Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской Академии Наук

На правах рукописи

Борисенко Александр Станиславович

Спектроскопия оптических переходов в ионах иттербия для реализации квантовых вычислений

Специальность 1.3.19 —
Лазерная физика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Хабарова Ксения Юрьевна

Москва — 2022

Оглавление

Стр.

Введение 4

Глава 1. Ион иттербия для квантовых вычислений 11
1.1 Квантовые вычисления 11
1.2 Оптический кубит в ионе иттербия 12
1.2.1 Структура уровней иона иттербия 14
1.3 Захват и лазерное охлаждение ионов иттербия 16
1.3.1 Основные принципы работы ионной ловушки Пауля 16
1.3.2 Фотоионизация и захват ионов иттербия 18
1.3.3 Доплеровское охлаждение ионов иттербия 20
1.3.4 Подготовка начального состояния ионов иттербия 21
1.3.5 Детектирование состояния ионов иттербия 22
1.3.6 Компенсация микродвижения 23
1.4 Экспериментальная установка 25
1.4.1 Ионная ловушка 25
1.4.2 Вакуумная камера 27
1.4.3 Лазерная система 29
1.4.4 Система считывания 30
1.5 Измерение частот переходов для доплеровского охлаждения . . . 31
1.6 Основные результаты Главы 1 36

Глава 2. Моделирование и реализация ионных кристаллов для квантовых вычислений 37
2.1 Вигнеровские кристаллы 37
2.1.1 Положения равновесия ионов в кристалле 39
2.1.2 Колебательные моды ионов в кристалле 41
2.1.3 Ангармонический удерживающий потенциал 42
2.1.4 Численное моделирование ионных кристаллов 44
2.2 Экспериментальная реализация эквидистантных ионных кристаллов 47
2.3 Линейная ловушка Пауля для квантовых вычислений 51
2.4 Основные результаты Главы 2 57

Стр.

Глава 3. Считывание оптического кубита на переходе 435.5 нм в ионе $^{171}Yb^{+}$ . . . 58
3.1 Теоретическая модель считывания . . . 58
3.1.1 Переходный процесс в начале считывания . . . 59
3.1.2 Динамика населённости уровней в процессе считывания . . . 61
3.1.3 Влияние нерезонансных эффектов . . . 63
3.1.4 Статистика зарегистрированных фотонов . . . 65
3.2 Исследование достоверности считывания от параметров эксперимента . . . 70
3.3 Пути повышения достоверности считывания . . . 74
3.3.1 Перенос населённости на $^{2}S_{1/2}(F=1)$ перед считыванием 74
3.3.2 Компенсация ошибки считывания на основе данных теоретической модели . . . 75
3.4 Основные результаты Главы 3 . . . 77

Глава 4. Измерение температуры вигнеровских кристаллов . . . 78
4.1 Регистрация и анализ сигнала флюоресценции ионов при доплеровском охлаждении . . . 79
4.2 Спектроскопия боковых колебательных частот . . . 80
4.3 Регистрация и анализ сигнала индуцированной прозрачности . . . 82
4.4 Анализ пространственного распределения захваченного иона . . . 85
4.5 Измерение температуры ионов по анализу дефазировки осцилляций Раби . . . 86
4.5.1 Экспериментальное применение метода на ионах $^{171}Yb^{+}$. 90
4.6 Основные результаты Главы 4 . . . 95

Заключение . . . 96

Список литературы . . . 99

Введение

Актуальность темы.

Идея использования квантовых устройств для принципиального увеличения скорости компьютерных вычислений возникла ещё в конце прошлого века. Первым о возможности создания полезного на практике квантового компьютера, базирующегося на принципе временной эволюции, которая является краеугольным камнем квантовой механики, высказался в 1982 году Пол Бениофф [1]. Это повлекло за собой целый поток исследований того, как «квантовые гейты» («квантовые вентили») могут быть преобразованы в «квантовые цепи», а также как такие квантовые гейты могут быть реализованы в твердотельных спиновых системах. В результате Дойч и Ёжа [2] показали, что квантовые машины могут превосходить по скорости классические компьютеры при решении некоторых задач, а позднее Шор [3] доказал, что задача разложения чисел на простые делители в случае квантового компьютера решается за «полиномиальное» время $t \propto n^k$, где n — число битов в раскладываемом на множителе числе, а k — константа. Для сравнения та же задача решается классическим компьютером за «экспоненциальное» время $t \propto e^{cn^{1/3}}$, где c — константа. Поскольку на сложности разложения чисел на простые делители базируются многие алгоритмы шифрования данных, интерес к практической реализации квантовых вычислений стремительно возрос.

В 2000 году Дэвид ДиВинченцо, после многочисленных попыток создать квантовый компьютер, сформулировал требования к физической платформе, необходимые для создания квантового компьютера, которые получили название критериев ДиВинченцо [4]. Во-первых, в физической системе должен быть реализован кубит — чётко охарактеризованная пара состояний, соответствующих нулю и единице для кодирования информации. При этом система должна быть масштабируемой. Во-вторых, должна быть возможность инициализации состояния кубитов в начальное состояние. В-третьих, время декогеренции системы должно быть как можно более длительным, многократно превышающим время, необходимое для проведения вычислений. В-четвёртых, для системы должен существовать универсальный набор квантовых гейтов. Наконец, должна быть возможность детектирования состояния кубита после вычислений.

Одними из самых перспективных квантовых объектов для реализации квантовых алгоритмов на сегодняшний день считаются ионы [5]. Кубит в ионе образуется электронными состояниями и может быть микроволновым или оптическим. За счёт наличия заряда ионы легко захватываются переменными электрическими полями и могут удерживаться в ловушке на протяжении длительного времени. Наличие электрического заряда также позволяет перепутывать внутренние состояния нескольких ионов, захваченных в одну ловушку, через общие колебательные моды [6; 7].

Несмотря на многочисленные достоинства ионной платформы, сегодня всё ещё остаётся ряд проблем, стоящих на пути к созданию универсального квантового вычислителя, обладающего практической значимостью. Как правило, для реализации квантовых алгоритмов с высокой степенью достоверности необходимо охладить ионный квантовый регистр до основного колебательного состояния [8]. Даже в случае реализации менее требовательных к температуре ионов алгоритмов, таких как гейт Мёлмера-Соренсена [9; 10], слишком высокие температуры кристалла оказывают ненулевое негативное влияние на достоверность операций. Поэтому проблемы создания ловушек с низкими скоростями нагрева, подбора оптимальных параметров лазерного охлаждения, а также определения температуры ионных кристаллов сохраняют свою актуальность.

Среди довольно большого числа пригодных для реализации квантовых операций ионов выделяется ион иттербия $^{171}\mathrm{Yb}^{+}$. Его электронная структура позволяет кодировать информацию в кубитах, базирующихся на микроволновом переходе между сверхтонкими подуровнями основного состояния [11] и на сильно запрещённых оптических переходах [12]. Кроме того, данный ион допускает в своей электронной структуре кодирование кудитов [13]. Методы лазерной спектроскопии, получившие существенное развитие за последние десятилетия, являются одними из самых точных и мощных инструментов исследования структуры энергетических переходов в атомных системах. Они позволяют исследовать переходы, необходимые для подготовки и контроля квантовых состояний ионов, а также переходы участвующие в реализации квантовых алгоритмов.

Диссертация посвящена исследованию методами лазерной спектроскопии оптических переходов в ионах иттербия для реализации и повышения достоверности квантовых логических операций.

Целью данной работы являлось уточнение длин волн оптических переходов в ионах изотопов 170, 171, 172, 174 и 176 иттербия, оптимизация достоверности считывания квантового состояния ионов, а также поиск новых более точных методов определения температуры и скорости нагрева ионов в ловушке, предназначенной для реализации квантовых логических операций на цепочке ионов.

Для достижения поставленной цели в ходе работы решались следующие основные **задачи:**

1. Создание экспериментальной установки, включая разработку, численное моделирование и сборку линейной квадрупольной ловушки Пауля для захвата, лазерного охлаждения и спектроскопии ионов иттербия.
2. Проведение спектроскопии переходов $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ ионов изотопов 170, 171, 172, 174 и 176 иттербия, используемых для их лазерного охлаждения.
3. Моделирование пространственной конфигурации и динамики линейного ионного кристалла в секулярном приближении для определения параметров поля ловушки, соответствующих равному расстоянию между ионами в кристалле.
4. Исследование и оптимизация достоверности процедуры считывания оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе $^{171}\mathrm{Yb}^+$.
5. Разработка метода определения температуры многочастичных линейных ионных кристаллов при температурах, близких к доплеровским, и его экспериментальная реализация.
6. Определение характеристик ионной ловушки: секулярных частот и скорости нагрева захваченных ионов.

Научная новизна:

Создана первая в России экспериментальная установка для захвата, лазерного охлаждения, спектроскопии и реализации квантовых операций на ионах иттербия. Смоделирована и изготовлена ионная ловушка с большим оптическим доступом, позволяющая захватывать до 5 ионов иттербия и реализовывать охлаждение до основного колебательного состояния по аксиальному направлению.

Измерены с улучшенной точностью длины волн переходов $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ в $^{170}\mathrm{Yb}^+$, $^{171}\mathrm{Yb}^+$, $^{172}\mathrm{Yb}^+$, $^{174}\mathrm{Yb}^+$ и $^{176}\mathrm{Yb}^+$. Полученные

значения имеют в три раза меньшую погрешность по сравнению с предыдущими опубликованными данными.

Впервые показано, что при использовании процедуры считывания состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}Yb^{+}$ с помощью лазерной системы охлаждения методом квантовых скачков из-за паразитной перекачки светлого состояния в тёмное фундаментальное ограничение достоверности считывания составляет 99.4%. Впервые проведена численная оптимизация параметров процедуры считывания в зависимости от экспериментальных условий, включающих паразитную засветку фотодетектора.

Предложен и экспериментально апробирован новый метод определения температуры многочастичного ионного кристалла по анализу затухания осцилляций Раби.

Практическая значимость:

Полученные уточнённые значения длин волн переходов в ионах изотопов иттербия могут быть использованы для увеличения точности вычислений характеристик электронной оболочки ионов иттербия, таких как поляризуемость уровней, а также для оптимизации и автоматизации процессов лазерного охлаждения и подготовки состояний ионов перед проведением опроса часового перехода в реперe частоты на одиночном ионе, и перед проведением квантово-логических операций на ионных кубитах.

Результаты теоретического исследования достоверности считывания квантового состояния оптического кубита в ионе иттербия важны для оптимизации параметров эксперимента по кодированию информации как в оптическом кубите, так и в оптических кудитах на основе квадрупольного перехода 435.5 нм в этом ионе. Последнее, в свою очередь, открывает возможность увеличения квантового объёма без наращивания числа ионов в квантовом регистре компьютера.

Предложенный метод определения температуры многочастичного ионного кристалла по наблюдению затухания осцилляций Раби даёт возможность определить как температуру ионного кристалла, так и скорость его нагрева в ловушке, расширяя диапазон поддающихся измерению параметров кристаллов и ловушек.

Методология и методы исследования. Работа проводилась с использованием квадрупольных ловушек Пауля различных конфигураций для захвата одиночных ионов и многочастичных ионных кристаллов иттербия. Применялись методы доплеровского лазерного охлаждения и прецизионной лазерной

спектроскопии. Экспериментальные результаты аппроксимировались теоретическими моделями и вычислялись необходимые параметры. Численные расчёты осуществлялись методом конечных элементов.

Положения, выносимые на защиту:

1. Уточнены значения длин волн переходов $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ в ионах изотопов иттербия-170, 171, 172, 174, 176 методом лазерной спектроскопии одиночного иона в ловушке. Полученные значения длин волн переходов в три раза превосходят по точности известные данные и важны для точных расчётов атомной поляризуемости.
2. Предел достоверности считывания состояния оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе иттербия-171 методом квантовых скачков составляет 99.4%. Ограничение в 0.6% связано с переносом населённости между сверхтонкими подуровнями основного состояния в начале измерения.
3. Предложенный метод анализа затухания осцилляций Раби позволяет измерить температуру многочастичного ионного кристалла по заселённости колебательных мод и обеспечить ошибку менее 5% вблизи доплеровского предела.
4. Использование метода анализа затухания осцилляций Раби позволяет измерить скорость нагрева ионов иттербия-171 в созданной ловушке Пауля, составившую 8 ± 2 фононов/мс вдоль оси ловушки.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием поверенного оборудования, согласованностью расчётов и результатов моделирования с результатами экспериментов, а также повторяемостью результатов экспериментов.

Личный вклад. При непосредственном участии автора была смоделирована конструкция и собрана установка для проведения экспериментов с ультрахолодными ионами иттербия, а также выполнена её настройка. Экспериментальная установка включает в себя лазерную систему, ионную ловушку Пауля, систему детектирования состояний ионов.

Автор лично произвёл измерения методом лазерной спектроскопии длин волн охлаждающих переходов одиночных ионов изотопов иттербия, захваченных в ловушку Пауля; предложил аналитическую модель процесса считывания оптического кубита в ионе иттербия-171 в зависимости от экспериментальных

параметров; предложил и экспериментально проверил новый метод измерения температуры ионного кристалла; измерил скорость нагрева иона в созданной ловушке Пауля.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались автором лично на 4 международных и российских научных конференциях, и симпозиумах:

1. «Определение темпов нагрева и температуры ионных кристаллов в линейной ловушке Пауля методом дефазировки осцилляций Раби», А. С. Борисенко, Н. В. Семенин, И. В. Заливако, И. А. Семериков, К. Ю. Хабарова, Н. Н. Колачевский, VIII Международная конференция «Лазерные, плазменные исследования и технологии» (ЛаПлаз-2022), 22 марта — 25 марта 2022 года, г. Москва, Россия.
2. «Спектроскопия квадрупольного перехода в одиночном ионе иттербия для улучшения характеристик оптических стандартов частоты», А. С. Борисенко, И. В. Заливако, И. А. Семериков, М. Д. Аксёнов, Н. Н. Колачевский, К. Ю. Хабарова, X Международный симпозиум «Метрология времени и пространства», 6 октября — 8 октября 2021 года, г. п. Менделеево, Россия.
3. «Ion quantum computer on $^{171}Yb^{+}$ qudits, current state», A. Borisenko, I. Semerikov, I. Zalivako, M. Aksenov, A. Korolkov, K. Khabarova, N. Kolachevsky, VI International Conference on Quantum Technologies (ICQT-2021), 12 июля — 16 июля 2021 года, г. Москва, Россия.
4. «Realization of a qudit readout in $^{171}Yb^{+}$ ion with complete state measurement», A. Borisenko, I. Zalivako, I. Semerikov, M. Aksenov, P. Vishnyakov, P. Sidorov, N. Semenin, K. Khabarova, N. Kolachevsky, IV International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight-2020), 28 сентября — 2 октября 2020 года, г. Москва, Россия.

Публикации автора по теме диссертации. Основные результаты по теме работы описаны в 5 научных работах в рецензируемых научных журналах, индексируемых базами данных Scopus и Web of Science:

1. Borisenko A., Zalivako I., Semerikov I., Aksenov M., Khabarova K., Kolachevsky N. — «Motional states of laser cooled Yb ions in an optimized radiofrequency trap». — *Laser Physics*, 29.9 (2019), P. 095201.
2. Zalivako I., Semerikov I., Borisenko A., Smirnov V., Vishnyakov P., Aksenov M., Sidorov P., Kolachevsky N., Khabarova K. — «Improved Wavelength

Measurement of $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ and $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ Transitions in Yb^+». — *Journal of Russian Laser Research*, 40.4 (2019), P. 375–381.

3. Семериков И. А., Заливако И. В., Борисенко А. С., Аксенов М. Д., Колачевский Н. Н., Хабарова К. Ю. — «Линейная ловушка Пауля для задач квантовой логики». — *Краткие сообщения по физике ФИАН*, 47.12 (2020), с. 33–39.
4. Семенин Н. В., Борисенко А. С., Заливако И. В., Семериков И. А., Хабарова К. Ю., Колачевский Н. Н. — «Оптимизация достоверности считывания квантового состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}Yb^+$». — *Письма в ЖЭТФ*, 114.8 (2021), с. 553–559.
5. Семенин Н. В., Борисенко А. С., Заливако И. В., Семериков И. А., Аксенов М. Д., Хабарова К. Ю., Колачевский Н. Н. — «Определение скорости нагрева и температуры ионных цепочек в линейной ловушке Пауля по дефазировке осцилляций Раби». — *Письма в ЖЭТФ*, 116.2 (2022), с. 74–79.

Объём и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 106 страниц, включая 36 рисунков и 4 таблицы. Список литературы содержит 80 наименований.

Глава 1. Ион иттербия для квантовых вычислений

1.1 Квантовые вычисления

В основе квантовых вычислений лежат законы и явления квантовой механики, обеспечивающие потенциальное квантовое превосходство квантовых вычислителей над классическими компьютерами. Последнее означает, что существуют задачи, решение которых невозможно с помощью классического компьютера в силу слишком большого времени, требуемого для этого, а квантовый компьютер способен решить эту задачу за конечное время. В то время как классические биты информации могут принимать значения 0 или 1, квантовые биты (кубиты) могут находиться в суперпозиции этих состояний.

Единицу информации в квантовом компьютере можно определить как волновую функцию:

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle\,,$$

где α и β — комплексные числа, а вероятность измерить кубит в состояниях $|0\rangle$ и $|1\rangle$ равна $|\alpha|^2$ и $|\beta|^2$ соответственно. Комплексные числа можно определить тригонометрически как:

$$\alpha = \cos\frac{\theta}{2};$$

$$\beta = e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}.$$

Согласно такому формализму для описания состояния кубита используются две циклические переменные (θ и φ) и состояние визуально представляется точкой на сфере, которую обычно называют сферой Блоха [14]. Таким образом в регистре кубитов можно хранить экспоненциально больше данных, чем в регистре классических битов аналогичного размера.

Другое важное различие между классическими и квантовыми вычислениями — это запутанность, то есть квантовомеханическая корреляция между кубитами:

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|00\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|11\rangle\,.$$

Квантовая запутанность – такое состояние набора частиц, когда оно может быть описано лишь единой волновой функцией, не представимой в виде тензорного произведения отдельных волновых функций каждой частицы. В результате перепутанные частицы оказываются сильно скоррелированы друг с другом, даже если они расположены на большом расстоянии. И суперпозиция, и запутанность являются основой квантовых вычислений.

Таким образом, выбирая платформу для реализации квантового вычислителя необходимо учитывать возможность перепутывания кубитов. Иногда, как в случае со сверхпроводящими кубитами, которые представляют собой джозефсоновские контакты, имеется возможность перепутывать только кубиты, расположенные рядом [15]. В этом случае, для проведения операции над произвольной парой кубитов, приходится проделывать операцию в несколько этапов. В случае нейтральных атомов сложностью является их слабое взаимодействие между собой. Для перепутывания их состояний приходится возбуждать атомы в ридберговские состояния, в которых атомы весьма чувствительны к внешним полям [16]. Преимуществом ионной платформы является наличие у ионов заряда и, следовательно, сильного кулоновского взаимодействия между ионами даже на сравнительно больших расстояниях. При этом связь существует у каждого иона с каждым, принадлежащим одному квантовому регистру.

