта, где эволюция потенциала во времени вызывается тёмной энергией, а эРС обычно относится к нелинейным вкладам, например, от нелинейного коллапса материи вокруг галактик и скоплений, что приводит к росту абсолютного значения потенциала.

тропия для дипольной компоненты (амплитуда флуктуаций составляет около 10^{-3}), вызванной движением наблюдателя относительно реликтового фона, а также космологическая анизотропия (мелкомасштабные флуктуации температуры с амплитудой около 10^{-5}), вызванные процессами роста возмущений плотности во Вселенной. Наиболее полные данные о космологической анизотропии реликтового излучения для всего неба получены космической обсерваторией Planck и представлены в финальном релизе данных [54]. Карты анизотропии получены в результате обработки данных, включавших в себя удаление помех и разделение карт интенсивности излучения на несколько диффузных компонент [1]: РИ, излучение пыли Галактики, синхротронное излучение, излучение свободно-свободных переходов, внегалактический фон. Одним из наиболее важных фонов, препятствующих измерению частотного спектра РИ, является тепловое излучение пыли Галактики. Её спектр довольно сложный [55], но часто его форма приближается моделью серого тела со спектральным наклоном β [56]. Интенсивность синхротронного излучения зависит от силы магнитного поля и энергетического распределения релятивистских частиц в Галактике. Спектр синхротронного излучения обычно описывается степенным законом, наклон которого может меняться в довольно широких пределах. Информацию о вариациях спектра синхротронного излучения по небу можно получить из результатов наземных проектов S-PASS [57] и QUIJOTE [58], проводивших измерения на частотах 2-40 ГГц, дополняя эти данные результатами WMAP [59] и Planck [1]. Спектр излучения свободно-свободных переходов практически не испытывает флуктуаций на небе [60], поэтому его можно считать хорошо определённым и моделировать с неварьирующимися параметрами, но с различной интенсивностью. Наблюдаемый спектр внегалактического космического инфракрасного фона (КИФ) имеет пик на длине волны около 200 мкм или частоте 1.5 ТГц, но для измерений спектра РИ этот фон необходимо учитывать и на более низких частотах, начиная от 30 ГГц [61, 60].

Для обработки данных экспериментов WMAP и Planck при анализе анизотропии и поляризации реликтового излучения применялись как «слепые» методы (ILC) [62, 43, 63, 64], предполагающие отсутствие какой-либо информации о фоновых сигналах, так и гибридные подходы (cILC) [65, 66, 67], сочетающие в себе элементы слепого метода с использованием информации о фонах, и их модификации (pcILC) [68]. Из наиболее поздних достижений при решении проблемы очистки данных от фонов с плохо определёнными спектрами были предложены весьма интересные подходы (MILC) [69, 70, 71], предполагающие использование моментов распределения фонов, то есть разложение спектров в ряд Тейлора по параметрам в окрестности определённых значений. Эти подходы в принципе работают, однако наложение большого числа жёстких условий при решении системы уравнений приводит к большому вкладу от шума. Решение этой проблемы требует крайне высокой чувствительности экспериментов и вряд ли достижимо в ближайшем будущем.

Успешное измерение особенностей частотного спектра реликтового излучения требует, чтобы Фурье-спектрометр и система зеркал телескопа удовлетворяли определённым требованиям. С технической точки зрения нахождение μ искажения (либо же оценка сверху) сложнее, чем наблюдение других видов искажений. Монопольная составляющая такого искажения может быть обнаружена только при условии калибровки прибора на чёрное тело, подобно эксперименту COBE/FIRAS [25, 26]. Для отделения μ сигнала от анизотропии реликта, пыли, синхротрона, свободно-свободного излучения, y ускажений и излучения оптики телескопа, Фурье-спектрометр по возможности должен покрыть частотный диапазон от 30 ГГц до 3 ТГц с частотным разрешением 7.5 ГГц. При этом чувствительность должна быть порядка 1 Ян/ср на один частотный канал. Для хорошей оценки сверху достаточно покрытие диапазона частот от 100 ГГц до 2 ТГц. Измерение поляризации при этом не требуется. Угловое разрешение тут не имеет решающего значения. В Главе 3 будет показано, что для измерения монопольного сигнала μ искажений температура зеркала не должна слишком близко приближаться к температуре реликтового фона 2.7 К [A3]. В противном случае появляется риск измерить особенности собственной оптической системы вместо характеристик спектра реликтового излучения.

Измерения y искажений не требуют калибровки прибора, достаточно одновременного измерения сигнала с двух разных направлений на небе. При этом покрываемый частотный диапазон должен быть приблизительно такой же, как и для μ искажения. Так как создаваемый зеркалом телескопа фон полностью уничтожается при взятии разности сигналов, зеркало можно охлаждать предельно сильно дабы уменьшить фотонный шум. Тем не менее, отметим, что при достаточно низкой температуре зеркала и его малой излучающей способности, фотонный шум создается в основном космическими фонами. Угловое разрешение, обеспечиваемое 10 метровым зеркалом в указанном частотном диапазоне при этом более чем достаточно для измерения y искажений. Чувствительность, необходимая чтобы достичь уровня измерений y искажений, первой и второй поправок соответственно составляет приблизительно 100, 10 и 1 Ян/ср на частотный канал.

В настоящее время ведётся подготовка к запуску космической обсерватории «Миллиметрон» [72, 73, 74, 2], которая будет работать в диапазоне частот от 30 ГГц – 6 ТГц. Аппарат сможет функционировать в двух режимах: как автономный космический телескоп с 10-метровым зеркалом и как часть наземно-космического радиоинтерферометра со сверхдлинной базой. «Миллиметрон» обладает рядом выдающихся характеристик, включающих необычайно широкий рабочий диапазон ($50 - 10^4$ мкм), исключительную чувствительность (до 0.1 мкЯн), обеспечиваемую активным охлаждением зеркала до температур ниже 5 К, и рекордное угловое разрешение – порядка 0.1 мкс дуги в режиме КРСДБ. Эти параметры делают обсерваторию уникальным инструментом для астрофизических исследований.

Также стоит упомянуть и о другой миссии [75, 76] – Primordial Inflation Explorer (PIXIE). Аппарат должен просканировать небесную сферу и составить карту интенсивности и направления поляризации с угловым разрешением 2.6°. Кроме того, PIXIE измерит абсолютный частотный спектр, чтобы охарактеризовать отклонения от абсолютно чёрного тела с чувствительностью, на три порядка превышающей исходные пределы COBE. Ожидаемые результаты наложат ограничения на физические процессы со времён инфляции до появления первых звёзд и физические условия в межзвёздной среде Галактики.

Целями данной диссертационной работы являются исследование особенностей частотного спектра реликтового излучения и решение задачи обработки экспериментальных данных, полученных при измерении спектральных искажений реликтового излучения.

Для достижения поставленных целей были сформулированы и решены следующие основные **задачи**:

1. Исследование спектральных искажений параметров Стокса рассеянного на скоплениях Сюняева-Зельдовича реликтового излучения. Проведение независимой оценки низких мультиполей анизотропии реликтового фона. Разделение вкладов в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и ин-

тегрального эффекта Сакса-Вольфа посредством наблюдения близких и удалённых скоплений галактик.

2. Оценка области определения параметров, наборы которых определяют спектры модельных фоновых компонент. Например, для излучения пыли такими параметрами являются излучательная способность, температура и показатель наклона спектра в модели модифицированного чёрного тела. Определение размеров и конфигурации областей изменения этих параметров для различных участков неба по результатам миссии Planck.

3. Разработка алгоритма обработки данных, который минимизирует вклад от любых фонов, параметры которых лежат внутри области изменения. Этот алгоритм должен одновременно минимизировать вклад от сигналов, создаваемых космическими источниками и оптикой телескопа, и вклад от сигналов с хорошо определёнными спектрами, такими как эффект Сюняева-Зельдовича, релятивистские поправки к этому эффекту и возмущения спектра, связанные с анизотропией реликтового фона. Применение разработанного метода для отделения μ искажения, y искажений и поправок к ним.

4. Сравнение различных методов, предложенных ранее (ILC, MILC), с разработанным методом для ограниченного набора фоновых компонент.

5. Оценка оптимальной температуры для любого эксперимента, который направлен на измерение монопольной части μ искажения реликтового излучения.

Научная новизна:

1. Впервые был получен теоретически важный результат о возникновении особого вида спектральных искажений параметров Стокса рассеянного на скоплениях Сюняева-Зельдовича реликтового излучения. Была впервые получена в аналитическом виде компонента, которую легко отличить от других искажений, вызванных, в частности, кинематическим эффектом Сюняева-Зельдовича, релятивистскими поправками к эффекту СЗ и многократным рассеянием фотонов. Было показано, что этот эффект даёт возможность для независимой оценки низких мультиполей анизотропии реликтового излучения, таких как диполь, квадруполь и октуполь.

Также было показано, что, используя искажённые сигналы от близлежащих и удалённых скоплений, можно различить вклады в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа. Результаты исследования опубликованы в статье [A1].

2. Был разработан новый универсальный метод отделения малых спектральных искажений реликтового излучения от фоновых компонент с плохо определёнными формами спектра, которые сложно предсказать или смоделировать. Этот метод получил название метода наименьшего отклика LRM («Least Response Method») и был основан на идее одновременной минимизации отклика на все возможные фоны и фотонный шум с сохранением постоянного отклика на искомый сигнал. Впервые было показано, что для измерения малых искажений реликтового искажения отсутствует необходимость в теоретическом предскании точной формы спектра фоновых компонент космического и инструментального происхождения, включающих эмиссию пыли, инфракрасный фон, синхротронное излучение, свободно-свободные переходы и излучение оптики телескопа. Также впервые была показана неэффективность существующих в данное время методов разделения компонент (ILC, cILC, MILC) по сравнению с разработанным в рамках данного исследования подходом. Впервые было получено ограничение на оптимальную температуру оптической системы телескопа в экспериментах, связанных с исследованием μ искажения реликтового излучения. Описание метода и результаты исследования приведены в статьях [A2], [A3].

Научная и практическая значимость.

Найденный в ходе исследования анизотропный эффект Сюняева - Зельдовича может быть использован для независимой оценки мощности низких мультиполей $\ell = 1, 2, 3$ анизотропии реликтового излучения и их ориентации в пространстве. Разработанный метод наименьшего отклика, позволяющий отделить малые искажения спектра реликтового излучения от фонов с плохо определёнными формами спектра, будет востребован при анализе данных эксперимента «Миллиметрон», одной из основных задач которого является обнаружение μ и y искажений спектра реликта. Более того, этот метод найдёт применение в любом эксперименте, где спектр фона не совсем хорошо известен, но зато известны интервалы возможных изменений параметров этого фона. Результат определения оптимальной температуры оптической системы телескопа позволит избежать критических ошибок в будущих экспериментах при измерении монопольной части μ искажений.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Найден особый вид спектральных искажений параметров Стокса реликтового излучения, рассеянного на скоплениях Сюняева-Зельдовича, названный анизотропным эффектом Сюняева-Зельдовича. С помощью этого эффекта можно, наблюдая близкие и удалённые скопления галактик, независимо оценить амплитуды и ориентации мультиполей $\ell = 1, 2, 3$ реликтового фона, а также разделить вклад в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа. (Глава 1)

2. Разработанный новый метод наименьшего отклика (LRM) позволяет отделить искомые спектральные искажения типа μ и y от вкладов фонов галактического и внегалактического происхождения, включая вклад от оптики телескопа. Этот алгоритм создан для отделения фонов с плохо определёнными формами спектров от искомого сигнала. Он одновременно минимизирует вклад от фотонного шума и фонов со спектральными параметрами, лежащими внутри заранее определённой области их возможных изменений. Математически такой метод является оптимальным и даёт меньший отклик на фон и шум, чем другие актуальные методы (ILC, cILC, pcILC, MILC). (Глава 2, Глава 3)

3. Была найдена оптимальная температура оптической системы телескопа для любого эксперимента по измерению монопольной части μ искажений спектра реликтового излучения. Её значение составило $8 \div 10$ K. (Глава 3)

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми и получены впервые.

Достоверность результатов, полученных в данной работе, обеспечивается использованием новейших данных, извлечённых из астрономических баз данных и каталогов, в частности, результатов космической миссии Planck, и проверяемостью применяемых и полученных методов. Достоверность представленных результатов также подтверждается апробацией на российских и зарубежных конференциях, где присутствовали специалисты в данной области, и публикациями в ведущих рецензируемых научных журналах.

Апробация работы. Результаты представлены в Российскую Академию Наук, а также отобраны для публикации в сборнике «Основные результаты ФИАН-2023» и «Основные результаты ФИАН-2024». По результатам конкурса молодёжных научных работ ФИАН в 2025 году циклу работ [A1], [A2], [A3] присуждена премия Д.В. Скобельцына. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах отдела теоретической астрофизики Астрокосмического центра ФИАН (Москва, Россия), на конференциях и симпозиумах:

1. *Семинар отдела теоретической астрофизики АКЦ ФИАН*, Москва, Россия, 21 декабря 2020.

2. *65–я Всероссийская научная конференция МФТИ в честь 115-летия Л.Д. Ландау*, МФТИ, Московская обл., Долгопрудный, Россия, 3–8 апреля 2023;

3. *XXX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов»*, МГУ, Москва, Россия, 10–21 апреля 2023;

4. *PASCOS 2024: 29th International Symposium on Particles, String and Cosmology*, ICISE, Куинён, Вьетнам, 7–13 июля 2024;

5. *3-я Международная конференция «Субмиллиметровая и миллиметровая астрономия: цели и инструменты»*, АКЦ ФИАН, Москва, Россия, 14–16 апреля 2024;

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в ведущих рецензируемых журналах. Всего имеется 3 научных статьи [A1–A3], а также тезисы докладов научных конференций [Б1]. Основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту, суммированы в 3 статьях [A1–A3], которые изданы в рецензируемых журналах, входящих в список Web of Science Core Collection и рекомендованных Высшей аттестационной комиссией (ВАК) при Министерстве образования и науки РФ. Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

A1 *Novikov D. I., Pilipenko S. V., De Petris M., Luzzi G., Mihalchenko A. O.* Stokes parameters spectral distortions due to the Sunyaev Zel'dovich effect and an independent estimation of the CMB low multipoles // Phys. Rev. D – 2020. – Vol. 101, Issue 12. – P. 510-520 – DOI: 10.1103/PhysRevD.101.123510.

A2 *Novikov D. I., Mihalchenko A. O.* Separation of CMB μ spectral distortions from foregrounds with poorly defined spectral shapes // Phys. Rev. D – 2023. – Vol. 107, Issue 6. – P. 506-515. – DOI: 10.1103/PhysRevD.107.063506.

A3 *Maillard J. -P., Mihalchenko A., Novikov D., Osipova A., Pilipenko S., Silk J.* Least response method to separate CMB spectral distortions from foregrounds // Phys. Rev. D – 2024. – Vol. 109, Issue 2. – P. 523-536. – DOI: 10.1103/PhysRevD.109.023523.

Другие публикации автора по теме диссертации

Б1 *Mihalchenko, A. O., Novikov, D. I.* Disentangling CMB μ and y spectral distortions from foregrounds with poorly defined spectral shapes // arXiv e-prints – 2024. – DOI: 10.48550/arXiv.2503.11358.

Личный вклад. Автор внёс определяющий вклад во все результаты диссертационной работы, выносимые на защиту. Автор совместно с научным руководителем и соавторами активно участвовал в анализе данных, интерпретации и обсуждении результатов, формулировке выводов работы. Диссертантом проведены все расчёты, получены рисунки и графики.

В работе [A1] вклад диссертанта определяющий в аналитическом выводе спектральных искажений параметров Стокса реликтового излучения, оценке низких мультиполей его анизотропии и обсуждении способа разделения вкладов в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа. Также автор участвовал в подготовке основного текста данной статьи.

В работе [A2] вклад диссертанта определяющий в обработку и анализ данных (на языках *Fortran*, *Python*). Равный вклад в разработку алгоритма и подготовку текста публикации.

В работе [A3] вклад диссертанта равен вкладу соавторов в обсуждении результатов и является определяющим в адаптации метода разделения компонент сигнала для данных, содержащих спектральные искажения реликтового излучения, всевозможные фоны галактического и внегалактического происхождения, включая вклад от оптики телескопа, и оптимизации компьютерного кода алгоритма с целью увеличения быстродействия программы с сохранением точности вычислений. Также диссертант внёс основной вклад в проведение сравнения эффективности разработанного метода с актуальными методами ILC и MILC и подготовку текста статьи.

В работе [Б1] вклад диссертанта основной в обработке результатов и подготовке текста материала.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы и списка графических материалов. Объём диссертации составляет 102 страницы, включая 15 рисунков. Список литературы содержит 150 наименований и занимает 15 страниц.

В первой главе рассматриваются спектральные искажения параметров Стокса реликтового излучения, возникающие из-за комптоновского рассеяния реликтовых фотонов на электронах межзвёздной среды скоплений галактик (так называемых скоплениях Сюняева-Зельдовича). Выводится особый вид спектральных искажений и обсуждается, как при помощи него можно независимо оценить низкие мультиполи анизотропии реликта (диполь, квадруполь и октуполь) и отделить вклады в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа.

Вторая глава посвящена описанию разработанного метода отделения искажений частотного спектра реликтового излучения от фонов с плохо определяемым формами спектра, названного нами методом наименьшего отклика, и применению этого метода к ограниченному набору фоновых компонент (излучению пыли и инфракрасного космического фона).

Третья глава посвящена сравнению созданного метода наименьшего отклика с актуальными методами обработки сигнала (ILC, MILC) и демонстрации его эффективности. Рассматривается полный набор фонов, включающий галактическую пыль, инфракрасный фон, синхротронное излучение, свободно-свободное излучение, излучение оптической системы телескопа. Поднимается вопрос оптимальной температуры зеркала телескопа для корректного измерения μ искажения, и выводится такая температура для выбранной конфигурации эксперимента.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы работы.

Глава 1

Спектральные искажения параметров Стокса из-за эффекта Сюняева-Зельдовича и независимая оценка низких мультиполей реликтового излучения

В данной главе рассматриваются искажения частотного спектра параметров Стокса, возникающие из-за комптоновского рассеяния анизотропного космического микроволнового фонового (реликтового) излучения на электронах межзвёздной среды в скоплениях галактик. Такие искажения также известны как эффект Сюняева-Зельдовича (эСЗ). Выводится совершенно особый тип таких искажений, для которого находятся простые аналитические формулы. Показывается, что этот вид искажений имеет очень характерную спектральную форму и может быть отделён от других компонент, загрязняющих сигнал. Оказывается, что этот эффект даёт возможность для независимой оценки низких мультиполей анизотропии реликтового излучения (РИ), таких как диполь, квадруполь и октуполь. Также демонстрируется, что, используя искажённые сигналы от близких и далёких скоплений, можно различать эффект Сакса-Вольфа и интегральный эффект Сакса-Вольфа, которые описывают вклад в анизотропию температуры реликтового излучения, вносимый неоднородностями плотности вещества/энергии на пути реликтовых фотонов на разных этапах эволюции Вселенной. Обнаружение таких искажений осуществимо с помощью космических экспериментов с высокими угловым разрешением и чувствительностью. Одним из таких экспериментов, в частности, является предстоящая космическая миссия «Миллиметрон». Все результаты данной главы, включая изображения, опубликованы в работе [A1]. Личный вклад автора в данную работу указан во Введении к диссертации.

1.1 Введение

Взаимодействие реликтового излучения с горячей плазмой в скоплениях галактик приводит к комптонизации реликтовых фотонов. Этот процесс хорошо изучен и носит название теплового эффекта Сюняева-Зельдовича (тСЗ) [15, 27]. Благодаря нему частотный спектр реликтового излучения отклоняется от характерной для абсолютно чёрного тела своей первоначальной формы. Другой причиной изменения спектра реликтового излучения является так называемый кинематический эффект Сюняева-Зельдовича (кСЗ), который возникает в результате пекулярных движений скоплений относительно выделенной системы отсчёта, покоящейся относительно реликтового фона (т.н. «CMB rest frame»), а также движений межзвёздной среды (МЗС), таких как однородные вращения газа [77] или процессы слияния субструктур [78]. В настоящее время ясно, что наблюдения эСЗ с высокими угловым и частотным разрешениями позволяют нам глубоко исследовать распределение межзвёздной среды скоплений, дополняя данные в рентгеновском диапазоне. Правильное понимание термодинамических процессов в атмосферах скоплений необходимо для их грамотного использования в качестве космологического инструмента, например, для исследования эффектов более высокого порядка [79, 80]. С помощью эффекта Сюняева-Зельдовича можно изучать внутреннюю структуру галактик и их скоплений [81, 82, 83, 84], получить независимые оценки постоянной Хаббла [85, 86, 87] и температуры реликтового излучения [88, 89], исследовать тёмную материю и тёмную энергию [90, 91], а также реионизацию [92, 93]. Так, в работах [94, 95, 96] представлен тщательный обзор эффекта Сюняева-Зельдовича и возможностей по его применению в области космологии, включая результаты наблюдений, теоретические и наблюдательные проблемы, разнообразные методы, перспективы и новые направления в этой сфере исследований.

С момента запуска спутника COBE [25, 26] было проведено большое количество теоретических исследований, связанных с различными поправками к уравнению Компанейца [20], описывающему эволюцию спектра фотонов в электронной плазме, и эффектом Сюняева-Зельдовича. Обобщение уравнения Компанейца, релятивистские поправки к тепловому эффекту СЗ и многократное рассеяние на скоплениях СЗ рассматривались в [34, 35, 36, 28, 37, 38, 39, 32, 40]. Подробное исследование релятивистских поправок было проведено в работах [30, 29, 97] для кинематического эффекта Сюняева-Зельдовича. В работах [98, 99, 100] был осуществлён детальный анализ уравнений Больцмана для трёх систем отсчёта и получены выражения для функций перераспределения фотонов. Альтернативный вывод интеграла столкновений в уравнении Больцмана, позволяющий эффективно отделить кинематические эффекты от эффектов, связанных рассеянием, был приведён в работе [101]. Влияние движения Солнечной системы на сигнал от эффекта Сюняева-Зельдовича в качестве дополнительной поправки обсуждалась в [102].

Эффект Сюняева-Зельдовича не только изменяет спектр интенсивности, но также вызывает и линейную поляризацию преимущественно ввиду наличия квадруполя анизотропии РИ в месте расположения скопления галактик [103, 104] (такая поляризация возникает в результате «холодного» томсоновского рассеяния в нерелятивистском режиме) Этот эффект рассматривался в [105] для скоплений на больших красных смещениях, чтобы измерить квадруполь РИ в обход космической дисперсии («cosmic variance»). В релятивистском режиме другие мультиполи анизотропии реликта также могут вносить вклад в поляризацию рассеянного излучения [106, 107]. В дополнение к этому, кСЗ также может производить поляризацию [31]. В работе [108] анализировалось влияние анизотропии РИ на спектральные искажения интенсивности и поляризации в тСЗ и кСЗ. В частности, там было показано, как низкие мультиполи образуют спектр параметров Стокса в рассеянном на движущихся скоплениях излучении.

При комптоновском рассеянии анизотропного излучения со спектром в форме чёрного тела на горячей релятивистской плазме образуются спектральные особенности как в интенсивности излучения I, так и в параметрах линейной поляризации Q и U. Ведущим членом в искажении интенсивности является классический тепловой эффект СЗ, вызванный изотропной (монопольной $\ell = 0$) частью падающего излучения. В дополнение к этому, мультиполи анизотропии РИ с $\ell = 1, 2, 3$ влияют на интенсивность рассеянного излучения, вызывая искажение весьма специфической формы [41]. Более того, в релятивистском режиме параметры вызванной рассеянием поляризации также будут иметь весьма характерные спектральные особенности, но в отличие от интенсивности этот эффект возникает из-за наличия квадруполя ($\ell = 2$) и октуполя ($\ell = 3$) реликтового излучения.

Описанные выше эффекты на самом деле являются анизотропными поправками к классическому тепловому эффекту Сюняева - Зельдовича и напрямую следуют из анизотропного уравнения Компанейца, впервые выведенного в работе [109] и обобщённого для поляризации в [110, 111] в линейном приближении по kT_e/m_ec^2.

Амплитуды искажений I, Q, U зависят от мощностей мультиполей реликтового излучения C_1, C_2, C_3 и их ориентации относительно оси, соединяющей точку рассеяния и наблюдателя. Для наблюдателя, находящегося в близлежащем скоплении СЗ, карта анизотропии РИ примерно такая же, как мы непосредственно наблюдаем на небе, включая квадруполь и октуполь. Согласно [41], при красных смещениях $z \sim 0.05$ вариации амплитуд мультиполей составляют около 10%. Следовательно, амплитуды мультиполей РИ $\ell = 1, 2, 3$ и их ориентацию можно оценить, измеряя интенсивность и поляризацию излучения, приходяшего от таких скоплений. Для оценки мультиполей $\ell = 1, 2, 3$ важно иметь независимый канал информации ещё и по той причине, что, согласно результатам экспериментов WMAP и Planck, имеется недостаток мощности в низких мультиполях анизотропии РИ [42, 43, 44, 4], а также трудно объяснимое с точки зрения статистики совпадение осей (т.н. «оси зла») квадрупольной и октупольной компонент [46, 47, 48]. Вдобавок, так можно измерить собственный (космологический) [49, 50], то есть не обусловленный движением относительно реликтового фона, диполь в нашем местоположении.

Анализ такого сигнала от удалённых скоплений может пролить свет на анизотропию реликтового излучения на больших угловых масштабах, когда РИ исходит непосредственно со сферы последнего рассеяния (чистый эффект Сакса-Вольфа (эСВ)) без влияния эффекта Риса-Сиамы (эРС) [51], или интегрального эффекта Сакса-Вольфа (иэСВ).

В данной главе мы выводим аналитическое представление для спектральных искажений параметров Стокса, вызванных анизотропным тепловым эффектом Сюняева-Зельдовича. Мы выделяем особую компоненту этих искажений, которая отвечает за нечернотельную часть излучения, и показываем, что остальные компоненты сохраняют планковскую форму спектра, изменяя лишь температуру. Важным результатом является независимость от параметров межзвёздной среды (температуры и плотности) отношения амплитуды данной характерной компоненты к амплитуде классического теплового эффекта Сюняева-Зельдовича, при этом величина отношения определяется исключительно линейной комбинацией локальных мультиполей реликтового излучения с $\ell = 1, 2, 3$. В анализе не учитывалось движение скоплений, поскольку ожидаемый сигнал можно легко отделить от компонент, связанных с кинематическим эффектом СЗ. Мы также демонстрируем, как можно применить искажённые сигналы такого рода от близлежащих и удалённых скоплений для оценки $\ell = 1, 2, 3$ мультиполей РИ и для разделения эСВ и иэСВ.

Стоит отметить, что рассматриваемый нами сигнал очень слабый и должен быть отделён от других типов спектральных искажений. Что касается искажения интенсивности, то мы должны принять во внимание, что изотропная монопольная часть реликтового излучения больше мультиполей анизотропии в $\sim 10^5$ раз. Это означает, что мы должны учитывать релятивистские поправки более высоких порядков к этому эффекту. Данные же наблюдений для Q и U будут чище, чем данные для интенсивности I, так как на поляризованный сигнал не воздействует монопольная компонента реликта.

В рамках миссии «Миллиметрон» [72, 73, 74] планируется достичь беспрецедентных характеристик для измерения поляризованного сигнала в диапазоне частот от 100 ГГц до 2 ТГц (с разрешением вплоть до нескольких угловых секунд). Одной из основных задач этой миссии станет измерение спектральных μ и y искажений излучения РИ (Глава 2 и Глава 3), которые возникают из-за впрыска энергии в плазму на ранних стадиях эволюции Вселенной. Эти искажения могут также образовываться в результате взаимодействия РИ с веществом в процессе формирования крупномасштабной структуры [15, 27, 112, 16, 113, 9, 114, 17, 115, 116, 117]. В качестве дополнительной задачи будет рассмотрена возможность обнаружения спектральных искажений от скоплений СЗ, вызванных анизотропией реликта. Выполнимость этой задачи с помощью «Миллиметрона» обсуждается в конце главы.