1.2 Оптический кубит в ионе иттербия

Эксперименты по захвату, охлаждению и спектроскопии ионов начали проводиться ещё в середине прошлого столетия [17; 18]. Многие из разработанных тогда методов используются и сегодня для создания квантовых компьютеров [19]. С развитием технологий эти методы были усовершенствованы, что позволило добиться выполнения критериев ДиВинченцо [4], необходимых для реализации квантовых вычислителей. В частности, в случае ионов в ловушках:

– подуровни сверхтонкого расщепления уровня $^2S_{1/2}$ в ионе $^{171}\mathrm{Yb}^+$ могут использоваться в качестве кубита с выдающимися характеристиками.

Для этого кубита достижимо быстрая и эффективная инициализация и регистрация состояний [20];

– продемонстрированы большие времена когерентности, достигающие нескольких секунд, даже в неидеальных условиях эксперимента [20];
– достоверность считывания состояний в регистре микроволновых кубитов $^{171}Yb^{+}$ достигает значений более 99,9% [21];
– достоверность проведения двухкубитной универсальной операции достигла значений более 99,9% [22];
– предложен ряд подходов для увеличения квантового регистра [23].

Ионы, захваченные в ловушку и охлаждённые до низких температур имеют идентичные спектральные свойства, их электронные переходы будут одинаковыми при идентичных условиях. При работе с другими системами для реализации квантовых вычислителей (сверхпроводящие цепи, азотные вакансии в алмазах и т.д.) требуются значительные экспериментальные и инженерные усилия для создания одинаковых кубитов. Сверхпроводящие свойства могут меняться от кубита к кубиту и сильно зависеть от температуры, флуктуирующей от операции к операции. При создании систем с азотными вакансиями накладываются высокие требования на пространственное положение кубитов внутри алмаза. Ионная и атомная платформы имеют несомненное преимущество в данном аспекте.

Кубит можно реализовать как на микроволновых, так и на оптических переходах. Одним из вариантов успешной реализации микроволнового кубита является использование сверхтонкого расщепления основного состояния, что дает свои преимущества. Так, например, микроволновые переходы в ионах $^{43}Ca^{+}$ нечувствительны к флуктуациям магнитного поля в присутствии магнитных полей 146 Гс [24]. Микроволновые кубиты исследовались в ионе $^{133}Ba^{+}$ [25], ионе $^{9}Be^{+}$, где были реализованы с рекордной достоверностью однокубитные (99.996%) и двухкубитные (99.9%) операции [22], а также на ионе $^{171}Yb^{+}$ с симпатическим охлаждением при помощи иона $^{138}Ba^{+}$, на котором показано рекордное время когерентности (>1 часа) [26]. Среди сложности реализации микроволновых кубитов стоит отметить необходимость использования двух лазерных пучков для адресации и меньшую достоверность считывания, относительно оптических кубитов.

Оптические кубиты являются менее изученным направлением и лишены перечисленных недостатков. Однако для манипуляции оптическим кубитом

требуется использование ультрастабильных лазеров со спектральной шириной линии излучения порядка естественной ширины линии перехода и низким уровнем фазовых шумов. Одна из успешных реализаций оптических кубитов продемонстрирована на ионах $^{40}Ca^{+}$, где реализовано запутанное состояние из 24-х кубитов [27].

В данной диссертационной работе исследовался оптический кубит на квадрупольном переходе $^{2}S_{1/2}(F=0) \rightarrow {}^{2}D_{3/2}(F=2)$ в ионе $^{171}Yb^{+}$. Определим $|0\rangle$ как $^{2}S_{1/2}\,|F=0, m_F=0\rangle$ и $|1\rangle$ как $^{2}D_{3/2}\,|F=2, m_F=0\rangle$. Время радиационного распада из $|1\rangle$ в $|0\rangle$ составляет 53 мс, что значительно меньше, чем времена жизни для микроволновых кубитов. Однако время когерентности кубита в этом случае не является ограничивающим фактором, так как квантовые операции занимают не больше нескольких миллисекунд.

1.2.1 Структура уровней иона иттербия

Однократно заряженный ион иттербия обладает относительно простой схемой электронных уровней (схема используемых в работе уровней приведена на рисунке 1.1). В отличие от большинства исследованных на сегодня ионов, фотоионизация (398.9 нм), лазерное охлаждение (369.5 нм) и возврат иона иттербия из тёмного состояния в цикл охлаждения (935.2 нм и 760.1 нм) может осуществляться при помощи коммерчески доступных диодных лазеров без генераторов второй гармоники. Это открывает возможности для создания компактных, надёжных и недорогих установок. В случае иона изотопа $^{171}Yb^{+}$, обладающего ненулевым ядерным спином $I = 1/2$, у электронных уровней наблюдается сверхтонкое расщепление, что позволяет кодировать информацию в микроволновом кубите, образованном сверхтонкими подуровнями основного состояния $^{2}S_{1/2}$. Кроме этого, оптический квадрупольный переход на длине волны 435.5 нм также может использоваться в качестве кубита. Ионы чётных изотопов иттербия, обладающие сходной схемой электронных уровней, можно использовать в качестве охлаждающих ионов в задаче симпатического охлаждения.

С точки зрения электронной структуры уровни $^{171}Yb^{+}$ разделяются на две группы. Первая группа — это щелочеподобная конфигурация с полностью заполненной $4f$ оболочкой и одним валентным электроном. К этой группе от-

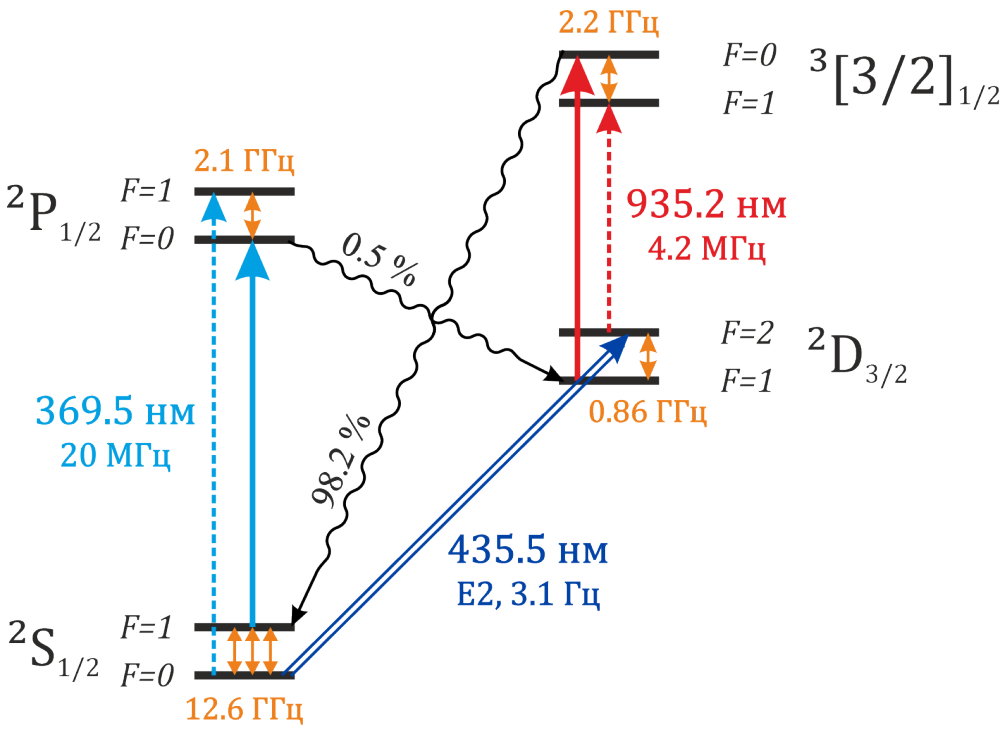


Рисунок 1.1 — Часть задействованных в работе электронных уровней в ионе $^{171}Yb^+$. Сплошные прямые линии показывают лазерные поля, необходимые для охлаждения иона независимо от изотопа иттербия. Прерывистые прямые линии показывают дополнительные лазерные поля, необходимые для охлаждения изотопа $^{171}Yb^+$, обладающего сверхтонким расщеплением. Волнистые линии обозначают дополнительные пути спонтанного распада состояний. Тройная и двойная линии обозначают микроволновый и оптический переходы, соответственно, которые можно использовать для кодирования информации.

носятся: основное состояние $^2S_{1/2}$; верхний уровень охлаждающего перехода $^2P_{1/2}$; возбужденное состояние квадрупольного перехода $^2D_{3/2}$, используемое в качестве оптического кубита. Вторая группа уровней обладает конфигурацией с двумя валентными электронами и дыркой в $4f$ оболочке. Сюда относится уровень $^3[3/2]_{1/2}$. В такой электронной конфигурации LS -связь плохо подходит для описания уровней, поэтому прибегают к формализму JK -связи или J_1L_2 -связи [28]. Здесь полный угловой момент внутренней части электронной системы J_1 суммируется с орбитальным угловым моментом валентных электронов L_2, образуя квантовое число K. Затем спин валентных электронов S_2 суммируется с K, образуя полный угловой момент J, при этом терм обозначается как $^{2S_2+1}[K]_J$.

1.3 Захват и лазерное охлаждение ионов иттербия

Техника захвата ионов с помощью электромагнитных полей известна с середины XX века. В 1989 году Ханс Демельт и Вольфганг Пауль получили Нобелевскую премию за работу над двумя типами ионных ловушек [29; 30]. Ганс Демельт разрабатывал ловушку Пеннинга, в которой для удержания ионов используются статические электрические и магнитные поля. Такие ловушки используются для прецизионных измерений [31; 32], а также квантовых симуляторов [33]. Вольфганг Пауль работал над ловушками, в которых для удержания ионов используются статические и переменные электрические поля. В данной работе использовались радиочастотные ловушки Пауля.

1.3.1 Основные принципы работы ионной ловушки Пауля

Удерживающий потенциал радиочастотной ловушки Пауля в декартовых координатах может быть записан в следующем виде:

$$V(x,y,z) = \frac{V_0}{2r_0^2}(\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2), \tag{1.1}$$

где V_0 и r_0 — характеризующие потенциал константы; α, β и γ — коэффициенты, отвечающие за форму квадратичного потенциала. Согласно теореме Гаусса, в области свободной от зарядов:

$$\nabla^2 V(\vec{r}) = \alpha + \beta + \gamma. \tag{1.2}$$

Для двумерного потенциала достаточно взять $\alpha = -\beta = -1$, $\gamma = 0$:

$$V(x,y,z) = \frac{V_0}{2r_0^2}(y^2 - x^2). \tag{1.3}$$

Тогда компоненты напряжённости электрического поля составят:

$$E_x = -\frac{V_0}{2r_0^2}x, \quad E_y = \frac{V_0}{2r_0^2}y, \quad E_z = 0. \tag{1.4}$$

Таким образом, на заряженную частицу в области захвата ловушки будет воздействовать седловидный потенциал, удерживающий частицу только в одном направлении. Если ввести времязависящие параметры $\alpha(t) = -\beta(t) = \cos(\Omega_{rf}t)$, то компоненты напряжённости электрического поля E_x и E_y будут осциллировать вокруг 0. Как будет показано в последующем, такое поле воздействует на частицу как гармонический потенциал.

Наличие постоянной составляющей поля V_{dc} приводит к потенциалу:

$$V(x,y,z) = \frac{V_{dc}}{2} + \frac{V_{rf}(x^2 - y^2)}{2r_0^2}\cos(\Omega_{rf}t), \tag{1.5}$$

где Ω_{rf} — частота радиочастотного напряжения, подаваемого на электроды ловушки, а V_{rf} — его амплитуда. В таком потенциале движение заряженной частицы будет описываться следующими дифференциальными уравнениями:

$$\ddot{x} + \frac{e}{Mr_0^2}(V_{dc} + V_{rf}\cos(\Omega_{rf}t))x = 0, \tag{1.6}$$

$$\ddot{y} + \frac{e}{Mr_0^2}(V_{dc} + V_{rf}\cos(\Omega_{rf}t))y = 0, \tag{1.7}$$

где e — заряд захватываемой частицы, а M — её масса. Эта система уравнений имеет вид дифференциальных уравнений Матье и решается с помощью теоремы Флоке:

$$x(t) \approx X_0\cos(\omega_y t)(1 + \frac{eV_{rf}}{Mr_0^2\Omega_{rf}^2}\cos(\Omega_{rf}t)), \tag{1.8}$$

$$y(t) \approx Y_0\cos(\omega_z t)(1 + \frac{eV_{rf}}{Mr_0^2\Omega_{rf}^2}\cos(\Omega_{rf}t)), \tag{1.9}$$

где X_0 и Y_0 — амплитуды медленных секулярных колебаний иона, ω_x и ω_y — радиальные секулярные частоты. Помимо секулярного движения присутствует колебание на частоте приложенного к электродам напряжения Ω_{rf}, называемое микродвижением. Эта составляющая движения в решающей степени зависит от расстояния частицы до нуля удерживающего потенциала. Если $\frac{X_0eV_{rf}}{Mr_0^2\Omega_{rf}^2} \ll 1$ и $\frac{Y_0eV_{rf}}{Mr_0^2\Omega_{rf}^2} \ll 1$, то преобладают осцилляции на секулярных частотах, на которые накладывается малое микродвижение. Микродвижение может приводить к нагреву ионов, и даже к потере ионов из области захвата, кроме того влияет на взаимодействие излучения с частицей, используемого

для манипуляции состоянием ионов. Поэтому минимизация микродвижения является важным шагом в эксперименте с захваченными ионами. Настраивая компенсирующие постоянные компоненты удерживающего потенциала, можно переместить ионы в область ловушки, где микродвижение минимально (более подробно в разделе 1.3.6).

Как правило, удерживающий потенциал вдоль оси ловушки является квадратичным, однако он также может включать в себя член четвертой степени. В таком случае удерживающий потенциал имеет вид:

$$V(x,y,z) = \frac{V_{dc}}{2} + \frac{V_{rf}(x^2 - y^2)}{2r_0^2}\cos(\Omega_{rf}t) + \frac{\kappa_2}{2}z^2 + \frac{\kappa_4}{4}z^4. \tag{1.10}$$

Наличие только квадратичного члена в аксиальном удержании приводит к гармоническому потенциалу, и более плотной локализации ионов в центре ловушки при большом количестве захваченных ионов. Дополнительный ангармонический член позволяет осуществить более равномерное распределение ионов вдоль оси ловушки. Численное моделирование пространственного распределения и секулярных частот для обоих случаев будет приведено в разделе 2.1.4.

1.3.2 Фотоионизация и захват ионов иттербия

Для ионизации и дальнейшего захвата ионов Yb^+ используется двухфотонный процесс, обеспечивающий изотопную селективность [34]. Источником нейтрального иттербия является атомная пушка, представляющая собой трубку из нержавеющей стали, заправленную металлической стружкой иттербия ≈ 1 мг. Для надёжности в вакуумной камере установлено две атомные пушки, что позволяет, при желании, захватывать в ловушку ионы разных элементов. Атомные пушки направлены в центр ионной ловушки, где располагается область захвата. Используется естественная смесь изотопов иттербия, состоящая из 14% изотопа ^{171}Yb, 32% изотопа ^{174}Yb и остальных стабильных изотопов, которые также будут использоваться работе. При омическом нагреве одной из атомных пушек с помощью постоянного тока ≈ 1.5 А создаётся поток нейтрального иттербия, направленного в центр ловушки. Там же фокусируется лазерное

излучение с длиной волны 398.9 нм, резонансное с переходом $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ нейтрального Yb (рисунок 1.2 слева). Лазерный пучок перпендикулярен атомному, что уменьшает уширение и сдвиг перехода из-за эффекта Доплера. Изотопический сдвиг перехода $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ позволяет работать с каждым из изотопов по отдельности (рисунок 1.2 справа).

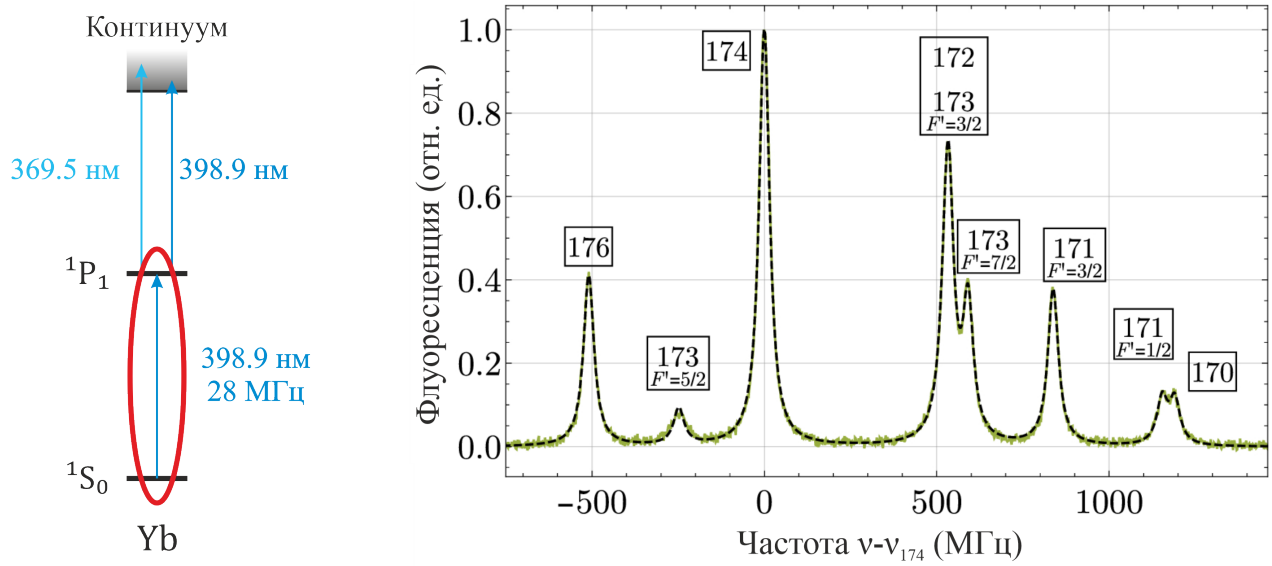


Рисунок 1.2 — (Слева) Энергетические уровни нейтрального иттербия участвующие в фотоионизации. (Справа) Спектр флуоресценции атомов иттербия на переходе $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$, где частоты отсчитываются относительно линии изотопа ^{174}Yb [35].

Для второй стадии ионизации используется одно из двух лазерных излучений: с длиной волны 369.5 нм или 398.9 нм для дальнейшего возбуждения электрона с уровня $^1P_1$ в континуум, то есть для ионизации атома. Атомы ионизируются в центре радиочастотной ловушки, где они захватываются удерживающим потенциалом. Захват одиночного иона занимает ≈ 30 с, а цепочки из пяти ионов занимает ≈ 90 с.

Из-за начальной кинетической энергии и нагрева ионы не будут хорошо удерживаться и в конечном итоге покинут ловушку, поэтому сразу же после захвата необходимо проводить охлаждение ионов.

1.3.3 Доплеровское охлаждение ионов иттербия

Ионизация атомов иттербия происходит в области захвата ионной ловушки, при этом захваченные ионы обладают скоростями ≈ 200 м/с и для дальнейшей работы необходимо выполнить охлаждение. Первый этап охлаждения представляет из себя лазерное доплеровское охлаждение на широком дипольно разрешённом переходе ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ с длиной волны 369.5 нм [36]. При этом используется лазерное излучение с красной отстройкой от перехода, что позволяет за каждый процесс поглощения и переизлучение фотона ионом, уменьшать кинетическую энергию последнего [37]. Темп переизлучения составляет:

$$\Gamma_s = \frac{\frac{I}{I_{sat}}\frac{\Gamma}{2}}{1 + \frac{I}{I_{sat}} + (\frac{2\Delta}{\Gamma})^2}, \tag{1.11}$$

где I — интенсивность лазерного излучения, $\Gamma_{sat} = \pi hc/3\lambda^3\tau$ — интенсивность насыщения, $\Gamma = 2\pi/\tau = 2\pi \times 19.6$ МГц естественная ширина линии перехода ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ с длиной волны λ [11]. $\Delta = \delta - \bar{k} \cdot \bar{v}$ — отстройка лазерного излучения от перехода с учётом доплеровского сдвига для ионов со скоростью $\bar{v}$. В процессе загрузки ионов в ловушку выполняется сканирование отстройки охлаждающего излучения от перехода с $\Delta \approx -500$ МГц до половины ширины линии, то есть до $\Delta \approx -10$ МГц. Широкая область сканирования позволяет охлаждать ионы с большим разбросом по скоростям. После загрузки ионов отстройка фиксируется на оптимальной для данного метода охлаждения $\Delta = \frac{\Gamma}{2} \approx -10$ МГц, при этом минимально достижимая температура (доплеровский предел) составляет:

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k} \approx 0.5 \text{ мК}. \tag{1.12}$$

Следует отметить, что данный переход не является замкнутым и существует вероятность, равная 0.5%, что верхний уровень ${}^2P_{1/2}$ распадётся на долгоживущий уровень ${}^2D_{3/2}$, время жизни которого составляет 52.7 мс. Для возвращения иона в цикл охлаждения используется лазер перекачки с длиной волны излучения 935.2 нм, который переводит ион из состояния ${}^2D_{3/2}$ в состояние ${}^3[3/2]_{1/2}$, которое распадается обратно в основное состояние ${}^2S_{1/2}$. Помимо

этого, поскольку ион $^{171}Yb^{+}$ имеет спин ядра $I = 1/2$, его электронные уровни дополнительно имеют сверхтонкую структуру и для эффективной перекачки необходимо в спектре излучения лазера сформировать боковую составляющую, отстроенную на 3.07 ГГц. Последнее реализуется с помощью электрооптического модулятора (ЭОМ). Аналогично формируется боковая составляющая на частоте 14.7 ГГц в спектре излучения охлаждающего лазера для связывания подуровней $|F = 0\rangle$ и $|F = 1\rangle$ уровня $^2S_{1/2}$ с подуровнями $|F = 1\rangle$ и $|F = 0\rangle$ уровня $^2P_{1/2}$, соответственно.

Кроме того, за счёт столкновений ионов иттербия с молекулами остаточного газа в вакуумной камере возможен переброс населённости на долгоживущий уровень $^2F_{7/2}$, что происходит в среднем за времена около 15 минут при уровне вакуума лучше 10^{-10} мбар. Депопуляция этого уровня производится при помощи лазерного излучения на длине волны 760.1 нм через уровень $^1[3/2]_{3/2}$. Это лазерное излучение также должно быть замодулировано с помощью ЭОМа на частоте 5.2 ГГц для связи подуровней $|F = 3\rangle$ и $|F = 4\rangle$ уровня $^2F_{7/2}$ с подуровнями $|F = 1\rangle$ и $|F = 2\rangle$ уровня $^1[3/2]_{3/2}$, соответственно (рисунок 1.1).

Таким образом, сверхтонкое расщепление энергетических уровней перехода, на котором осуществляется охлаждение, накладывает дополнительные условия на лазерное излучение и систему. Для взаимодействия со всеми подуровнями $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$ используются одновременно три поляризации: $\hat{\pi}$, $\hat{\sigma}^{+}$ и $\hat{\sigma}^{-}$. Кроме этого дополнительно используются боковые составляющие в охлаждающем и перекачивающем излучениях. Наконец, в области удержания ионов необходимо накладывать магнитное поле с индукцией около $B \approx 5$ Гс для дестабилизации суперпозиционных состояний и подавления когерентных эффектов, снижающих эффективность охлаждения. Выполнение этих условий позволяет выполнять доплеровское охлаждение до температур близких к доплеровскому пределу T_D.

1.3.4 Подготовка начального состояния ионов иттербия

Перед проведением операций на ионах необходимо выполнить подготовку в одно из заранее определённых начальных состояний. Как указано выше, в качестве начального состояния $|0\rangle$ выбрано состояние $^2S_{1/2}\,|F = 0, m_F = 0\rangle$

(рисунок 1.3). Подготовка выполняется методом оптической накачки на охлаждающем переходе ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$. Для этого в охлаждающем излучении на длине волны 369.5 нм вместо боковой составляющей, отстроенной на 14.7 ГГц, используется боковая составляющая, отстроенная на 2.1 ГГц, генерируемая другим электрооптическим модулятором. Таким образом, населённость с ${}^2P_{1/2}\,|F=1\rangle$ попадает либо на $|0\rangle$, либо на ${}^2S_{1/2}\,|F=1\rangle$. Процесс переизлучения будет продолжаться до тех пор, пока вся населённость не окажется в состоянии $|0\rangle$. В эксперименте достигается достоверность подготовки 98% и занимает 2 мкс.

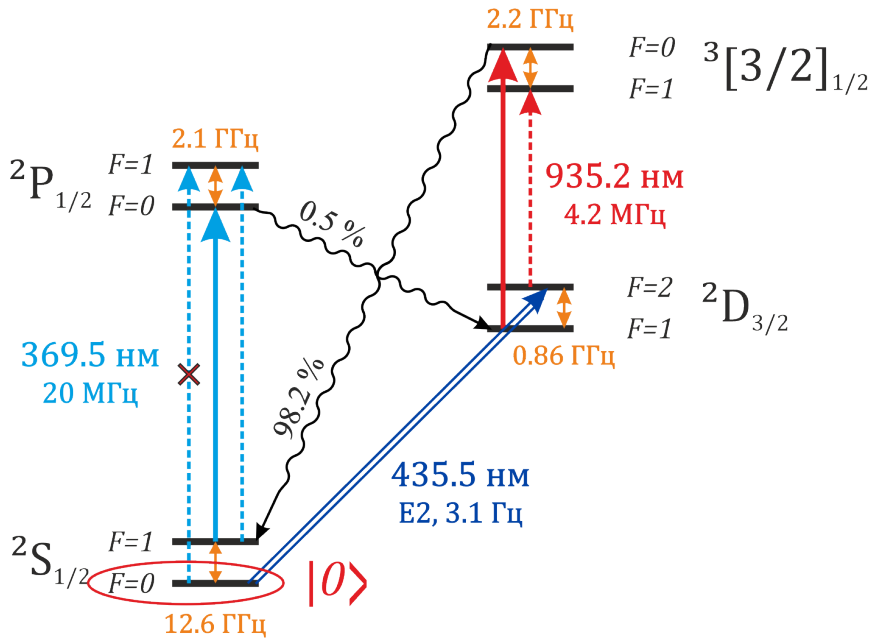


Рисунок 1.3 — Схема подготовки начального состояния ${}^2S_{1/2}\,|F=0, m_F=0\rangle$ ионов иттербия ${}^{171}\mathrm{Yb}^+$.

1.3.5 Детектирование состояния ионов иттербия

После проведения квантовологических операций на регистре из ионов необходимо считать итоговые состояния. Считывание состояний осуществляется методом квантовых скачков («electron shelving») лазерными излучениями доплеровского охлаждения: 369.5 нм и 935.2 нм. При этом дополнительная компонента лазера перекачки 935.2 нм, взаимодействующая с состоянием ${}^2D_{3/2}(F=2)$, отсутствует. Реализуется такая конфигурация отключением

электрооптического модулятора перекачивающего лазера, работающего на частоте 3.1 ГГц. Также отключен электрооптический модулятор охлаждающего лазера, работающий на частоте 2.1 ГГц. Тогда, если ион, перед процедурой считывания, находился в состоянии $|0\rangle$ ($^2S_{1/2}\,|F=0, m_F=0\rangle$), то есть внутри цикла охлаждения, то ион начнёт циклически рассеивать фотоны, которые собираются оптической системой детектирования. На суперчувствительной камере детектируется светлое пятно, а на фотоэлектронном умножителе большое число отсчётов (рисунок 1.4). Если ион находился в состоянии $|1\rangle$ ($^2D_{3/2}\,|F=2, m_F=0\rangle$), то рассеяния фотонов в идеальном случае не будет, что на камере детектируется как тёмное пятно, а на фотоэлектронном умножителе как малое число отсчётов.

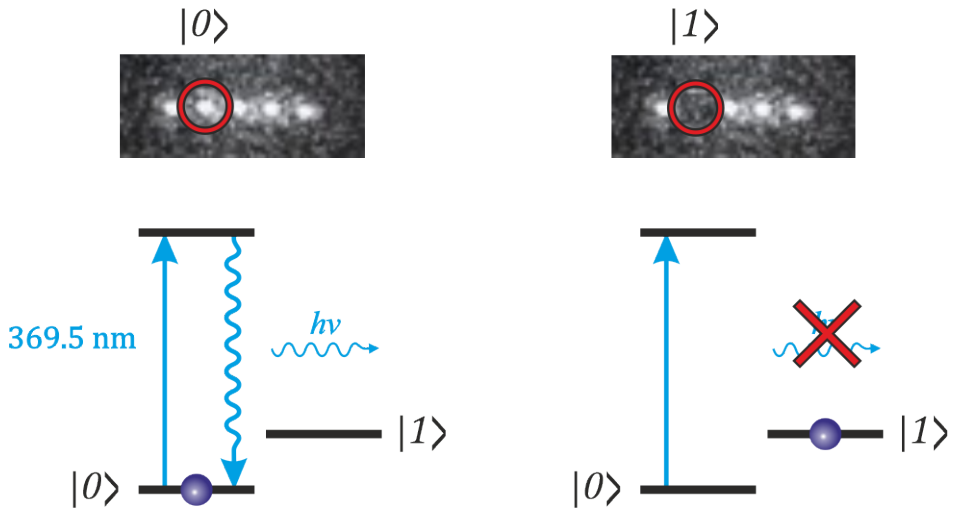


Рисунок 1.4 — Детектирование состояния ионов иттербия. Состояние $|0\rangle$ ($^2S_{1/2}\,|F=0, m_F=0\rangle$) детектируется на EMCCD камере как светлое пятно, а состояние $|1\rangle$ ($^2D_{3/2}\,|F=2, m_F=0\rangle$) как тёмное пятно. Сверху приведены фотографии с EMCCD камеры цепочки из пяти ионов, состояние второго иона меняется со светлого на тёмное.

1.3.6 Компенсация микродвижения

При захвате иона в ловушку Пауля важно поместить его в точку с нулевой амплитудой радиочастотного поля, где будет минимизировано избыточное микродвижение.

Удержание ионов в ловушке Пауля достигается за счёт осциллирующего радиочастотного электрического поля, что при усреднении создаёт гармонический псевдопотенциал. При наличии статического электрического поля E, выталкивающего ион из радиочастотного нуля ловушки, положение иона модулируется радиочастотным полем:

$$x(t) = X_\mu \sin(\Omega_{rf} t), \quad X_\mu = \frac{\sqrt{2}eE}{M\Omega_{rf}\omega}, \tag{1.13}$$

где Ω_{rf} — частота радиочастотного поля, X_μ — амплитуда микродвижения.

Компенсация микродвижения осуществляется при помощи дополнительных электродов ловушки, на которые подаётся напряжение, что позволяет смещать захваченный ион в произвольном направлении и минимизировать статическое электрическое поле E.

Первый этап компенсации микродвижения основан на изменении амплитуды удерживающего радиочастотного напряжения. Фиксируется геометрическая точка расположения захваченного одиночного иона при максимальной амплитуде радиочастотного поля. Затем амплитуду уменьшают, и ион смещается по направлению избыточного паразитного электрического поля (в случае его наличия). Такое смещение компенсируется изменением напряжений на дополнительных электродах. Затем амплитуду радиочастотного поля увеличивают обратно и повторяют процедуру до момента когда визуально не фиксируется смещение иона при изменении амплитуды радиочастотного поля. В таком случае внешнее паразитное электрическое поле оказывается скомпенсировано. Для использования данного метода удобно задействовать две камеры, регистрирующих положение иона в непараллельных плоскостях. Это позволяет ориентироваться по смещению иона в плоскости изображения, и избежать анализа расфокусировки иона в случае смещения иона вдоль оси детектирования.

Второй этап, более точный, компенсации микродвижения основан на анализе модуляции из-за эффекта Доплера первого порядка на частоте Ω_{rf} при переизлучении ионом охлаждающего света [38]. Движущийся ион «видит» лазерное излучение с частотой, зависящей от скорости иона, и когда частота лазерного излучения попадает на склон резонансной линии охлаждающего перехода иона, темп переизлучения становится зависим от скорости иона. Таким образом, возникает корреляция между временной гистограммой приходов

переизлученных фотонов и фазой микродвижения. При красной отстройке охлаждающего излучения от резонанса Δ и малом уровне микродвижения $kX_m u \ll 1$ (где k — волновой вектор охлаждающего излучения), измеряемый с помощью фотоэлектронного умножителя сигнал флуоресценции принимает вид [39]:

$$R(t) = R_0 \left(\alpha + \beta \frac{kX_\mu \Omega_{rf}}{\Delta} \cos\left(\Omega_{rf} t\right) \right), \tag{1.14}$$

где $\alpha, \beta \leqslant 1$ — безразмерные константы, зависящие от характеристик охлаждающего лазера, R_0 — максимальный темп счёта флуоресценции при помощи ФЭУ от иона.

Минимизация переменной составляющей $R(t)$ при помощи компенсационных электродов позволяет свести к минимуму микродвижение и нагрев иона, связанный с остаточным микродвижением.

1.4 Экспериментальная установка

Далее будет приведено описание экспериментальной установки, созданной в рамках диссертационной работы, и объяснение принципа её работы (рисунок 1.5). Во всех описываемых экспериментах использовалась схожая экспериментальная установка с некоторыми модификациями, которые описываются в соответствующих разделах. Экспериментальная установка состоит из четырёх основных частей: ионной ловушки, вакуумной камеры, лазерной системы и системы считывания.

1.4.1 Ионная ловушка

В работе для создания потенциалов, удерживающих ионы, используются несколько типов квадрупольных ловушек Пауля: трёхмерная (описание в разделе 1.5), линейная ловушка с цилиндрическими электродами (описание в разделе 2.2) и линейная ловушка с электродами-лезвиями (описание в разделе 2.3).

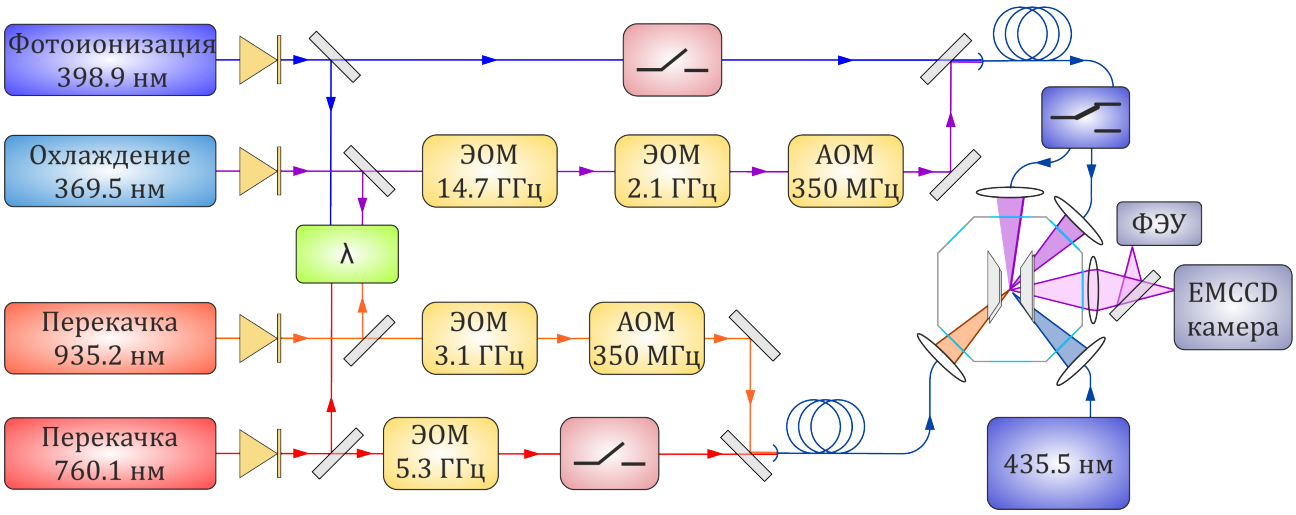


Рисунок 1.5 — Схема экспериментальной установки. Система состоит из диодных лазеров, излучение которых стабилизируется при помощи измерителя длин волн (λ) и модулируется акустооптическими модуляторами (АОМ) и электрооптическими модуляторами (ЭОМ). Далее лазерное излучение по оптическим волокнам направляется в вакуумную камеру с ионной ловушкой Пауля внутри. Захваченные в ловушку ионы детектируются системой считывания при помощи высокочувствительной камеры (EMCCD) или фотоэлектронного умножителя (ФЭУ). В виде обозначений из схемотехники отмечены: механические заслонки и оптоволоконный переключатель.

Трёхмерные ловушки имеют лишь одну точку, где амплитуда радиочастотного поля обращается в ноль. В такой точке и производится захват одиночного иона. Как правило, трёхмерные ловушки проще в изготовлении, обладают хорошим оптическим доступом к области захвата, позволяя осуществить эффективное считывание состояния иона. Захват большего количества ионов в такие ловушки возможен, однако не представляет существенного интереса из-за нагрева ионов микродвижением. Таким образом трёхмерные ловушки используют в экспериментах с одиночными частицами, например, в области прецизионной спектроскопии [40]. В тоже время, линейные ловушки обладают осью, где амплитуда радиочастотного поля обращается в ноль. Поэтому в приложениях, где важно удержание большого количества ионов, используется линейная конфигурация.

В линейной конфигурации ионной ловушки Пауля радиальное удержание осуществляется благодаря четырём электродам, расположенным в углах квадрата параллельно друг другу. Электроды можно изготавливать разной формы.

В работе использовалось два варианта: цилиндрические электроды и электроды-лезвия. Изготовление первого варианта технически оказывается проще, однако оптический доступ оказывается хуже при схожишь параметрах удерживающего потенциала.

В трёхмерной ловушке Пауля удержание по всем трём направлениям осуществляется радиочастотным полем, в то же время в линейной конфигурации для дополнительного аксиального удержания в работе используются либо кольцевые электроды, либо концевые электроды с отверстием вдоль оси для оптического доступа. Стоит отметить, при использовании для аксиального удержания кольцевых электродов опоясывающих электроды радиального удержание, из-за эффекта экранировки, приходится использовать достаточно высокие напряжения вплоть до 2 кВ.

1.4.2 Вакуумная камера

Захваченные ионы изолированы от внешнего взаимодействия благодаря размещению ионной ловушки внутри вакуумной камеры, в которой поддерживается ион-геттерным насосом сверхвысокий вакуум с давлением менее 10^{-10} мбар. Вакуумная камера имеет окна из плавленого кварца для ввода и вывода ультрафиолетового излучения, необходимого для взаимодействия с ионами.