1.2 Спектральные искажения параметров Стокса, вызванные анизотропным эффектом Сюняева-Зельдовича

В этом разделе мы рассмотрим уравнение переноса поляризованного излучения в горячей комптонизирующей электронной плазме, выведенное впервые в [111], и применим этот подход к рассмотрению рассеяния реликтового излучения на скоплениях Сюняева-Зельдовича. Учитывая полученные в [109] и [111] результаты и предполагая, что падающее излучение неполяризовано, мы находим простой аналитический вид для спектральных искажений параметров Стокса, возникающих в связи с рассеянием анизотропного излучения на горячих электронах.

Нами выбраны обозначения:

$I(\nu, \mathbf{\Omega}), Q(\nu, \mathbf{\Omega}), U(\nu, \mathbf{\Omega})$ – параметры Стокса, где I – это интенсивность, Q и U описывают линейную поляризацию, ν – частота, а $\mathbf{\Omega}$ задаёт направление распространения излучения.

$n = \frac{c^2 I}{2h\nu^3}$ – концентрация фотонов в фазовом пространстве, где c – скорость света, а h – постоянная Планка. Также используются следующие обозначения $q = \frac{c^2 Q}{2h\nu^3}$ и $u = \frac{c^2 U}{2h\nu^3}$.

Вектор $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} n(\nu, \mathbf{\Omega}) \\ q(\nu, \mathbf{\Omega}) \\ u(\nu, \mathbf{\Omega}) \end{pmatrix}$ задаёт параметры Стокса.

T_e, T_r – температуры электронов и реликтового излучения.

m_e – масса покоя электронов.

$\Theta_e = \frac{kT_e}{m_e c^2}$, $\varepsilon = \frac{h\nu}{m_e c^2}$, $x = \frac{h\nu}{kT_r}$, где k – это постоянная Больцмана.

Выведенное впервые в работе [109] и обобщённое для поляризованного излучения в [111], уравнение переноса излучения в плазме для анизотропного излучения можно использовать для относительно холодных фотонов и электронов

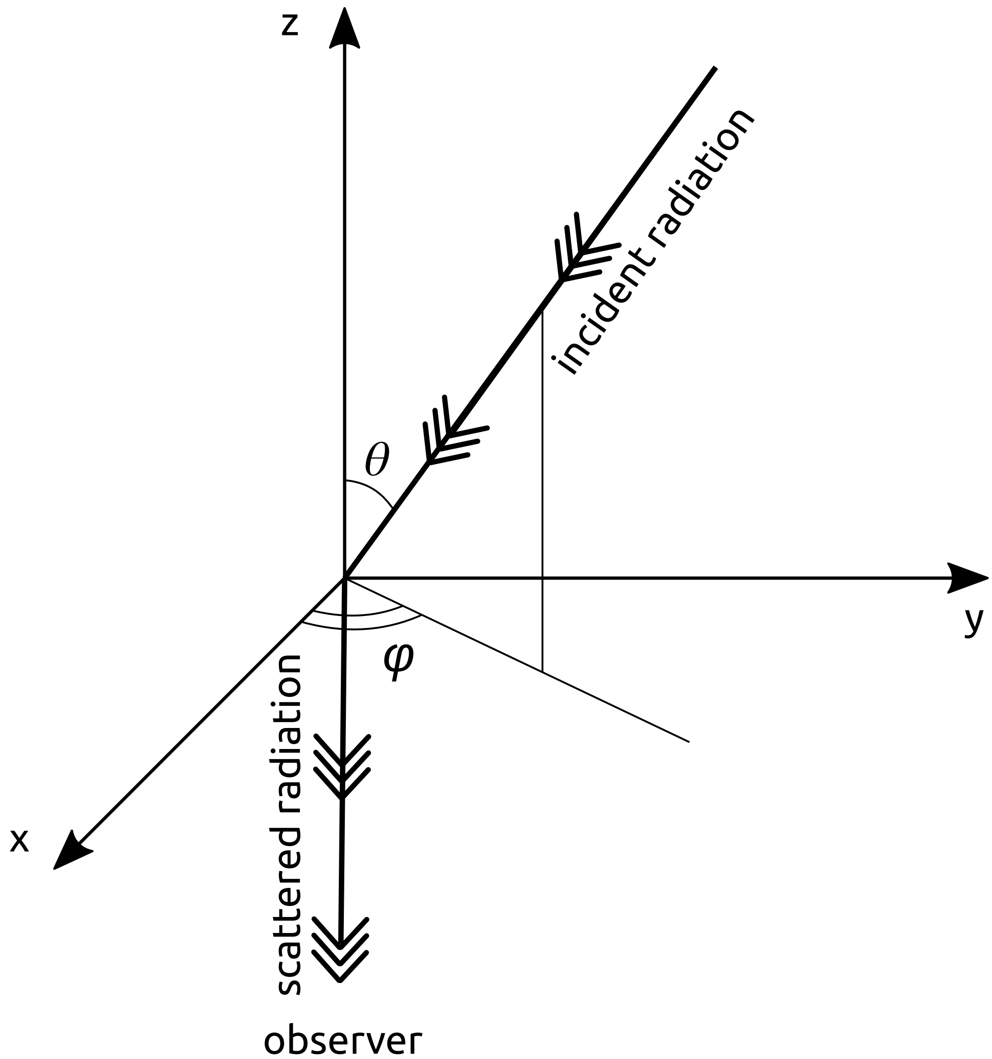

Рис. 1.1: Схематическое изображение рассеяния излучения на скоплении СЗ (находится в начале системы координат), где Θ – это угол рассеяния, а φ задаёт положение плоскости рассеяния. Система выбрана так, что ось z направлена от наблюдателя к скоплению. Излучение после рассеяния распространяется к наблюдателю в направлении, противоположном оси z.

($kT_e \ll m_e c^2$, $h\nu \ll m_e c^2$). Такое приближение довольно хорошо применимо для скоплений Сюняева-Зельдовича с температурой электронов $T_e \sim 10$ кэВ и температурой реликтового излучения $T_r \sim 3$ K. Такой подход подразумевает поправку к томсоновскому рассеянию до первого порядка по ε, Θ_e. Мы предполагаем, что среда оптически тонкая, так что фотоны, проходящие через скопление, могут рассеиваться только один раз, а излучение до рассеяния неполяризовано и анизотропно. Таким образом, если обозначить параметры Стокса штрихованными переменными n', q', u' до рассеяния, то $q' = u' = 0$. Для того чтобы разделить изотропную и анизотропную части излучения, удобно использовать обозначения $\bar{n}(\nu) = \frac{1}{4\pi}\int n'(\nu, \mathbf{\Omega})d\mathbf{\Omega}$ и $\Delta = n'(\nu, \mathbf{\Omega}) - \bar{n}(\nu)$.

Используя указанные обозначения, можно переписать уравнение переноса поляризованного излучения в горячей комптонизирующей электронной плазме, полученное в работе [111], следующим образом:

$$
\begin{gathered}
\delta\mathbf{J}/\delta\tau = \tfrac{3}{16\pi}\int\limits_{\mathbf{\Omega}}\Big\{\,\Delta\mathbf{R} + \Theta_e\Delta\left(\mathbf{S} - 2\tfrac{T_r}{T_e}\mathbf{R}\right) + \\
\Theta_e G_a(\Delta)(1-\mu)\mathbf{R}\,\Big\}d\mathbf{\Omega} + \Theta_e G_i(\bar{n})\mathbf{T} + O(\Theta^2), \\
\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1+\mu^2 \\ (1-\mu^2)\cos 2\varphi \\ (1-\mu^2)\sin 2\varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{S} = 2\begin{pmatrix} (1-\mu)^2(1+2\mu) - 4\mu \\ (1-\mu^2)(1+2\mu)\cos 2\varphi \\ (1-\mu^2)(1+2\mu)\sin 2\varphi \end{pmatrix}, \ d\mathbf{\Omega} = d\mu d\varphi \\
G_a(\Delta) = \tfrac{1}{x^2}\tfrac{\partial}{\partial x}\left[x^4\left(\tfrac{T_r}{T_e}\Delta + \tfrac{\partial\Delta}{\partial x}\right)\right] + 2\tfrac{T_r}{T_e}n'\tfrac{\partial}{\partial x}\left[x^2\Delta\right], \\
G_i(\bar{n}) = \tfrac{1}{x^2}\tfrac{\partial}{\partial x}\left[x^4\left(\tfrac{T_r}{T_e}(\bar{n}+\bar{n}^2) + \tfrac{\partial\bar{n}}{\partial x}\right)\right].
\end{gathered}
\tag{1.1}
$$

Здесь $\delta\tau$ – оптическая толщина, а $\mu = \cos\Theta$ – косинус угла рассеяния. Азимутальный угол φ задаёт ориентацию плоскости рассеяния (Рис. 1.1). Функции G_a и G_i представляют анизотропную и изотропную части излучения соответственно. Поскольку температура излучения намного меньше температуры плазмы в скоплениях галактик, можно пренебречь всеми членами, пропорциональными T_r/T_e в уравнении (1.1):

$$
\begin{gathered}
\delta\mathbf{J}/\delta\tau = \\
\tfrac{3}{16\pi}\int\limits_{\mathbf{\Omega}}\{\Delta\left(\mathbf{R} + \Theta_e\mathbf{S}\right) + G(\Delta)\Theta_e(1-\mu)\mathbf{R}\}d\mathbf{\Omega} \\
+\Theta_e G(\bar{n})\mathbf{T} + O(\Theta^2), \quad G(f) = \tfrac{1}{x^2}\tfrac{\partial}{\partial x}\left[x^4\tfrac{\partial f}{\partial x}\right],
\end{gathered}
\tag{1.2}
$$

где f может принимать значения Δ или $\bar{n}$. Частотный спектр реликтового излучения с высокой точностью можно считать чернотельным [118]. Таким образом, чтобы его полностью задать, достаточно одной температуры T_r. Так как реликтовое излучение анизотропно, его температура меняется в зависимости от направления. Поэтому для падающего на скопление излучения справедливы следующие выражения:

$$
\begin{aligned}
& n'(x, \mathbf{\Omega}) = B(x) - x\tfrac{dB}{dx}\,\tfrac{\Delta_T(\mathbf{\Omega})}{T_r}, \quad B(x) = \tfrac{1}{e^x - 1}, \\
& \Delta_T(\mathbf{\Omega}) = T(\mathbf{\Omega}) - T_r, \\
& \bar{n}(x) = B(x), \qquad \Delta = -x\tfrac{dB}{dx}\,\tfrac{\Delta_T(\mathbf{\Omega})}{T_r}.
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

Подставляя эти выражения в уравнение (1.2), получаем очень простые аналитические результаты для спектральных искажений параметров Стокса после однократного рассеяния:

$$
\begin{aligned}
& \delta\mathbf{J}/\delta\tau = \\
& \left.g_1(x)\left[\tfrac{3}{16\pi}\int\limits_{\mathbf{\Omega}}\tfrac{\Delta_T(\mathbf{\Omega})}{T_r}\left(\mathbf{R} + \Theta_e\mathbf{S}\right)d\mathbf{\Omega}\right] + \quad\right\}1 \\
& \left.+\Theta_e g_2(x)\left[\tfrac{3}{16\pi}\int\limits_{\mathbf{\Omega}}\tfrac{\Delta_T(\mathbf{\Omega})}{T_r}(1-\mu)\mathbf{R}d\mathbf{\Omega}\right] + \right\}2 \\
& \left.+\Theta_e g_3(x)\mathbf{T}, \qquad\qquad\qquad\right\}3 \text{ (тСЗ)} \\
& g_1(x) = -x\tfrac{dB}{dx}, \quad g_2(x) = \tfrac{1}{x^2}\tfrac{d}{dx}\left[x^4\tfrac{d}{dx}\left(-x\tfrac{dB}{dx}\right)\right], \\
& g_3(x) = \tfrac{1}{x^2}\tfrac{d}{dx}\left[x^4\tfrac{dB}{dx}\right]
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

Как видно из уравнения (1.4), $\delta\mathbf{J}/\delta\tau$ разбивается на три слагаемых, которые представляют собой спектральные искажения трёх различных типов: g_1, g_2 и g_3.

Первое слагаемое отвечает за томсоновское рассеяние с некоторой пропорциональной Θ_e поправкой и возникает по следующей причине: если за скоплением СЗ находится горячее пятно в анизотропии реликтового излучения, то более энергетичные фотоны, распространяющиеся к наблюдателю через скопление СЗ, частично рассеиваются за пределы луча зрения и заменяются более холодными фотонами, рассеянными в направлении луча зрения. В результате излучение чёрного тела наблюдается с несколько более низкой температурой, чем в отсутствие скопления СЗ. Первое слагаемое представляет собой искажение вида $g_1 = -x\frac{dB}{dx}$. Однако использовать искажение такого рода в реальных наблюдениях довольно сложно. Во-первых, параметр Стокса I (или n) после рассеяния сохраняет свою спектральную форму в виде абсолютно чёрного тела, но с несколько иной температурой. Действительно, в линейном приближении член $-x\frac{dB}{dx}\frac{\Delta_T}{T_r}$ фактически представляет собой разность двух спектров абсолютно чёрного тела с температурами T_r и $T_r + \Delta T$. Таким образом, амплитуда такого отклонения зависит от значения средней температуры T_r. Во-вторых, реликтовый фон слабо поляризован, и его линейные параметры поляризации имеют спектральную форму в виде g_1. Поэтому параметры Стокса q и u излучения, распространяющегося через скопление к наблюдателю без рассеяния, имеют ту же спектральную форму, что и параметры Стокса для рассеянной части излучения. Таким образом, рассеянную и нерассеянную части можно спутать друг с другом, если использовать этот тип спектрального искажения.

Второе слагаемое имеет характерную форму $g_2(x) = \frac{1}{x^2}\frac{d}{dx}\left[x^4\frac{d}{dx}\left(-x\frac{dB}{dx}\right)\right]$. Это искажение возникает ввиду комптонизации анизотропного падающего излучения горячими электронами, и его можно назвать анизотропным тепловым эффектом Сюняева-Зельдовича. Такое искажение имеет отличительную нечернотельную форму для всех трёх параметров Стокса. Использование искажений этого типа даёт уникальную возможность отделить рассеянную часть излучения от нерассеянной. Из-за своей характерной формы и потенциальной пользы для анализа низких мультиполей РИ, искажения типа *2* представляют особый интерес и будут проанализированы далее.

Третье слагаемое – это классический тепловой эффект Сюняева - Зельдовича $g_3(x) = \frac{1}{x^2}\frac{d}{dx}\left[x^4\frac{dB}{dx}\right]$, то есть искажение изотропной части падающего излучения. Третье слагаемое влияет только на параметр n, не изменяя линейную поляризацию:

$$\delta\mathbf{J_3} = \begin{pmatrix} \delta n_{_3} \\ \delta q_{_3} \\ \delta u_{_3} \end{pmatrix} = g_3(x) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Theta_e \delta\tau, \tag{1.5}$$

где индекс *3* означает, что мы учитываем искажение g_3.

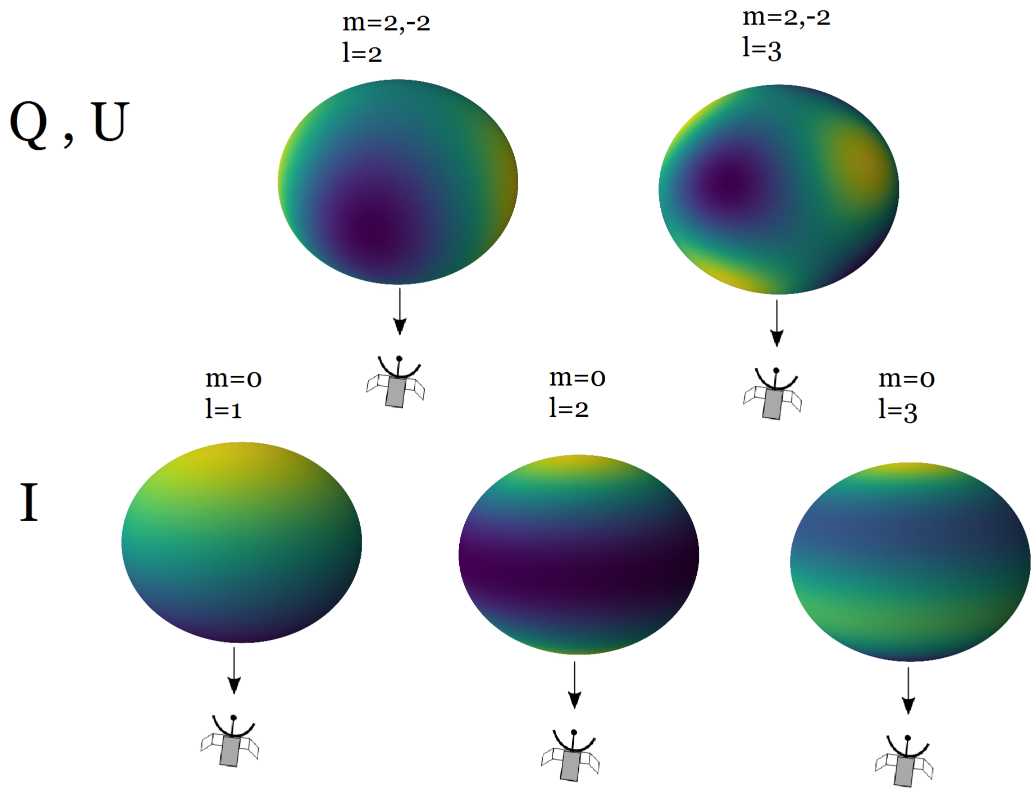

Рис. 1.2: Схематическое изображение мультиполей РИ Y_ℓ^m в окрестности скопления, которые вносят вклад в спектральные искажения второго типа. Здесь ось z направлена от наблюдателя к скоплению в соответствующей сферической системе координат. *Сверху*: Q, U порождаются $\ell = 2, 3$ и $m = \pm 2$. *Снизу*: Интенсивность I искажается осесимметричными мультиполями $\ell = 1, 2, 3$, $m = 0$. Рисунок из статьи [A1] приведён в цветном варианте.

Рассмотрим, какой вклад вносят низкие мультиполи анизотропии РИ в спектральные искажения параметров Стокса вида $g_2(x)$. Флуктуации температуры излучения, падающего на скопление СЗ, можно описать при помощи сферических функций $Y_\ell^m(\mathbf{\Omega})$:

$$\frac{\Delta_T(\mathbf{\Omega})}{T_r} = \sum_{\ell=1}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \tilde{a}_{\ell,m} Y_\ell^m(\mathbf{\Omega}), \tag{1.6}$$

где $\tilde{a}_{\ell,m}$ – коэффициенты разложения Δ_T/T_r для заданного местоположения скопления галактик. Стоит отметить, что $\tilde{a}_{\ell,m}$ не совпадают с $a_{\ell,m}$ для обычной галактической системы координат. Выберем локальную сферическую систему координат в точке рассеяния таким образом, чтобы южный полюс соответствовал направлению от скопления СЗ к наблюдателю, как указано на Рис. 1.1. Подставляя уравнение (1.6) во второе слагаемое уравнения (1.4), получим

$$\frac{\delta n_2}{\delta\tau} = -\frac{3}{4\sqrt{\pi}}\left(\frac{4}{5\sqrt{3}}\tilde{a}_{1,0} - \frac{1}{3\sqrt{5}}\tilde{a}_{2,0} + \frac{1}{5\sqrt{7}}\tilde{a}_{3,0}\right)\Theta_e g_2(x),$$
$$\frac{\delta q_2}{\delta\tau} = \frac{3}{4\sqrt{5\pi}}\left(\tilde{a}_{2,2} - \frac{1}{\sqrt{7}}\tilde{a}_{3,2}\right)\Theta_e g_2(x), \tag{1.7}$$
$$\frac{\delta u_2}{\delta\tau} = \frac{3}{4\sqrt{5\pi}}\left(\tilde{a}_{2,-2} - \frac{1}{\sqrt{7}}\tilde{a}_{3,-2}\right)\Theta_e g_2(x).$$

Таким образом, только мультиполи с $\ell = 1, 2, 3$ вносят вклад в этот вид искажений. На Рис. 1.2 показано схематическое изображение локальных мультиполей анизотропии РИ, которые вносят вклад в искажение наблюдаемых параметров Стокса. Первый параметр n искажается осесимметричными локальными мультиполями Y_ℓ^0, $\ell = 1, 2, 3$, в то время как параметры линейной поляризации q и u искажаются из-за наличия мультиполей с $m = \pm 2$: $Y_2^{\pm 2}$ и $Y_3^{\pm 2}$.

Для полного понимания стоит оговориться, что ориентация искажённой части линейной поляризации отличается от ориентации поляризации, вызванной чистым томсоновским рассеянием. Это происходит потому, что томсоновское рассеяние создаёт линейную поляризацию из-за наличия гармоник $\ell = 2$, $m = \pm 2$ в анизотропии, в то время как искажённая часть поляризации создаётся гармониками с $\ell = 2, 3$, $m = \pm 2$. Запишем выражения

$$\tan(2\psi_2) = \frac{u_2}{q_2} = \frac{\tilde{a}_{2,-2} - \frac{1}{\sqrt{7}}\tilde{a}_{3,-2}}{\tilde{a}_{2,2} - \frac{1}{\sqrt{7}}\tilde{a}_{3,2}},$$

$$\tan(2\psi_{\text{том}}) = \frac{u_{\text{том}}}{q_{\text{том}}} = \frac{\tilde{a}_{2,-2}}{\tilde{a}_{2,2}},$$

где ψ_2 и $\psi_{\text{том}}$ – это ориентация искажённой поляризации и ориентация поляризации, вызванной томсоновским рассеянием, соответственно. Всегда можно повернуть систему координат таким образом, что $\hat{u}_{\text{том}} = 0$ и $\psi_{\text{том}} = 0$. Поэтому мы можем выразить угол между ориентациями томсоновской поляризации и искажённой части линейной поляризации через коэффициенты $\hat{a}_{\ell,m}$ в повёрнутой системе координат:

$$\psi_2 - \psi_{\text{том}} = -\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{\hat{a}_{3,-2}}{\sqrt{7}\hat{a}_{2,2} - \hat{a}_{3,2}}\right).$$

Для оценки мультиполей анизотропии РИ в месте расположения скопления СЗ необходимо разделить амплитуду наблюдаемого искажённого сигнала, пропорционального g_2, на амплитуду классического тСЗ, который (см. уравнение (1.5)) пропорционален g_3. Таким образом получится сократить параметры комптонизации $\Theta_e \delta_\tau$ и найти следующие коэффициенты β:

$$
\begin{aligned}
\beta_n &= -\frac{3}{4\sqrt{\pi}} \left(\frac{4}{5\sqrt{3}} \tilde{a}_{1,0} - \frac{1}{3\sqrt{5}} \tilde{a}_{2,0} + \frac{1}{5\sqrt{7}} \tilde{a}_{3,0} \right), \\
\beta_q &= \frac{3}{4\sqrt{5\pi}} \left(\tilde{a}_{2,2} - \frac{1}{\sqrt{7}} \tilde{a}_{3,2} \right), \\
\beta_u &= \frac{3}{4\sqrt{5\pi}} \left(\tilde{a}_{2,-2} - \frac{1}{\sqrt{7}} \tilde{a}_{3,-2} \right).
\end{aligned} \tag{1.8}
$$

Таким образом, наблюдая искажённое излучение, исходящее от скопления СЗ, можно найти три коэффициента β_n, β_q и β_u, которые являются линейными комбинациями амплитуд локальных гармоник с $\ell = 1, 2, 3$ и $-\ell \leq m \leq \ell$.

Следует отметить, что на искажения спектра интенсивности влияет изотропная часть реликтового излучения, которая на пять порядков больше анизотропной. В то же время вызванная эффектом СЗ линейная поляризация возникает только за счёт анизотропной части. Таким образом, при разделении компонент интенсивности следует учитывать релятивистские поправки к тепловому эффекту Сюняева-Зельдовича более высоких порядков [28]. Кроме того, следует учитывать релятивистские поправки, обусловленные совокупным движением горячих скоплений [29]. Тепловые поправки пропорциональны $\tau\Theta_e^k$, $k > 1$ (см. Рис. 1.3). Данные наблюдений для поляризации будут свободны от таких поправок, а потому будут «чище» данных для интенсивности.

Неоднородная среда скопления совместно с многократным рассеянием может вызывать дополнительную локальную анизотропию излучения. При рассеянии РИ на среде внутри скопления частотный спектр излучения искажается в основном за счёт теплового эффекта СЗ. В результате, перед тем как направиться к наблюдателю, излучение после рассеяния приобретает дополнительную анизотропию Δ_{in}, которая является анизотропией амплитуды тСЗ (не стоит путать с анизотропией температуры реликтового излучения). Δ_{in} возникает из-за вариации температуры среды $\Theta_e(\mathbf{\Omega})$ и оптической толщи $\delta_\tau(\mathbf{\Omega})$ в различных направлениях $\mathbf{\Omega}$ от точки, где произошло последнее рассеяние:

$$\Delta_{in}(x, \mathbf{\Omega}) = \frac{1}{x^2}\frac{d}{dx}\left[x^4 \frac{dB}{dx}\right] \Theta_e(\mathbf{\Omega})\delta_\tau(\mathbf{\Omega})$$

Она отличается от Δ в уравнении (1.3)

$$\Delta(x, \mathbf{\Omega}) = -x\frac{dB}{dx}\frac{\Delta_T(\mathbf{\Omega})}{T_r}$$

И таким образом, анизотропия в виде Δ_{in} создаст дополнительное спектральное искажение. Однако его форма будет отличаться от той, которую мы рассматриваем (g_2).

1.3 Независимая оценка малых мультиполей анизотропии и разделение вкладов от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа

Как следует из уравнения (1.8), спектральные искажения интенсивности представляют собой линейную комбинацию компонент сферических функций с $\ell = 1, 2, 3$. Для искажений поляризации линейная комбинация состоит только из компонент с $\ell = 2, 3$. Компоненты, которые вносят вклад и в поляризованный, и в неполяризованный сигнал, проецируются на ось, направленную от наблюдателя к скоплению. Если бы коэффициенты сферических функций, $a_{\ell,m}$, были бы одинаковыми в любой точке Вселенной, то, наблюдая за различными скоплениями, можно было бы измерить различные проекции этих сферических функций и, таким образом, реконструировать полный набор коэффициентов для $\ell = 1, 2, 3$.