Несмотря на низкое давление внутри вакуумной камеры, происходят столкновения между захваченными ионами и фоновым газом внутри камеры, хотя они и носят редкий характер. Вакуумная камера изготовлена из нержавеющей стали, в процессе изготовления которой в стенки попадают молекулы водорода H_2 [41]. Эти молекулы со временем диффундируют из стали в вакуумную камеру. Обработка поверхности для уменьшения шероховатости, например при помощи электрополировки, обезжиривание поверхности перед сборкой, а также отжиг собранной вакуумной камеры при высоких температурах позволяет снизить количество остаточного газа в стенках камеры [42]. Применяют два вида отжига: при атмосферном давлении и под вакуумом — дающие схожие результаты при температурах отжига до ≈ 400 K [43]. С ростом температуры растёт эффективность дегазации (таблица 1) [42]. Таким образом, отжиг при бо-

Таблица 1 — Скорость дегазации при отжиге на атмосфере нержавеющей стали при различных температурах T и времени t, $\frac{\text{Торр}\cdot\text{л}}{\text{с}\cdot\text{см}^2}$ [42].

T\t	20 часов	40 часов	100 часов	200 часов
$150°C$	6.3×10^{-11}	5.3×10^{-11}	2.8×10^{-11}	2.0×10^{-11}
$250°C$	6.3×10^{-12}	5.3×10^{-12}	2.8×10^{-12}	2.0×10^{-12}
$400°C$	4.0×10^{-13}	1.7×10^{-13}	1.0×10^{-13}	1.0×10^{-13}
$500°C$	8.0×10^{-15}	8.0×10^{-16}	4.0×10^{-17}	8.0×10^{-19}

лее высоких температурах позволяет существенно уменьшить давление внутри вакуумной камеры и снизить вероятность столкновения между захваченными ионами и фоновым газом.

Доминирующим фоновым газом в вакуумной камере, даже после отжига, остаётся H_2. Столкновение молекулы H_2 с захваченным ионом иттербия может привести к нагреву или потере иона из ловушки, вызвать переход в долгоживущее состояние ${}^2F_{7/2}$. Также столкновение с молекулой H_2 может проводить к созданию молекулы гидрида иттербия YbH^+, если ион иттербия при столкновении находится в F-состоянии или D-состоянии, однако в последнем случае вероятность образования молекулы существенно меньше [44]. Диссоциация молекулы гидрида иттербия-171 возможна при взаимодействии с излучением с длинами волн 369.482 нм, 369.202 нм и 368.947 нм [45], то есть с длинами волн близкими с охлаждающим излучением 369.523 нм ($\Delta\nu_{\text{min}} = 90$ ГГц). Таким образом возможно использовать одинаковые лазерные диоды и для лазерного охлаждения и для диссоциации YbH^+. Также диссоциация возможна с помощью излучения на длине волны 405 нм [44]. Если темпы образования гидрида иттербия не велики, то можно прибегнуть к перезагрузке ловушки «новыми» ионами.

В работе использовались три различные вакуумной камеры с ионными ловушками. Вакуумные камеры вместе с ионными ловушками отжигались в течение 10 дней при температуре 250–300 K. Ограничение по температуре связано с хрупкостью кварцевых окошек из-за пространственных градиентов температуры. Тем не менее, достигнутые уровни вакуума позволяют работать с одиночными ионами и ионными кристаллами без существенных ограничений, связанных со столкновениями с остаточным газом в вакуумной камере. Образование гидрида иттербия происходит редко, раз в несколько дней, и для дальнейшей работы осуществляется перезагрузка ионной ловушки без прибе-

гания к диссоциации. Более подробное описание, каждой из вакуумных камер, будет в разделах, посвящённых соответствующим экспериментальным работам.

1.4.3 Лазерная система

Лазерная система состоит из диодных лазеров с длинами волн: 369.5 нм (охлаждение), 935.2 нм (перекачка) и 398.9 нм (фотоионизация), 760.1 нм (перекачка), 435.5 нм (манипулирование кубитом). Излучение лазеров в первую очередь пропускается через оптические изоляторы для минимизации обратного отражения. В противном случае модовый состав и частотная стабильность лазеров катастрофически ухудшается. Далее излучение модулируется с помощью электрооптических модуляторов: 14.7 ГГц и 2.1 ГГц (369.5 нм), 3.1 ГГц (935.2 нм) и 5.3 ГГц (760.1 нм). Дополнительные частотные компоненты позволяют воздействовать на сверхтонкие компоненты изотопа $^{171}\mathrm{Yb}^{+}$. Также излучение модулируется акустооптическими модуляторами, которые позволяют менять мощность излучения и задавать импульсы нужной длины во время эксперимента с точность лучше 1 мкс. При использовании акустооптического модулятора для выключения лазерного излучения в однопроходной схеме ослабление составляет 30 дБ, что зачастую недостаточно, и для части экспериментов дополнительно используются быстрые механические заслонки со временем срабатывания $<$1 мс. Далее излучение при помощи оптических волокон и фокусирующей оптики заводится в вакуумную камеру, содержащую ионную ловушку. Кроме того, частоты лазерных излучений стабилизируются при помощи многоканального измерителя длин волн Angstrom.

Ультрастабильная лазерная система

В рамках диссертационной работы использовалась ранее реализованная ультрастабильная лазерная система с длиной волны 435.5 нм и мощностью излучения 1.5 Вт для манипуляции квантовым состоянием оптического кубита на квадрупольном переходе $^{2}S_{1/2}(F=0) \rightarrow {}^{2}D_{3/2}(F=2)$ в ионе $^{171}\mathrm{Yb}^{+}$ [46]. Си-

стема продемонстрировала относительную нестабильность выходной частоты менее 3×10^{-15} за времена усреднения от 0.5 до 50 с. Показанные метрологические характеристики достаточны для управления оптическим кубитом в ионе иттербия.

1.4.4 Система считывания

Система считывания состоит из фокусирующей оптики, сверхчувствительной камеры и фотоэлектронного умножителя (рисунок 1.6). Считывание состояния иона иттербия осуществляется в процессе доплеровского охлаждения на длине волны 369.5 нм. Флуоресценция от захваченного в ловушку иона собирается асферической линзой с фокусным расстоянием 32 мм, диаметром 25 мм, поверхность линзы имеет просветляющее покрытие на ультрафиолетовую часть спектра. Далее излучение направляется с помощью юстируемых зеркал на EMCCD камеру Raptor Photonics Falcon Blue FA285-CL. Перед камерой установлен узкополосный фильтр ThorLabs FB370-10 на 370±10 нм, с пропусканием 25% на длине волны 369.5 нм. Использование фильтра существенно ослабляет всё остальное излучение, используемое для работы с ионом иттербия, что позволяет избегать засветки EMCCD камеры и упрощает первоначальную настойку системы считывания. В зависимости от положения зеркала на сервоприводе, излучение флуоресценции иона может быть также направлено на фотоэлектронный умножитель Hamamatsu H12386-210. Перед ФЭУ установлена ирисовая диафрагма, позволяющая кардинально уменьшить паразитную засветку. При этом фокусировка изображения иона выполняется в плоскости расположения диафрагмы. Используется диаметр открытого участка диафрагмы в диапазоне 10–100 мкм, который настраивается микрометрическим винтом.

Система считывания позволяет детектировать отдельные ионы в цепочке, как с помощью камеры, так и с помощью ФЭУ.

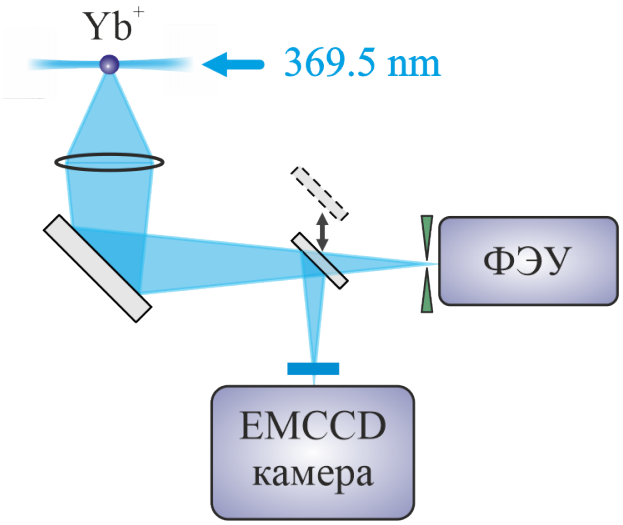


Рисунок 1.6 — Флюоресценция от захваченного в ловушку иона собирается асферической линзой и изображение фокусируется в зависимости от задачи либо на высокочувствительную камеру (EMCCD), либо на фотоэлектронный умножитель (ФЭУ). Перенаправление осуществляется зеркалом на сервоприводе.

1.5 Измерение частот переходов для доплеровского охлаждения

Значение сверхтонкого расщепления основного состояния $^2S_{1/2}$ в изотопе $^{171}Yb^+$ было измерено ранее с высокой точностью 1.4 Гц другой группой [47]. Однако частоты переходов, используемые для охлаждения и перекачки, были измерены с гораздо большими погрешностями в 100 МГц [48]. Эта погрешность в пять раз больше естественной ширины линии охлаждающего перехода, что усложняет работу по начальному захвату и охлаждению ионов иттербия. Кроме того, более точные значения частот переходов могут использоваться для увеличения точности вычислений характеристик электронной оболочки ионов иттербия, таких как поляризуемость уровней [49].

В работе по измерению частот переходов для доплеровского охлаждения ионов иттербия использовалась трёхмерная ловушка Пауля и компактная лазерная система (рисунок 1.7), разработанные в рамках проекта ИБИС по созданию компактного транспортируемого оптического стандарта частоты на основе одиночного иона $^{171}Yb^+$ [50]. Лазерная система состояла из трёх отечественных лазеров с длинами волн: 369.5 нм (охлаждение), 935.2 нм (перекачка) и 398.8 нм (фотоионизация). Первые два представляли собой диодные лазеры с внешним резонатором в конфигурации Литтрова. Конструкция обеспечивала высокую

надёжность и стабильность частоты излучения, а также была оптимизирована для минимальных геометрических размеров и массы. Лазер с длиной волны 935.2 нм представлял собой лазер с распределенной обратной связью (РОС-лазер). Также были использованы два ЭОМа фирмы QUBIG с частотами: 14.7 ГГц (на 369.5 нм) и 3.1 ГГц (на 935.2 нм).

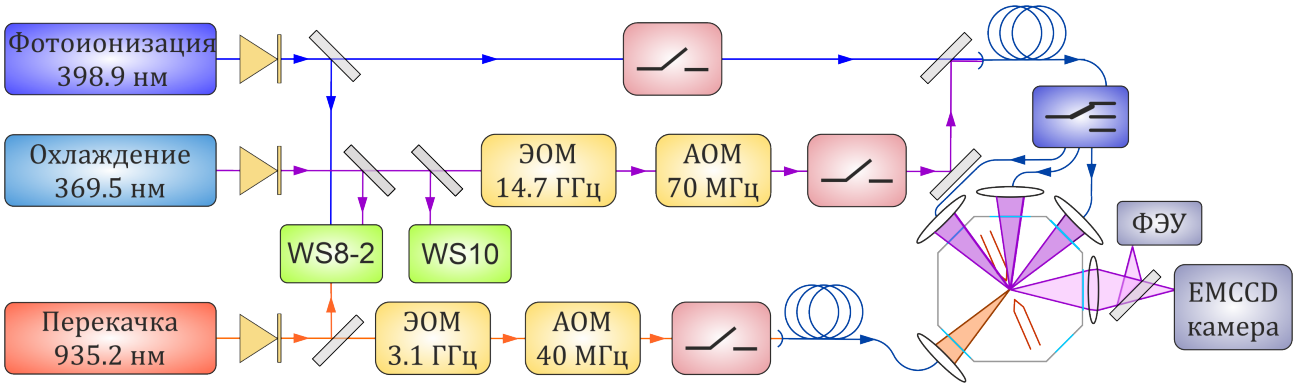


Рисунок 1.7 — Схема экспериментальной установки для уточнения частот переходов доплеровского охлаждения. Система состоит лазеров, излучение которых стабилизируется при помощи измерителей длин волн (WS8-2 и WS10) и модулируется акустооптическими модуляторами (АОМ) и электрооптическими модуляторами (ЭОМ), также, по необходимости, излучение перекрывается при помощи механических заслонок. Далее лазерное излучение по оптическим волокнам направляется в вакуумную камеру с ионной трёхмерной ловушкой Паули внутри. Направление завода излучения можно менять при помощи оптоволоконного переключателя. Захваченный в ловушку ион детектируются высокочувствительной камерой (EMCCD) и фотоэлектронным умножителем (ФЭУ).

Частота лазерного излучения с длиной волны 369.5 нм, после ЭОМа, дополнительно смещается с помощью акустооптического модулятора на 70 МГц (IntraAction ASM-702B8), а частота перекачивающего излучения 935.2 нм — на 40 МГц (IntraAction AOM-402AF3). Для блокирования лазерных пучков установлены дополнительные самодельные быстрые механические заслонки со временем срабатывания <1 мс. Далее лазерное излучение по оптическим поляризационно-поддерживающим волокнам направляется в вакуумную камеру с ионной трёхмерной ловушкой Паули внутри. При этом пучки охлаждающего излучения с длиной волны 369.5 нм фокусируются в центре ловушки с трёх некомпланарных направлений, а переключение между направлениями

выполняется волоконным переключателем LEONI eol 1×4 PM. Такая конфигурация позволяет компенсировать микродвижение ионов при детектировании флюоресценции ионов с временным разрешением (раздел 1.3.6). Излучение фотоионизации заводится в одно и то же волокно с охлаждающим излучением, что обеспечивает совпадение по направлению пучков в ловушке. Излучение для перекачки заводится в ловушку с четвёртого направления одномодовым поляризационно-поддерживающим волокном и также сфокусировано в центр ловушки.

Длины волн всех лазеров измеряются при помощи измерителя длин волн Angstrom WS8-2. Он оснащён оптоволоконным переключателем, позволяющим измерять длины волн в восьми каналах, однако при этом присутствует мёртвое время на переключение. Волномер во время эксперимента калибруется по ультрастабильному лазерному излучению с длиной волны 1140 нм, используемому в эксперименте по прецизионной спектроскопии атомов тулия. Частота лазера известна с точностью лучше 1 кГц, так как привязана к внутриоболочечному часовому переходу в атомах тулия, частота которого измерялась пассивным водородным мазером, калиброванным относительно сигнала ГЛОНАСС [51]. Таким образом волномер обеспечивал точность измерения частоты лучше 2 МГц в диапазоне 2 нм от точки калибровки, 10 МГц в диапазоне от 420 нм до 1100 нм и лучше 30 МГц в диапазоне от 330 нм до 420 нм. Все используемые в эксперименте лазерные источники, кроме охлаждающего лазера были стабилизированы по частоте к волномеру Angstrom WS8-2. Охлаждающий лазер был стабилизирован по частоте другим волномером Angstrom WS10, однако частота лазера также измерялась при помощи волномера WS8-2. Такая методика обеспечивает лучшую кратковременную стабильность частоты охлаждающего лазера, так как было минимизировано мёртвое время опроса волномера при привязке.

Ионы захватываются в трёхмерную ловушку Пауля, состоящую из двух игольчатых радиочастотных электродов, которые окружены электродами постоянного напряжения (рисунок 1.8). Частота радиочастотного напряжения составляет 16 МГц, а секулярные частоты достигают 1.15 МГц в радиальной плоскости и 2.3 МГц в аксиальном направлении. Ловушка находится в вакуумной камере с давлением остаточного газа менее 10^{-10} мбар. Сверхвысокий вакуум в камере поддерживается благодаря ион-геттерному насосу SAES GETTERS NEXTORR Z-100. Лазерные лучи фокусируются в центре ловушки, проходя через кварцевые окошки вакуумной камеры. Одно из окошек используется для сбора флуоресценции ионов при помощи асферической лин-

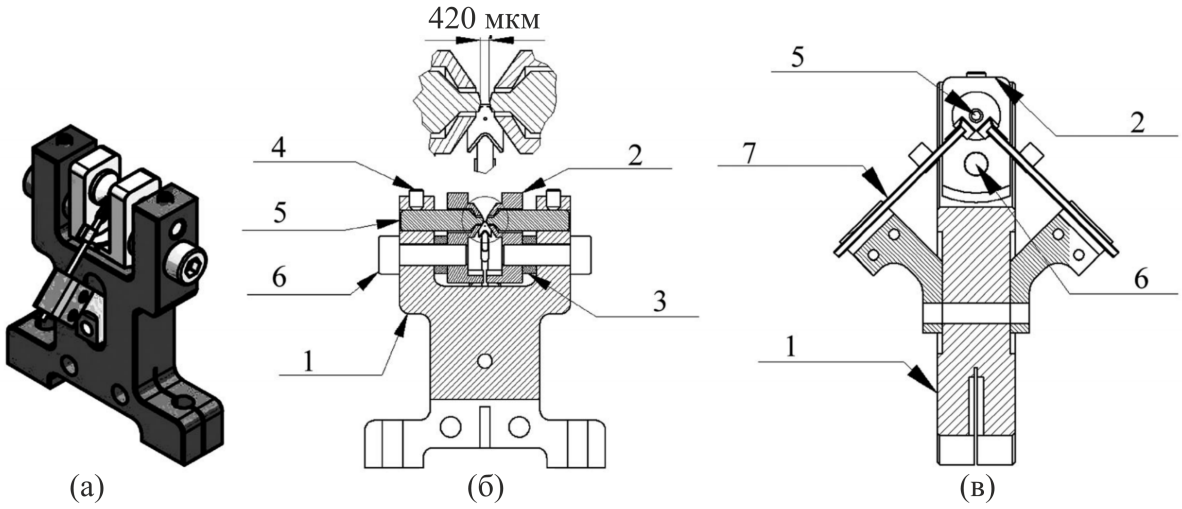


Рисунок 1.8 — Схема трёхмерной ловушки Пауля: (а) общий вид; (б-в) два поперечных сечения. 1 — медный держатель для подачи радиочастотного напряжения; 2 — чашеобразный электрод ловушки для подачи постоянного напряжения; 3 — изолятор из плавленого кварца; 4 — винт для крепления радиочастотного электрода; 5 — радиочастотный электрод; 6 — винт из оксида алюминия; 7 — атомная пушка.

зы диаметром 25 мм, отображающей ион на высокочувствительную EMCCD камеру. Таким образом, возможно детектирование одиночного иона иттербия (рисунок 1.9). В качестве источника нейтрального иттербия, используются две атомные пушки, которые одновременно играют роль электродов для компенсации внешних электрических полей.

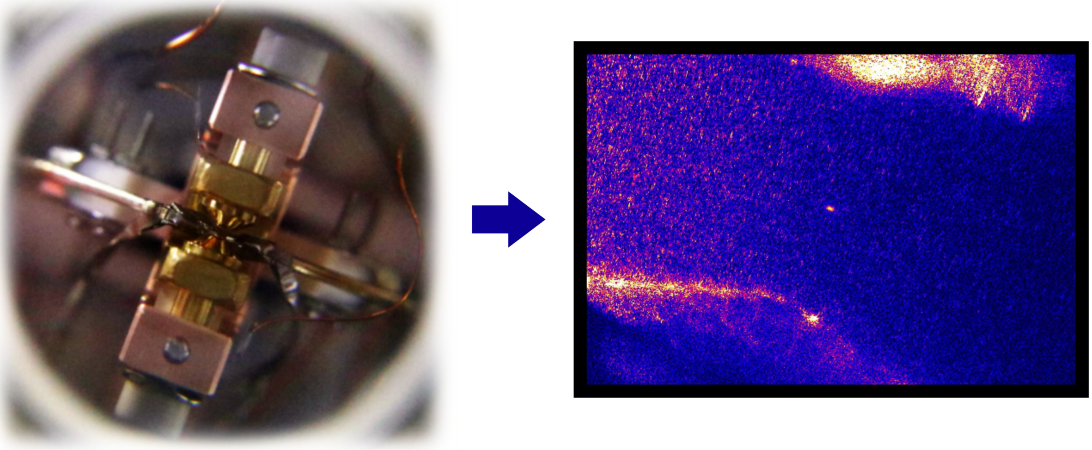


Рисунок 1.9 — Фотография трёхмерной ловушки Пауля и изображение одиночного иона, полученное при помощи высокочувствительной EMCCD камеры.