В действительности, $a_{\ell,m}$ неодинаковы по всему пространству, поскольку функции с малыми ℓ подвержены существенному влиянию интегрального эффекта Сакса-Вольфа. Так, из работы [119] следует, что около 40% амплитуды квадруполя и 25% амплитуды октуполя вызываются иэСВ. Однако на расстояниях менее 250 h^{-1} Мпк от Земли, согласно [41], коэффициенты могут отличаться не более чем на 10% от наших локальных $a_{\ell,m}$. Это позволяет восстановить локальные коэффициенты $a_{\ell,m}$, наблюдая определённое число (около 170, согласно PLANCKSZ2 [120]) близлежащих скоплений при $z < 0,085$ (что

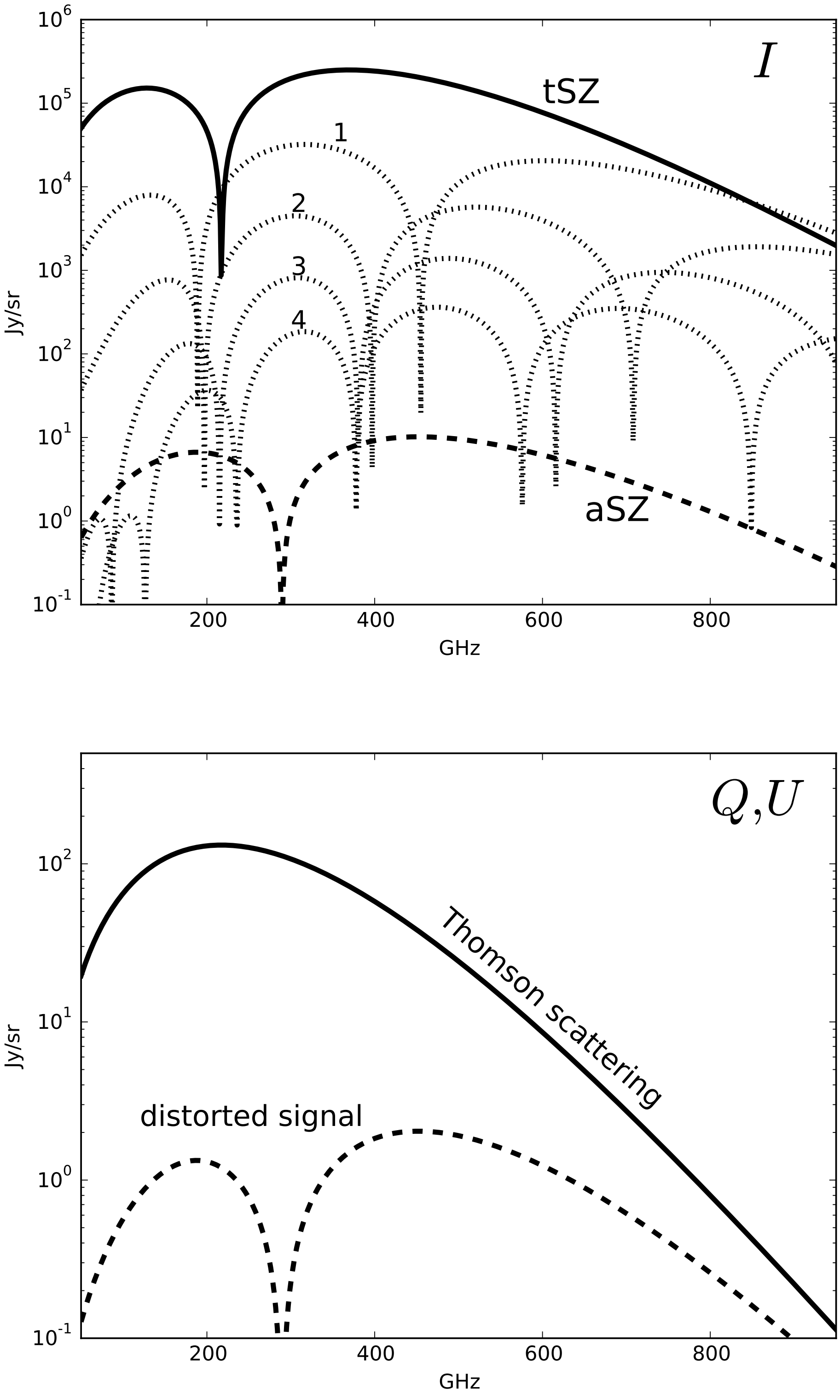

Рис. 1.3: Искажённый сигнал второго типа для интенсивности и поляризации от скопления с оптической толщиной среды $\tau = 0.01$ и температурой $T_e = 7$ кэВ. *Сверху*: Непрерывной линией показан классический тепловой эффект СЗ, точками – релятивистские поправки к нему вплоть до четвёртого порядка, и пунктирной линией – искажение второго типа (т.н. анизотропный эффект СЗ). Стоит отметить, что аСЗ пересекает ноль при другом значении частоты, чем тепловой эффект СЗ. Амплитуда и знак аСЗ зависят от $\Theta_e \delta\tau$ и линейной комбинации $a_{\ell m}$ (ур. 1.7). *Снизу*: Непрерывной линии отвечает спектр линейной поляризации, вызванной «холодным» томсоновским рассеянием, а пунктирной – спектр искажений второго типа для поляризованной части излучения.

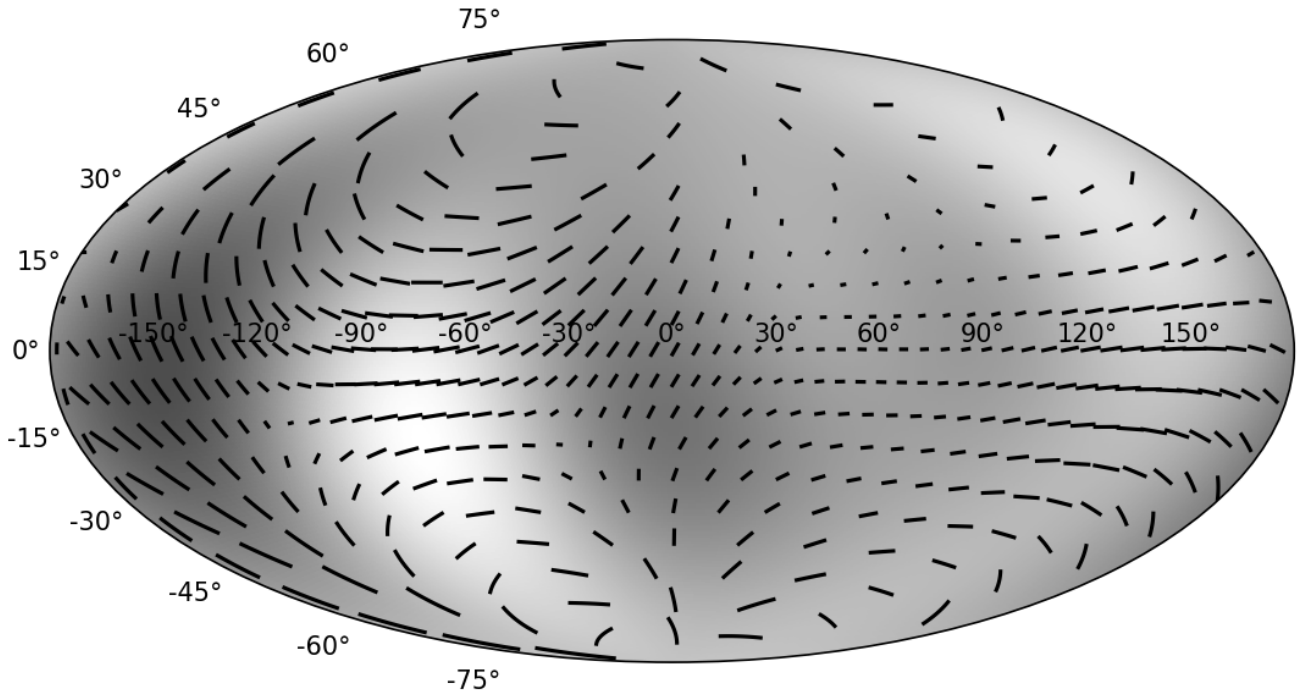

Рис. 1.4: Серый цвет соответствует распределению амплитуды неполяризованного сигнала по небу. Более светлому оттенку соответсвует большая амплитуда. Отрезками отмечен поляризованный сигнал (задаётся β_q и β_u). Значения $a_{\ell,m}$ для карты взяты из данных коллаборации Planck [1].

соответствует 250 h^{-1} Мпк).

На Рис. 1.3 и 1.4 показаны распределения на небе ожидаемых искажений интенсивности и поляризации g_2 для рассеянного излучения, приходящего с ближайших скоплений СЗ. Эти карты соответствуют значениям $a_{\ell,m}$ для $\ell = 2, 3$, измеренным обсерваторией Planck [1]. В случае интенсивности в расчёт не был принят собственный диполь реликта, так как его значение полностью затмевается нашим движением относительно реликтового излучения. На Рис. 1.4 изображена небесная карта в галактических координатах, где серым цветом выражено распределение амплитуды неполяризованного сигнала по небу, а отрезками отмечены направление и амплитуда поляризации, определённой по β_q и β_u. На Рис. 1.5 показана амплитуда поляризованного сигнала $\sqrt{\beta_q^2 + \beta_u^2}$. На обоих изображениях более светлым оттенкам соответствует большая амплитуда.

На расстояниях $\geq 1000\, h^{-1}$ Мпк интегральный эффект Сакса-Вольфа проявляется слабо, и анизотропия реликтового излучения на малых ℓ создаётся эффектом Сакса-Вольфа на сфере последнего рассеяния. Коэффициенты $a_{\ell,m}$ слабо зависят от красного смещения, если рассматривать скопления на расстояниях $1000\, h^{-1}$ Мпк $< R < 2000\, h^{-1}$ Мпк. Восстановление $a_{\ell,m}$ на таких рассто-

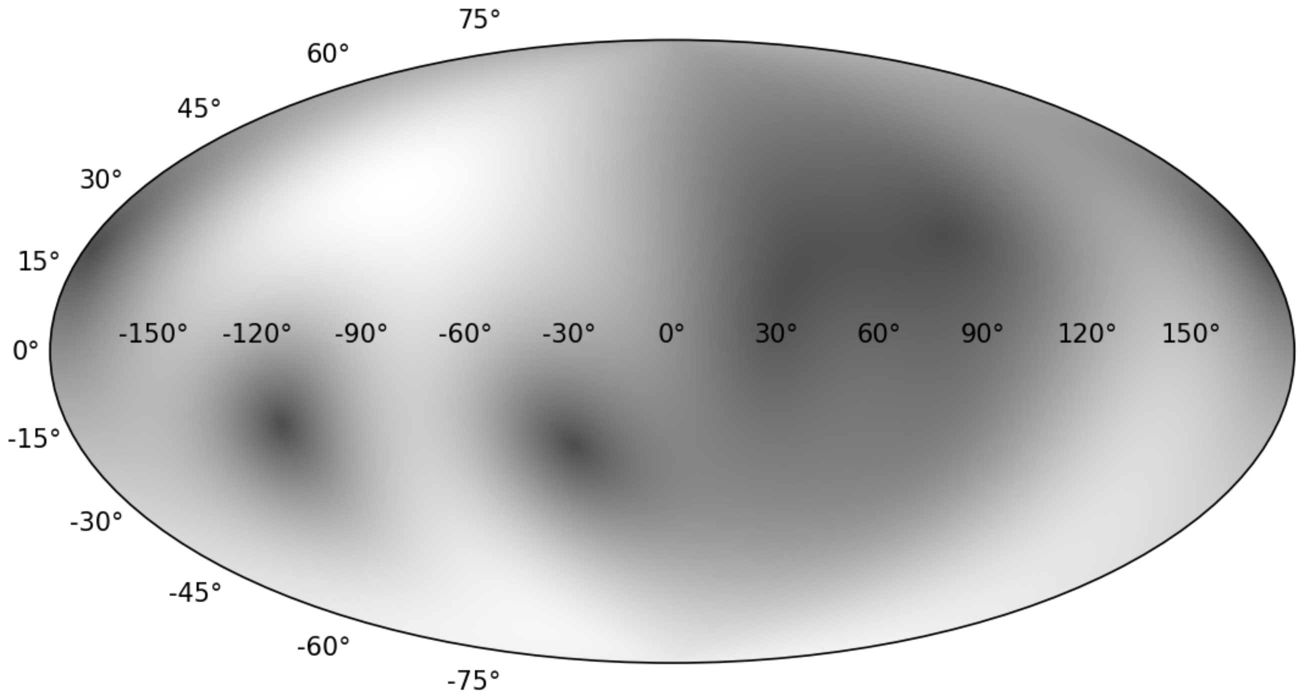

Рис. 1.5: Амлитуда поляризованного сигнала ($\sqrt{\beta_q^2+\beta_u^2}$). Более светлым оттенкам соответствует более сильная поляризация. Значения $a_{\ell,m}$ для карты взяты из данных коллаборации Planck [1].

яниях позволит измерить малые ℓ анизотропии на сфере последнего рассеяния, то есть без вклада от интегрального эффекта Сакса-Вольфа.

Восстановление $a_{\ell,m}$ из измеренных β_n, β_q и β_u для набора скоплений происходит следующим образом. Берётся в расчёт, что $a_{\ell,m}$ одинаковые на выбранном диапазоне расстояний. Сигнал в уравнении (1.8) зависит от $\tilde{a}_{1,0}$, $\tilde{a}_{2,0}$, $\tilde{a}_{3,0}$, $\tilde{a}_{2,\pm2}$, $\tilde{a}_{3,\pm2}$, где тильдой помечены коэффициенты в повёрнутой системе координат. Чтобы из $\tilde{a}_{\ell,m}$ получить $a_{\ell,m}$, для скопления с галактическими координатами (l,b) необходимо совершить следующую последовательность поворотов. Сначала систему нужно целиком повернуть вокруг оси z на угол $-l$. Далее систему нужно повернуть вокруг новой оси y на угол $90^\circ - b$. Для любого скопления сигналы β_n, β_q, β_u можно выразить в виде линейной комбинации всех 15 $a_{\ell,m}$-ов с $\ell = 1, 2, 3$ (3 компоненты для диполя, 5 для квадруполя и 7 для октуполя). Коэффициенты в этой линейной комбинации зависят от небесных координат. Значения $a_{\ell,m}$ определяются фитированием линейной модели к измеренным сигналам.

Обозначим через $a^j_{\ell,m}$ коэффициенты разложения анизотропии температуры для наблюдателя, находящегося в скоплениим под номером j. С учётом нашего приближения, эти коэффициенты приравниваются непосредственно наблюдаемым на небе: $a^j_{\ell,m} = a_{\ell,m}$. Это даёт нам возможность оценить $a_{\ell,m}$, $\ell = 1,2,3$, $-\ell \le m \le \ell$, наблюдая спектральные искажения реликтового излучения, исходящие от таких скоплений. Соотношения между $a_{\ell,m}$ в обычных галактических координатах и $\tilde{a}_{\ell,m}$ задаются вращением системы координат, которое преобразует сферическую функцию степени ℓ и порядка m в линейную комбинацию сферических функций той же степени. Нужные нам коэффициенты $\tilde{a}^j_{\ell,m}$ могут быть выражены через $a_{\ell,m}$ следующим образом:

$$\tilde{a}^j_{l,m} = \sum_{m'=-l}^{l} D^{m,m'}_{l,j}\, a^j_{l,m'} \approx \sum_{m'=-l}^{l} D^{m,m'}_{l,j}\, a_{l,m'},$$

где $D^{m,m'}_{l,j}$ – комплексно-сопряжённые элементы D-матрицы Вигнера для j-го скопления. Эти элементы полностью задаются положением скопления j на небе. Для измеренных β_n, β_q и β_u:

$$\tilde{\beta}_n = -\frac{3}{4\sqrt{\pi}}\left(\frac{4}{5\sqrt{3}}\sum_{m=-1}^{1} D^{0,m}_{1,j}\, a_{1,m} - \frac{1}{3\sqrt{5}}\sum_{m=-2}^{2} D^{0,m}_{2,j}\, a_{2,m} + \frac{1}{5\sqrt{7}}\sum_{m=-3}^{3} D^{0,m}_{3,j}\, a_{3,m}\right),$$

$$\tilde{\beta}_q = \frac{3}{4\sqrt{5\pi}}\left(\sum_{m=-2}^{2} D^{2,m}_{2,j}\, a_{2,m} - \frac{1}{\sqrt{7}}\sum_{m=-3}^{3} D^{2,m}_{3,j}\, a_{3,m}\right),$$

$$\tilde{\beta}_u = \frac{3}{4\sqrt{5\pi}}\left(\sum_{m=-2}^{2} D^{-2,m}_{2,j}\, a_{2,m} - \frac{1}{\sqrt{7}}\sum_{m=-3}^{3} D^{-2,m}_{3,j}\, a_{3,m}\right).$$

Для N различных точек на небе получается набор из $3N$ линейных уравнений, из которых можно найти $a_{\ell,m}$. Требуется минимум пятнадцать скоплений для нахождения $a_{\ell,m}$ в случае работы только с неполяризованным сигналом β_n. В действительности, такое количество мало́ для получения корректного результата (вклад диполя и квадруполя в сигнал превосходит вклад октуполя, и даже небольшой шум может привести к неверному восстановлению $a_{3,m}$). Даже в условиях идеального эксперимента необходимо гораздо больше скоплений.

Относительная точность определения $a_{\ell,m}$ для скоплений Сюняева - Зельдовича, выбранных из каталога PLANCKSZ2 [120], оценивается методом максимального правдоподобия. Мы начинаем анализ с пятнадцати скоплений при $R > 1000\ h^{-1}$ Мпк. Это минимальное число скоплений, необходимое для на-

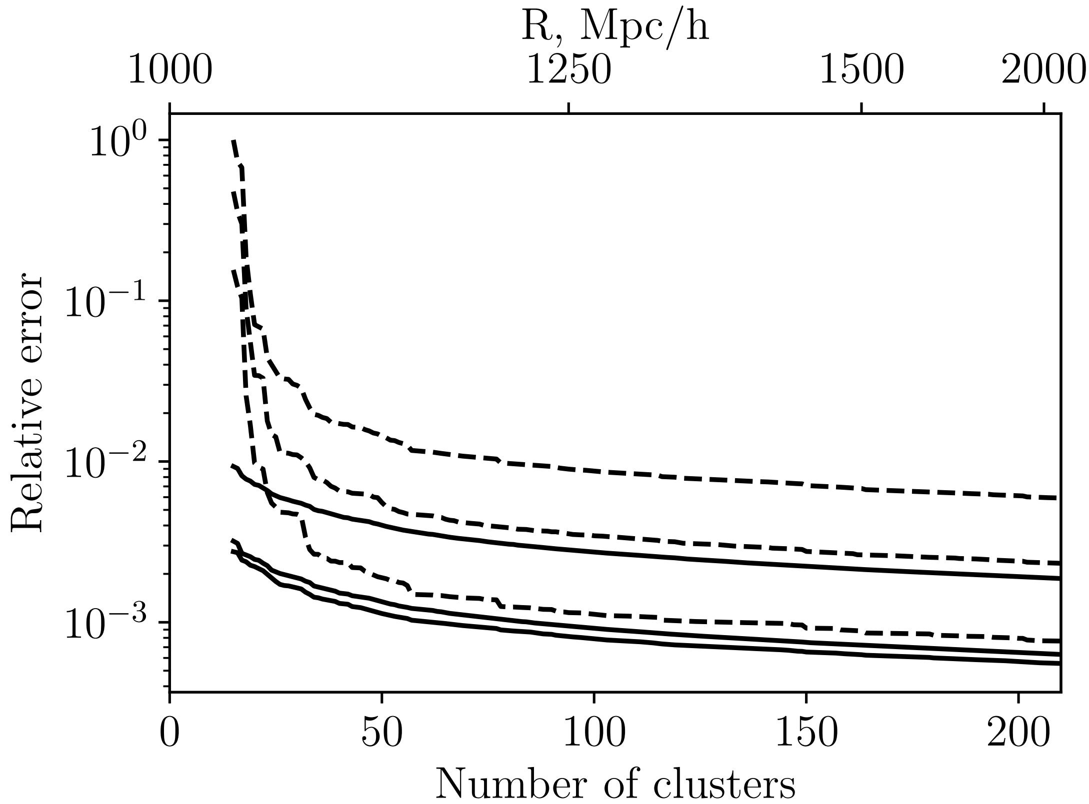

Рис. 1.6: Ошибка определения амплитуд диполя, квадруполя и октуполя (снизу вверх) относительно ошибки для минимального набора из 15 скоплений как функция суммарного числа скоплений от $1000\,h^{-1}$ до $2000\,h^{-1}$ Мпк. Непрерывные линии отвечают полному сигналу (поляризованный + неполяризованный); пунктирные – только неполяризованному сигналу (β_n).

хождения $a_{\ell,m}$ в случае, когда измеряется только неполяризованный сигнал β_n. Для этой выборки из пятнадцати скоплений в случае, когда используется только β_n, ошибка определения $a_{\ell,m}$ принимается равной 1.0. Далее число дальних скоплений в выборке увеличивается. При этом мы используем либо только неполяризованный сигнал, либо полный сигнал. Результаты показаны на Рис. 1.6. Как видно из этого рисунка, точность определения октуполя и квадруполя улучшается в три раза, когда используются измерения поляризации.

Рассмотрение близлежащих ($R < 250\,h^{-1}$ Мпк) и удалённых ($R > 1000$ h^{-1} Мпк) скоплений галактик позволит отделить вклады от неинтегрального и интегрального эффектов Сакса-Вольфа. Наблюдая ближние скопления, можно определить локальные $a_{\ell,m}$, создаваемые эСВ и иэСВ. Однако эти $a_{\ell,m}$ не будут загрязнены зодиакальным светом и излучением пыли нашей Галактики. Измеряя сигнал от далёких скоплений во второй выборке, мы реконструируем $a_{\ell,m}$, созданные только эффектом СВ. Относительная точность восстановления $a_{\ell,m}$ принимается такой же, как и в работе [41], если используются только искажения интенсивности. Стоит отметить, что восстановление коэффициентов с $m = \ell$ является более сложным. Это происходит главным образом потому, что большая часть мощности таких гармоник находится вблизи плоскости Галактики, где число скоплений, наблюдаемых обсерваторией Planck, ограничено.

1.4 Выводы

Мы рассмотрели поляризованный тепловой эффект Сюняева-Зельдовича и вывели в аналитическом виде весьма характерные компоненты спектральных искажений параметров Стокса, которые возникают ввиду наличия дипольной, квадрупольной и октупольной компонент в анизотропии реликтового излучения. Мы показали, что этот тип искажения может быть отделён от других компонент и может быть использован для независимой оценки $\ell = 1, 2, 3$ амплитуд мультиполей и их ориентации. Мы продемонстрировали, что, наблюдая искажённое излучение от близлежащих скоплений, можно независимо оценить коэффициенты анизотропии реликтового излучения $a_{\ell,m}$, $\ell = 1, 2, 3, -\ell \leq m \leq \ell$ в нашем местоположении. Мы также предложили метод разделения эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа путём объединения наблюдений искажённых сигналов от дальних и близлежащих скоплений.

В этой главе не затрагивались разделение фоновых компонент, влияние кинематического эффекта Сюняева-Зельдовича и релятивистских поправок, а также многократное рассеяние реликтовых фотонов. Характерная спектральная форма рассматриваемого здесь типа искажений позволяет отделить их от других сигналов. Неоднородности в межзвёздной среде скопления вместе с двойным рассеянием могут вызывать дополнительную локальную анизотропию, которую также следует учитывать. Большая концентрация скоплений галактик в определённом интервале красных смещений на заданном участке небесной сферы позволит получить репрезентативную статистику, необходимую для решения данной задачи. Кроме того, космическая обсерватория «Миллиметрон» [1], сочетающая высокие угловое разрешение и чувствительность в широком диапазоне частот, позволит нам глубоко наблюдать отдельные скопления, предоставив точные карты распределения давления в межзвёздной среде. Мы подчёркиваем, что в приближении однократного рассеяния отношение ампли-

[1] `https://millimetron.ru`

туд анизотропного и теплового эффектов Сюняева-Зельдовича не зависит от температуры газа и оптической толщины.

Хотя анализируемый сигнал обладает достаточной интенсивностью для потенциальной регистрации обсерваторией «Миллиметрон», требуемое время накопления данных всё ещё превышает современные технические возможности. Кроме того, строгий контроль инструментальной поляризации (включая кросс-поляризацию и наведённую поляризацию) критически важен для минимизации утечек между параметрами Стокса, способных привести к неучтённым систематическим погрешностям и затруднить обнаружение столь слабых спектральных искажений в поляризованном излучении.

Глава 2

Отделение спектральных искажений типа μ реликтового излучения от фонов с плохо определёнными формами спектра

В данной главе предлагается новый подход по отделению спектральных искажений типа μ частотного спектра реликтового излучения от фонов с плохо определёнными формами спектра. Идея основана на поиске оптимального отклика на наблюдаемый сигнал. Этот отклик слабо чувствителен к фонам с параметрами, значения которых находятся в некоторых заранее определённых пределах, и в то же время очень чувствителен к амплитуде μ искажений. Алгоритм, описанный в этой главе, стабилен, прост в реализации и одновременно минимизирует отклик на фоны и фотонный шум. Все результаты данной главы, включая графические материалы, представлены в работе [A2]. Личный вклад автора в данную работу указан во Введении к диссертации.

2.1 Введение

Современная наблюдательная космология уделяет приоритетное внимание исследованию искажений частотного спектра реликтового излучения Вселенной как одной из важнейших своих задач [7, 9, 10, 11, 13]. Обнаружение отклонений этого излучения от равновесного планковского спектра и анализ их пространственного распределения по небесной сфере открывают уникальные возможности для изучения физических процессов, происходивших в ранние эпохи эволюции Вселенной [15, 16, 17, 18]. Эти данные невозможно получить с помощью других астрофизических методов наблюдения.

Период, известный как эпоха μ искажений [27], охватывает диапазон красных смещений от $z = 2 \times 10^6$ до $z = 10^5$. Изучение этих искажений способно пролить свет на процессы, приведшие к выделению энергии в плазме в указанный временной интервал [21, 121, 122, 34, 9, 123]. После $z = 2 \times 10^6$ общее количество фотонов во Вселенной остаётся постоянным, а взаимодействие между фотонами и электронами подчиняется уравнению Компанейца [20]. Если происходит выделение энергии, это преобразует спектр абсолютно чёрного тела в распределение Бозе-Эйнштейна с отличным от нуля химическим потенциалом, который отражает различие между температурой излучения и полным числом фотонов. Для обнаружения спектральных искажений на данный момент готовится космическая обсерватория «Миллиметрон» [2, 72, 73, 74]. Также отдельного упоминания заслуживает миссия PIXIE [75, 76].

Измерение μ искажений представляет сложную задачу из-за влияния фонов космического и инструментального характера [53]. Так, вклад от зеркала телескопа достаточно трудно точно смоделировать ввиду неравномерности его охлаждения. Что касается фонов космического происхождения, даже вдоль одной линии наблюдения спектр такого фона является суперпозицией спектров с разными параметрами (например, температурами для пыли). Клубок из таких спектров очень сложно распутать с точностью, необходимой для измерения μ искажения [12, 53, 124, 125, 126, 127, 128]. Более того, в отличие от наблюдений эффекта Сюняева-Зельдовича (или y искажений), важно обнаружить монопольную компоненту сигнала при измерении μ искажений. Это означает, что невозможно использовать разность двух сигналов с неба для двух различных направлений. Таким образом, необходимо аккуратно откалибровать прибор, а также учесть фоновое излучение, которое генерирует оптическая система телескопа. Оно, в свою очередь, представляет собой плохо моделируемую суперпозицию излучений с разными температурами, исходящих от разных участков неравномерно охлаждаемой поверхности главного зеркала.

Как правило, спектры фонов определяются аналитическими выражениями, которые зависят от некоторых параметров. Для наблюдаемого сигнала эти параметры могут быть распределены произвольно, оставляя точную форму спектра плохо предсказуемой. С целью обойти эту проблему был предложен так называемый метод моментов [129], который, однако, расширяет список отделяемых от μ сигнала спектральных компонент. Кроме того, в этом подходе накладываются строгие предположения о возможных вариациях параметров.

Разработанный в данном исследовании оригинальный подход базируется на использовании уникального оператора – отклика, – применяемого для обработки наблюдаемых сигналов. Этот оператор существенно снижает вклад от фонов, чьи параметры могут варьироваться в заданных пределах, которые могут быть произвольными, но требуют предварительной оценки. При этом в нашем алгоритме отклик на нормированный μ сигнал, по определению, остаётся неизменным. Как продемонстрируют дальнейшие расчёты, при достижении необходимого уровня чувствительности вклад фоновых компонент становится незначительным в сравнении с откликом на μ сигнал. Таким образом, вместо моделирования и разделения спектров фонов с необходимой точностью созданный алгоритм убирает вклад от любого набора фоновых компонент. Важно обозначить, что этот подход может быть применён к любым наблюдениям, в которых спектральная форма излучения плохо определена.

Чтобы показать работоспособность предложенного метода, пока будут рассматриваться три основных источника фона: галактическая пыль, космическое инфракрасное излучение и инструментальные шумы телескопа. Спектральные характеристики этих компонент моделируются с помощью приближения модифицированным чёрным телом [55]. Следует отметить, что в ряде случаев, особенно при высоких требованиях к точности измерений, простая модель модифицированного чёрного тела может оказаться недостаточной для корректного описания спектра межзвёздной пыли [130, 131]. В таких ситуациях более точные результаты даёт представление пылевого излучения в виде суперпозиции нескольких модифицированных чёрнотельных спектров. В частности, двухкомпонентное приближение хорошо описывает наблюдаемое излучение межвёздной среды нашей Галактики в диапазоне $0.1-3$ мм [132]. Вопрос выбора оптимальной модели, включая сравнительный анализ различных подходов, детально рассмотрен в работе [133].

2.2 Отделение μ сигнала от фонов с плохо определёнными формами спектров

Сигнал, который необходимо отделить от полного наблюдаемого спектра, имеет следующий вид [53]:

$$I_\mu = I_0 \frac{x^4 e^x}{(e^x-1)^2}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{x}\right)\mu, \tag{2.1}$$

где $x = h\nu/kT_0$ и температура реликтового излучения $T_0 = 2.72548$ K [5, 6]. Для констант b, I_0 и μ взяты такие же значения, как и в [53]: $I_0 = 270$ МЯн/ср, $\mu = 2\times10^{-8}$ и $b = 2.1923$. Полный наблюдаемый сигнал можно записать в следующем виде:

$$S(\nu) = a_\mu I_\mu(\nu) + \sum_{m=1}^{M} I_m(\nu), \tag{2.2}$$

где a_μ – это искомая амплитуда и $I_m(\nu)$ – M различных фонов.

Для исследования спектральных свойств таких сигналов, как μ искажение или эффект Сюняева-Зельдовича, обычно используется прибор с относительно низким спектральным разрешением – Фурье-спектрометр, который может измерять спектр от минимальной ν_{min} до максимальной ν_{max} частоты в нескольких частотных каналах ν_j, $j = 1,..,J$, с шириной каждого канала $\Delta\nu = \nu_{j+1}-\nu_j$. Таким образом, дискретный сигнал S_j, или вектор $\mathbf{S} = (S_1, ..., S_J)$, который мы измеряем, это

$$\begin{gathered} S_j = a_\mu I_\mu^j + \sum_m I_m^j + N_j,\ \ j = 1,..,J \\ I_\mu^j = \int\limits_{\nu_j-\frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_j+\frac{\Delta\nu}{2}} I_\mu(\nu)\frac{d\nu}{\Delta\nu},\ \ I_m^j = \int\limits_{\nu_j-\frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_j+\frac{\Delta\nu}{2}} I_m(\nu)\frac{d\nu}{\Delta\nu}, \end{gathered} \tag{2.3}$$

где N_j — случайный шум для j-го частотного канала с нулевым средним значением и дисперсиями $\langle N_i N_j\rangle = C_{ij}$. Ожидается, что ковариационная матрица шума будет близка к диагональной: $C_{jj} = \sigma_j^2$, и $C_{ij} = 0$, если $i \neq j$. Значения σ_j зависят от фотонного шума, поступающего с неба и от оптики телескопа, длины частотного диапазона Фурье-спектрометра ($\nu_{min} : \nu_{max}$), спектрального разрешения $\Delta\nu$, числа частотных диапазонов Фурье-спектрометра и времени интегрирования (длительности наблюдений).

В общем случае каждый I_m зависит от L параметров p_ℓ, $\ell = 1, .., L$, и каждый из наблюдаемых фонов можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} I_m^j(\nu) &= \int\limits_\Omega a_m(\mathbf{P}) f_m(\nu_j, \mathbf{P}) d\mathbf{P}, \\ d\mathbf{P} &= dp_{_1} dp_{_2} \cdot \cdot dp_{_L}, \end{aligned} \tag{2.4}$$

где $\mathbf{P} = (a_{_1}, ., a_{_L})$ – набор параметров, $f_m(\nu_j, \mathbf{P})$ – функции, представляющие спектры фонов, как правило, описываемые аналитической формулой, Ω – область изменения параметров, а a_m – амплитуды излучения фонов, являющиеся функциями параметров $\mathbf{P}$. Таким образом, если, например, $a_m(\mathbf{P})$ имеет вид дельта-функции $a_m(\mathbf{P}) = A_m \cdot \delta(\mathbf{P} - \mathbf{P_m})$, то фон с индексом m будет иметь форму спектра с чётко определёнными параметрами $\mathbf{P_m}$ и амплитудой A_m: $I_m^j(\nu) = A_m \cdot f_m(\nu_j, \mathbf{P_m})$. Чтобы сделать наш подход максимально независимым от выбора модели, $a_m(\mathbf{P})$ рассматриваются как случайные функции с неизвестными свойствами. Мы накладываем очень слабые ограничения на эти функции следующим образом:

а) Интегралы по области Ω от модулей амплитуд a_m должны быть меньше оценённых предварительно значений A_m, при этом для параметров вне области Ω амплитуды принимаются равными нулю:

$$\begin{aligned} &\int\limits_\Omega \mid a_m(\mathbf{P}) \mid d\mathbf{P} < A_m, \\ &a_m(\mathbf{P}) = 0 \;\; for \;\; \mathbf{P} \notin \Omega. \end{aligned}$$

б) Случайные функции a_m должны быть независимы друг от друга для фонов разного происхождения, и, следовательно, a_m и a_k не коррелируют, если $m \neq k$. Это предположение может оказаться не совсем верным, и тогда возможные корреляции нужно учесть при более детальном анализе.

2.2.1 Описание алгоритма

Полный наблюдаемый сигнал $\mathbf{S}$ можно естественным образом разделить на три части (три вектора):

$$\begin{aligned} &\mathbf{S} = a_\mu \mathbf{I}_{\boldsymbol{\mu}} + \mathbf{F} + \mathbf{N}, \\ &\mathbf{F} = (F_1, .., F_J), \;\; F_j = \sum_m I_m^j, \\ &\mathbf{N} = (N_1, .., N_J) \end{aligned} \tag{2.5}$$

где $\mathbf{I}_{\boldsymbol{\mu}}$ – это сигнал μ искажения, $\mathbf{F}$ – совокупный фон, а $\mathbf{N}$ представляет собой случайный шум. Задача любого линейного алгоритма – найти оптимальный вектор весов $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, .., \omega_J)$ для частотных каналов, который должен обладать следующим свойством:

$$\boldsymbol{\omega}{\cdot}\mathbf{S}^{\mathbf{T}} = \sum_{j=1}^{J} \omega_j S_j \to a_\mu \text{ для } \sigma_j \to 0, \;\; j = 1, .., J. \tag{2.6}$$

Таким образом, суммирование полного наблюдаемого сигнала по всем каналам с соответствующими весами должно максимально приблизить нас к оценке амплитуды μ искажения a_μ.

В нашей терминологии, скалярное произведение $\boldsymbol{\omega}{\cdot}\mathbf{S}^{\mathbf{T}} = R(\mathbf{S})$ называется откликом на сигнал:

$$R(\mathbf{S}) = a_\mu R(\mathbf{I}_{\boldsymbol{\mu}}) + R(\mathbf{F}) + R(\mathbf{N}). \tag{2.7}$$

Первое условие, накладываемое на веса, очевидно:

$$R(\mathbf{I}_{\boldsymbol{\mu}}) = \sum_j \omega_j I_\mu^j = 1. \tag{2.8}$$

При отсутствии фонов и шума оператор отклика даёт значение амплитуды искомого сигнала. Второе условие должно минимизировать отклик на оставшуюся часть сигнала в уравнении (2.7).

Средний квадрат отклика на фон $R(\mathbf{F})$ можно записать следующим образом:

$$\langle R^2(\mathbf{F})\rangle = \langle \sum_{m=1}^{M} a_m^2(\mathbf{P}) \left[\sum_{j=1}^{J} f_m(\nu_j, \mathbf{P}) \cdot \omega_j \right]^2 \rangle. \tag{2.9}$$

Согласно нашим предположениям выше относительно $a_m(\mathbf{P})$, можно записать следующее неравенство:

$$\begin{aligned}
&\langle R^2(\mathbf{F})\rangle < \sigma^2_{F,max} = \sum_{i,j=1}^{J}\left[\sum_{m=1}^{M} A_m^2 q_{ij}^m\right]\omega_i\omega_j, \\
&q_{ij}^m = \tfrac{1}{V_\Omega}\int\limits_{\Omega} f_m(\nu_i,\mathbf{P}) f_m(\nu_j,\mathbf{P}) d\mathbf{P},
\end{aligned} \tag{2.10}$$

где V_Ω – объём области параметров Ω. Интегралы q_{ij}^m могут быть предварительно рассчитаны для всех типов фонов ($m = 1, ..., M$) численно или, в некоторых частных случаях, аналитически в зависимости от конфигурации области параметров Ω.

Поскольку $\langle R^2(\mathbf{N})\rangle = \sum\limits_{i,j} C_{ij}\omega_i\omega_j$, то минимизация отклика на фон и на шум достигается с весами ω_j, соответствующими минимуму квадратичной формы Q:

$$\begin{aligned}
&\langle (R(\mathbf{F}) + R(\mathbf{N}))^2\rangle = \langle R^2(\mathbf{F})\rangle + \langle R^2(\mathbf{N})\rangle < Q, \\
&Q = \sum_{i,j=1}^{J}\left[\sum_{m=1}^{M} A_m^2 q_{ij}^m + C_{ij}\right]\omega_i\omega_j.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Наконец, можно найти коэффициенты ω_j, при которых достигается минимум функции $Q(\omega_1, .., \omega_J)$:

$$\begin{aligned}
&\tfrac{\partial Q}{\partial \omega_j} = 0,\ \ j = 2, .., J, \\
&\omega_1 = \tfrac{1}{I_\mu^1} - \sum_{j=2}^{J}\omega_j \tfrac{I_\mu^j}{I_\mu^1}.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Таким образом, ω_j, вычисленные по уравнению (2.12), представляют собой оптимальный набор весов для оценки амплитуды a_μ. Фактически, решение уравнения (2.12) эквивалентно согласованному фильтру [134, 135, 136, 137, 138, 139, 140] с ковариационной матрицей $\mathbf{Q} = [Q_{ij}]$ и сигналом известной формы в виде μ искажения:

$$\begin{aligned}
&Q_{ij} = \sum_{m=1}^{M} A_m^2 q_{ij}^m + C_{ij}, \\
&\boldsymbol{\omega} = \alpha \cdot \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{I}_\mu,
\end{aligned} \tag{2.13}$$

где коэффициент α определяется нормировкой в уравнении (2.8). Стоит отметить, что вместо обращения матрицы $\mathbf{Q}$ гораздо проще решить систему уравнений (2.12). При малых значениях фотонного шума (высокой чувствительности) собственные значения этой матрицы могут отличаться друг от друга на много порядков, что делает процесс обращения большой матрицы $\mathbf{Q}$ нестабильным.

Для оценки эффективности алгоритма удобно использовать следующие обозначения: $\sigma_{_F}^2 = \langle R^2(\mathbf{F})\rangle$, $\sigma_{_N}^2 = \langle R^2(\mathbf{N})\rangle$. Оценка для амплитуды $\tilde{a}_\mu$ совпадает с истинным значением a_μ с точностью:

$$\tilde{a}_\mu = a_\mu \pm \sqrt{\sigma_{_F}^2 + \sigma_{_N}^2}. \tag{2.14}$$

Согласно обозначениям в уравнениях (2.1) и (2.2), ожидаемая амплитуда в рассматриваемой модели равна $a_\mu = 1$. Согласно уравнению (2.10), $\sigma_{_{F,max}} > \sigma_{_F}$, и наша оценка полной дисперсии всегда завышена: $\sqrt{\sigma_{_{F,max}}^2 + \sigma_{_N}^2} > \sqrt{\sigma_{_F}^2 + \sigma_{_N}^2}$.

Следует отметить, что выбор двух указанных выше условий (на которых основано вычисление матрицы $\mathbf{Q}$) не может гарантировать, что будут найдены действительно оптимальные коэффициенты. Более тонкий подход заключался бы в ограничении функций $a_m(\mathbf{P})$ сверху следующим образом:

$$\mid a_m(\mathbf{P}) \mid < A_m(\mathbf{P}), \qquad \mathbf{P} \in \Omega. \tag{2.15}$$

Тем не менее, отсутствие информации о фонах заставляет нас жертвовать точностью оценки амплитуды сигнала μ искажения. В противном случае, остается риск, что неправильная модель фона приведет к неправильным интерпретациям наблюдательных данных. Более подробный подход к моделированию фонов, в принципе, может обеспечить лучшие значения коэффициентов $\boldsymbol{\omega}$, но это выходит за рамки текущего анализа. Также нужно отметить, что, в действительности, $\langle R(\mathbf{F})\rangle \neq 0$. Это означает, что предполагаемая оценка a_μ может оказаться смещённой. Поскольку мы оставляем распределение параметров неизвестным, мы не пытаемся вносить какие-либо поправки к смещённой оценке. Таким образом, неизвестное смещение скрыто в полной дисперсии. В следующем разделе будет приведен пример модели фона со сравнительно реалистичным распределением параметров, а также будет показано, что это смещение мало по сравнению с дисперсией.

2.3 Результат выделения искажения типа μ из сигнала с фоновыми компонентами

В этом разделе показывается эффективность алгоритма извлечения μ сигнала из наблюдаемого спектра при наличии набора фонов. Вклад в наблюдаемый спектр от некоторых фонов может представлять собой наложение спектров излучения с различными неопределёнными параметрами. Для ясности уместно начать с задачи только для одного параметра, затем перейдя к более общему случаю.

2.3.1 Образец фона в виде неизвестной комбинации спектров в форме серого тела

Рассмотрим самый простой случай, когда фон берётся в виде суперпозиции спектров серого тела:

$$\begin{gathered} I_{gb}(\nu) = \int\limits_{T_{min}}^{T_{max}} a(T) B(\nu, T) dT, \\ B(\nu, T) = \tfrac{2(kT)^3}{(hc)^2} \tfrac{x^3}{e^x - 1}, \;\; x = \tfrac{h\nu}{kT}, \end{gathered} \tag{2.16}$$

где температура может изменяться от некоторого минимального T_{min} до некоторого максимального T_{max} значения. Этот интервал выступает в роли одномерной области Ω, когда имеется только один параметр в лице температуры. Этот интервал изменения температуры всегда можно оценить (например, для главного зеркала телескопа). Максимально возможное значение для функции излучательной способности зеркала также поддаётся оценке: $\int\limits_{T_{min}}^{T_{max}} \mid a(T) \mid dT < A_{max}$. Наблюдаемый сигнал

$$\begin{gathered} S_j = a_\mu I_\mu^j + \int\limits_{T_{min}}^{T_{max}} a(T) B_j(T) dT + N_j, \\ B_j(T) = \int\limits_{\nu_j - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_j + \frac{\Delta\nu}{2}} B(\nu, T) \tfrac{d\nu}{\Delta\nu}, \end{gathered} \tag{2.17}$$

Для простоты мы считаем ковариационную матрицу шума диагональной.

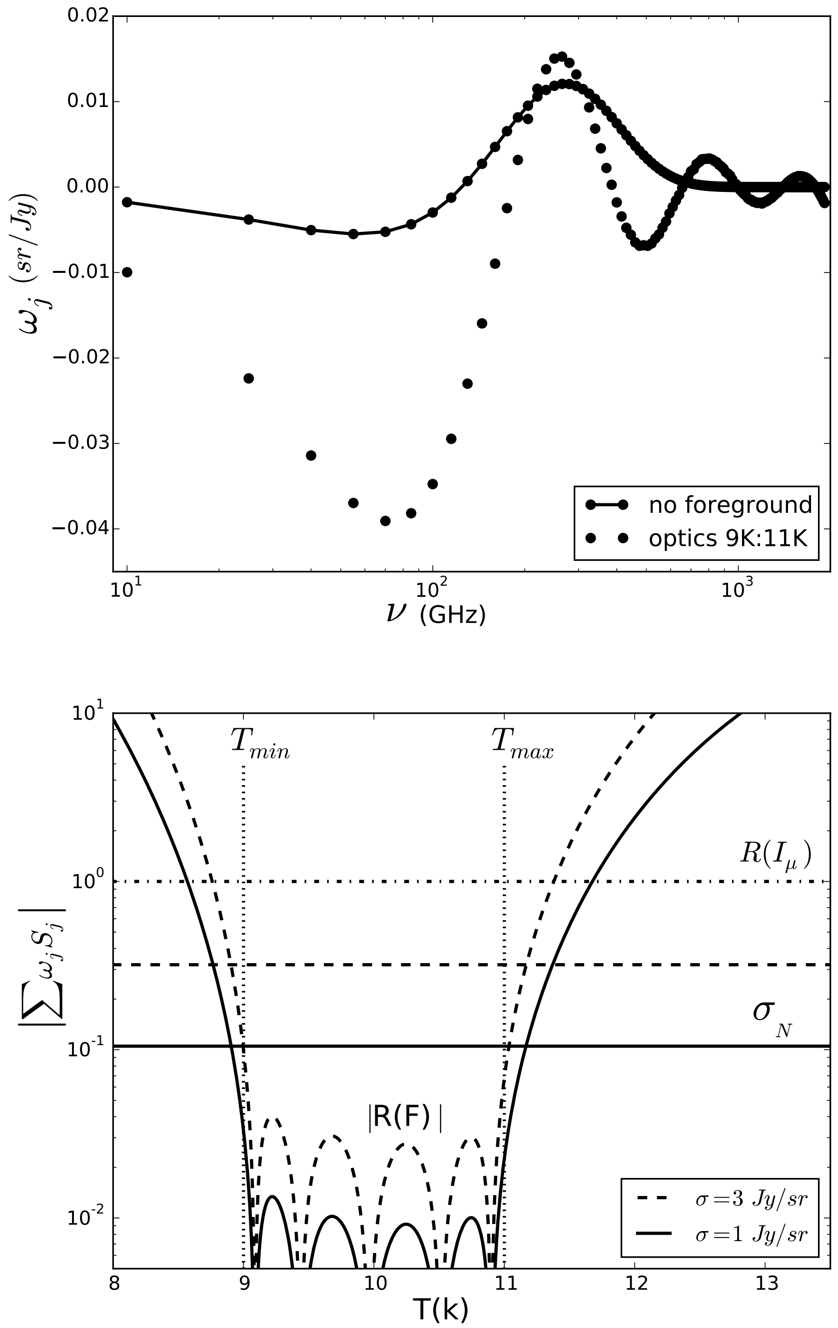

Рис. 2.1: Результаты применения алгоритма, когда фон представляет собой неизвестную суперпозицию спектров серого тела с температурами, распределёнными произвольным образом в диапазоне от 9 K до 11 K. Излучательная способность $\int\limits_{9K}^{11K} \mid a(T) \mid dT < 10^{-3}$. *Сверху*: Точками изображены оптимальные веса ω_j для $\sigma = 3$ Ян/ср. Соединённые сплошной линией точки показывают ω_j при отсутствии фона. *Снизу*: Максимально возможные модули отклика на фон $R(\mathbf{F})$ как функции температуры для $\sigma = 3$ Ян/ср и $\sigma = 1$ Ян/ср показаны пунктирной и сплошной линиями соответственно в предположении, что всё излучение сосредоточено при одной температуре T: $F(\nu) = 10^{-3} \cdot B(\nu, T)$. Любая комбинация источников с различными температурами, распределёнными между 9 K и 11 K, при ограничении на $a(T)$ даст отклик менее $\frac{1}{(T_{max}-T_{min})} \int\limits_{T_{min}}^{T_{max}} \mid R(\mathbf{F}) \mid dT$. Горизонтальные штриховые и сплошные линии представляют отклик на шум; горизонтальная штрихпунктирная линия – отклик на сигнал μ искажения. Вертикальные линии ограничивают область изменения температуры.

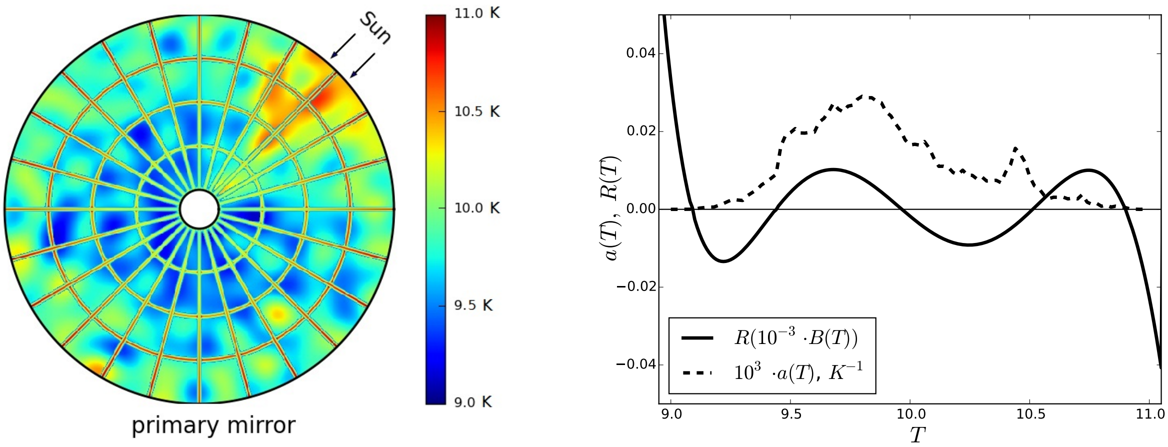

Рис. 2.2: Упрощённая модель фона, создаваемого главным зеркалом телескопа. *Слева*: Распределение температуры по поверхности зеркала смоделировано для эксперимента «Миллиметрон» [2]. Зазоры между отражающими панелями имеют немного более высокую температуру, чем сами панели. Поскольку охлаждающие приборы находятся близко к центру, внутренняя часть зеркала охлаждается эффективнее, чем панели на периферии. Горячее пятно, ориентированное примерно на 2 часа, существует из-за соответствующей ориентации телескопа относительно Солнца. Это пятно перемещается со временем и совершает полный оборот вокруг зеркала за один год. *Справа*: Распределение амплитуды $a(T)$ в зависимости от температуры изображено пунктирной линией. Узкий пик при температуре чуть менее 10.5 К соответствует вкладу в излучение от зазоров между панелями. Сплошная линия соответствует отклику на фон с формой спектра в виде серого тела, когда всё излучение сосредоточено при температуре T; т. е. $a(T)$ имеет вид дельта-функции: $a(T') = 10^{-3} \cdot \delta(T' - T)$ (то же самое, что на Рис. 2.1(б) для фотонного шума $\sigma = 1$ Ян/ср).

В соответствии с уравнениями (2.10) и (2.11) можно записать выражение для квадратичной формы Q:

$$
\begin{aligned}
Q &= A_{max}^2 \sum_{i,j=1}^{J} q_{ij}\omega_i\omega_j + \sum_{j=1}^{J} \sigma_j^2\omega_j^2, \\
q_{ij} &= \frac{1}{T_{max}-T_{min}} \int\limits_{T_{min}}^{T_{max}} B_i(T)B_j(T)dT.
\end{aligned}
\tag{2.18}
$$

Таким образом, уравнения (2.12) и (2.18) дают нам веса ω_j. Если амплитуда шума значительно превышает возможный вклад от фона, то оптимальные веса будут $\omega_j \sim I_\mu^j/\sigma_j^2$, как и ожидалось в случае отсутствия фона [1]. Для шума, равномерно распределённого по всем частотным каналам ($\sigma_j = \sigma$), весовая функция будет иметь в точности форму сигнала: $\omega_j \sim I_\mu^j$. Уменьшая шум, мы начинаем существенно менять оптимальные значения весов и тем самым

[1] Действительно, в простейшем случае при отсутствии фонов для двух каналов $Q = (\sigma_1\omega_1)^2 + (\sigma_2\omega_2)^2$ и $\omega_1 = \frac{1}{I_\mu^1} - \omega_2\frac{I_\mu^2}{I_\mu^1}$. Тогда $\frac{\partial Q}{\partial\omega_2} = 2(\sigma_2)^2\omega_2 + 2\left(\frac{\sigma_1}{I_\mu^1}\right)^2(\omega_2(I_\mu^2)^2 - I_\mu^2) = 0$. Решение системы линейных уравнений с двумя неизвестными даёт $\omega_1 = \frac{I_\mu^1}{\sigma_1{}^2}\frac{1}{(I_\mu^2/\sigma_2)^2+(I_\mu^1/\sigma_1)^2}$ и $\omega_2 = \frac{I_\mu^2}{\sigma_2{}^2}\frac{1}{(I_\mu^2/\sigma_2)^2+(I_\mu^1/\sigma_1)^2}$.

уменьшаем не только отклик на шум $R(\mathbf{N})$, но и отклик на неизвестный фоновый сигнал $R(\mathbf{F}(T))$. Отклик на фон является функцией T, тогда как отклик на шум является просто числом.

В этой части численного моделирования функция $a(T)$ случайна и неизвестна, но

$$\int\limits_{9K}^{11K} \mid a(T) \mid dT < A_{max} = 10^{-3}.$$

Всего задействовано $J = 128$ частотных каналов ν_j в диапазоне от 10 ГГц до 2 ТГц с шириной каждого канала $\Delta\nu = 15$ ГГц. На Рис. 2.1 справа показан максимально возможный отклик на фон $\mid R(10^{-3} \cdot \mathbf{B}(T)) \mid > \mid R(\mathbf{F}(T)) \mid$ для двух различных значений фотонного шума, $\sigma = 3$ Ян/ср и $\sigma = 1$ Ян/ср. Хорошо видно, что при достаточно малых $\sigma = \langle N_j^2 \rangle$ оптимально выбранные коэффициенты ω_j обеспечивают отклик на фон, который пренебрежимо мал по сравнению с откликом на сигнал, $R(\mathbf{I}_{\boldsymbol{\mu}}) = 1$.

Далее приводится пример применения алгоритма к реальному фону, создаваемому оптической системой телескопа. На Рис. 2.2 показана упрощённая модель главного зеркала телескопа в эксперименте «Миллиметрон» [2]. Эта модель представляет собой зеркало диаметром 10 метров, охлаждённое до температуры 10 K и состоящее из 96 панелей. Поскольку угловое разрешение не является решающим фактором при изучении μ искажений, в таком большом зеркале острой необходимости нет. Тем не менее, этот эксперимент также включает изучение y искажений и эффектов, связанных с рассеянием реликтовых фотонов на плазме в скоплениях галактик (эффект Сюняева-Зельдовича), где крайне желательно иметь хорошее разрешение. На рисунке 2.2 показано распределение температуры по поверхности неравномерно охлаждённого зеркала. Предполагается, что каждый элемент поверхности излучает, как серое тело с температурой T и излучательной способностью менее 10^{-3}. При моделировании температуры поверхности этого зеркала учитывалось несколько факторов:

- средняя температура $T = 10$ K;
- градиент температуры от центра к периферии (из-за более эффективного охлаждения внутренних панелей);
- горячее пятно из-за нагрева одной стороны телескопа Солнцем;

- случайное гауссово распределение температуры с характерным масштабом холодных и горячих пятен, примерно соответствующим размеру панелей;

- зазоры между панелями, которые заметно горячее остальной поверхности.

Справа на Рис. 2.2 изображено распределение амплитуды $a(T)$ в зависимости от температуры, а также показан отклик на фон, когда амплитуда имеет вид дельта-функции: $a(T') = 10^{-3} \cdot \delta(T' - T)$, $R(\mathbf{F}) = R(10^{-3} \cdot \mathbf{B}(T))$ (то же, что и на рис. 2.1). Таким образом, отклик на создаваемый зеркалом фон равен

$$R(\mathbf{F}) = \int\limits_{9K}^{11K} a(T) R(\mathbf{B}(T)) dT. \tag{2.19}$$

В этом конкретном случае отклик $R(\mathbf{F}) = 0.091\sigma_{F,max}$ очень мал по сравнению с рассчитанным максимально возможным среднеквадратическим отклонением. Как отмечено выше, среднее значение отклика на фон не равно нулю. Чтобы его найти, нужно знать среднее распределение $\langle a(T) \rangle$:

$$\langle R(\mathbf{F}) \rangle = \int\limits_{9K}^{11K} \langle a(T) \rangle R(\mathbf{B}(T)) dT. \tag{2.20}$$

В данной модели мы предполагаем, что это среднее распределение не сильно отличается от рассчитанного $a(T)$, которое показано на Рис. 2.2. Таким образом, в реальных распределениях параметров смещение не только меньше, чем $\sigma_{F,max}$, но и, как правило, оно значительно меньше этого завышенного значения. Поскольку в общем случае свойства функции $a(T)$ неизвестны, мы не пытаемся вводить какие-либо поправки на смещение.