Таблица 2

Измеренные значения длин волн для переходов $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ в ионах $^{170}Yb^+$, $^{171}Yb^+$, $^{172}Yb^+$, $^{174}Yb^+$, $^{176}Yb^+$ и предыдущие опубликованные значения [48]. Для иона $^{171}Yb^+$ приведены значения частот переходов $^2S_{1/2}(F=1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F=0)$ и $^2D_{3/2}(F=1) \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}(F=0)$.

Изотоп	Длина волны в вакууме, нм			
	$^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$		$^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$	
	Данная работа	Ранее опубликованное	Данная работа	Ранее опубликованное
$^{170}Yb^+$	369.52363(2)	369.52364(6)	935.19729(6)	935.19751(20)
$^{171}Yb^+$	369.52300(2)	369.52304(6)	935.18753(6)	935.18768(20)
$^{172}Yb^+$	369.52438(2)	369.52435(6)	935.18726(6)	935.18736(20)
$^{174}Yb^+$	369.52496(2)	369.52494(6)	935.17977(6)	935.17976(20)
$^{176}Yb^+$	369.52551(2)	369.52550(6)	935.17252(6)	935.17252(20)

Были проведены измерения длин волн переходов для охлаждения $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ (369.5 нм) и перекачки $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ (935.2 нм) в изотопах $^{170}Yb^+$, $^{171}Yb^+$, $^{172}Yb^+$, $^{174}Yb^+$, $^{176}Yb^+$ (таблица 2). Для работы с остальными нечётными изотопами требуются дополнительные наборы электрооптических модуляторов, поэтому измерения для них не проводились. Эксперимент начинался с захвата одиночного иона иттербия нужного изотопа. Интенсивности охлаждающего и перекачивающего лазерных излучений устанавливались в половину соответствующих интенсивностей насыщения, чтобы избежать сдвигов и уширений мощностью. Частота перехода $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ определялась с помощью волномера WS8-2 путем сканирования и максимизации сигнала флуоресценции иона на длине волны 369.5 нм. В свою очередь, частота перехода $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ определялась путём сканирования от более низких частот к более высоким и измерялась частота, при которой, проходя через максимум, исчезал сигнал флуоресценции. Это соответствует ситуации, когда лазерное охлаждение переходит в нагрев, приводящий к делокализации иона. Так как ширина перехода $\Gamma_{369.5} = 2\pi \times 19.6$ МГц, то в момент делокализации иона частота лазера находилась в пределах < 10 МГц от точного положения резонанса.

Основной вклад в погрешность измерения вносила погрешность волномера. Для 935.2 нм погрешность волномера составляет 10 МГц. Так как длина волны, относительно которой проводилась калибровка (1140 нм), находится на границе рабочего диапазона волномера, то можно консервативно оценить погрешность в 20 МГц. По той же причине погрешность измерения длины волны охлаждающего перехода определена в 50 МГц вместо 30 МГц. Для сравнения в таблице 2 приведены также ранее опубликованные результаты [48]. Полученные результаты совпадают с результаты другой группы в пределах соответствующих погрешностей, но в три раза обладают большей точностью.

1.6 Основные результаты Главы 1

1. Методом прецизионной лазерной спектроскопии одиночного захваченного в ловушку Пауля иона уточнены значения длин волн переходов $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ в ионах изотопа иттербия-170, 171 ($F = 1 \rightarrow F = 0$), 172, 174, 176, которые составляют: 369.52363(2) нм, 369.52600(2) нм, 369.52438(2) нм, 369.52496(2) нм и 369.52551(2) нм, соответственно. Погрешность измерений уменьшена в три раза по сравнению с предыдущими измерениями, проведёнными другими экспериментальными группами. Уточнение достигнуто за счёт прецизионной калибровки системы измерения и хорошей статистике измерений.
2. С помощью того же экспериментального метода уточнены значения длин волн переходов $^2D_3 \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ в ионах изотопа иттербия-170, 171 ($F = 1 \rightarrow F = 0$), 172, 174, 176, которые составляют: 935.19729(6) нм, 935.18753(6) нм, 935.18726(6) нм, 935.17977(6) нм и 935.17252(6) нм, соответственно. Погрешность измерений так же уменьшена в три раза по сравнению с предыдущими измерениями, проведёнными другими экспериментальными группами.

Основные результаты данной главы опубликованы в [52].

Глава 2. Моделирование и реализация ионных кристаллов для квантовых вычислений

Во данной главе будет приведён анализ колебательных состояний ионов в линейном кристалле и расчёт потенциала ловушки, обеспечивающий эквидистантное пространственное распределение ионов. Также будет приведено описание рассчитанной и изготовленной в рамках диссертационной работы линейной ловушки Пауля для квантовых логических операций на ионных кубитах.

2.1 Вигнеровские кристаллы

Ключевой особенностью кубитов на основе переходов в ионах является наличие у последних электрического заряда, что приводит к сильному кулоновскому взаимодействию между частицами. В случае, когда в линейную ловушку Пауля захватывается небольшое количество ионов (как правило, менее 50), а удерживающий потенциал вдоль оси ловушки меньше радиального, ионы формируют линейный кристалл. Цепочка из 15 ионов изображена на рисунке 2.1. Внутри одного кристалла ионы могут быть вовлечены в коллективные колебания, похожие на колебания атомов в узлах кристаллической решётки в твердом теле, а при приложении специальных лазерных полей [53] эти колебания могут быть контролируемым образом связаны с их внутренними состояниями. Поскольку в такие колебания вовлекаются все ионы кристалла, можно проводить операции с участием любой пары ионных кубитов, что невозможно, например, в случае сверхпроводящих кубитов или кубитов на основе нейтральных атомов. Однако, при увеличении числа ионов в цепочке сильное кулоновское взаимодействие между ионами приводит к уменьшению расстояния между соседними ионами в центре цепочки, что затрудняет индивидуальную адресацию сфокусированными лазерными полями. Кроме того, когда число ионов в кристалле становится больше некоторого предела, определяемого конструкцией ловушки и её потенциалами, форма кристалла перестает быть линейной. Создание двумерных кристаллов так же возможно, однако реализация индивидуального считывания и индивидуальной адресации становится существенно более слож-

ной задачей. По этой причине на данный момент в квантовых вычислениях используются одномерные цепочки.

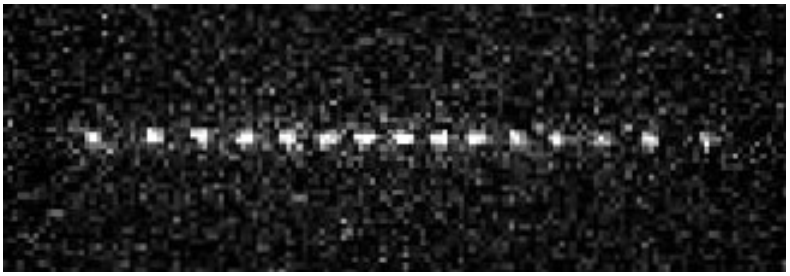


Рисунок 2.1 — Фотография цепочки из 15 ионов иттербия, захваченных в линейную квадрупольную ловушку Пауля. Изображение получено при помощи высокочувствительной EMCCD камеры.

В современных ионных ловушках используется один [54] или несколько [55] видов атомов. Использование одного типа атомов упрощает физические требования к эксперименту, а также упрощается колебательный спектр ионного кристалла. Для совместного же захвата различных видов ионов в ловушку, во-первых, в вакуумной камере должны быть предусмотрены несколько атомных пушек; во-вторых, необходим дополнительный набор лазерных излучений для работы с каждым из элементов; в-третьих, могут потребоваться дополнительные электроды в ловушке для выстраивания ионов в нужном порядке. Если вся цепочка состоит из одного вида, переупорядочивание из-за столкновений с фоновым газом вредны, однако не критичны, поскольку ионы идентичны. При использовании разных элементов (или изотопов) их порядок в цепочке может играть важную роль, а переупорядочивание быть нетривиальной задачей. Преимуществом же эксперимента с разными элементами заключается в возможности реализации симпатического охлаждения через дополнительный спаринг-ион. Охлаждение спаринг-иона осуществляется при помощи лазерного излучения, которое на прямую не воздействует на ион, выбранный в качестве кубита. Вне зависимости от использования одного и нескольких видов атомов в ионного ловушке, расчёт пространственной и колебательной характеристик является важным шагом на пути к созданию квантового вычислителя.

2.1.1 Положения равновесия ионов в кристалле

Для одномерной цепочки с чисто квадратичным потенциалом удержания потенциальная энергия N-ионного кулоновского кристалла выглядит следующим образом [56]:

$$U(x,y,z,t) = \underbrace{\frac{M}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(\omega_x^2 x_i^2(t) + \omega_y^2 y_i^2(t) + \omega_z^2 z_i^2(t)\right)}_{\text{гармонический потенциал}} + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\substack{i,j=1\\ j\neq i}}^{N}\frac{1}{|\boldsymbol{r}_i(t)-\boldsymbol{r}_j(t)|}}_{\text{кулоновский потенциал}}, \tag{2.1}$$

где M — масса иона, Z — его суммарный заряд, ω_k — секулярная частота захваченного иона ($k = x, y, z$), e — элементарный заряд, ε_0 — диэлектрическая проницаемость в вакууме, $\boldsymbol{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ — радиус-вектор i-го иона. Таким образом все характеристики ионной ловушки на данном этапе закладываются в три секулярные частоты ω_k. Полная потенциальная энергия в выражении 2.1 состоит из эффективного гармонического (квадратичного) удерживающего потенциала ловушки и кулоновского взаимодействия между каждой парой захваченных ионов. При этом захваченные ионы выстраиваются в одномерную цепочку при радиальных частотах $\omega_{x,y}$, превосходящих аксиальную частоту ω_z [19]:

$$\frac{\omega_{x,y}}{\omega_z} > 0.77\frac{N}{\sqrt{\log N}}. \tag{2.2}$$

Это приближённая аналитическая формула, дающая оценочный результат в пределах 10% для $3 < N < 2000$. Из неравенства 2.2 видно, что минимальное отношение между $\omega_{x,y}/\omega_z$, при котором ионы выстраиваются в одномерную цепочку, зависит от количества ионов N.

Если ионы хорошо локализованы после лазерного охлаждения, а именно когда связанная с кулоновским отталкиванием энергия больше кинетической энергии ионов, их положение можно аппроксимировать как [56]:

$$\boldsymbol{r}_i(t) \approx \boldsymbol{r}_i^0 + \boldsymbol{q}_i(t), \tag{2.3}$$

где $\boldsymbol{r}_i^0$ — постоянное по времени слагаемое, а $\boldsymbol{q}_i(t)$ — зависящее от времени слагаемое, которое на этапе расчёта положений равновесия игнорируется.

Таблица 3 — Относительные расстояния между ионами

N	$\frac{z^0_{i+1}-z^0_i}{z_{min}(N)}$, где $1 \leqslant i < N$
4	1.08 1.00 1.08
5	1.12 1.00 1.00 1.12
6	1.18 1.04 1.00 1.04 1.18
7	1.23 1.06 1.00 1.00 1.06 1.23
8	1.28 1.09 1.02 1.00 1.02 1.09 1.28
9	1.32 1.12 1.03 1.00 1.00 1.03 1.12 1.32
10	1.37 1.15 1.06 1.01 1.00 1.01 1.06 1.15 1.37

При выполнении неравенства 2.2 образуется линейная конфигурация кристалла вдоль оси z с равновесным положением i-го иона: $\boldsymbol{r}_i^0 = \{0, 0, z_i^0\}$. Положения равновесия ионов z_i^0 находятся из равенства нулю производной потенциала:

$$\left[\frac{\partial U}{\partial z_i}\right]_{z_i=z_i^0} = 0. \tag{2.4}$$

Для анализа уравнения 2.4, представляющего собой N связанных алгебраических уравнений [56], вводится единица длины l и безразмерное положение i-го иона u_i:

$$u_i = \frac{z_i}{l}, \qquad l = \left(\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 M\omega_z^2}\right)^{1/3}. \tag{2.5}$$

Тогда уравнение 2.4 согласно 2.1 принимает вид:

$$\sum_{i=1}^{N}\left(u_i - \sum_{j=1}^{i-1}\frac{1}{(u_i-u_j)^2} + \sum_{j=i+1}^{N}\frac{2}{(u_i-u_j)^2}\right) = 0. \tag{2.6}$$

Для $N \geqslant 3$ эти системы уравнений не могут быть решены аналитически и требуют численных методов для определения положений равновесия ионов, это сделано, например, в [56]. Там произведён расчёт для ионных кристаллов с $1 \leqslant N \leqslant 10$ в чисто квадратичном потенциале. Расстояния между ионами для таких цепочек приведены в таблице 3, при этом значения нормированы относительно минимального расстояния между ионами [19]:

$$z_{min}(N) \approx \left(\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 M\omega_z^2}\right)^{1/3}\frac{2}{N^{0.57}}. \tag{2.7}$$

Из таблицы 3 видно, что кристалл с увеличением количества ионов в нём становится существенно неэквидистантен. Например, для кристалла из десяти ионов расстояния между крайними ионами по отношению к центральным увеличивается больше, чем на треть. Такая неэквидистантность усложняет задачи индивидуальной адресации и индивидуального считывания состояний ионов. Если рассмотреть в каждой из конфигураций только четыре центральных иона, то отношение межионных расстояний уменьшается с 8% в 4-ионных цепочках до 1% в 10-ионных цепочках. Игнорируя внешние ионы, центральные 4 иона становятся более равномерно распределенными при захвате более длинных цепочек. Однако при таком методе, во-первых, усложняется спектральный состав в цепочке, во-вторых, уменьшается расстояние между ионами. Существуют другие методы для достижения более эквидистантных кристаллов, в первую очередь это использование ионных ловушек с дополнительными электродами, которые позволяют создавать потенциалы четвертой и большей степени. Подробнее об этом методе будет описано в разделе 2.1.3.

2.1.2 Колебательные моды ионов в кристалле

После вычисления равновесных положений ионов $\boldsymbol{r}_i^0$, зависящее от времени слагаемое $\boldsymbol{q}_i(t)$ в уравнении 2.3 может быть найдено при помощи формализма Лагранжа. Вводится лагранжиан $L = T - U$, где T — кинетическая энергия системы, U — её потенциальная энергия. Для рассматриваемой системы из N ионов в гармоническом потенциале лагранжиан L можно выразить как [56]:

$$L = \frac{M}{2} \sum_{k=x,y,z} \left(\sum_{i=1}^{N} \left(\dot{q}_{k|i}^2 \right) - \omega_z^2 \sum_{j,i=1}^{N} A_{j,i}^k q_{k|i} q_{k|j} \right), \tag{2.8}$$

где $A_{j,i}^k = \frac{\partial^2 U}{\partial k_i \partial k_j}$ $(k = x,y,z)$ — матрица Гессе; $q_{k|j}$ — смещение j-го иона из его положения равновесия $\boldsymbol{r}_j^0$ в направлении k.

Согласно 2.1, матрица Гессе принимает вид:

$$A_{j,i}^z = \begin{cases} 1 + 2\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^{N} \frac{l^3}{|z_i - z_p|^3}, & \text{если } j = i; \\ \frac{-2l^3}{|z_i - z_j|^3}, & \text{если } j \neq i; \end{cases} \tag{2.9}$$

$$A_{j,i}^{x,y} = \left(\left(\frac{\omega_{x,y}}{\omega_z} \right)^2 + \frac{1}{2} \right) \delta_{i,j} - \frac{1}{2} A_{j,i}^{z}; \tag{2.10}$$

где $\delta_{i,j}$ — символ Кронекера. N собственных векторов для осевого направления z вычисляются при диагонализации матрицы 2.9, а $2 \times N$ собственных векторов в радиальных направлениях x и y при диагонализации матрицы 2.10. На рисунке 2.2 схематично представлены аксиальные моды и радиальные моды (вдоль одной из двух осей радиальной плоскости) для 1 – 3 ионов в цепочке.

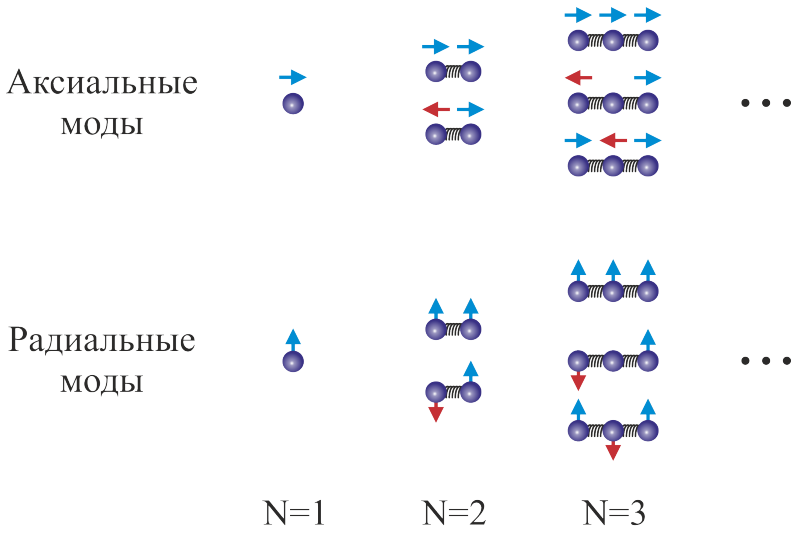


Рисунок 2.2 — Визуализация аксиальных и радиальных мод для разного количества ионов $1 \leqslant N \leqslant 3$ в цепочке.

2.1.3 Ангармонический удерживающий потенциал

Возможность создания удерживающего потенциала порядка выше квадратичного существенно расширяет диапазон реализуемых конфигураций ионных цепочек. Можно, например, создать потенциал с двумя областями для захвата и хранения ионов в соседних потенциальных минимумах на расстоянии нескольких десятков микрометров [57], или создать равномерно распределенный ионный кристалл для квантовых вычислений [58]. Ещё одним преимуществом эквидистантного ионного кристалла по сравнению с кристаллом в гармоническом потенциале, является то что он обладает более высокой стабильностью линейной структуры с увеличением количества ионов в кристалле, что видно

из сравнения неравенства 2.2 с условием линейности кристалла в ангармоническом потенциале:

$$\omega_{x,y}^2 > \frac{7\zeta(3)e^2}{2md_0^3} \approx \frac{4.2e^2}{md_0^3}, \tag{2.11}$$

где d_0 — межионное расстояние, ζ — дзета-функция Римана.

Принимая во внимание преимущества эквидистантного ионного кристалла, рассмотрим способы его реализации. Исходя из эквидистантности ионов в цепочке, можно вычислить удерживающее поле, необходимое для создания такой структуры. Рассмотрим электрический потенциал в виде степенного ряда по координате вдоль оси ловушки z:

$$\varphi(z) = \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\kappa_i}{i} z^i, \tag{2.12}$$

В эксперименте реализуют практически симметричный потенциал, то есть когда нечётные слагаемые равны нулю: $\kappa_{2n-1} = 0$ $(n \in N)$.