На этом упрощённом примере легко увидеть, что моделирование спектра, излучаемого оптикой телескопа, является крайне сложной, если не невозможной, задачей. Любая попытка рассчитать такой спектр, меняющийся в ходе наблюдений, осложняется большим количеством факторов, которые необходимо учитывать. Разработанный здесь подход позволяет преодолеть эти трудности. Достаточно знать только три величины: минимальную и максимальную возможные температуры поверхности зеркала и её максимально возможную излучательную способность. Также следует подчеркнуть, что излучение оптики

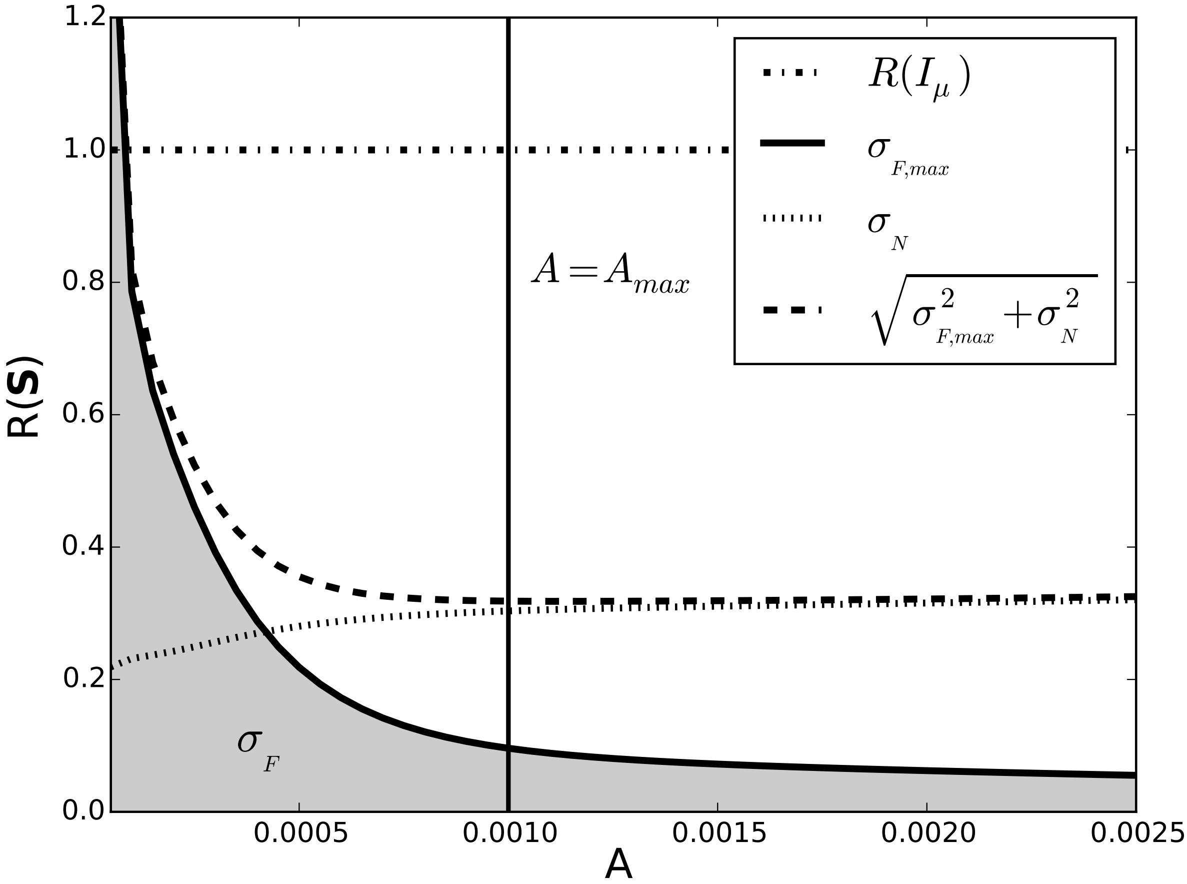

Рис. 2.3: Зависимость σ_F и σ_N от оценённого верхнего ограничения $A = \int \mid a(T) \mid dT$ амплитуды. Произвольный набор источников излучения со спектрами, имеющими форму серого тела, с температурами в диапазоне между 9 K и 11 K и совокупной амплитудой меньше A даст отклик $\mid R(\mathbf{F}) \mid$, который будет лежать в серой области под кривой $\sigma_{F,max}$. Минимум функции $\sqrt{\sigma_{F,max}^2 + \sigma_N^2}$ достигается, если правильно оценить амплитуду $A = A_{max} = 10^{-3}$

должно моделироваться комбинацией излучений модифицированного чёрного тела (комбинация спектров серого тела рассматривается здесь для простоты).

Рисунок 2.3 демонстрирует, насколько важно правильно оценить верхний предел амплитуды A_{max}. На нём показана зависимость $\sigma_{_N}$ и $\sigma_{_{F,max}}$ от оценки верхнего предела амплитуды A. Недооценка этой амплитуды может привести к увеличению отклика на фон и неправильной интерпретации данных. В то же время переоценка этой амплитуды в данном случае не столь рискованна. Тем не менее, в более общих случаях переоценка амплитуды фона может привести к резкому увеличению отклика на фотонный шум, что снижает точность оценки a_μ. Минимум полного отклонения $\sqrt{\sigma_{_N}^2 + \sigma_{_{F,max}}^2}$ отклика на сигнал от истинной амплитуды a_μ достигается при $A = A_{max}$.

2.3.2 Пыль и космический инфракрасный фон

Вклад пыли и космического инфракрасного фона (КИФ) в полный сигнал можно записать в следующей форме:

$$I_{_{dust,CIB}}(\nu, T, \beta) = \tau(\nu/\nu_0)^\beta B(\nu, T), \tag{2.21}$$

где используется опорная частота $\nu_0 = 353$ ГГц. Аналогично уравнениям (2.3) и (2.17), полный сигнал $\mathbf{S} = S_1, .., S_J$ равен

$$\begin{aligned} S_j &= I_\mu^j + \int\limits_\Omega a(T, \beta) f(\nu_j, T, \beta) dT d\beta + N_j, \\ f(\nu_j, T, \beta) &= \int\limits_{\nu_j - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_j + \frac{\Delta\nu}{2}} (\nu/\nu_0)^\beta B(\nu, T) \frac{d\nu}{\Delta\nu}. \end{aligned} \tag{2.22}$$

Для определения границ области параметров (T, β) были использованы данные Planck [61, 141]. Функция распределения вероятностей для этих параметров была рассчитана с использованием 10-градусной круговой части неба с центром в $l = 13.731^o$, $b = -73.946^o$; см. Рис. 2.4. Чёрные контуры ограничивают область параметров $\Omega(T, \beta)$. Стоит обратить внимание, что области параметров пыли и инфракрасного фона, в принципе, могут накладываться друг на друга. Это ничего не меняет при анализе, поскольку в таком случае они рассматриваются как единый фон. Вероятность нахождения параметров за пределами этой области меньше 0.0002. При этом максимально допустимое значение излу-

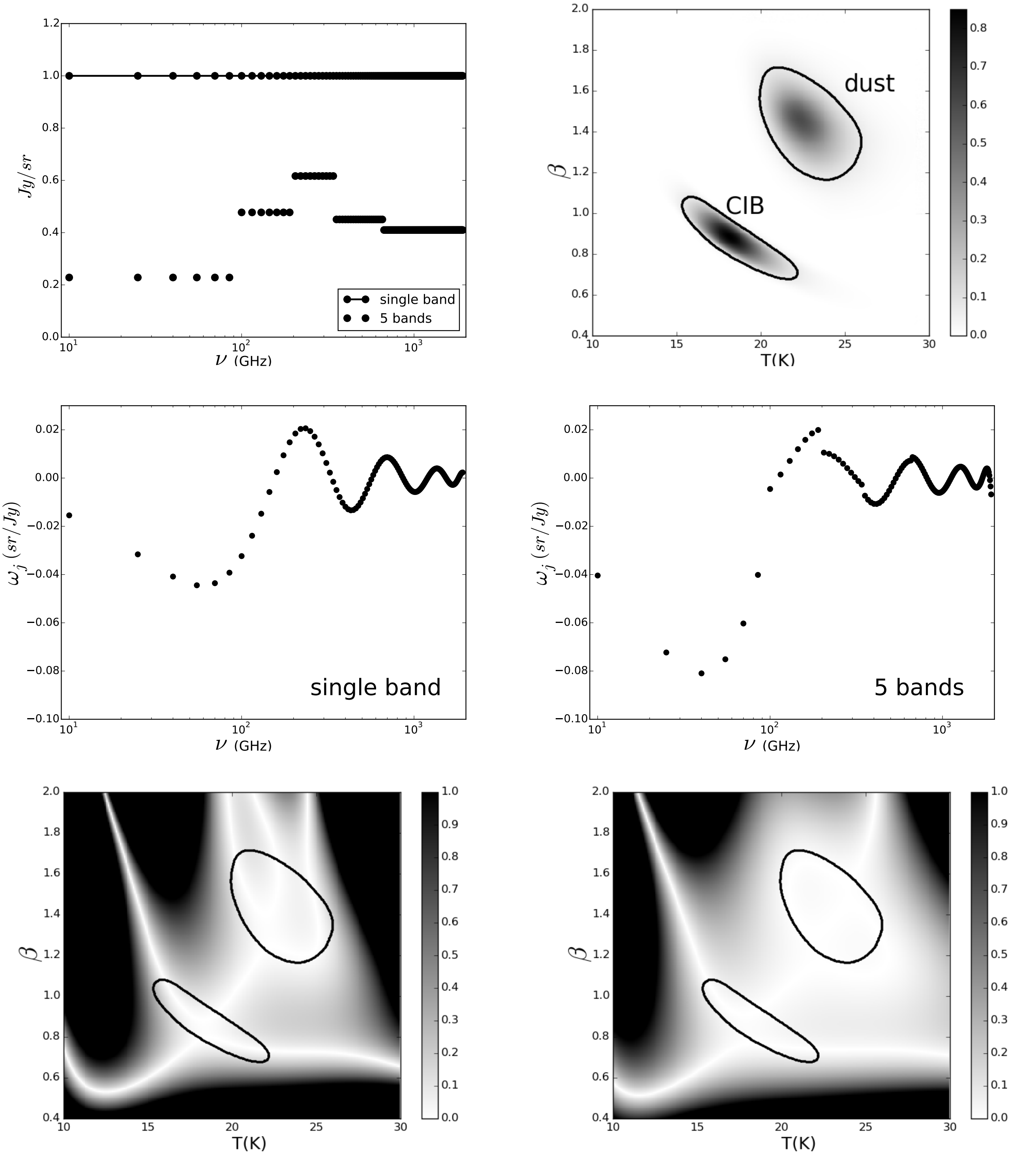

Рис. 2.4: Отделение μ искажения от пыли и КИФ. *Сверху слева*: чувствительность в частотных каналах для Фурье-спектрометра с одним и пятью диапазонами. *Сверху справа*: совместная функция распределения вероятностей для параметров T и β пыли и инфракрасного фона. *Посередине*: веса ω_j для случаев одного и пяти диапазонов слева и справа соответственно. *Снизу*: отклики на совокупный фон из пыли и КИФ $|R(\mathbf{F}(T,\beta))|$ с $\int\limits_{\Omega} |a(T,\beta)|dTd\beta < A_{max} = 10^{-6}$ для Фурье-спектрометров с одним (слева) и пятью (справа) диапазонами. В тёмных областях отклик на фон превышает отклик на сигнал: $|R(\mathbf{F}(T,\beta))| > R(\mathbf{I}_{\boldsymbol{\mu}}) = 1$. В белых областях $R(\mathbf{F}(T,\beta)) = 0$. Промежуточные значения отлика показаны оттенками серого. Отклики на шум составляют $\sigma_{_N} = 0,124$ для одного диапазона и $\sigma_{_N} = 0,046$ для пяти диапазонов.

чательной способности τ для используемых нами данных не превышает 10^{-6}: $\int\limits_{\Omega} \mid a(T, \beta) \mid dT d\beta < A_{max} = 10^{-6}$. Как и ранее, использовались 128 каналов шириной 15 ГГц от 10 ГГц до 2 ТГц. Для сравнения эффективности различных конфигураций Фурье-спектрометра показаны результаты для двух разных случаев: с одним и пятью диапазонами. Их чувствительности (шум $\langle N_j^2 \rangle$) рассчитаны с использованием [142, 143] для одного и того же времени интегрирования (сверху слева на Рис. 2.4). Когда диапазон Фурье-спектрометра делится на пять частей, такая конфигурация даёт лучшую чувствительность. Посередине Рис. 2.4 показаны результаты расчёта оптимальных весов ω_j для одного и пяти диапазонов соответственно. Весовая функция для пяти диапазонов имеет разрывы в точках, равных минимальной и максимальной частотам каждого диапазона. Результаты для максимально возможного отклика на фон для этих двух случаев показаны внизу Рис. 2.4. Видно, что конфигурация с пятью диапазонами обеспечивает лучшие отклики и на шум, и на фон.

2.3.3 Включение остальных фонов

До этого для простоты алгоритм применялся к случаю с пылью и космическим инфракрасным фоном. Теперь рассмотрим, как можно включить другие фоновые компоненты. Во-первых, нужно добавить излучение, создаваемое оптикой телескопа, поскольку оно описывается той же формулой модифицированного чёрного тела и зависит от тех же параметров. В этом случае к двум областям в плоскости $\mathbf{P} = (T, \beta)$ на Рис. 2.4 добавляется еще одна область. Эта область соответствует изменениям температуры и спектрального индекса для оптической системы. Её размер и конфигурация зависят от свойств главного зеркала: средней температуры, характеристик системы охлаждения, качества шлифовки поверхности и т.д. Следующими компонентами, которые следует добавить, являются спектральные искажения, связанные с излучением реликтового излучения: анизотропная составляющая реликтового излучения («cosmic microwave background anisotropy», или CMBA), эффект Сюняева-Зельдовича (y-искажения) и его релятивистские поправки [28]. Спектр монополя реликтового излучения хорошо известен и может быть вычтен из полного сигнала. Больше всего «вреда» приходится от анизотропии реликтового излучения:

$$\begin{aligned} I_{CMBA} &= \tfrac{2(kT_0)^3}{(hc)^2}\tfrac{x^4}{(e^x-1)^2} \cdot \tfrac{\Delta T}{T_0}, \\ x &= h\nu/kT_0, \end{aligned} \tag{2.23}$$

потому что её форма точно пропорциональна первому члену в уравнении (2.1) для μ искажения. Это неудивительно, поскольку анизотропия реликта и μ искажение имеют схожее физическое происхождение. В частности, второй член в уравнении (2.1) даёт нам возможность измерить химический потенциал. Этот член проявляется в основном для $\nu < 200$ ГГц. Поэтому важно добиться хорошей чувствительности на относительно низких частотах. Что касается максимально возможной амплитуды анизотропии, то безопасная оценка составляет $\mid \frac{\Delta T}{T_0} \mid < A_{CMBA} = 10^{-4}$. Форма I_{CMBA} не зависит ни от каких параметров $\mathbf{P}$, но формально мы считаем эту зависимость постоянной. Аналогично необходимо учесть эффект Сюняева-Зельдовича и релятивистские поправки. Верхний предел их амплитуд зависит от конкретного положения на небе и наличия мощных источников эффекта Сюняева-Зельдовича. Добавляя по одному другие фоны (синхротронное излучение, излучение свободно-свободных переходов и т.д.) с их переменными параметрами, мы в итоге получаем полный набор компонент, которые необходимо учитывать при решении задачи отделения μ сигнала.

2.4 Выводы

В данном разделе представлен способ избавления от космических фонов с плохо определёнными спектральными характеристиками при измерении μ искажения.

Основой этого подхода является алгоритм поиска специальных весов для частотных каналов. В случае достаточной чувствительности сумма измерений сигнала с этими весами, называемая откликом, слабо чувствительна к наличию фонов с параметрами, лежащими в некотором предварительно оценённом диапазоне их возможных изменений. Поэтому отклик на фоны становится пренебрежимо малым по сравнению с откликом на сигнал μ искажения. В данном разделе рассматривались только некоторые типы фоновых компонент. Применение алгоритма ко всем возможным фонам рассматривается в следующей главе.

Следует отметить, что данный подход может быть применён к экспериментам по изучению явлений, связанных с эффектом Сюняева-Зельдовича, например [41, 106, 108, 107, 31], а также к любым физическим экспериментам с плохо определёнными спектрами фоновых компонент сигнала.

Глава 3

Метод наименьшего отклика для отделения спектральных искажений реликтового излучения от фонов

Мы представляем алгоритм разделения сигнала и фонов для фильтрации данных наблюдений с целью извлечения спектральных искажений реликтового излучения (РИ). Наш линейный метод, называемый методом наименьшего отклика (*«least response method»*, или *LRM*), основан на идее одновременной минимизации отклика на все возможные фоны с плохо определёнными спектральными формами и случайный шум с сохранением постоянного отклика на интересующий сигнал. Эта идея была подробно представлена в предыдущей главе. В этой главе мы расширим наш анализ, приняв во внимание все основные фоновые компоненты. Будет проведено подробное сравнение нашего подхода с модификацией метода внутренней линейной комбинации (*«internal linear combination»*, или *ILC*), ранее использовавшегося для карт анизотропии реликта, будут показаны преимущества LRM и оценены перспективы измерения различных типов спектральных искажений.

Кроме того, мы покажем, что LRM может быть усовершенствован, если использовать итерационный подход с последовательным выделением и частичным вычитанием фоновых компонент из наблюдаемого сигнала.

Кроме того, мы оцениваем оптимальную температуру, которую желательно должна иметь оптическая система телескопа для обнаружения искажений типа μ. Результаты, изложенные в данной главе (включая графические материалы) опубликованы в работе [A3]. Персональный вклад автора в данную работу описан во Введении к диссертации.

3.1 Введение

Связанные с изучением реликтового излучения недавние космические миссии WMAP [3] и Planck [4] существенно расширили наши знания об анизотропии реликтового излучения, спектре мощности флуктуаций $\Delta T/T$ и почти гауссовом характере их распределения на небесной сфере. В конечном итоге эти наблюдательные данные помогли оценить основные космологические параметры.

Однако еще больше информации можно получить, изучая спектральные искажения космического микроволнового фона. Будучи одной из ключевых целей наблюдательной космологии [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14], измерение отклонений спектра реликтового излучения от формы чёрного тела должно раскрыть огромный объём информации о ранней Вселенной, недоступной для получения другими методами наблюдений [15, 16, 17, 7, 18].

Искажения типа μ [27] образуются, если либо происходит процесс энерговыделения в космическую плазму, либо плотность числа фотонов изменяется [144, 21, 121, 122, 9, 123, 145], когда красное смещение меньше $\sim 2 \times 10^6$. Таким образом, их можно использовать в качестве инструмента для отслеживания энергетической истории Вселенной. Более поздний тип искажений (y искажения) [15] содержит информацию о структуре среды внутри скоплений галактик[81, 82, 83, 84]. Кроме того, весьма специфические отклонения в частотном спектре излучения, приходящего от скоплений галактик, могут быть использованы для независимых измерений амплитуд и ориентаций малых мультиполей анизотропии РИ [41]. Миссия COBE/FIRAS [5, 6] измерила частотный спектр РИ и установила его планковскую форму с хорошей точностью. Дальнейшее обнаружение спектральных особенностей ожидается от миссий по типу FIRAS [146, 76, 53, 147], экспериментов с большим первичным зеркалом и хорошим угловым разрешением [2] (что необходимо для искажений типа y).

Исчерпывающий обзор теории, лежащей в основе спектральных искажений, связанных с их наблюдением проблем, вычислительных методов и возможных новых направлений в этой области дан в [96, 144]. Основная сложность в задаче измерения малых спектральных искажений заключается в наличии фонов космического и инструментального происхождения, которые на несколько порядков больше по амплитуде, чем интересующие сигналы. Таким образом, чтобы обеспечить обнаружение таких сигналов, необходимо не только достичь высокой чувствительности эксперимента, но и узнать наиболее оптимальный способ отделения спектральных искажений от остального наблюдаемого сигнала. Спектры некоторых космических фонов, а также спектр, излучаемый оптической системой прибора, плохо определены и не могут быть смоделированы и предсказаны с точностью, требуемой для надёжных измерений спектральных искажений. Это означает, что для решения такой задачи должны использоваться достаточно продвинутые и эффективные методы обработки данных. В частности, любые используемые методы должны учитывать возможные изменения в частотных спектрах фоновых компонент.

Хорошо известный «слепой» метод внутренней линейной комбинации (ILC) [62] успешно применялся для обработки карт анизотропии реликта [43, 63, 64]. Однако применение этого метода ограничено наличием больших фоновых компонент, имеющих ненулевую проекцию на интересующий сигнал, что приводит к смещению его оценки. Чтобы избежать этого, был предложен метод ограниченного ILC (cILC) [65, 66, 67] в качестве модификации ILC. Такой подход полностью исключает вклад фонов с хорошо известными спектральными формами, рассматривая оставшиеся компоненты как немоделированный шум. Однако для избавления от всех фоновых компонент необходимо учитывать спектральные вариации пыли, космического инфракрасного фона, синхротронного излучения и других фонов вдоль линии наблюдения и от одного направления к другому, а также вариации во времени вклада от излучения прибора. Спектры этих компонент зависят от некоторых параметров, и поэтому вариации спектра эквивалентны вариациям параметров.

Чтобы это учесть, был представлен достаточно эффективный метод под названием MILC («moments [expansion] ILC») [69, 70, 71], в котором спектры фонов разлагаются в ряд Тейлора по параметрам в окрестности некоторых средних значений опорных параметров. Фильтрация данных, которая подразумевает обнуление моментов разложения, гарантирует, что вклад от таких фонов будет устранён. Однако у этого метода также имеется довольно серьёзный недостаток. Большое количество накладываемых условий, обеспечивающих обнуление вклада фонов в процессе фильтрации, неизбежно приводит к неприемлемо большому отклику на немоделируемый шум (включая случайный фотонный шум). Это неудивительно, поскольку с увеличением числа наложенных жёстких условий ограничивается число степеней свободы и растёт вклад шума в оценку интересующего сигнала.

В работе [68] была предложена еще одна модификация метода cILC – частично ограниченный метод pcILC («partially constrained ILC»). Вместо того, чтобы полностью исключить вклад фона с хорошо определённым спектром (как это делается в cILC), pcILC снижает этот вклад до некоторого эмпирически определяемого уровня. В результате строгие условия cILC несколько смягчаются. Это позволило уменьшить отклик на шум при обработке данных анизотропии $\Delta T/T$ при наличии эффекта Сюняева-Зельдовича или гравитационного линзирования. Однако применение этого подхода в присутствии множества различных фонов весьма сложно, и его эффективность в этом случае не доказана. Кроме того, в отличие от MILC, этот метод не учитывает возможные вариации формы спектра фоновых компонент.

В предыдущей главе был предложен метод фильтрации данных, называемый методом наименьшего отклика (LRM), который довольно прост и удобен в реализации. Этот подход подразумевает оптимизацию одного функционала для всех компонент наблюдаемого сигнала. В процессе фильтрации данных мы минимизируем отклик на все фоны и случайный шум одновременно, сохраняя отклик на интересующий сигнал равным единице. Мы предполагаем, что знаем следующую информацию о фоновых сигналах:

1. Спектральные параметры фона могут изменяться в ограниченном диапазоне их возможных вариаций;

2. Амплитуды фонов ограничены сверху известными значениями.

Отметим, что такая информация доступна нам из полученных ранее наблюдательных данных и характеристик оптической системы прибора для конкретного эксперимента. В этой главе мы сравниваем подходы LRM и MILC и показываем преимущества и перспективы LRM для измерения различных спектральных искажений реликтового излучения в присутствии всех основных фонов, включая сигнал от оптики прибора.

Кроме того, мы показываем, что при измерении μ искажений температура оптической системы прибора не должна приближаться к температуре реликтового излучения. Измерение таких искажений требует калибровки прибора, и в этом случае генерируемая оптикой составляющая сигнала становится частью наблюдаемого сигнала. Эта составляющая близка по форме к спектру чёрного тела, и если её температура приблизительно равна 2.7 K, то сам прибор начинает создавать спектральные особенности, имитирующие искажения реликта. Мы показываем, что, по нашим оценкам, оптимальная температура прибора для измерения спектральных искажений μ должна быть близка к 9 K.

3.2 Линейные методы фильтрации данных.

Частотный спектр $S(\nu)$, который мы наблюдаем, состоит из искомого сигнала и набора других компонент, от которых мы хотели бы избавиться в процессе обработки данных. Поэтому общий наблюдаемый спектр можно записать следующим образом:

$$S(\nu) = a_d I_d(\nu) + \sum_{m=1}^{M} I_m(\nu), \tag{3.1}$$

где I_d – искомое спектральное искажение, которое мы хотели бы отделить от других компонент. Индекс d может обозначать μ искажение : I_μ, эффект Сюняева-Зельдовича (y искажения): I_{y_0}, первую или вторую релятивистские поправки к этому эффекту: I_{y_1} или I_{y_2}. Здесь a_d – это независимая от частоты амплитуда интересующего нас сигнала, которую мы хотим оценить. Остальная часть сигнала $S(\nu)$ состоит из M фонов различного физического происхождения $I_m(\nu)$, которые могут включать в себя оставшиеся спектральные искажения. Например, если нас интересует сигнал I_μ, то сигналы $I_{y_0}, I_{y_1} I_{y_2}$ будут частью совокупного фона.

Используя Фурье-спектрометр, установленный на космическом телескопе, можно получить дискретные значения полного сигнала (в виде вектора-строки) $\mathbf{S} = (S_1, .., S_J)$ в J равномерно распределённых частотных каналах в широком диапазоне частот от $\nu_{\text{мин}}$ до $\nu_{\text{макс}}$:

$$
\begin{aligned}
&S_j = a_d I_d^j + \sum_{m=1}^{M} I_m^j + N_j, \;\; j = 1,..,J, \\
&I_x^j = \int\limits_{\nu_j - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_j + \frac{\Delta\nu}{2}} I_x(\nu) \frac{d\nu}{\Delta\nu},
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

где индексы j обозначают номер частотного канала, $\Delta\nu$ – ширину канала, а N_j – случайный фотонный шум с нулевым средним и ковариационной матрицей $[C_{ij}] = \mathbf{C} = \langle \mathbf{N^T N} \rangle$. Спектральные формы искажений реликта I_μ, I_y, I_{y_1} и I_{y_2} хорошо известны, тогда как спектры фоновых компонент I_m могут зависеть от различных параметров и фактически являются суперпозициями спектров, проинтегрированных вдоль луча зрения или/и полученных в результате усреднения по пространственным пикселям карты неба. Поэтому фоновые компоненты можно записать как

$$
\begin{aligned}
&I_m^j = \int\limits_{\Omega} a_m(\mathbf{P}) f_m(\nu_j, \mathbf{P}) d\mathbf{P}, \\
&d\mathbf{P} = dp_{_1} dp_{_2} \cdot \cdot dp_{_L},
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

где $\mathbf{P} = p_{_1},..,p_{_L}$ – набор из L параметров, $f_m(\nu_j, \mathbf{P})$ – функции, представляющие спектры фонов, Ω – область возможных изменений параметров, а a_m - амплитуды излучения фонов, зависящие от параметров $\mathbf{P}$. Таким образом, если, например, $a_m(\mathbf{P})$ имеет вид дельта-функции $a_m(\mathbf{P}) = A_m \cdot \delta(\mathbf{P} - \mathbf{P}_m)$, то спектр фона с индексом m будет иметь форму с чётко определёнными параметрами $\mathbf{P}_m$ и амплитудой A_m в виде $I_m^j = A_m \cdot f_m(\nu^j, \mathbf{P}_m)$.

Полный наблюдаемый сигнал $\mathbf{S} = (S_{_1},..,S_{_J})$ можно разделить на три части (три вектора):

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{S} = a_d \mathbf{I_d} + \mathbf{F} + \mathbf{N}, \\
&\mathbf{F} = (F_1,..,F_J), \;\; F_j = \sum_{m=1}^{M} I_m^j, \\
&\mathbf{N} = (N_1,..,N_J)
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

где $\mathbf{I_d}$ – это некоторый конкретный вид спектрального искажения, который мы хотим отделить от остального сигнала, $\mathbf{F}$ – это совокупный фон, а $\mathbf{N}$ представляет собой случайный шум.

Задача любого линейного алгоритма – найти для частотных каналов оптимальный вектор весов $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, .., \omega_J)$, которые должны обладать следующим свойством:

$$\boldsymbol{\omega}\mathbf{S^T} = \sum_j \omega_j S_j \to a_d \text{ при } C_{ij} \to 0,\ \ i,j = 1,..,J. \tag{3.5}$$

Таким образом, в идеальном случае, когда шум стремится к нулю ($C_{ij} \to 0$), алгоритм должен точно воспроизводить амплитуду искомого сигнала a_d без каких-либо смещений. При ненулевом шуме алгоритм должен минимизировать отклонение оценки этой амплитуды от её истинного значения.

Обозначим скалярное произведение $\boldsymbol{\omega}\mathbf{S^T} = R(\mathbf{S})$ как отклик на сигнал:

$$R(\mathbf{S}) = a_d R(\mathbf{I_d}) + R(\mathbf{F}) + R(\mathbf{N}). \tag{3.6}$$

Первое условие, налагаемое на веса, является общим для всех линейных алгоритмов и вполне очевидно:

$$R(\mathbf{I_d}) = \boldsymbol{\omega}\mathbf{I_d^T} = \sum_{j=1}^{J} \omega_j I_d^j = 1. \tag{3.7}$$

Таким образом, необходимо минимизировать отклик на остальную часть сигнала $R(\mathbf{F}) + R(\mathbf{N})$, сохраняя условие в уравнении (3.7). Для обозначения ожидаемого суммарного среднего значения отклика на фоны и шум используется следующее определение:

$$R(\mathbf{F} + \mathbf{N}) := \sqrt{R^2(\mathbf{F}) + \langle R^2(\mathbf{N})\rangle}. \tag{3.8}$$

Следовательно, $R(\mathbf{F}+\mathbf{N})$ – это значение, которое должно быть минимизировано при выполнении условия (3.7).

3.2.1 Метод внутренней линейной комбинации

В методе ILC предполагается, что известно спектральное распределение энергии искомого сигнала, но какая-либо информация о фоне и шуме отсутствует. При таком подходе все компоненты наблюдаемого сигнала, кроме искомого сигнала, рассматриваются как немоделированный шум. То есть в этом случае в уравнениях (3.4) и (3.8) не делается различий между компонентами $\mathbf{F}$ и $\mathbf{N}$.

Таким образом, задача сводится к минимизации отклика на такой шум при сохранении постоянного отклика на $\mathbf{I_d}$. В результате веса ω_j являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} &1.\ \boldsymbol{\omega}\mathbf{I_d^T} = 1, \\ &2.\ \partial(\boldsymbol{\omega}\mathbf{D}\boldsymbol{\omega}^T)/\partial\boldsymbol{\omega} = 0, \end{aligned} \tag{3.9}$$

где $\mathbf{D} = \langle\mathbf{S^T S}\rangle - \langle\mathbf{S^T}\rangle\langle\mathbf{S}\rangle$ – это ковариационная матрица данных и $\langle\rangle$ обозначает усреднение по пространственным пикселям неба. Решение такой системы:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I_d D^{-1}} \cdot \left(\mathbf{I_d D^{-1} I_d^T}\right)^{-1}. \tag{3.10}$$

Этот полностью слепой метод может давать смещённый результат ввиду ненулевых проекций фонов на рассматриваемый сигнал, $\mathbf{F I_d^T} \neq 0$. Так как в нашем случае амплитуды фонов могут превышать амплитуду искомого сигнала на несколько порядков, этот метод не подходит.

3.2.2 Метод моментов (MILC)

Чтобы избежать смещения оценки в процессе извлечения сигнала $\mathbf{I_d}$, был предложен метод ограниченного ILC (или cILC) [65, 66], который зануляет отклик на некоторые смоделированные фоны с известными спектрами. Таким образом, в уравнение (3.9) добавляется ряд ограничений, которые обеспечивают нулевой отклик на определённые фоны. Эта модификация слепого подхода ILC была далее расширена методом MILC [69, 70, 71], где уже рассматривались фоны с плохо определёнными спектрами в уравнении (3.3). Идея метода MILC довольно проста и эффективна. Поскольку спектральные формы некоторых компонент сигнала зависят от параметров $\mathbf{P}$, их можно разложить в ряд Тейлора до некоторого порядка n в окрестности некоторой референтной точки, соответствующей среднему предварительно оценённому значению $\mathbf{P_0}$:

$$\begin{gathered} f_m(\nu_j, \mathbf{P}) \approx f_m(\nu_j, \mathbf{P_0}) + \\ \sum_{n_1,..,n_L} \left[\frac{\partial^{n_1+..+n_L}}{\partial P_1^{n_1}..P_L^{n_L}} f_m(\nu_j, \mathbf{P})\right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P_0}} \Delta P_1^{n_1} \cdot\cdot \Delta P_L^{n_L}, \end{gathered} \tag{3.11}$$

где суммирование производится по всем положительным $n_1, .., n_L$, удовлетворяющим условию $0 \le n_1 + .. + n_L \le n$. Для того чтобы устранить влияние таких фонов на обработку данных, достаточно потребовать нулевой отклик на все производные спектров по параметрам до n-го порядка. В результате получается следующая система уравнений:

$$
\begin{aligned}
&1.\ \boldsymbol{\omega}\mathbf{I_d^T} = 1,\\
&2.\ \sum_j \omega_j \frac{\partial^{n_1+..+n_L}}{\partial P_1^{n_1}..P_L^{n_L}} f_m(\nu_j, \mathbf{P})|_{\mathbf{P}=\mathbf{P_0}} = 0,\\
&\quad m = 1, .., M,\ \ 0 \le n_1 + .. + n_L \le n,\\
&3.\ \partial(\boldsymbol{\omega}\mathbf{C}\boldsymbol{\omega}^\mathbf{T})/\partial\boldsymbol{\omega} = 0.
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

Таким образом, этот метод гарантирует, что отклик на все фоны обнуляется с точностью до

$$
R(\mathbf{F}) = O\left[\sum_j \omega_j \frac{\partial^{n+1} f_m(\nu_j, \mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}^{n+1}}\right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P_0}} = R_{n+1}(\mathbf{F}). \tag{3.13}
$$

Однако недостатком MILC является то, что при большом количестве ограничений во второй формуле уравнения (3.12) отклик на шум $R(\mathbf{N})$ может стать неприемлемо большим. Действительно, эта формула эквивалентна системе уравнений $\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\varphi}_{\boldsymbol{k}}^{\boldsymbol{T}} = 0$, $k = 1, ..K$, где векторы $\boldsymbol{\varphi}_{\boldsymbol{k}}$ соответствуют производным фонов по параметрам $\mathbf{P}$, а заглавная буква K обозначает общее количество ограничений (или производных). Систему векторов $\boldsymbol{\varphi}_{\boldsymbol{k}}$ можно ортогонализовать таким образом, что новые векторы $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_\mathbf{k}$ будут линейными комбинациями исходных векторов $\boldsymbol{\varphi}_{\boldsymbol{k}}$ и будут представлять собой ортонормированную систему:

$$
\begin{aligned}
&\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_\mathbf{k} = \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_\mathbf{k}(\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{1}, .., \boldsymbol{\varphi}_\mathbf{K}),\\
&\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_\mathbf{k}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_\mathbf{k'}^\mathbf{T} = \delta_k^{k'}, \quad k, k' = 1, ..., K.
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

Таким образом, нормализованный сигнал $\tilde{\mathbf{I}}_\mathbf{d} = \mathbf{I_d} \cdot (\mathbf{I_d}\mathbf{I_d^T})^{-\frac{1}{2}}$ можно записать в следующем виде:

$$\tilde{\mathbf{I}}_{\mathbf{d}} = \sum_{k=1}^{K} \gamma_k \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{k}} + \boldsymbol{\Delta}_{\boldsymbol{d}},$$
$$\gamma_k = \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_k \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{\mathbf{d}}^{\mathbf{T}}, \tag{3.15}$$

где $\boldsymbol{\Delta}_{\boldsymbol{d}}$ – часть сигнала $\tilde{\mathbf{I}}_{\mathbf{d}}$, ортогональная всем смоделированным фонам: $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{k}} \boldsymbol{\Delta}_{\boldsymbol{d}}^{\boldsymbol{T}} = 0$, $k = 1, .., K$. То есть, чем меньше длина вектора $\boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{d}}$, тем сложнее отделить вектор $\mathbf{I}_{\mathbf{d}}$ от остальной части полного сигнала. Мы можем определить величину $\Gamma = \left(\boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{d}} \boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{d}}^{\mathbf{T}}\right)^{1/2}$ как меру ортогональности нормализованного сигнала $\tilde{\mathbf{I}}_{\mathbf{d}}$ ко всем фонам. Легко показать, что $\Gamma^2 = 1 - \sum_{k=1}^{K} \gamma_k^2$. Наконец, решение системы уравнений (3.12) для весов $\boldsymbol{\omega}$ равно

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{d}} \mathbf{C}^{\mathbf{-1}} \cdot \left(\boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{d}} \mathbf{C}^{\mathbf{-1}} \mathbf{I}_{\mathbf{d}}^{\mathbf{T}}\right)^{\mathbf{-1}}, \tag{3.16}$$

а отклик на шум можно оценить следующим образом:

$$\langle R^2(\mathbf{N}) \rangle = \boldsymbol{\omega} \mathbf{C} \boldsymbol{\omega}^T \sim \sigma^2/\Gamma^2,$$
$$\sigma^2 = \frac{\langle \mathbf{N} \mathbf{N}^{\mathbf{T}} \rangle}{J}. \tag{3.17}$$

Здесь σ эквивалентна средней чувствительности на частотный канал. Таким образом, малое значение Γ означает большой отклик на случайный шум. В случае, когда $\Gamma \to 0$, сигнал $\mathbf{I}_{\mathbf{d}}$ становится линейной комбинацией фонов, и отделение такого сигнала от них данным методом становится невозможным.

3.2.3 Метод наименьшего отклика

В предыдущей главе был предложен новый подход к проблеме разделения компонент, который можно назвать методом наименьшего отклика (LRM). В отличие от MILC, этот метод предполагает наличие информации не только о возможных вариациях форм спектров фонов, но и об их максимально возможных амплитудах. Важно отметить, что такая информация об основных известных фонах нам доступна. Кроме того, переоценка верхнего предела амплитуд фонов не является критичной для нашего подхода (в отличие от недооценки). В результате получается избежать наложения строгих условий на весовой вектор $\boldsymbol{\omega}$ и тем самым существенно снизить отклик на шум. Единственное достаточно умеренное предположение о фонах, описанное в уравнении (3.3), заключается в том, что амплитуды a_m внутри области параметров Ω должны быть меньше определённых (предварительно оценённых) значений A_m:

$$| \ a_m(\mathbf{P}) \ | \leq A_m \ \ for \ \ \mathbf{P} \in \Omega, \tag{3.18}$$

и $a_m(\mathbf{P}) = 0$ в противном случае.

Легко показать, что средний квадрат отклика на фон всегда ограничен сверху:

$$\langle R^2(\mathbf{F}) \rangle \leq \langle \sum_{m=1}^{M} M \cdot a_m^2(\mathbf{P}) \left[\sum_{j=1}^{J} f_m(\nu_j, \mathbf{P}) \cdot \omega_j \right]^2 \rangle, \tag{3.19}$$

и согласно уравнению (3.18) всегда справедливо следующее неравенство:

$$\begin{gathered} \langle R^2(\mathbf{F}) \rangle \leq \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}, \ \ \boldsymbol{\Phi} = M \left[\sum_{m=1}^{M} A_m^2 q_{ij}^m \right], \\ q_{ij}^m = \frac{1}{V_\Omega} \int_\Omega f_m(\nu_i, \mathbf{P}) f_m(\nu_j, \mathbf{P}) d\mathbf{P} \end{gathered} \tag{3.20}$$

где интегралы q_{ij}^m могут быть предварительно вычислены для всех типов фонов $(m = 1, .., M)$ численно или в некоторых частных случаях аналитически в зависимости от конфигурации Ω. Стоит отметить, что множитель M для матрицы $\boldsymbol{\Phi}$ в уравнениях (3.19) и (3.20) используется для того, чтобы гарантировать, что эти неравенства заведомо верны. В общем случае M может меняться от 1 (когда нет корреляций между фонами) до M (для 100% корреляции между всеми фонами). Таким образом, использование значения M в качестве такого множителя даёт полную гарантию учёта всех возможных корреляций. В действительности фоны разного физического происхождения слабо коррелируют друг с другом. В этом случае коэффициент M можно заменить единицей. В наших оценках мы используем модель некоррелированных фонов и, следовательно, $\boldsymbol{\Phi} = \left[\sum_{m=1}^{M} A_m^2 q_{ij}^m \right]$. Для более детального анализа возможные корреляции между отдельными фонами можно учесть при расчёте матрицы $\boldsymbol{\Phi}$.

Так как $\langle R^2(\mathbf{N}) \rangle = \boldsymbol{\omega} \mathbf{C} \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}} = \sum_{i,j} C_{ij} \omega_i \omega_j$ и фоны не коррелируют с шумом, получится

$$\langle (R(\mathbf{F}) + R(\mathbf{N}))^2 \rangle \leq \boldsymbol{\omega} [\boldsymbol{\Phi} + \mathbf{C}] \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}. \tag{3.21}$$

Поэтому минимизация отклика на фон и на шум достигается с весами ω_j, соответствующими минимуму квадратичной формы $\boldsymbol{\omega}[\mathbf{\Phi}+\mathbf{C}]\boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}$ при условии в уравнении (3.7):

$$\begin{aligned} &1.\ \boldsymbol{\omega}\mathbf{I}_{\mathbf{d}}^{\mathbf{T}} = 1, \\ &2.\ \partial(\boldsymbol{\omega}\,[\mathbf{\Phi}+\mathbf{C}]\,\boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}})/\partial\boldsymbol{\omega} = 0. \end{aligned} \tag{3.22}$$

Решение системы уравнений (3.22) имеет вид

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}_{\mathbf{d}}\,[\mathbf{\Phi}+\mathbf{C}]^{-1} \cdot \left(\mathbf{I}_{\mathbf{d}}\,[\mathbf{\Phi}+\mathbf{C}]^{-1}\,\mathbf{I}_{\mathbf{d}}{}^{T}\right)^{-1}. \tag{3.23}$$

Таким образом, LRM, в отличие от MILC, не требует полной ортогональности интересующего сигнала всем фоновым компонентам [ср. уравнения (3.12) и (3.22)]. В следующем разделе будут показаны преимущества этого подхода и то, как он позволяет обнаружить сигнал в наблюдательных данных при гораздо меньшей чувствительности.

3.3 Сравнение методов и перспективы измерения спектральных искажений

3.3.1 Моделирование спектральных искажений и фонов

Численные расчёты были выполнены для смоделированного частотного спектра, который включал интересующий сигнал, все возможные фоны с различными параметрами и фотонный шум. Мы не использовали никакой информации о пространственном распределении фоновых источников на небе. Для проведения численного эксперимента по применению двух методов (MILC и LRM), описанных в предыдущем разделе, мы использовали следующие модели компонент сигнала.

Интересующие нас сигналы, связанные с реликтовым излучением – это μ искажение I_μ, y искажение (эффект Сюняева-Зельдовича) I_{y_0}, первая и вторая релятивистские поправки к тепловому эффекту Сюняева-Зельдовича I_{y_1}, I_{y_2} и анизотропия реликта I_{CMBA} (предполагается, что монополь РИ может быть легко удален из наблюдательных данных). Все эти спектры имеют чётко определённые формы, которые не зависят ни от каких параметров и выглядят следующим образом:

$$
\begin{aligned}
I_\mu(\nu) &= I_0 \tfrac{x^4 e^x}{(e^x-1)^2}\left(\tfrac{1}{b}-\tfrac{1}{x}\right)\mu,\\
I_{y_0}(\nu) &= I_0 \tfrac{x^4 e^x}{(e^x-1)^2}\left(x\coth(\tfrac{x}{2})-4\right)y,\\
I_{y_1}(\nu) &= I_0 \tfrac{x^4 e^x}{(e^x-1)^2} Y_1(x)\,\theta_e\, y,\\
I_{y_2}(\nu) &= I_0 \tfrac{x^4 e^x}{(e^x-1)^2} Y_2(x)\,\theta_e^2\, y,\\
I_{CMBA}(\nu) &= \tfrac{2(kT_0)^3}{(hc)^2}\tfrac{x^4 e^x}{(e^x-1)^2}\tfrac{\Delta T}{T_0}
\end{aligned}
\tag{3.24}
$$

где $x = h\nu/kT_{CMB}$, а температура РИ равна $T_{CMB} = 2,72548$ К [5, 6] и $\Delta T/T_{CMB} < 10^{-4}$. Используются те же оценочные значения для констант b, I_0, μ и y, что и в [53]: $I_0 = 270$ МЯн/ср, $b = 2.1923$, $\mu = 2\times10^{-8}$, $y = 1.77\times10^{-6}$ и $\theta_e = kT_{SZ}/m_e c^2 \sim 2.44\times10^{-3}$. Функции $Y_1(x)$ и $Y_2(x)$ для первой и второй поправок имеют довольно громоздкий вид и аналитические формулы для них можно найти в [106].

Пыль и космический инфракрасный фон (КИФ) рассматриваются вместе и моделируются как модифицированное излучение чёрного тела с двумя плавающими параметрами: температурой T и спектральным индексом β,

$$
\begin{aligned}
I_{Dust,CIB}(\nu,T,\beta) &= \tau_{DC}(\nu/\nu_{DC})^\beta B(\nu,T),\\
B(\nu,T) &= \tfrac{2(kT)^3}{(hc)^2}\tfrac{x^3}{e^x-1},
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

где $\nu_{DC} = 353$ ГГц. Границы области параметров (T,β) были определены в предыдущей главе с использованием данных Planck [61, 141]. Функция распределения вероятностей для этих параметров была рассчитана для 10-градусного диска на небе с центром в точке $l = 13.731^o$, $b = -73.946^o$, см. Рис. 3.1(а). Две сплошные контурные линии ограничивают область $\Omega(T,\beta)$ возможных вариаций параметров как для пыли, так и для КИФ. Вероятность найти параметры за пределами этих двух точек составляет менее 0.0002. Максимально допустимое значение излучательной способности τ_{DC} для использованных нами данных не превышает 10^{-6}.

Синхротронное излучение моделируется согласно [148] и его спектр имеет степенной вид с единственным свободным параметром β_s:

$$I_{sync}(\nu, \beta_s) = A_s(\nu/\nu_s)^{-\beta_s}, \tag{3.26}$$

где $\nu_s = 30$ ГГц и $A_s < 1000$ Ян/ср. В соответствии с результатами [58], β_s может изменяться от 0.9 до 1.4.

Излучение свободно-свободных переходов определяется следующей формулой в [60]:

$$I_{ff}(\nu) = A_{ff}\left(1 + \ln\left[1 + \left(\frac{\nu_{ff}}{\nu}\right)^{\sqrt{3}/\pi}\right]\right), \tag{3.27}$$

где, $A_{ff} < 500$ Ян/ср, $\nu_{ff} = 255.33\left(\frac{T_e}{1000K}\right)^{3/2}$ ГГц. Согласно [60], параметр $T_e = 7000K \pm 3K$ не меняется по небу достаточно сильно, чтобы заметно изменить форму спектра. Поэтому в наших расчетах мы рассматриваем спектр свободно-свободных переходов как хорошо определённый без каких-либо вариаций в параметрах.

Излучение оптики прибора в данной работе рассматривается как излучение серого тела с переменной температурой T_{opt}:

$$I_{opt} = \tau_{opt} B(\nu, T_{opt}) \tag{3.28}$$

Температурные колебания могут зависеть от стабильности системы охлаждения, конструктивных особенностей и качества оптической системы. В наших численных расчётах мы используем возможный диапазон температурных колебаний T_{opt} как $T_{min} \leq T_{opt} \leq T_{max}$ и $T_{max} - T_{min} \leq 2$ К. Излучательная способность τ_{opt} зависит от качества полировки отражающих поверхностей оптической системы. Мы используем три различных верхних предела для излучательной способности: $\tau_{opt} \leq 0.001$, $\tau_{opt} \leq 0.01$ и $\tau_{opt} \leq 0.05$.

Фотонный шум возникает из-за реликтового излучения, ряда основных фонов и излучения от инструмента. Все эти источники флуктуаций можно охарактеризовать эквивалентной мощностью шума (NEP), которая измеряется в единицах Вт/Гц$^{1/2}$. Для Фурье-спектрометра интенсивность шума (т. е. чувствительность 1σ) определяется следующим уравнением [149]:

$$\sigma = 0.61\frac{NEP}{\Delta\nu\sqrt{t}G}, \tag{3.29}$$

где t – это время интегрирования, а G – геометрический фактор системы. Значение G – это телесный угол входного зрачка, видимый с детектора, умноженный на площадь облучателя прибора. Для дифракционно-ограниченного прибора его можно оценить как

$$G_{dif} = (0.61\pi c/\nu_{min})^2 . \tag{3.30}$$

Однако анализируемые нами приборы не обязательно дифракционно ограниченные, поэтому в общем случае возможно наличие $G \gg G_{dif}$.

Эквивалентная мощность шума NEP вычисляется как

$$NEP^2 = NEP_{det}^2 + NEP_F^2, \tag{3.31}$$

где NEP_{det} — это собственная NEP детектора, тогда как NEP_F создается M различными фонами [см. уравнение (3.1)]. Мы предполагаем в наших оценках, что $NEP_{det} \leq 10^{-19}$ W·Hz$^{-1/2} \ll NEP_F$. Следовательно:

$$\begin{aligned} NEP^2 &\approx NEP_F^2 = \sum_{m=1}^{M} NEP_m^2, \\ NEP_m^2 &= \int\limits_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \frac{4Gh^2}{c^2}\nu^4 n_m(\nu)\left[1 + n_m(\nu)\right] d\nu, \end{aligned} \tag{3.32}$$

где $n_m(\nu) = \frac{c^2}{2h\nu^3} I_m(\nu)$ – концентрация фотонов в фазовом пространстве для m-го фонового компонента. Здесь предполагаются идеальными оптическая эффективность и эффективность основного лепестка.

Если шум задаётся в виде слабого постоянного фон $I(\nu) = const$ с $n_m \ll 1$, из (3.32) и (3.29) можно получить:

$$\sigma \propto \sqrt{\frac{I}{t}\frac{\nu_{max} - \nu_{min}}{\Delta\nu}},$$

что совпадает с часто используемой оценкой чувствительности (см., например, [150]) для Фурье-спектрометра.

Как видно из уравнений (3.29)-(3.32), амплитуда шума зависит от интенсивности излучения, приходящего с неба и от всей оптической системы, от частотного диапазона Фурье-спектрометра и от спектрального разрешения. Основными источниками шума являются монополь реликтового излучения, пыль, космический инфракрасный фон и излучение, испускаемое оптикой инструмента. Мы используем модель белого шума, поэтому матрица ковариации шума имеет диагональную форму $\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{E}$, где σ – чувствительность. Такой вид распределения шума соответствует одному частотному диапазону спектрометра.

Мы рассматриваем конфигурацию приёмника с 384 каналами (по 7.5 ГГц каждый) от 15 ГГц до 2895 ГГц. Геометрический фактор вычисляется по уравнению (3.30).

3.3.2 Численные результаты

Пыль и КИФ в качестве фона

Для начала сравним эффективности методов MILC и LRM при выделении $I_\mu(\nu)$ на простом примере, когда в качестве фоновых компонент учитываются только пыль и инфракрасное излучение. Уровень шума (или чувствительность) в этом примере составляет $\sigma = 1$ Ян/ср на один канал. Метод MILC применялся для трёх различных видов разложения модифицированного чёрного тела в ряд Тейлора по параметрам T и β [см. уравнение (3.25)] до второго, третьего и четвёртого порядков соответственно в окрестности опорного значения $\mathbf{P_0}$ вектора $\mathbf{P}(T, \beta)$: $\mathbf{P_0} = (T_0, \beta_0)$, $T_0 = 21.2$ К $\beta_0 = 1.11$ в уравнении (3.12). Так, число условий, обнуляющих производные по двум переменным до n-го порядка, следующее: 6 условий для $n = 2$, 10 условий для $n = 3$ и 15 условий для $n = 4$. Результаты показаны на Рис. 3.1.

Для $n = 2$ отклик на фон $\mid R(\mathbf{F}) \mid$ и суммарный отклик на фон и шум $R(\mathbf{F} + \mathbf{N})$ показаны на Рис. 3.1(б) и на Рис. 3.1(в) соответственно в сравнении с откликом на μ сигнал $R(\mathbf{I}_\mu) = 1$. Очевидно, что условий, накладываемых в уравнении (3.12) для $n = 2$, недостаточно для очистки области Ω от влияния фона, то есть для обеспечения условия $\mid R(\mathbf{F}) \mid << R(\mathbf{I}_\mu)$ внутри двух ограниченных контурами областей.

При $n = 3$ отклик на фон довольно слаб по сравнению с откликом на сигнал, хотя отклик на шум становится относительно большим и в результате $R(\mathbf{F} + \mathbf{N}) \approx 0.8 R(\mathbf{I}_\mu)$, см. Рис. 3.1(d) и Рис. 3.1(e).

Для случая $n = 4$ (см. Рис. 3.1(f) и Рис. 3.1(g)) область Ω чрезмерно очищена от влияния фона, но в то же время 15 условий в уравнении (3.12) приводят к чрезвычайно высокому отклику на случайный шум для заданной чувствительности, $\mid R(\mathbf{N}) \mid >> R(\mathbf{I}_\mu)$.

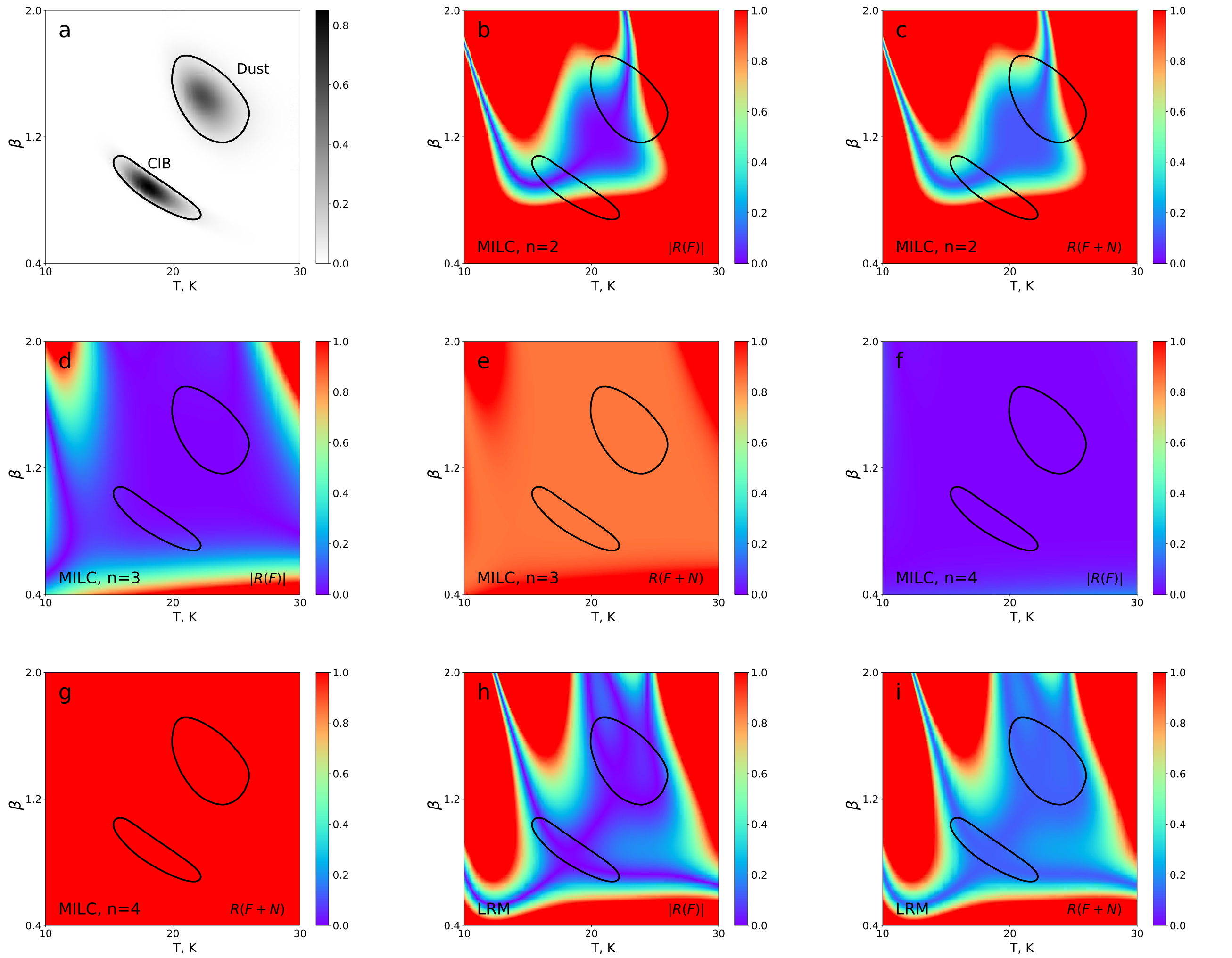

Рис. 3.1: Результат применения методов MILC и LRM по отделению μ искажений, когда в качестве фонов берутся только пыль и КИФ. *Панель (a)* показывает распределение параметров T и β. Контуры ограничивают область Ω вариаций параметров. *Панель (b)* показывает отклик MILC на фон $\mid R(\mathbf{F}) \mid$, если n=2. Тёмно-красным цветом обозначена область, где отлик на фон превышает отклик на сигнал μ: $\mid R(\mathbf{F}) \mid \geq 1$. *Панель (c)* показывает полный отлик для MILC на шум+сигнал $R(\mathbf{F}+\mathbf{N})$, если n=2. *Панель (d):* $\mid R(\mathbf{F}) \mid$ для MILC, n=3. *Панель (e):* $R(\mathbf{F}+\mathbf{N})$ для MILC, n=3. *Панель (f):* $\mid R(\mathbf{F}) \mid$ для MILC, n=4. *Панель (g):* $R(\mathbf{F}+\mathbf{N})$ для MILC, n=4. *Панель (h):* $\mid R(\mathbf{F}) \mid$ для LRM. *Панель (i):* $R(\mathbf{F}+\mathbf{N})$ для LRM.