Как будет показано в разделе 2.2, использование первых двух ненулевых членов разложения κ_2 и κ_4 достаточно для реализации практически эквидистантного кристалла. Потенциальная энергия N-ионной цепочки в таком биквадратичном потенциале примет вид:

$$U(x,y,z,t) = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \left[\frac{M}{2} \left(\omega_x^2 x_i^2(t) + \omega_y^2 y_i^2(t) \right) + \frac{\kappa_2}{2} z_i^2(t) + \frac{\kappa_4}{4} z_i^4(t) \right]}_{\text{биквадратичный потенциал}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^{N} \frac{1}{|\boldsymbol{r}_i(t) - \boldsymbol{r}_j(t)|}}_{\text{кулоновский потенциал}}, \tag{2.13}$$

где $\omega_{x,y}$ — частота радиальных колебаний центра масс. Параметры κ_2 и κ_4 зависят от конфигурации ловушки и приложенных к её электродам напряжений.

Прибегая к рассуждениям, аналогичным вышеописанному случаю гармонического потенциала, раскладываем координаты ионов на постоянное и зависящее от времени слагаемые (уравнение 2.3). Положение равновесия i-го иона в линейном N-ионном кристалле даётся выражением $\{0, 0, z_i^0\}$, которое

можно найти из N связанных уравнений, если перейти к безразмерным координатам $\{0, 0, v_i^0\}$:

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{z_i^0}{b}; \\ b &= \left(\frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 \kappa_2}\right)^{1/3}; \\ B &= \frac{\kappa_4}{\kappa_2} b^2 = \frac{\kappa_4}{\kappa_2}\left(\frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 \kappa_2}\right)^{2/3}. \end{aligned} \tag{2.14}$$

В уравнениях 2.14 введены характерная длина b и безразмерное отношение B, характеризующее ангармонизм потенциала. Константы κ_2 и κ_4 находятся из анализа создаваемого электродами электрического поля. Кроме того, от κ_2 зависит аксиальная частота колебаний центра масс:

$$\omega_z = \sqrt{|\kappa_2|/M}. \tag{2.15}$$

Вышеописанный формализм позволяет проводить численное моделирование положений равновесия ионов и частот аксиальных и радиальных мод разного количества ионов в кристалле при различных параметрах потенциала ловушки.

2.1.4 Численное моделирование ионных кристаллов

В работе было проведено численное моделирование положений равновесия и частотных характеристик ионов в кристалле, состоящем из $1 \leqslant N \leqslant 10$ ионов $^{171}\mathrm{Yb}^+$ в линейной ловушке Пауля. Для расчёта в качестве стартовых параметров удерживающего потенциала были использованы экспериментально измеренные характеристики линейной ловушки Пауля с цилиндрическими электродами: аксиальная частота моды центра масс цепочки $\omega_z = 2\pi \times 19.3$ кГц, радиальная частота — $\omega_{x,y} = 2\pi \times 112.3$ кГц. Описание ловушки будет приведено в 2.2. Положения равновесия определялись как стационарные решения динамического моделирования: в систему уравнений 2.6 была введена вязкая сила, симулирующая лазерное охлаждение. Расчёты проводились в среде Wolfram Mathematica. Также были подобраны параметры биквадратичного потенциала

$\kappa_2 = 4.66 \times 10^3$ В $\cdot$ м$^{-2}$ и $\kappa_4 = 3.49 \times 10^{12}$ В $\cdot$ м$^{-4}$ для достижения эквидистантного кристалла из семи ионов с средним межионным расстоянием 28.6 мкм. Результаты моделирования положений равновесия ионов в кристалле, когда они захватываются в гармонический и рассчитанный биквадратичный потенциал, представлены на рисунке 2.3.

Как видно из рисунка 2.3, с увеличением числа ионов в кристалле, расстояние между ними уменьшается, а в случае гармонического потенциала становится неравномерным (график слева). В случае биквадратичного потенциала удаётся реализовать более эквидистантный кристалл (график справа). Для гармонического потенциала с цепочкой из семи ионов межионное расстояние варьируются от 26.1 мкм (в центре кристалла) до 32.0 мкм (на краях кристалла). В биквадратичном потенциале разброс межионных расстояний составляет от 28.1 мкм до 28.8 мкм. Добавление следующего члена в разложении 2.12 делает кристалл ещё более эквидистантным, однако вклад его оказывается уже не существенным. Рассчитанный для оптимизации эквидистантности кристалла коэффициент $\kappa_6 = 3.06 \times 10^{19}$ В $\cdot$ м$^{-6}$ позволяет уменьшить девиацию межионных расстояний на 7% по сравнению с биквадратичным потенциалом.

Было выполнено численное моделирование для расчёта частот аксиальных и радиальных мод для числа ионов от 1 до 10 в случае квадратичного и рассчитанного биквадратичного потенциала (рисунок 2.4).

В случае квадратичного потенциала аксиальная частота колебаний центра масс (ЦМ) является наименьшей частотой аксиальных колебаний в цепочке и не изменяется с увеличением числа ионов. С увеличением количества ионов в цепочке аксиальный колебательный спектр увеличивается в область больших частот. Радиальная частота колебаний центра массы, напротив, задаёт верхний предел частотного диапазона, но также не изменяется с увеличением количества ионов. С увеличением количества ионов в цепочке радиальный колебательный спектр расширяется в область низких частот.

Диапазон радиальных частот для кристалла с десятью ионами составляет 5 кГц, что соответствует 5% диапазона аксиальных частот. При такой плотности радиальных частот затруднена адресация отдельных мод. А спектральное разрешение необходимо для реализации рамановского охлаждения, позволяющего выполнить охлаждение до основного колебательного состояния [53]. С другой стороны, высокая частотная плотность упрощает осуществление охлаждения основанное на индуцированной электромагнитной прозрачности [59].

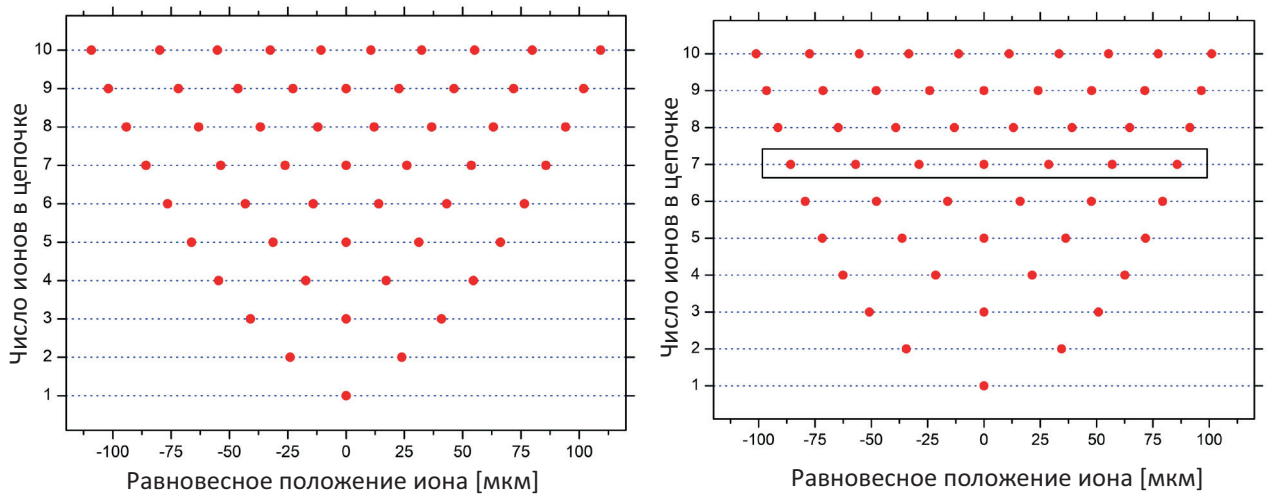


Рисунок 2.3 — (Слева): равновесные положения для цепочки ионов $^{171}Yb^{+}$, захваченных в гармонический потенциал с аксиальной частотой моды центра масс цепочки $\omega_z = 2\pi \times 19.3$ кГц. Неравномерность пространственного распределения ионов становится заметной для большего числа частиц, расстояние между ионами увеличивается от центра к периферии кристалла. (Справа): равновесные положения для цепочки ионов $^{171}Yb^{+}$, захваченных в негармонический потенциал с $\omega_z = 2\pi \times 8.14$ кГц, $\kappa_2 = 4.66 \times 10^3$ В$\cdot$м$^{-2}$ и $\kappa_4 = 3.49 \times 10^{12}$ В$\cdot$м$^{-4}$ (уравнение 2.12).

В случае биквадратичного потенциала частоты колебаний центра масс (ЦМ) изменяются с ростом числа частиц в кристалле. Для аксиальных мод частота центра масс растёт вместе с N, для радиальных мод — напротив. Общее же поведение остаётся схожим с гармоническим случаем: аксиальные моды более высокого порядка обладают большими частотами, радиальные моды — более низкими частотами. При этом, спектральная плотность радиальных мод оказалась существенно меньше, чем в случае гармонического потенциала (в случае 10 ионов частоты радиальных мод покрывают диапазон в 116 кГц и 41.8 кГц для негармонического и гармонического потенциалов, соответственно). Таким образом, формирование негармонического удерживающего потенциала вдоль оси ловушки облегчает реализацию рамановского охлаждения, когда требуется разрешать соседние моды. Последнее необходимо для достижения ионами основного колебательного состояния, которое обеспечивает возможность проведения ряда квантовых гейтов.

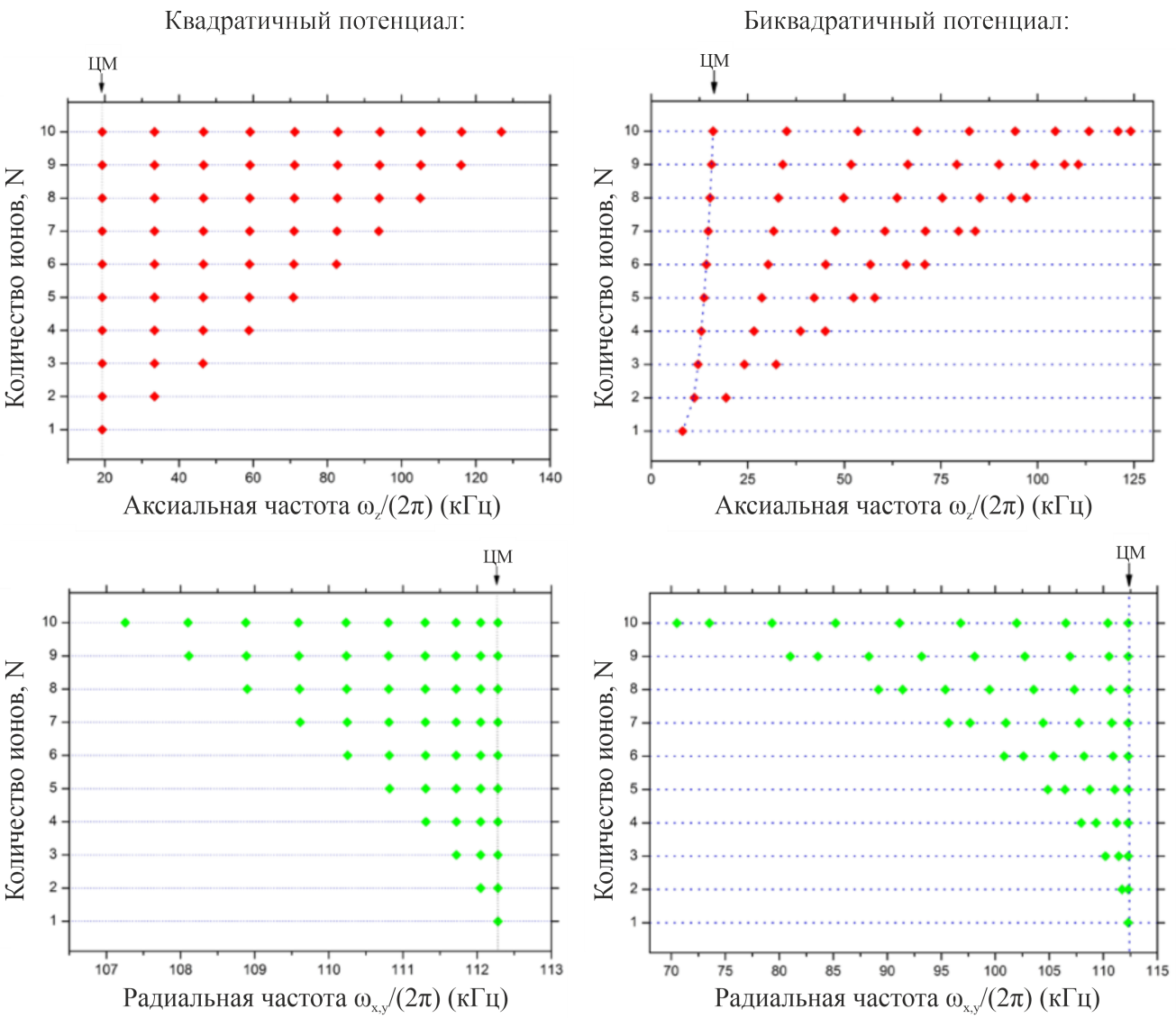


Рисунок 2.4 — Рассчитанные частоты аксиальных и радиальных мод Yb^+ для числа ионов от 1 до 10, захваченных в квадратичный и биквадратичный потенциал с $\omega_{x,y} = 2\pi \times 112.3$ кГц. В случае квадратичного потенциала $\omega_z = 2\pi \times 19.3$ кГц, биквадратичного — $\omega_z = 2\pi \times 8.14$ кГц, $\kappa_2 = 4.66 \times 10^3$ В $\cdot$ м$^{-2}$, $\kappa_4 = 3.49 \times 10^3$ В $\cdot$ м$^{-4}$. Для радиальных мод каждая точка графика соответствует вырожденному случаю колебаний вдоль осей x и y. ЦМ — частота моды центра масс.

2.2 Экспериментальная реализация эквидистантных ионных кристаллов

Для экспериментальной реализации и исследования ионных кристаллов использовалась линейная квадрупольная ловушка Пауля (рисунок 2.5). В ней

для радиального удержания задействованы четыре цилиндрических вольфрамовых электрода длиной $l = 74$ мм и радиусом $r = 1$ мм. Расстояние между поверхностями двух диагональных электродов составляет $2r = 2.95$ мм. Благодаря такой компоновке ловушка обладает хорошим оптическим доступом к захваченным ионам. Так же, влияющие на динамику ионов концы электродов уведены на достаточное расстояние от области захвата.

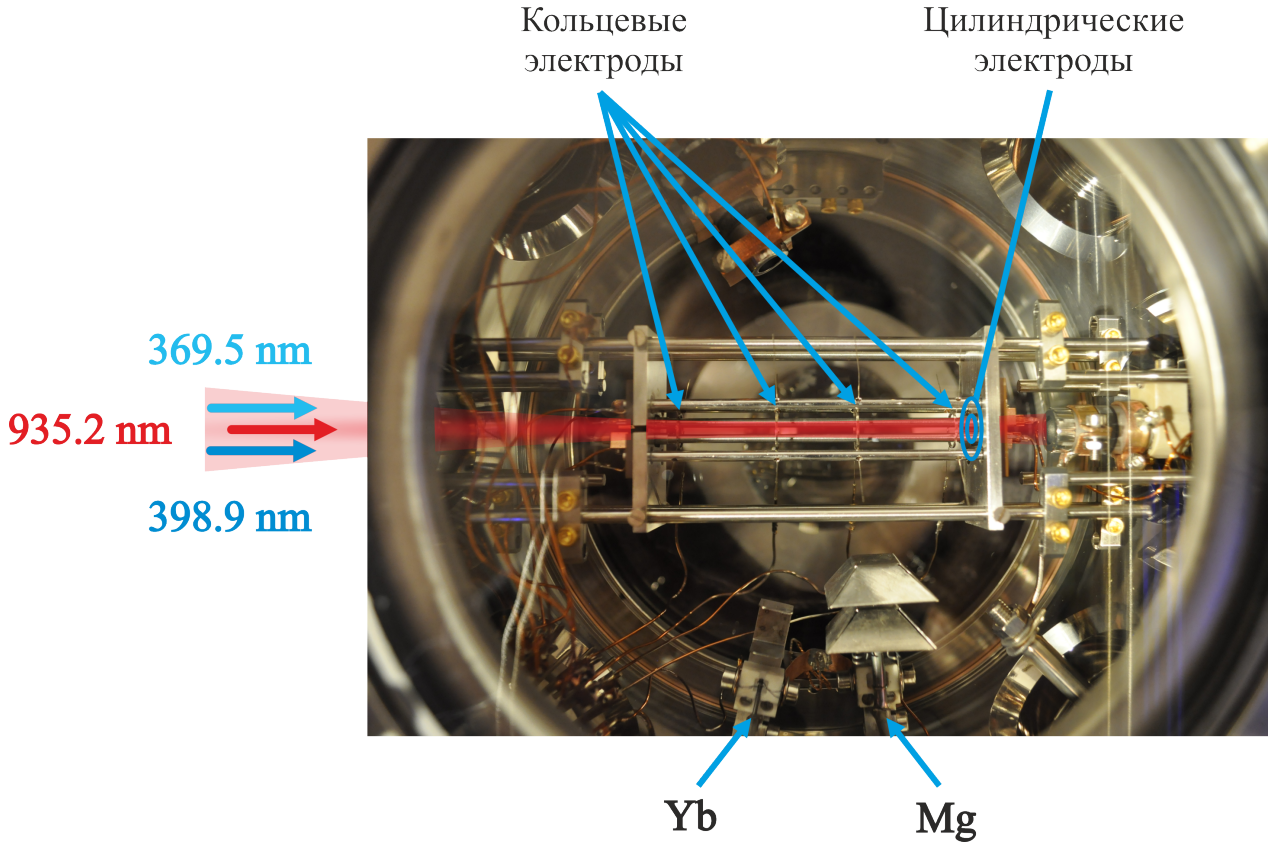


Рисунок 2.5 — Фотография линейной квадрупольной ловушки Пауля в вакуумной камере. Ловушка состоит из четырёх внутренних цилиндрических электродов для радиального удержания ионов, четырёх внешних цилиндрических электродов для компенсации внешних полей и четырёх кольцевых электродов для аксиального удержания. Лазерные пучки (369.5 нм, 398.9 нм, 935.2 нм) заводятся в камеру вдоль оси ловушки. В вакуумной камере также расположены две атомные пушки с металлическим магнием (Mg) и иттербием (Yb). Позади вакуумной камеры расположен объектив для сбора излучения флуоресценции захваченных ионов.

Для создания радиального удержания два диагональных цилиндрических электрода заземляются, а к двум другим прикладывается радиочастотное гармоническое напряжение $V_{dc} + V_{rf}\cos(\Omega_{rf}t)$ с частотой $\Omega_{rf} = 2\pi \times 18.2$ МГц и

амплитудой V_{rf}, которую можно варьировать от 0 до 600 В. При напряжениях $V_{dc} = 0$ и $V_{rf} = 450\,\text{В}$ для ионов $^{171}\text{Yb}^+$ радиальная частота колебаний центра масс составляет $\omega_{x,y} = 2\pi \times 112.3\,\text{кГц}$.