Таким образом, $n = 3$ является оптимальным числом моментов в разложении спектров пыли и КИФ для метода MILC. На Рис. 3.2 показана зависимость откликов на фон и шум от числа наложенных условий. По мере увеличения этого числа отклик на фон становится меньше, но в то же время отклик на случайный шум растет из-за уменьшения индекса Γ, который является мерой ортогональности между фоном и μ сигналом [см. (3.17)]. Таким образом, суммарный отклик на фон+шум достигает своего минимума при определённом числе условий.

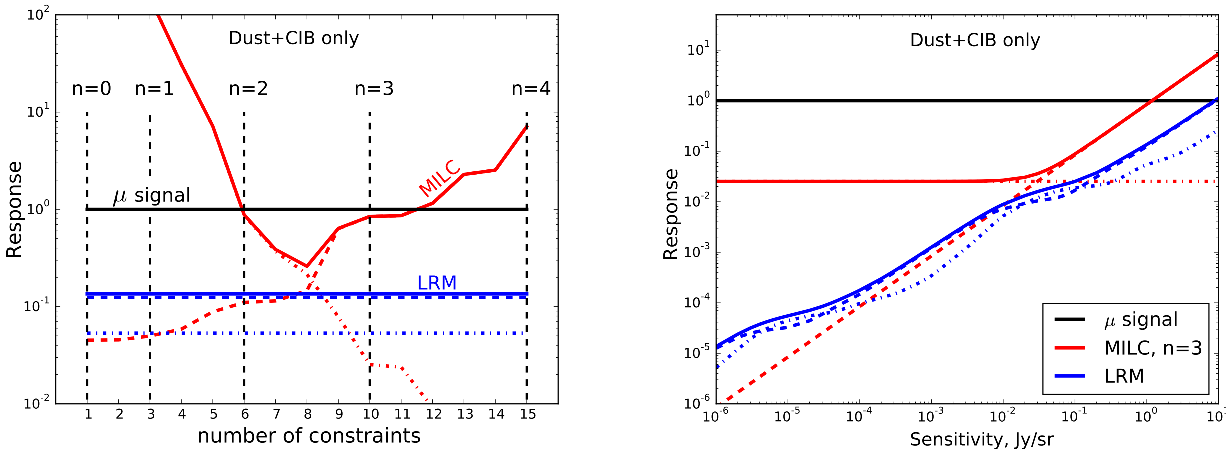

Рис. 3.2: *Слева* изображены зависимости откликов от количества наложенных условий. Красной сплошной линией отмечен полный отклик на фон и шум (MILC). Красной пунктирной линией – отклик только на шум (MILC). Красной штрихпунктирной линией – отклик только на фон (MILC). Синие сплошная, штриховая и штрихпунктирная линии показывают отклики (LRM) на фон и шум, только шум и только фон соответственно. *Справа* показаны зависимости откликов на фон и шум от чувствительности для MILC (при $n = 3$) и LRM. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии обозначают то же, что и на левом изображении.

LRM, в отличие от MILC, предполагает наличие одного единственного условия для фона и шума и выдаёт оптимальный вектор весов $\boldsymbol{\omega}$ для минимизации отношения $\frac{\text{фон+шум}}{\text{сигнал}}$. Результат можно увидеть на Рис. 3.1(h) и Рис. 3.1(i) для откликов на фон и фон+шум, соответственно, и на Рис.3.2.

Интересно будет проследить, как меняется отклик на фон и случайный шум в зависимости от чувствительности эксперимента: $R(\mathbf{F}, \sigma)$ и $R(\mathbf{N}, \sigma)$. Это даст возможность оценить необходимую чувствительность для надежного обнаружения спектральных искажений при наличии фонов. Кроме того, эта зависимость позволит сравнить эффективность различных методов очистки данных.

На Рис. 3.2 (справа) показан отклик на фон и шум как функция σ для методов MILC и LRM. Важно отметить, что для метода MILC вектор весов $\boldsymbol{\omega}$

не зависит от чувствительности. Таким образом, зависимость отклика на шум от σ линейна $\langle R^2(\mathbf{N})\rangle^{\frac{1}{2}} = \sigma(\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega}^T)^{\frac{1}{2}}$. Поскольку отклик на фон постоянен и задается уравнением (3.13), полный отклик на шум и сигнал как функция σ имеет простую аналитическую форму:

$$R_{_{MILC}}(\mathbf{F}+\mathbf{N},\sigma) = \left[(\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega}^T)\sigma^2 + R^2_{n+1}(\mathbf{F})\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{3.33}$$

В отличие от метода MILC, при применении LRM веса ω_j зависят от величины фотонного шума: $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(\sigma)$. Как видно из Рис. 3.2, общий отклик на шум и фон в случае LRM всегда существенно меньше, чем для MILC и обеспечивает лучшее отношение сигнала к сумме фон+шум:

$$R_{_{LRM}}(\mathbf{F}+\mathbf{N},\sigma) < R_{_{MILC}}(\mathbf{F}+\mathbf{N},\sigma). \tag{3.34}$$

Это неравенство справедливо для любой чувствительности σ потому, что LRM, в отличие от MILC, не требует полной ортогональности исследуемого сигнала к фону.

Все фоны

Ниже будет проведён анализ двух подходов к проблеме разделения сигналов с учётом всех основных фонов в добавление к уже рассмотренным компонентам пыли и инфракрасного излучения. Как уже упоминалось выше, сигналы реликтового происхождения и свободно-свободное (тормозное) излучение рассматриваются как вполне определённые компоненты полного наблюдаемого спектра без изменяющихся параметров. Они лишь ограничены сверху по амплитудам.

Модель синхротронного излучения зависит от одного параметра β_s, который изменяется от 0.9 до 1.4. Эмпирическим путем было установлено, что трёх производных в разложении в ряд Тейлора в окрестности опорной точки $\beta_s = 1.15$ достаточно для избавления от отклика на эту компоненту для метода MILC. Таким образом, синхротрон требует четырёх ограничений на веса $\boldsymbol{\omega}$ (сама функция и три производные).

Спектр, излучаемый оптической системой прибора в нашем примере, зависит только от её температуры в окрестности $T_{opt} = 10$ K и может изменяться в пределах от 9 K до 11 K. Чтобы надежно избавиться от вклада этого излучения, необходимо обнулить отклик на функцию $B(\nu, T_{opt})$ и семь производных по температуре: $\partial^n B(\nu, T_{opt})/\partial T_{opt}^n \,|_{T_{opt}=10K}$, $n \leq 7$ (всего восемь условий).

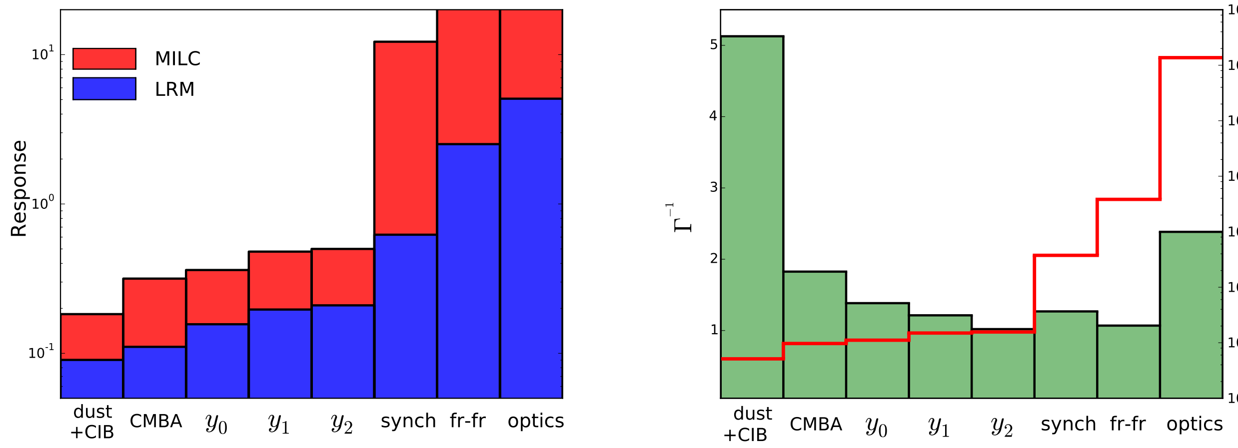

Рис. 3.3: *Слева*: столбцами показан отклик на фон + шум при последовательном добавлении (по одному слева направо) различных компонент к исследуемому сигналу. Первый столбец слева отражает отклик на фон + шум при учёте только пыли и КИФ, а последний показывает отклик, когда учитываются все перечисленные компоненты. Выделение μ искажений проведено для обоих методов MILC и LRM, чувствительность $\sigma = 1$ Ян/ср. *Справа*: зелёными столбцами показана мера ортогональности Γ_c сигнала μ к каждой отдельной компоненте. Здесь красная ступенчатая линия – это мера Γ_Σ ортогональности μ искажения ко всем компонентам слева от рассматриваемого столбца (аналогично изображению слева).

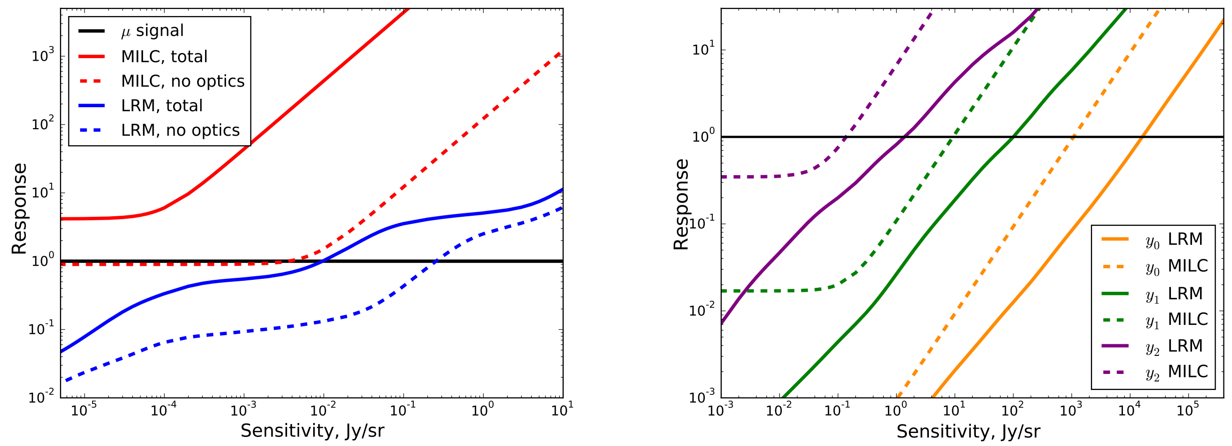

Рис. 3.4: *Слева*: зависимости полного отклика на фон и шум (учтены все основные фоны) от чувствительности эксперимента при выделении μ сигнала методами MILC и LRM. Пунктирные линии соответствуют случаю, когда вклад от зеркала телескопа отсутствует. *Справа*: результаты извлечения сигналов y_0, y_1 и y_2 с помощью LRM и MILC. Показаны отклики на шум + фон при учёте всех основных фонов, за исключением оптической системы прибора.

Результаты извлечения μ сигнала для обоих методов показаны на Рис. 3.3 (слева). Чем больше компонентов учитывается, тем больше становится отклик на фон+шум для обоих методов. Тем не менее, LRM всегда показывает приемлемый результат, в то время как MILC даёт почти бесконечно большой отклик на шум при попытке избавиться от всех фоновых компонент. На том же

Рис. 3.3 (справа) изображены меры ортогональности отдельных компонент к μ сигналу: $\Gamma_m = \Gamma_{dust+CIB}, \Gamma_{CMBA}, ..., \Gamma_{optics}$ вместе с совокупной мерой ортогональности Γ_Σ. Важно отметить, что нет прямой аналитической связи между Γ_Σ и Γ_m, поскольку фоновые сигналы не ортогональны друг другу. Легко видеть, что $R_{MILC}(\mathbf{F}+\mathbf{N}) \sim \Gamma_\Sigma^{-1}$, как и должно быть.

Наконец, на Рис. 3.4 показана зависимость отклика $R(\mathbf{F}+\mathbf{N}, \sigma)$ от чувствительности эксперимента при наличии всех фонов для обоих методов отделения μ сигнала (слева). Справа показаны те же функции для подхода LRM в случаях, когда интересующими сигналами являются $I_{y_0}, I_{y_1}, I_{y_2}$. В этом случае фон, создаваемый прибором, не учитывается, так как при наблюдении y искажений он полностью уничтожается при взятии разности сигналов.

3.3.3 Оптимальная температура для оптической системы прибора

Для большинства космических экспериментов предпочтительно максимально охлаждать главное зеркало телескопа и другие зеркала, чтобы избежать создания дополнительного фотонного шума и ухудшения чувствительности. Ниже будет показано, что охлаждение системы зеркал до слишком низкой температуры, то есть близкой к температуре реликтового излучения ~ 3 К, может существенно ухудшить результат, если интересующий сигнал представляет собой μ искажение. Действительно, с одной стороны, уменьшение температуры оптики прибора приводит к уменьшению фотонного шума, с другой стороны, приближение этой температуры к температуре реликта снижает степень ортогональности μ сигнала к фону, создаваемому оптикой. Несмотря на то, что LRM не предполагает полной ортогональности к фонам (включая ортогональность к сигналу, создаваемому оптикой), комбинация сигналов, связанных с РИ, вместе с плохо определённым сигналом от оптики может, в определённой степени, имитировать желаемый μ сигнал. Это неизбежно увеличивает отклик на фон+шум и, таким образом, снижает чувствительность эксперимента к измерениям μ искажений. Этот эффект можно увидеть на Рис. 3.5. Здесь показаны отклики $R(\mathbf{F}+\mathbf{N}, T_{opt})$ в зависимости от температуры оптики для трёх различных значений излучательной способности оптики τ_{opt}. Отклики нормализованы таким образом, что для всех трёх рассматриваемых τ_{opt} достигается чувствительность 1 Ян/ср при $T_{opt} = 10$ К. На том же рисунке показана мера ортогональности I_μ к комбинации сигналов, связанных с реликтовым излучением, и оптики:

$I_{CMBA}, I_{y_0}, I_{y_1}, I_{y_2}, I_{opt}$, которую мы обозначаем как $\Gamma_{CMB+optics}$. Предполагается, что температура может изменяться в пределах $T_{opt} \pm 1$ K. При низких температурах этот отклик ведет себя аналогично $\Gamma^{-1}_{CMB+optics}$ и, следовательно, сильно увеличивается, если $T_{opt} \to T_{CMB}$. При высоких температурах отклик растёт из-за увеличения фотонного шума. Этот эффект, очевидно, зависит от излучательной способности оптики τ_{opt}. Тем не менее, даже при малой излучательной способности охлаждение зеркала до температур, близких к T_{CMB}, нежелательно. Наконец, минимальный отклик достигается при $T_{opt} \sim 9$ K.

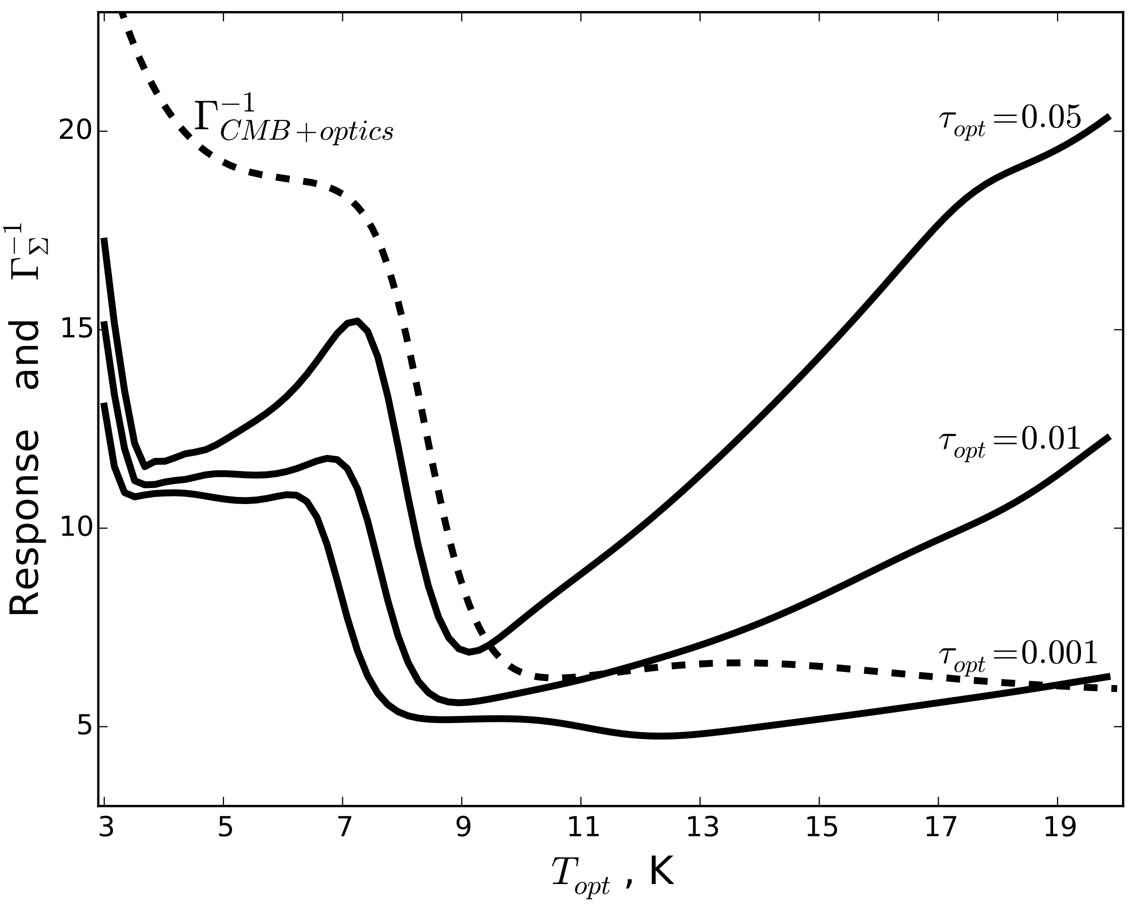

Рис. 3.5: Сплошными линиями показаны зависимости откликов на фон + шум от температуры зеркала телескопа для трёх различных значений излучательной способности. Пунктирная линия соответствует обратной величине от меры ортогональности между I_μ и набором сигналов $I_{CMBA}, I_{y_0}, I_{y_1}, I_{y_2}, I_{optics}$, которые связаны с реликтовым излучением и оптикой.

Следует отметить, что рассчитанная нами зависимость изменится для другой конфигурации Фурье-спектрометра, но эффект увеличения при $T_{opt} \sim T_{CMB}$ отклика на фон+шум останется относительно сильным в любом случае.

3.4 Выводы

Обнаружение спектральных искажений реликтового излучения является одной из ключевых задач современной наблюдательной космологии, в частности космической обсерватории «Миллиметрон». Скрытые в фонах космического и инструментального происхождения, они содержат огромный массив информации, недоступный для получения другими наблюдательными методами. Для извлечения спектральных искажений был разработан алгоритм разделения искомого сигнала и фонов, ключевой особенностью которого является его слабая чувствительность к спектральным формам фоновых компонент.

Учитывая области изменения фоновых параметров, которые относительно легко определить, и наложенные сверху ограничения на амплитуды фонов, завышение которых не исказило бы результаты, мы можем минимизировать отклики как на фоны, так и на шум. Имея это в виду, мы сравнили эффективность разработанного алгоритма LRM с методом MILC.

Начиная с ограниченного числа фоновых компонент (пыль и КИФ), мы определили минимальное число условий (моментов), оптимальное для анализа методом MILC. Поскольку LRM допускает, чтобы исследуемый сигнал был неортогонален фону, полный отклик на шум и фон для нашего метода значительно меньше, чем для MILC при любом значении чувствительности. Впоследствии мы расширили область нашего анализа, включив сигнал, связанный с анизотропией реликтового излучения, y-искажения, синхротронное и свободно-свободное излучения, а также излучение, создаваемое оптикой прибора. Несмотря на то что добавление большего количества компонент увеличивает общий отклик для обоих методов, отклик на шум, полученный с помощью MILC, значительно превосходит результаты LRM. При моделировании в этой работе мы не учитывали зодиакальный свет и линии CO в качестве фонов.

Важно отметить, что LRM можно улучшить за счёт вычитания фоновых компонент одну за другой из наблюдаемого сигнала. Применяя наш метод последовательно ко всем компонентам фона, можно оценить их реальные амплитуды a_m. Убирая компоненты с оценёнными амплитудами из полного сигнала, можно накладывать новые ограничения на максимально возможные амплитуды остающихся компонент A_m. Уменьшение верхних пределов для амплитуд фонов приводит к снижению отклика на фон + шум и, следовательно, к более точной оценке амплитуд спектральных искажений. Реализация такого улучшения выходит за рамки данной работы.

Наконец, нами было установлено, что охлаждение прибора до температуры, близкой к температуре реликтового излучения, резко портит результаты при измерении искажений типа μ. Это происходит в основном из-за уменьшения меры ортогональности сигнала μ к компоненте оптики прибора. Если система зеркал охлаждается до температуры реликта, то она сама начинает создавать искажения, близкие по форме к спектральным искажениям реликтового излучения. Оптимальный результат достигается при температуре зеркал $8 \div 10$ К.

Эти рассуждения не применимы к измерению y искажений, поскольку в этом случае можно использовать разность сигналов, что приводит к автоматическому исключению из наблюдательных данных компоненты, создаваемой оптикой прибора. Отдельно стоит обратить внимание, что подход LRM может быть применён для обработки данных в любом физическом эксперименте с плохо определённым фоном .

Заключение

Диссертационная работа посвящена исследованию искажений частотного спектра реликтового излучения, разработке метода выделения таких искажений из сигнала, загрязнённого шумом и фоновыми компонентами с плохо определяемыми спектрами и амплитудами, на несколько порядков превышающими амплитуды искомых искажений. Получены следующие результаты:

1. Найден особый вид спектральных искажений параметров Стокса реликтового излучения, названный нами анизотропным эффектом Сюняева - Зельдовича. Отношение его к амплитуде классического эффекта СЗ не зависит от свойств среды, на которой происходит рассеяние (температуры межгалактической плазмы и её плотности), а только от линейной комбинации мультиполей анизотропии реликтового излучения в той координате, где находится наблюдаемое скопление галактик. Этот чрезвычайно важный результат позволяет, наблюдая близкие и удалённые скопления галактик, независимо оценить низкие мультиполи $\ell = 1, 2, 3$ анизотропии реликтового фона, а также разделить вклад в анизотропию от неинтегрального и интегрального эффектов Сакса-Вольфа.

2. Был разработан новый метод разделения компонент сигнала для данных, содержащих μ и y спектральные искажения реликтового излучения, а также фоны космического и инструментального происхождения. В качестве фоновых сигналов космического происхождения рассматривались галактическая пыль, инфракрасный фон, синхротронное излучение и свободно-свободные переходы. Любой фон с параметрами из некоторой определённой заранее области практически уничтожается разработанным алгоритмом. Отклик на фон с параметрами из этой области становится пренебрежимо малым по сравнению с откликом на искомый сигнал при достаточной чувствительности эксперимента. Единственным предположе-

нием об амплитуде фоновых сигналов является то, что они не могут превышать некоторых заранее оценённых величин, определённых по данным проведённых ранее экспериментов.

3. Показано, что ни один из ранее используемых подходов в данном случае либо не работает вовсе (ILC), либо работает со слишком большим откликом на фотонный шум (MILC). Это означает, что такие методы можно применять только при огромной чувствительности эксперимента. При этом разработанный метод (LRM) показывает большую эффективность, выражающуюся в меньшем отлике на фоны и шум. Разработанный алгоритм также позволяет выделить искомый сигнал вне зависимости от малых изменений характеристик оптики телескопа во время наблюдений, которая создаёт многокомпонентный и трудно моделируемый фоновый сигнал.

4. Найдена оптимальная температура оптической системы телескопа для любого эксперимента по измерению монопольной части μ искажений спектра реликтового излучения. Её значение составило $8 \div 10$ K. При охлаждении же зеркала до температуры реликтового фона 2.7 K появляется риск измерить особенности собственной оптической системы в виде мимикрирующих под характерную форму μ искажения сигналов вместо искомых характеристик спектра реликтового излучения.

Благодарности

Автор выражает глубокую признательность научному руководителю Дмитрию Игоревичу Новикову за руководство проектом, ценные замечания, возможность проведения научной работы, критические указания и наставления, Сергею Владимировичу Пилипенко за советы и консультации во время выполнения научной работы, Татьяне Ивановне Ларченковой за уместные замечания и пожелания при работе над проектом, Павлу Борисовичу Иванову за рецензирование работы, Надежде Николаевне Шахворостовой за помощь с оформлением работы в соответствии с необходимыми требованиями, Наире Рубеновне Аракелян за советы при оформлении работы, соавторам опубликованных статей, коллективу АКЦ ФИАН, своим родителям и близким за поддержку.

Список литературы

[1] Planck Collaboration, Akrami Y., Ashdown M. et al. Planck 2018 results. IV. Diffuse component separation // Astron. and Astrophys. . 2020. Vol. 641. P. A4.

[2] Novikov I. D., Likhachev S. F., Shchekinov Y. A. et al. Objectives of the Millimetron Space Observatory science program and technical capabilities of its realization // Physics Uspekhi. 2021. Vol. 64, no. 4. P. 386–419.

[3] Bennett C. L., Larson D., Weiland J. L. et al. Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results // Astrophys. J. Suppl. . 2013. Vol. 208, no. 2. P. 20.

[4] Ade P. A. R., Aghanim N., Armitage-Caplan C. et al. Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood // Astron. and Astrophys. . 2014. Vol. 571. P. A15.

[5] Mather J. C., Cheng E. S., Eplee R. E. J. et al. A Preliminary Measurement of the Cosmic Microwave Background Spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) Satellite // Astrophys. J. Lett. . 1990. Vol. 354. P. L37.

[6] Fixsen D. J. The Temperature of the Cosmic Microwave Background // Astrophys. J. 2009. Vol. 707, no. 2. P. 916–920.

[7] Chluba J., Abitbol M. H., Aghanim N. et al. New horizons in cosmology with spectral distortions of the cosmic microwave background // Exp. Astron. 2021. Vol. 51, no. 3. P. 1515–1554.