Для создания аксиального удержания ионов на четыре кольцевых электрода подаётся постоянное положительное напряжение, при этом на каждый из четырёх электродов напряжение можно подавать независимо. В экспериментах для реализации квадратичного потенциала использовался центральный сегмент ловушки и реализовался при подачи к двум центральным кольцевым электродам напряжения $U_{DC} = 500$ В. При таком напряжении частота аксиальных колебаний захваченного одиночного иона $^{171}\text{Yb}^+$ составляет $\omega_z = 2\pi \times 19.3$ кГц.

Электроды ловушки изготовлены из вольфрама. Данный металл относительно прост в обработке, обладает низкой величиной нагрева захваченных ионов флуктуациями патчевых зарядов на поверхности электродов [60]. Диэлектрические поверхности расположены далеко от области захвата частиц и видны из области захвата под маленьким телесным углом для минимизации нагревов ионов из-за паразитных электрических полей от диэлектриков. Остаточные паразитные поля компенсируются четырьмя внешними цилиндрическими электродами, расположенными вокруг четырёх цилиндрических электродов радиального удержания.

Загрузка ионов в ловушку осуществляется путем лазерной фотоионизации иттербиевого атомного пучка, проходящего через область удержания. Атомный пучок создаётся атомной пушкой, которая представляет собой заполненную иттербием танталовую трубку с электрическим нагревателем. Так же в вакуумной камере предусмотрена вторая атомная пушка, заправленная магнием.

Ионная ловушка установлена в вакуумную камеру, в которой поддерживается давление 5×10^{-10} мбар при помощи ион-геттерного насоса SAES GETTERS NEXTORR D-100. Ультравысокий вакуум в камере важен для уменьшения вероятности столкновений ионов с фоновым газом. В вакуумной камере предусмотрено пять кварцевых окошек для ввода излучения лазерного охлаждения, а также для сбора флуоресценции ионов.

Лазерная система для доплеровского охлаждения использовалась та же самая, что и в эксперименте по измерению длин волн охлаждающих переходов в изотопах иона иттербия (раздел 1.4.3).

Система считывания флуоресценции захваченных ионов изображена на рисунке 2.6. Сбор излучения от захваченных ионов осуществляется при помощи

объектива с пятикратным увеличением и угловой апертурой 43.6°. Объектив состоит из набора шести сферических кварцевых линз, просветлённых на ультрафиолет и спроектированных для минимизации сферических аберраций. Собранное объективом излучение фокусируется либо на фотоэлектронный умножитель Hamamatsu H12386-210 (ФЭУ), либо на высокочувствительную камеру Raptor Photonics Falcon Blue FA285-CL (EMCCD) в зависимости от задач.

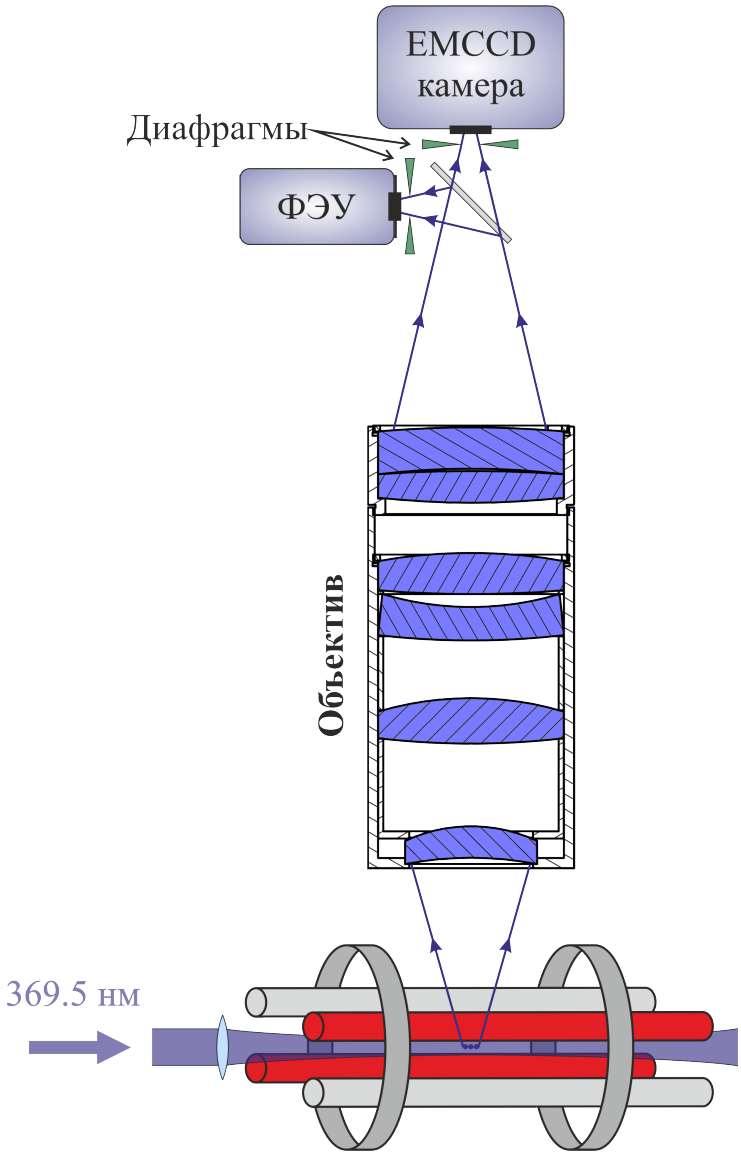


Рисунок 2.6 — Схема системы считывания флуоресценции ионов, состоящая из широкоапертурного объектива и двух детекторов: фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) и высокочувствительной камеры (EMCCD) — которые можно задействовать по выбору.

Оптический путь от вакуумной камеры до детекторов излучения изолирован от внешнего света для повышения отношения сигнал/шум. Для

подавления остаточной фоновой засветки используются диафрагмы, через которые проходит в основном сфокусированный полезный сигнал. Данная система считывания обладает разрешающей способности лучше 4 мкм, что заведомо позволяет разрешать отдельные ионы и исследовать колебательные моды кристалла. На рисунке 2.7 фотография захваченных в гармонический потенциал и охлаждённых ниже 100 мкм семи ионов иттербия.

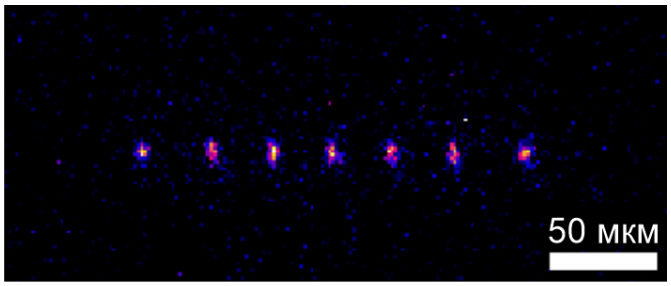


Рисунок 2.7 — Изображение линейной цепочки из семи ионов иттербия, захваченных в ловушку Пауля с гармоническим потенциалом аксиального удержания. Изображение получено с помощью высокоапертурного объектива и EMCCD камеры.

Сравнение положений равновесия полученных в эксперименте с рассчитанным в разделе 2.1.4 приведено на рисунке 2.8. Основной вклад в неточность сравнения вносит ошибка определения положения равновесия из эксперимента, то есть в процессе анализа фотографии ионной цепочки. Для данного сравнения использовался калибровочный параметр α, отвечающий за оптическое увеличение. Из анализа изображения цепочки получено $\alpha = 0.88 \pm 0.01$ мкм/пиксель. Как видно из рисунка 2.8 эксперимент и расчёты хорошо согласуются. Также, при помощи приведённого сравнения, можно оценить гармоничность потенциала. С учётом экспериментальной неточности, можно оценить ограничение на следующий за гармоническим коэффициент в разложении 2.12: $|\kappa_3| < 3.89 \times 10^7$ В $\cdot$ м$^{-3}$.

2.3 Линейная ловушка Пауля для квантовых вычислений

На достоверность квантово-логических операций на прямую влияет время когерентности. В свою очередь, время когерентности в экспериментальной

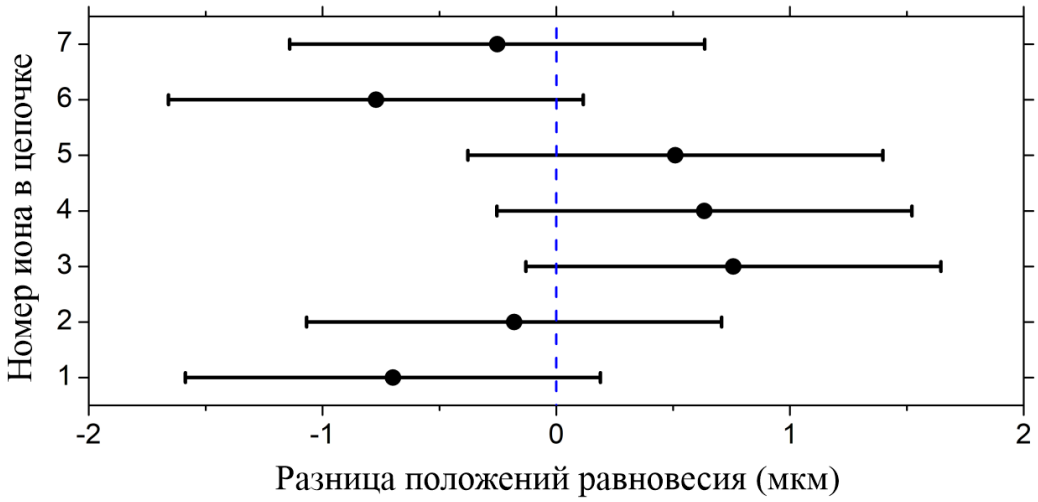


Рисунок 2.8 — Разница экспериментальных и смоделированных положений равновесия семи ионов иттербия в цепочке, захваченных в ловушку Пауля с гармоническим потенциалом аксиального удержания.

установке преимущественно зависит от следующих параметров: остаточные флуктуации магнитного поля [61], нагрев ионов [61] и их столкновения с остаточными газом в вакуумной камере [62]. Уменьшить флуктуации магнитного поля в области захвата возможно, если использовать в качестве материалов для ловушки и вакуумной камеры вещества с низкой магнитной проводимостью. На нагрев ионов влияет качество обработки поверхности и материал электродов ловушки [63], а также минимальное расстояние между областью удержания ионов и электродами r_0. Нагрев ионов уменьшается с увеличением расстояния r_0 как $\approx r_0^{-4}$. На нагрев захваченных в ловушку ионов также значительно влияет прямая видимость из области удержания диэлектриков и окислов металлов, на которых может накапливаться смещающий ионы поверхностный заряд. Такой заряд образуется при взаимодействии поверхности ловушки с ультрафиолетовым излучением, которое необходимо для лазерного охлаждения ионов. Ещё одним фактором влияющим на время когерентности, как было сказано выше, является взаимодействие захваченного иона с остаточным газом. Для уменьшения вероятности нежелательных столкновений в вакуумной камере поддерживается ультравысокий вакуум ниже 10^{-10} мбар. Для достижения столь хорошего вакуума используется отжиг вакуумной камеры вместе с ловушкой перед вводом их в эксперимент (более подробно об отжиге написано в разделе 1.4.2) и , иногда, охлаждение ловушки до криогенных температур во время эксперимента. Большой термический диапазон, который должна выдер-

живать ловушка и вакуумная камера, накладывает дополнительные условия на конструкцию ловушки и её креплений к вакуумной камере. Все эти аспекты стоит учитывать при проектировании и сборе ионной ловушки для квантовых вычислений.

При проектировании ловушки также стоит заранее рассчитать величины удерживающего потенциала. От радиального удержания зависит расчётное время выполнения двухкубитных операций τ_{2q}: увеличение удержания, то есть радиальной частоты $\Omega_{x,y}$, приводит к уменьшению τ_{2q}. В современных ловушках для квантовых операций радиальная секулярная частота одиночного иона достигает $\Omega_{x,y} \approx 2\pi \times 3$ МГц, а $\tau_{2q} \approx 100$ мкс [54]. В тоже время, от аксиального потенциала зависит межионное расстояние. Характерная минимальная величина между ионами, когда их удаётся разрешить по отдельности составляет $\delta z_{min} \approx 5$ мкм [54], тогда максимальная аксиальная частота составит:

$$\Omega_{z_{max}} = \sqrt{\frac{Z^2 e^2}{2\pi\varepsilon_0 \delta z_{min}^3 M}}, \tag{2.16}$$

Для иона иттербия верхняя граница аксиальной частоты составляет:

$$\Omega_{z_{max}} \approx 2\pi \times 580 \text{ кГц}. \tag{2.17}$$

Ловушка, используемая в экспериментах, описанных выше в разделе 2.2, обладает хорошим оптическим доступом за счёт своего большого размера и расстояний между электродами. Недостатком ловушки являлись невысокие секулярные частоты, что ограничивало скорость выполнения вычислений. В следующей разработанной ионной ловушке секулярная частота достаточна для проведения эффективных двухкубитных операций, при этом, благодаря использованию электродов-лезвий, ловушка всё также обладает хорошим оптическим доступом (рисунок 2.9). В радиальной плоскости оптический доступ составляет 90° и 53° в ортогональных направлениях. Электроды были изготовлены из молибдена, который является немагнитным и слабо окисляется на воздухе, что позволяет не покрывать электроды золотом [64]. При этом молибден характеризуется высокой твёрдостью, что позволяет получать поверхности с низкой шероховатостью и, как следствие, уменьшить темп нагрева захваченных ионов.

В разработанной ловушке удержание в радиальном направлении осуществляется четырьмя электродами-лезвиями толщиной на концах 0.1 мм,

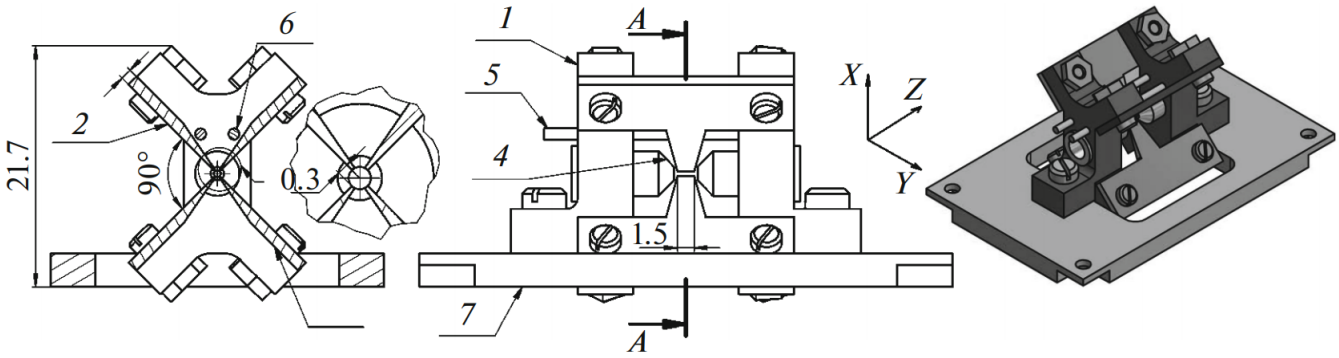


Рисунок 2.9 — Схема линейной квадрупольной ловушки Пауля с электродами-лезвиями. (По центру): вид сбоку; (слева): вид в разрезе AA; (справа): общий вид. 1 — диэлектрик из стеклокерамики для крепления электродов; 2, 3 — молибденовые электроды-лезвия для радиального удержания ионов; 4 — молибденовые цилиндрические электроды для аксиального удержания; 5, 6 — электроды для компенсации паразитных электрических полей; 7 — панель крепления ловушки. Линейные размеры указаны в мм.

расположенными на расстоянии $r_0 = 0.3$ мм от центра ловушки до торцов электродов. Длина электродов в области удержания составляет $z_0 = 1.5$ мм, что позволяет захватывать в ловушку до 5 ионов (рисунок 2.10). Удержание вдоль оси ловушки обеспечивается двумя цилиндрическими концевыми электродами с осевым отверстием диаметром 0.6 мм для обеспечения оптического доступа. Высокочастотное напряжение прикладывается к противоположной паре лезвиевых электродов при заземлении оставшейся пары, что формирует псевдопотенциал с формой в области удержания, близкой к гармонической. Для компенсации внешних паразитных электрических полей используется два дополнительных электрода.

Электроды ловушки закрепляются на держателях из стеклокерамики. Стеклокерамика и молибден обладают близкими коэффициентами теплового расширения: 1.5×10^{-7} K^{-1} и 5.1×10^{-6} K^{-1} соответственно. Благодаря этому, разница изменения размеров трёх миллиметрового цилиндрического электрода и стеклокерамики, в которой он закреплён, в температурном диапазоне 600 K составит ≈ 10 мкм. В тоже время стеклокерамические держатели фиксируются на молибденовую основу.

При моделировании ловушки был произведён численный расчёт удерживающего потенциала вдоль двух осей методом конечных элементов. Результат представлен на рисунке 2.11.

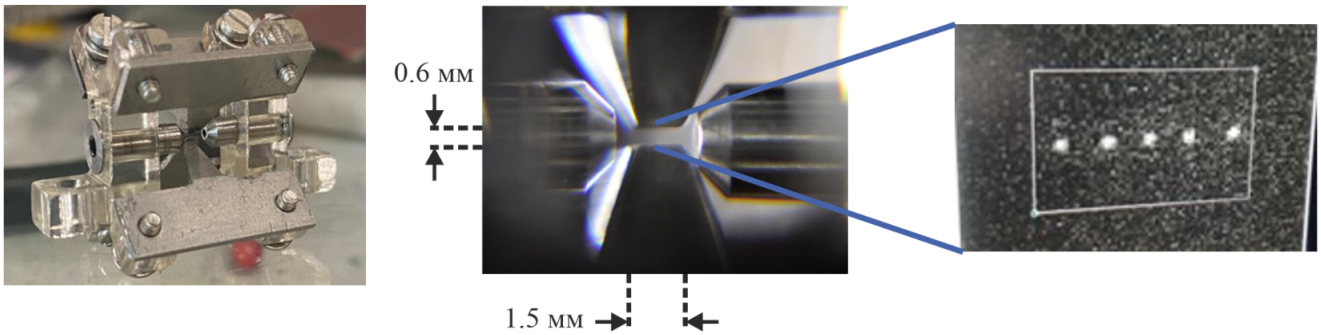


Рисунок 2.10 — (Слева): Фотография изготовленной линейной квадрупольной ловушки Пауля с электродами-лезвиями. (По центру): Область захвата ионов в увеличенном масштабе. (Справа): Фотография пяти ионов, захваченных в изготовленную ловушку.