[8] Silk J. Unveiling the early universe with the spectral distortions of the CMB // APS April Meeting Abstracts. Vol. 2021 of APS Meeting Abstracts. 2021. P. B21.003.

[9] Chluba J., Sunyaev R. A. The evolution of CMB spectral distortions in the early Universe // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2012. Vol. 419, no. 2. P. 1294–1314.

[10] Silk J., Chluba J. Next Steps for Cosmology // Science. 2014. Vol. 344, no. 6184. P. 586–588.

[11] De Zotti G., Negrello M., Castex G. et al. Another look at distortions of the Cosmic Microwave Background spectrum // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2016. no. 3. P. 047.

[12] Chluba J. Which spectral distortions does ΛCDM actually predict? // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2016. Vol. 460, no. 1. P. 227–239.

[13] Tashiro H. CMB spectral distortions and energy release in the early universe // Prog. Theor. Exp. Phys. 2014. Vol. 2014, no. 6. P. 06B107.

[14] Cabass G., Melchiorri A., Pajer E. μ distortions or running: A guaranteed discovery from CMB spectrometry // Phys. Rev.D. 2016. Vol. 93, no. 8. P. 083515.

[15] Zeldovich Y. B., Sunyaev R. A. The Interaction of Matter and Radiation in a Hot-Model Universe // Astrophys. and Space Sci. . 1969. Vol. 4. P. 301–316.

[16] Burigana C., Danese L., de Zotti G. Formation and evolution of early distortions of the microwave background spectrum - A numerical study // Astron. and Astrophys. . 1991. Vol. 246, no. 1. P. 49–58.

[17] Chluba J., Kogut A., Patil S. P. et al. Spectral Distortions of the CMB as a Probe of Inflation, Recombination, Structure Formation and Particle Physics // Bull. Amer. Astron. Soc. . 2019. Vol. 51, no. 3. P. 184.

[18] Nakama T., Carr B., Silk J. Limits on primordial black holes from μ distortions in cosmic microwave background // Phys. Rev.D. 2018. Vol. 97, no. 4. P. 043525.

[19] Yang J., Wang X., Ma X.-H. et al. A Compaction Function Analysis of CMB μ distortion Constraints on Primordial Black Holes // arXiv e-prints. 2024. P. arXiv:2408.16579.

[20] Kompaneets A. S. // Sov. J. Exp. Theor. Phys. 1957. Vol. 4. P. 730.

[21] Sunyaev R. A., Zeldovich Y. B. Small scale entropy and adiabatic density perturbations — Antimatter in the Universe // Astrophys. and Space Sci. . 1970. Vol. 9, no. 3. P. 368–382.

[22] Hu W., Silk J. Thermalization constraints and spectral distortions for massive unstable relic particles // Phys. Rev. Lett.. 1993. Vol. 70, no. 18. P. 2661–2664.

[23] Khatri R., Sunyaev R. A. Beyond y and μ: the shape of the CMB spectral distortions in the intermediate epoch, 1.5×10^4lesssimzlesssim2×10^5 // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2012. Vol. 2012, no. 9. P. 016.

[24] Chluba J., Erickcek A. L., Ben-Dayan I. Probing the Inflaton: Small-scale Power Spectrum Constraints from Measurements of the Cosmic Microwave Background Energy Spectrum // Astrophys. J. . 2012. Vol. 758, no. 2. P. 76.

[25] Fixsen D. J., Cheng E. S., Gales J. M. et al. The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set // Astrophys. J. . 1996. Vol. 473. P. 576.

[26] Fixsen D. J., Dwek E., Mather J. C. et al. The Spectrum of the Extragalactic Far-Infrared Background from the COBE FIRAS Observations // Astrophys. J. . 1998. Vol. 508, no. 1. P. 123–128.

[27] Sunyaev R. A., Zeldovich Y. B. The interaction of matter and radiation in the hot model of the Universe, II // Astrophys. and Space Sci. . 1970. Vol. 7. P. 20–30.

[28] Challinor A., Lasenby A. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect // Astrophys. J. . 1998. Vol. 499. P. 1–6.

[29] Sazonov S. Y., Sunyaev R. A. Cosmic Microwave Background Radiation in the Direction of a Moving Cluster of Galaxies with Hot Gas: Relativistic Corrections // Astrophys. J. . 1998. Vol. 508. P. 1–5.

[30] Nozawa S., Itoh N., Kohyama Y. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies. II. Inclusion of Peculiar Velocities // Astrophys. J. . 1998. Vol. 508. P. 17–24.

[31] Itoh N., Nozawa S., Kohyama Y. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies. III. Polarization Effect // Astrophys. J. . 2000. Vol. 533. P. 588–593.

[32] Itoh N., Kawana Y., Nozawa S. et al. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zel'dovich Effect for Clusters of Galaxies. V. Multiple Scattering // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 327, 567-576. 2001.

[33] Nozawa S., Itoh N., Suda Y. et al. An improved formula for the relativistic corrections to the kinematical Sunyaev-Zeldovich effect for clusters of galaxies // Nuovo Cimento B Serie. 2006. Vol. 121. P. 487–500.

[34] Chluba J., Khatri R., Sunyaev R. A. CMB at 2x2 order: the dissipation of primordial acoustic waves and the observable part of the associated energy release // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2012. Vol. 425, no. 2. P. 1129–1169.

[35] Chluba J., Dai L., Kamionkowski M. Multiple scattering Sunyaev-Zeldovich signal - I. Lowest order effect // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2014. Vol. 437, no. 1. P. 67–76.

[36] Chluba J., Dai L. Multiple scattering Sunyaev-Zeldovich signal - II. Relativistic effects // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2014. Vol. 438, no. 2. P. 1324–1334.

[37] Itoh N., Kohyama Y., Nozawa S. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies // Astrophys. J. . 1998. Vol. 502. P. 7–15.

[38] Stebbins A. Extensions to the Kompaneets equation and Sunyaev-Zeldovich distortion // Submitted to: Astrophys. J. Lett. 1997.

[39] Shimon M., Rephaeli Y. Cmb comptonization by energetic nonthermal electrons in clusters of galaxies // Astrophys. J. 2002. Vol. 575. P. 12.

[40] Hu W., Scott D., Silk J. Reionization and cosmic microwave background distortions: A complete treatment of second-order Compton scattering // Phys. Rev.D. 1994. Vol. 49, no. 2. P. 648–670.

[41] Edigaryev I. G., Novikov D. I., Pilipenko S. V. Anisotropic thermal Sunyaev-Zel'dovich effect and the possibility of an independent measurement of the CMB dipole, quadrupole, and octupole // Phys. Rev.D. 2018. Vol. 98, no. 12. P. 123513.

[42] Efstathiou G. The statistical significance of the low cosmic microwave background mulitipoles // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2003. Vol. 346. P. L26–L30.

[43] Tegmark M., de Oliveira-Costa A., Hamilton A. J. High resolution foreground cleaned CMB map from WMAP // Phys. Rev.D. 2003. Vol. 68, no. 12. P. 123523.

[44] Schwarz D. J., Starkman G. D., Huterer D. et al. Is the Low-ℓ Microwave Background Cosmic? // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93, no. 22. P. 221301.

[45] Creswell J., Naselsky P. Asymmetry of the CMB map: local and global anomalies // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2021. Vol. 2021, no. 3. P. 103.

[46] Copi C. J., Huterer D., Starkman G. D. Multipole vectors: A new representation of the CMB sky and evidence for statistical anisotropy or non-Gaussianity at $2 \leq l \leq 8$ // Phys. Rev.D. 2004. Vol. 70, no. 4. P. 043515.

[47] Copi C. J., Huterer D., Schwarz D. J. et al. On the large-angle anomalies of the microwave sky // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2006. Vol. 367. P. 79–102.

[48] Naselsky P. D., Verkhodanov O. V. Peculiarities of Phases of the Wmap Quadrupole // Int. J. of Mod. Phys. D. 2008. Vol. 17. P. 179–194.

[49] Yasini S., Pierpaoli E. Beyond the Boost: Measuring the Intrinsic Dipole of the Cosmic Microwave Background Using the Spectral Distortions of the Monopole and Quadrupole // Physical Review Letters. 2017. Vol. 119, no. 22. P. 221102.

[50] Ferreira P. d. S., Quartin M. First Constraints on the Intrinsic CMB Dipole and Our Velocity with Doppler and Aberration // Phys. Rev. Lett.. 2021. Vol. 127, no. 10. P. 101301.

[51] Sachs R. K., Wolfe A. M. Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background // Astrophys. J. . 1967. Vol. 147. P. 73.

[52] Rees M. J., Sciama D. W. Large-scale Density Inhomogeneities in the Universe // Nature . 1968. Vol. 217. P. 511–516.

[53] Abitbol M. H., Chluba J., Hill J. C. et al. Prospects for measuring cosmic microwave background spectral distortions in the presence of foregrounds // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2017. Vol. 471, no. 1. P. 1126–1140.

[54] Planck Collaboration, Aghanim N., Akrami Y. et al. Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck // Astron. and Astrophys. . 2020. Vol. 641. P. A1.

[55] Draine B. T., Lee H. M. Optical Properties of Interstellar Graphite and Silicate Grains // Astrophys. J. . 1984. Vol. 285. P. 89.

[56] Désert F.-X. The interstellar dust emission spectrum. Going beyond the single-temperature grey body // Astron. and Astrophys. . 2022. Vol. 659. P. A70.

[57] Carretti E., Haverkorn M., Staveley-Smith L. et al. S-band Polarization All-Sky Survey (S-PASS): survey description and maps // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2019. Vol. 489, no. 2. P. 2330–2354.

[58] de la Hoz E., Barreiro R. B., Vielva P. et al. QUIJOTE scientific results - VIII. Diffuse polarized foregrounds from component separation with QUIJOTE-MFI // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2023. Vol. 519, no. 3. P. 3504–3525.

[59] Fuskeland U., Wehus I. K., Eriksen H. K. et al. Spatial Variations in the Spectral Index of Polarized Synchrotron Emission in the 9 yr WMAP Sky Maps // Astrophys. J. . 2014. Vol. 790, no. 2. P. 104.

[60] Planck Collaboration, Adam R., Ade P. A. R. et al. Planck 2015 results. X. Diffuse component separation: Foreground maps // Astron. and Astrophys. . 2016. Vol. 594. P. A10.

[61] Planck Collaboration, Abergel A., Ade P. A. R. et al. Planck 2013 results. XI. All-sky model of thermal dust emission // Astron. and Astrophys. . 2014. Vol. 571. P. A11.

[62] Rybicki G. B., Press W. H. Interpolation, Realization, and Reconstruction of Noisy, Irregularly Sampled Data // Astrophys. J. . 1992. Vol. 398. P. 169.

[63] Bennett C. L., Hill R. S., Hinshaw G. et al. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Foreground Emission // Astrophys. J. Suppl. . 2003. Vol. 148, no. 1. P. 97–117.

[64] Eriksen H. K., Banday A. J., Górski K. M. et al. On Foreground Removal from the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Data by an Internal Linear Combination Method: Limitations and Implications // Astrophys. J. . 2004. Vol. 612, no. 2. P. 633–646.

[65] Remazeilles M., Delabrouille J., Cardoso J.-F. Foreground component separation with generalized Internal Linear Combination // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2011. Vol. 418, no. 1. P. 467–476.

[66] Remazeilles M., Chluba J. Mapping the relativistic electron gas temperature across the sky // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2020. Vol. 494, no. 4. P. 5734–5750.

[67] Hill J. C., Pajer E. Cosmology from the thermal Sunyaev-Zel'dovich power spectrum: Primordial non-Gaussianity and massive neutrinos // Phys. Rev. D. 2013. Vol. 88, no. 6. P. 063526.

[68] Abylkairov Y. S., Darwish O., Hill J. C. et al. Partially constrained internal linear combination: A method for low-noise CMB foreground mitigation // Physical Review D. 2021. Vol. 103, no. 10.

[69] Stolyarov V., Hobson M. P., Lasenby A. N. et al. All-sky component separation in the presence of anisotropic noise and dust temperature variations // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2005. Vol. 357, no. 1. P. 145–155.

[70] Chluba J., Hill J. C., Abitbol M. H. Rethinking CMB foregrounds: systematic extension of foreground parametrizations // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2017. Vol. 472, no. 1. P. 1195–1213.

[71] Rotti A., Chluba J. Combining ILC and moment expansion techniques for extracting average-sky signals and CMB anisotropies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2020. Vol. 500, no. 1. P. 976–985.

[72] Wild W., Kardashev N. S., Likhachev S. F. et al. Millimetron – a large Russian-European submillimeter space observatory // Experimental Astronomy. 2009. Vol. 23. P. 221–244.

[73] Kardashev N. S., Novikov I. D., Lukash V. N. et al. Review of scientific topics for the Millimetron space observatory // Physics Uspekhi. 2014. Vol. 57. P. 1199–1228.

[74] Smirnov A. V., Baryshev A. M., Pilipenko S. V. et al. Space mission Millimetron for terahertz astronomy // Space Telescopes and Instrumentation 2012: Optical, Infrared, and Millimeter Wave. Vol. 8442 of Proc. SPIE. 2012. P. 84424C.

[75] Hill J. C., Battaglia N., Chluba J. et al. Taking the Universe's Temperature with Spectral Distortions of the Cosmic Microwave Background // Phys. Rev. Lett.. 2015. Vol. 115, no. 26. P. 261301.

[76] Kogut A., Chluba J., Fixsen D. J. et al. The Primordial Inflation Explorer (PIXIE) // Space Telescopes and Instrumentation 2016: Optical, Infrared, and Millimeter Wave / Ed. by H. A. MacEwen, G. G. Fazio, M. Lystrup et al. Vol. 9904 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. 2016. P. 99040W.

[77] Baldi A. S., De Petris M., Sembolini F. et al. Kinetic Sunyaev-Zel'dovich effect in rotating galaxy clusters from MUSIC simulations // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2018. Vol. 479, no. 3. P. 4028–4040.

[78] Adam R., Bartalucci I., Pratt G. W. et al. Mapping the kinetic Sunyaev-Zel'dovich effect toward MACS J0717.5+3745 with NIKA // Astron. and Astrophys. . 2017. Vol. 598. P. A115.

[79] Chluba J., Switzer E., Nelson K. et al. Sunyaev-Zeldovich signal processing and temperature-velocity moment method for individual clusters // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2013. Vol. 430, no. 4. P. 3054–3069.

[80] Ruppin F., Mayet F., Macías-Pérez J. F. et al. Impact of the mean pressure profile of galaxy clusters on the cosmological constraints from the Planck tSZ power spectrum // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2019. Vol. 490, no. 1. P. 784–796.

[81] Colafrancesco S., Marchegiani P. The energetics of giant radio galaxy lobes from inverse Compton scattering observations // Astron. and Astrophys. . 2011. Vol. 535. P. A108.

[82] Colafrancesco S., Marchegiani P., Buonanno R. Untangling the atmosphere of the Bullet cluster with Sunyaev-Zel'dovich effect observations // Astron. and Astrophys. . 2011. Vol. 527. P. L1.

[83] Enßlin T. A., Kaiser C. R. Comptonization of the cosmic microwave background by relativistic plasma // Astron. and Astrophys. . 2000. Vol. 360. P. 417–430.

[84] Marchegiani P., Colafrancesco S. Is the radio emission in the Bullet cluster due to dark matter annihilation? // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2015. Vol. 452, no. 2. P. 1328–1340.

[85] Silk J., White S. D. M. The determination of q_0 using X-ray and microwave observation of galaxy clusters. // Astrophys. J. Lett. . 1978. Vol. 226. P. L103–L106.

[86] Birkinshaw M. Limits to the value of the Hubble constant deduced from observations of clusters of galaxies. // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 1979. Vol. 187. P. 847–862.

[87] Cavaliere A., Danese L., de Zotti G. Unborn clusters. // Astrophys. J. . 1977. Vol. 217. P. 6–15.

[88] Luzzi G., Génova-Santos R. T., Martins C. J. A. P. et al. Constraining the evolution of the CMB temperature with SZ measurements from Planck data // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2015. Vol. 2015, no. 9. P. 011.

[89] de Martino I., Atrio-Barandela F., da Silva A. et al. Measuring the Redshift Dependence of the Cosmic Microwave Background Monopole Temperature with Planck Data // Astrophys. J. . 2012. Vol. 757, no. 2. P. 144.

[90] Colafrancesco S. SZ effect from Dark Matter annihilation // Astron. and Astrophys. . 2004. Vol. 422. P. L23–L27.

[91] Weller J., Battye R. A., Kneissl R. Constraining Dark Energy with Sunyaev-Zel'dovich Cluster Surveys // Phys. Rev. Lett.. 2002. Vol. 88, no. 23. P. 231301.

[92] Cooray A. Modifications to the cosmic 21-cm background frequency spectrum by scattering via electrons in galaxy clusters // Phys. Rev.D. 2006. Vol. 73, no. 10. P. 103001.

[93] Colafrancesco S., Marchegiani P., Emritte M. S. Probing the physics and history of cosmic reionization with the Sunyaev-Zel'dovich effect // Astron. and Astrophys. . 2016. Vol. 595. P. A21.

[94] Carlstrom J. E., Holder G. P., Reese E. D. Cosmology with the Sunyaev-Zel'dovich Effect // Annual Rev. Astron. Astrophys. . 2002. Vol. 40. P. 643–680.

[95] Mroczkowski T., Nagai D., Basu K. et al. Astrophysics with the Spatially and Spectrally Resolved Sunyaev-Zeldovich Effects. A Millimetre/Submillimetre Probe of the Warm and Hot Universe // Space Sci. Rev.. 2019. Vol. 215, no. 1. P. 17.

[96] Chluba J. The Cosmic Microwave Background: Spectral Distortions // arXiv e-prints. 2025. P. arXiv:2502.05188.

[97] Challinor A., Lasenby A. Comptonization of an Isotropic Distribution in Moving Media: Higher Order Effects // Astrophys. J. . 1999. Vol. 510. P. 930–933.

[98] Nozawa S., Kohyama Y. Analytical study on the Sunyaev-Zeldovich effect for clusters of galaxies // Phys. Rev.D. 2009. Vol. 79. P. 083005.

[99] Nozawa S., Kohyama Y. Analytical studies on the Sunyaev-Zeldovich effect in the cluster of galaxies for three Lorentz frames // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2013. Vol. 434. P. 710–719.

[100] Nozawa S., Kohyama Y. Analytical studies on the Sunyaev-Zeldovich effect in the cluster of galaxies for three Lorentz frames - II. Single integral formula // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2014. Vol. 441. P. 3018–3027.

[101] Chluba J., Nagai D., Sazonov S. et al. A fast and accurate method for computing the Sunyaev-Zel'dovich signal of hot galaxy clusters // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2012. Vol. 426. P. 510–530.

[102] Chluba J., Hütsi G., Sunyaev R. A. Clusters of galaxies in the microwave band: Influence of the motion of the Solar System // Astron. and Astrophys. . 2005. Vol. 434, no. 3. P. 811–817.

[103] Lavaux G., Diego J. M., Mathis H. et al. Sunyaev-Zel'dovich polarization as a probe of the intracluster medium // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2004. Vol. 347, no. 3. P. 729–739.

[104] Sazonov S. Y., Sunyaev R. A. Microwave polarization in the direction of galaxy clusters induced by the CMB quadrupole anisotropy // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 1999. Vol. 310, no. 3. P. 765–772.

[105] Kamionkowski M., Loeb A. Getting around cosmic variance // Phys. Rev.D. 1997. Vol. 56, no. 8. P. 4511–4513.

[106] Challinor A. D., Ford M. T., Lasenby A. N. Thermal and kinematic corrections to the microwave background polarization induced by galaxy clusters along the line of sight // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2000. Vol. 312, no. 1. P. 159–165.

[107] Shehzad Emritte M., Colafrancesco S., Marchegiani P. Polarization of the Sunyaev-Zel'dovich effect: relativistic imprint of thermal and non-thermal plasma // J. Cosmol. Astropart. Phys. 2016. P. 031.

[108] Yasini S., Pierpaoli E. Kinetic Sunyaev-Zeldovich effect in an anisotropic CMB model: Measuring low multipoles of the CMB at higher redshifts using intensity and polarization spectral distortions // Phys. Rev.D. 2016. Vol. 94. P. 023513.

[109] Babuel-Peyrissac J. P., Rouvillois G. Diffusion compton dans un gaz d'electrons Maxwelliens. // Journal de Physique. 1969. Vol. 30. P. 301–406.

[110] Pomraning G. C. The Stokes Parameters for Light Arising from Induced Processes // Astrophys. J. . 1974. Vol. 191. P. 183–190.

[111] Stark R. F. The radiative polarization transfer equations in hot Comptonizing electron scattering atmospheres including induced scattering. // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 1981. Vol. 195. P. 115–126.

[112] Illarionov A. F., Siuniaev R. A. Comptonization, the background-radiation spectrum, and the thermal history of the universe // Astron. Zh. . 1974. Vol. 51. P. 1162.

[113] Hu W., Silk J. Thermalization and spectral distortions of the cosmic background radiation // Phys. Rev.D. 1993. Vol. 48, no. 2. P. 485–502.

[114] Chluba J. Green's function of the cosmological thermalization problem - II. Effect of photon injection and constraints // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2015. Vol. 454, no. 4. P. 4182–4196.

[115] Chluba J., Abitbol M. H., Aghanim N. et al. New Horizons in Cosmology with Spectral Distortions of the Cosmic Microwave Background // arXiv e-prints. 2019. P. arXiv:1909.01593.

[116] Desjacques V., Chluba J., Silk J. et al. Detecting the cosmological recombination signal from space // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2015. Vol. 451, no. 4. P. 4460–4470.

[117] Chluba J. Science with CMB spectral distortions // ArXiv e-prints. 2014. P. arXiv:1405.6938.

[118] Fixsen D. J. The Temperature of the Cosmic Microwave Background // Astrophys. J. . 2009. Vol. 707, no. 2. P. 916–920.

[119] Crittenden R. G., Turok N. Looking for a Cosmological Constant with the Rees-Sciama Effect // Physical Review Letters. 1996. Vol. 76. P. 575–578.

[120] Ade P. A. R., Aghanim N., Arnaud M. et al. Planck 2015 results. XXVII. The second Planck catalogue of Sunyaev-Zeldovich sources // Astron. and Astrophys. . 2016. Vol. 594. P. A27.

[121] Daly R. A. Spectral Distortions of the Microwave Background Radiation Resulting from the Damping of Pressure Waves // Astrophys. J. . 1991. Vol. 371. P. 14.

[122] Hu W., Scott D., Silk J. Power Spectrum Constraints from Spectral Distortions in the Cosmic Microwave Background // Astrophys. J. Lett. . 1994. Vol. 430. P. L5.

[123] Ota A., Takahashi T., Tashiro H. et al. CMB μ distortion from primordial gravitational waves // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2014. Vol. 2014, no. 10. P. 029.

[124] Mukherjee S., Silk J., Wandelt B. D. How to measure CMB spectral distortions with an imaging telescope // Phys. Rev.D. 2019. Vol. 100, no. 10. P. 103508.

[125] Miyamoto K., Sekiguchi T., Tashiro H. et al. CMB distortion anisotropies due to the decay of primordial magnetic fields // Phys. Rev.D. 2014. Vol. 89, no. 6. P. 063508.

[126] Kogut A., Fixsen D. J., Chuss D. T. et al. The Primordial Inflation Explorer (PIXIE): a nulling polarimeter for cosmic microwave background observations // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2011. Vol. 2011, no. 7. P. 025.

[127] Pajer E., Zaldarriaga M. New Window on Primordial Non-Gaussianity // Phys. Rev. Lett.. 2012. Vol. 109, no. 2. P. 021302.

[128] Ganc J., Komatsu E. Scale-dependent bias of galaxies and μ-type distortion of the cosmic microwave background spectrum from single-field inflation with a modified initial state // Phys. Rev.D. 2012. Vol. 86, no. 2. P. 023518.

[129] Chluba J., Hill J. C., Abitbol M. H. Rethinking CMB foregrounds: systematic extension of foreground parametrizations // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2017. Vol. 472, no. 1. P. 1195–1213.

[130] Zelko I. A., Finkbeiner D. P. Impact of Dust on Spectral Distortion Measurements of the Cosmic Microwave Background // Astrophys. J. . 2021. Vol. 914, no. 1. P. 68.

[131] Kogut A., Fixsen D. J. Foreground Bias from Parametric Models of Far-IR Dust Emission // Astrophys. J. . 2016. Vol. 826, no. 2. P. 101.

[132] Finkbeiner D. P., Davis M., Schlegel D. J. Extrapolation of Galactic Dust Emission at 100 Microns to Cosmic Microwave Background Radiation Frequencies Using FIRAS // Astrophys. J. . 1999. Vol. 524, no. 2. P. 867–886.

[133] Kirkpatrick A., Pope A., Sajina A. et al. The Role of Star Formation and an AGN in Dust Heating of z = 0.3-2.8 Galaxies. I. Evolution with Redshift and Luminosity // Astrophys. J. . 2015. Vol. 814, no. 1. P. 9.

[134] Schutz B. F. Gravitational wave astronomy // Classical and Quantum Gravity. 1999. Vol. 16, no. 12A. P. A131–A156.

[135] Owen B. J., Sathyaprakash B. S. Matched filtering of gravitational waves from inspiraling compact binaries: Computational cost and template placement // Phys. Rev.D. 1999. Vol. 60, no. 2. P. 022002.

[136] Pitkin M., Reid S., Rowan S. et al. Gravitational Wave Detection by Interferometry (Ground and Space) // Living Reviews in Relativity. 2011. Vol. 14, no. 1. P. 5.

[137] Zubeldia Í., Rotti A., Chluba J. et al. Understanding matched filters for precision cosmology // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2021. Vol. 507, no. 4. P. 4852–4863.

[138] Herranz D., Sanz J. L., Hobson M. P. et al. Filtering techniques for the detection of Sunyaev-Zel'dovich clusters in multifrequency maps // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2002. Vol. 336, no. 4. P. 1057–1068.

[139] White M., Padmanabhan N. Matched filtering with interferometric 21 cm experiments // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2017. Vol. 471, no. 1. P. 1167–1180.

[140] Zubeldia Í., Challinor A. Cosmological constraints from Planck galaxy clusters with CMB lensing mass bias calibration // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2019. Vol. 489, no. 1. P. 401–419.

[141] Planck Collaboration, Aghanim N., Ashdown M. et al. Planck intermediate results. XLVIII. Disentangling Galactic dust emission and cosmic infrared background anisotropies // Astron. and Astrophys. . 2016. Vol. 596. P. A109.

[142] Benford D. J., Hunter T. R., Phillips T. G. Noise Equivalent Powers of Background Limited Thermal Detectors at Submillimeter Wavelengths // Int. J. Infrared Millim. Waves. 1998. Vol. 19. P. 931–938.

[143] Lamarre J. M. Photon noise in photometric instruments at far-infrared and submillimeter wavelengths // Applied Optics. 1986. Vol. 25, no. 6. P. 870–876.

[144] Fu H., Lucca M., Galli S. et al. Unlocking the synergy between CMB spectral distortions and anisotropies // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2021. Vol. 2021, no. 12. P. 050.

[145] Acharya S. K., Chluba J. CMB spectral distortions from continuous large energy release // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 2022. Vol. 515, no. 4. P. 5775–5789.

[146] Kogut A., Fixsen D., Chuss D. et al. The Primordial Inflation Explorer (PIXIE): a nulling polarimeter for cosmic microwave background observations // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2011. Vol. 2011, no. 07. P. 025.

[147] Kogut A., Fixsen D., Aghanim N. et al. Systematic error mitigation for the PIXIE Fourier transform spectrometer // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2023. Vol. 2023, no. 7. P. 057.

[148] Rybicki G. B., Lightman A. P. Radiative Processes in Astrophysics. Wiley-VCH, 1986.

[149] de Bernardis P., Colafrancesco S., D'Alessandro G. et al. Low-resolution spectroscopy of the Sunyaev-Zel'dovich effect and estimates of cluster parameters // Astron. and Astrophys. . 2012. Vol. 538. P. A86.

[150] Maillard J. P., Drissen L., Grandmont F. et al. Integral wide-field spectroscopy in astronomy: the Imaging FTS solution // Experimental Astronomy. 2013. Vol. 35, no. 3. P. 527–559.