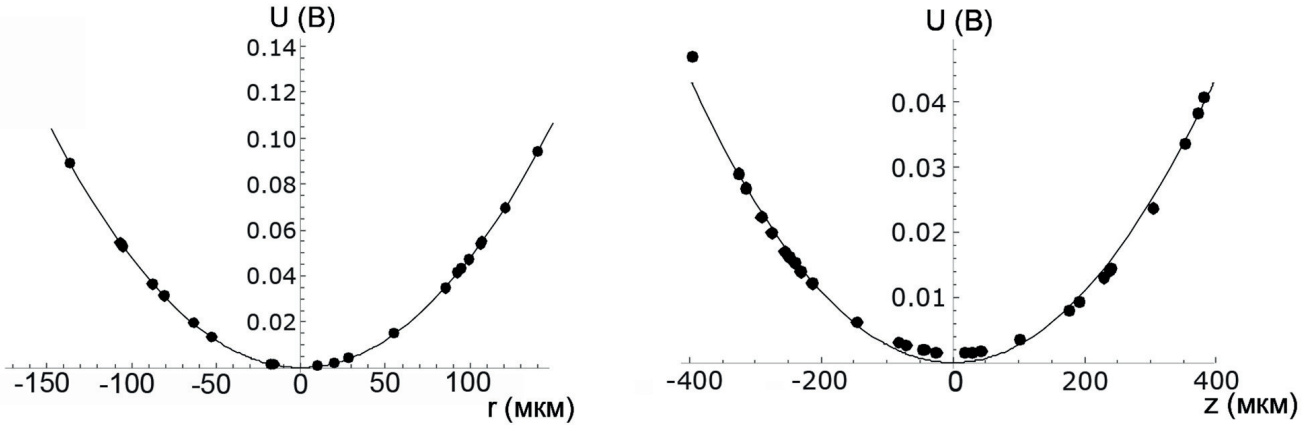


Рисунок 2.11 — (Слева): численное моделирование удерживающего потенциала в плоскости, перпендикулярной оси ловушки и проходящей через центр ловушки при приложении к противоположной паре лезвиевых электродов одинакового напряжения +1 В (точки) и аппроксимация параболой (линия). (Справа): численное моделирование удерживающего потенциала вдоль оси z ловушки при приложении одинакового напряжения +1 В к цилиндрическим концевым электродам (точки) и аппроксимация параболой (линия).

Вблизи центра ловушки радиальный удерживающий потенциал аппроксимировался квадратичной функцией:

$$U_r = \frac{\kappa_r V_{ac}}{2r_0^2} r^2, \tag{2.18}$$

где κ_r — безразмерный геометрический параметр, а r — расстояние от центра ловушки. Из аппроксимации получены следующие значения:

$$\frac{\kappa_r}{2r_0^2} = 4.8 \times 10^6 \text{ м}^{-2}$$

и

$$\Omega_{sec_r} = \frac{\kappa_r e}{\sqrt{2} r_0^2 m} \frac{V_{ac}}{\omega_{rf}} = 3.8 \times 10^{12} \frac{V_{ac}}{\omega_{rf}} \left[\text{В} \frac{\text{с}}{\text{рад}}\right]. \quad (2.19)$$

Как было указано выше, для проведения квантовых логических операций с ионами Yb^+, как правило, требуются радиальные секулярные частоты $\Omega_{sec_r} \approx 2\pi \times 3$ МГц [54], что при частоте $\omega_{rf} = 2\pi \times 20$ МГц для разработанной ловушки соответствует амплитуде напряжения на электродах $V_{ac} = 620$ В. Максимальная напряженность электрического поля вблизи концов электродов при этом составила 18 кВ/см, что меньше характерных значений поля, при которых происходит электрический пробой ($\gg 30$ кВ/см). Указанные напряжения V_{ac} были достигнуты при помощи резонансного трансформатора, однако при таких напряжения необходимо прикладывать на компенсационные электроды напряжение > 1 кВ, что усложняет эксперимент. Поэтому в качестве рабочего напряжения используется $V_{ac} \approx 300$ В.

Аналогично, вблизи центра ловушки аксиальный удерживающий потенциал аппроксимировался квадратичной функцией:

$$U_z = \frac{\kappa_z V_{dc}}{z_0^2} z^2, \quad (2.20)$$

где κ_z — безразмерный геометрический параметр, а z — расстояние от центра ловушки вдоль оси. Из аппроксимации получены следующие значения:

$$\frac{\kappa_z}{z_0^2} = 2.7 \times 10^5 \text{ м}^{-2}$$

и

$$\Omega_z = \sqrt{\frac{2\kappa_z Z V_{dc}}{z_0^2 M}} = 2\pi \times 88\sqrt{V_{dc}} \text{ кГц}. \quad (2.21)$$

При приложении к цилиндрическим электродам напряжения $V_{dc} = 44$ В обеспечивается частота аксиальной моды $\Omega_x = 2\pi \times 580$ кГц, что достаточно для проведения квантовых операций с высокой достоверностью [65].

2.4 Основные результаты Главы 2

1. Выполнено численное моделирование положений равновесия ионов и частот их собственных колебаний в потенциале ловушки Пауля.
2. Рассчитана и экспериментально продемонстрирована конфигурация биквадратичного потенциала вдоль оси ловушки для создания эквидистантного кристалла, состоящего из 7 ионов иттербия.
3. Выполнено численное моделирование удерживающего потенциала линейной ловушки Пауля с электродами-лезвиями для квантовых вычислений на цепочке ионов.

Основные результаты данной главы опубликованы в [65; 66].

Глава 3. Считывание оптического кубита на переходе 435.5 нм в ионе $^{171}Yb^{+}$

Считывание является не менее важной процедурой в работе квантового вычислителя, нежели проведение самих квантовых операций. Если данный процесс слишком сильно подвержен ошибкам, то полученный результат проведения квантового алгоритма будет искажен. В общем виде данная процедура для оптического кубита в ионе иттербия $^{171}Yb^{+}$ уже была описана в разделе 1.3.5, а пример её экспериментальной реализации на разработанной в рамках диссертации установке — в работе [12]. Экспериментально измеренная достоверность процедуры считывания в процитированной работе составила 98%, что ограничивалось техническими факторами, а именно — эффективностью сбора фотонов флюоресценции иона. Однако, в рамках того исследования никак не были учтены некоторые нерезонансные эффекты, приводящие к перекачке населённости из одного состояния кубита в другое в процессе считывания, а также переходные процессы, которые неизбежно ухудшают достоверность. В работе [12] такое предположение было оправданным, так как вклад таких процессов составляет около 1% и был мал по сравнению с техническими шумами. В то же время, с целью дальнейшего повышения точности квантовых вычислений для реализации универсального квантового вычислителя способного решать полезные задачи, необходимо дальнейшее увеличение достоверности процедуры считывания. Для этого требуется более детальное теоретическое рассмотрение процесса считывания с учётом нерезонансных явлений и влияния паразитной засветки детектора, чему и посвящена данная глава.

3.1 Теоретическая модель считывания

Как уже было отмечено в разделе 1.3.5, для считывания состояния применяется метод «electron shelving» [67], обычно называемый в русскоязычной литературе методом квантовых скачков. Для этого к иону $^{171}Yb^{+}$ прикладывается излучение на длине волны 369.5 нм, с модуляцией по фазе на частоте 14.7 ГГц, а также излучение на длине волны 935.2 нм (рисунок 1.4). Ультрафиоле-

товое излучение вызывает сильную флюоресценцию ионов, если они находятся в состоянии $|0\rangle = {}^2S_{1/2}(F = 0)$, в то время как инфракрасное излучение предотвращает накапливание населённости в состоянии ${}^2D_{3/2}(F = 1)$. Если же электронное состояние иона в момент начала считывания спроецировалось в возбуждённое кубитное состояние $|1\rangle = {}^2D_{3/2}(F = 2)$, то флюоресценция подавлена. Поэтому состояние $|0\rangle$ называется «светлым» («bright»), а $|1\rangle$ — «тёмным» («dark»). Здесь важно отметить, что, в отличие от процедуры охлаждения, отсутствует модуляция излучения на длине волны 935.2 нм, потому что она будет приводить к быстрой перекачке населённости из тёмного в светлое состояние, что будет искажать результаты измерения. Далее в течение некоторого времени при помощи детектора регистрируются фотоны флюоресценции, после чего детектированное число фотонов сравнивается с некоторым значением дискриминатора D. Если число фотонов меньше чем D, результатом измерения считается состояние $|1\rangle$, если больше — состояние $|0\rangle$.

Далее в этой главе для краткости записи введём новые обозначения термов в виде $L(F)$, где L — орбитальный момент электронной оболочки, а F — полный момент. Так, состояние $|0\rangle = {}^2S_{1/2}(F = 0)$ будет обозначаться как $S(0)$, $|1\rangle = {}^2D_{3/2}(F = 2)$ — как $D(2)$ и так далее. Помимо этого, для вывода дальнейшей теории будет использоваться формализм скоростных уравнений, в котором пренебрегаются когерентные эффекты. В данном случае справедливость этого приближения обуславливается тем, что характерная скорость эффектов декогеренции сравнима с частотами Раби (параметр насыщения близок к 1), а также тем, что явление когерентного пленения населённости, которое могло бы оказывать существенное влияние на результат, в эксперименте подавлено приложением относительно большого магнитного поля (около 5 Гс).

3.1.1 Переходный процесс в начале считывания

Важной особенностью используемого в данной диссертации оптического кубита на длине волны 435.5 нм является наличие переходного процесса в начале процедуры считывания, существенно влияющего на достоверность процедуры. Он возникает из-за того, что флюоресценция частицы главным образом определяется возбуждением квазициклического перехода $S(1) \to P(0)$, в то

время как сразу после окончания квантового алгоритма ион находится либо в состоянии $|0\rangle = S(0)$, либо в состоянии $|1\rangle = D(2)$. В начале процедуры считывания, если ион находился в состоянии $|0\rangle = S(0)$, за счёт наличия в спектре лазера на 369.5 нм модуляционной компоненты, соединяющей уровни $S(0) \to P(1)$, происходит перекачка населенности из $|0\rangle = S(0)$ в $S(1)$, после чего уже начинается основная фаза считывания. Однако, так как в течение этого переходного процесса возникает существенная заселённость уровня $P(1)$, с некоторой вероятностью ион оттуда распадается в состояние $|1\rangle = D(2)$. Таким образом, в самом начале процедуры считывания ион с некоторой вероятностью переходит из состояния $|0\rangle$ в $|1\rangle$, что искажает результат. Рассмотрим далее этот процесс подробнее.

Вероятность перейти во время переходного процесса в состояние $D(2)$ выражается формулой

$$p_{bd} = \frac{5}{6}\alpha_P \Gamma_P \int_0^{+\infty} \rho_{P(1)}(t)\, dt, \tag{3.1}$$

где $\alpha_P = 0.5\%$ – вероятность распада из $^2P_{1/2}$ в $^2D_{3/2}$, $\Gamma_P = 2\pi \times 19.6$ МГц — естественная ширина уровня $^2P_{1/2}$, $\rho_{P(1)}(t)$ — населённость уровня $P(1)$ от времени. Коэффициент $5/6$ отражает вероятность перехода между конкретными сверхтонкими подуровнями, а также усреднение по поляризациям и магнитным компонентам. Здесь предполагается, что интенсивность всех лазерных пучков по всем поляризациям одинакова, а параметр насыщения близок к единице, что соответствует параметрам, обычно используемым в эксперименте. При выводе формулы 3.1 использовалось соотношение [68]:

$$\Gamma_{FF'} = (2F'+1)(2J+1) \begin{Bmatrix} J & F & I \\ F' & J' & 1 \end{Bmatrix}^2 \Gamma_{JJ'}, \tag{3.2}$$

определяющее вероятность перехода между конкретными сверхтонкими компонентами термов. Здесь фигурными скобками обозначен 6j-символ Вигнера, $I = 1/2$ — спин ядра изотопа ^{171}Yb.

Для вычисления правой части равенства 3.1 воспользуемся тем фактом, что единственным каналом потери населённости из подсистемы уровней $S(0)$ и $P(1)$ является спонтанный распад из состояния $P(1)$ в $S(1)$, $D(1)$ или $D(2)$. Доля распадов в состояния $D(1)$ и $D(2)$ составляет лишь $\alpha_P << 1$, поэтому ими в первом приближении можно пренебречь. Таким образом, остаются только

распады в $S(1)$. Вероятность такого распада можно найти из соотношения 3.2. Тогда мы можем получить следующее уравнение:

$$\dot{\rho}_{P(1)} + \dot{\rho}_{S(0)} = -\frac{2}{3}\Gamma_P \rho_{P(1)}. \tag{3.3}$$

Проинтегрировав обе его части по времени от 0 до бесконечности, и использовав граничные условия $\rho_{P(1)}(0) = \rho_{P(1)}(+\infty) = \rho_{S(0)}(+\infty) = 0$, $\rho_{S(0)}(0) = 1$, получим

$$-1 = -\frac{2}{3}\Gamma_P \int\limits_0^{+\infty} \rho_{P(1)}(t)\, dt. \tag{3.4}$$

Подставив отсюда $\int\limits_0^{+\infty} \rho_{P(1)}(t)\, dt$ в соотношение 3.1, получим

$$p_{bd} = \frac{5}{4}\alpha_P. \tag{3.5}$$

Эта величина и является вероятностью того, что изначально «светлое» состояние превратится в «тёмное» в процессе переходного процесса в начале считывания.

3.1.2 Динамика населённости уровней в процессе считывания

После завершения переходных процессов, характерная длительность которых равна $1/\Gamma_P = 51$ нс, вся населённость преимущественно оказывается в подсистеме, представляющей собой комбинацию $S(1)$, $P(0)$, $D(1)$, $[3/2](0)$. Найдём зависимость от времени населённости всех этих состояний под действием лазерных полей. Скоростные уравнения для данных уровней будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{S(1)} &= \Gamma_{\text{UV}}\left(\rho_{P(0)} - \frac{\rho_{S(1)}}{3}\right) + (1-\alpha_P)\Gamma_P\rho_{P(0)} + (1-\alpha_{[3/2]})\Gamma_{[3/2]}\rho_{[3/2](0)};\\
\dot{\rho}_{P(0)} &= \Gamma_{\text{UV}}\left(\frac{\rho_{S(1)}}{3} - \rho_{P(0)}\right) - \Gamma_P\rho_{P(0)};\\
\dot{\rho}_{D(1)} &= \Gamma_{\text{IR}}\left(\rho_{[3/2](0)} - \frac{\rho_{D(1)}}{3}\right) + \alpha_P\Gamma_P\rho_{P(0)} + \alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]}\rho_{[3/2](0)};\\
\dot{\rho}_{[3/2](0)} &= \Gamma_{\text{IR}}\left(\frac{\rho_{D(1)}}{3} - \rho_{[3/2](0)}\right) - \Gamma_{[3/2]}\rho_{[3/2](0)}.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Здесь $\Gamma_{[3/2]} = 2\pi \times 4.2$ МГц – естественная ширина уровня $^3[3/2]_{1/2}$, $\alpha_{[3/2]} = 1.8\%$ — доля распадов в $D(1)$ и $D(2)$ среди всех распадов из $[3/2](0)$. Символами Γ_{UV} и Γ_{IR} обозначены характерные скорости накачки под действием ультрафиолетового и инфракрасного лазерных пучков, соответственно. Они задаются формулами

$$\Gamma_{\mathrm{UV}} = \Gamma_P \frac{s_{\mathrm{UV}}}{3} \frac{(\Gamma_P/2)^2}{(\Gamma_P/2)^2 + \delta_{\mathrm{UV}}^2}, \tag{3.7}$$

$$\Gamma_{\mathrm{IR}} = \alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]} \frac{s_{\mathrm{IR}}}{3} \frac{(\Gamma_{[3/2]}/2)^2}{(\Gamma_{[3/2]}/2)^2 + \delta_{\mathrm{IR}}^2}, \tag{3.8}$$

где δ_{IR} и δ_{UV} — отстройки лазеров от соответствующих переходов, а s_{IR} и s_{UV} — параметры насыщения:

$$s = \frac{I}{I_{\mathrm{sat}}} = \frac{I}{2\pi hc\Gamma/(3\lambda^3)}. \tag{3.9}$$

Тут I — интенсивность лазерного пучка, а I_{sat} — интенсивность насыщения перехода.

Во время считывания лазеры обычно настраиваются в резонанс с переходом (в отличие от процесса охлаждения, где ультрафиолетовый лазер отстраивается в красную область), так как это обеспечивает наиболее сильную флюоресценцию. Поэтому далее отстройки δ_{IR} и δ_{UV} будут приняты равными нулю. Для нахождения стационарного решения скоростных уравнений 3.6, положим значения производных населенностей равным нулю. Также упростим полученное выражение, учитывая малость коэффициентов α_{UV} и α_{IR}. Это даёт следующее решение:

$$\begin{aligned} \rho_{S(1)} &= \frac{9 + 3s_{\mathrm{UV}}}{9 + 4s_{\mathrm{UV}} + \varepsilon}, \\ \rho_{D(1)} &= \frac{\varepsilon}{9 + 4s_{\mathrm{UV}} + \varepsilon}. \end{aligned} \tag{3.10}$$

Величина ε отражает влияние перекачки и равна:

$$\varepsilon = 9\,\frac{\alpha_P}{\alpha_{[3/2]}} \frac{\Gamma_P}{\Gamma_{[3/2]}} \frac{s_{\mathrm{UV}}}{s_{\mathrm{IR}}}. \tag{3.11}$$

3.1.3 Влияние нерезонансных эффектов

Как было показано в предыдущем разделе, после окончания переходного процесса используемые лазерные поля не вызывают резонансного переноса населённостей между «светлым» (линейная оболочка состояний $S(0)$, $S(1)$, $D(1)$, $[3/2](0)$) и «тёмным» ($D(2)$) подпространствами. Поэтому в данном приближении ион после окончания переходного процесса либо рассеивает фотоны с постоянной скоростью до самого конца процедуры считывания (если оказался в «светлом» подпространстве), либо не рассеивает их вовсе (если оказался в «тёмном»). Однако, в действительности, ситуация является более сложной. Во-первых, время жизни состояния $|1\rangle$ составляет $1/\Gamma_Q = 53$ мс и при времени считывания, сравнимом с этой величиной, изначально «тёмный» ион может в процессе детектирования распадаться в $S(1)$ и начать рассеивать фотоны. Во-вторых, нерезонансное возбуждение лазерами переходов $S(1) \to P(1)$, $D(1) \to [3/2](1)$ и $D(2) \to [3/2](1)$ может также посреди считывания перевести ион из «светлого» в «тёмное» состояние и наоборот. В-третьих, в реальном эксперименте всегда присутствует некоторый уровень паразитной засветки, а также темновые отсчёты детектора, которые приводят к отличному от нуля количеству отсчётов, даже когда ион во время считывания вовсе не рассеивал фотоны. В этом разделе будут получены выражения для эффективных скоростей «утечек» населённости из «темного» состояния в «светлое» и наоборот, а в следующем будут выведены аналитические выражения для достоверностей считывания, учитывающие все перечисленные выше источники ошибок.

Скорость утечки населённости из «светлого» состояния в «тёмное» выражается формулой:

$$\gamma_b = \frac{5}{6}\left(\alpha_P \Gamma_P \rho_{P(1)} + \alpha_{[3/2]} \Gamma_{[3/2]} \rho_{[3/2](1)}\right). \tag{3.12}$$

Необходимые населённости уровней $P(1)$ и $[3/2](1)$ можно вычислить из скоростных уравнений:

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{P(1)} &= \frac{2\widetilde{\Gamma}_{\mathrm{UV}}}{3}\left(\rho_{S(1)} - \rho_{P(1)}\right) - \Gamma_P \rho_{P(1)},\\
\dot{\rho}_{[3/2](1)} &= \frac{\widetilde{\Gamma}_{\mathrm{IR}}}{6}\left(\rho_{D(1)} - \rho_{[3/2](1)}\right) - \Gamma_{[3/2]} \rho_{[3/2](1)},\\
\widetilde{\Gamma}_{\mathrm{UV}} &= \frac{\Gamma_P\, s_{\mathrm{UV}}}{3}\left(\frac{\Gamma_P}{2\Delta_P}\right)^2,\\
\widetilde{\Gamma}_{\mathrm{IR}} &= \frac{\alpha_{[3/2]}\,\Gamma_{[3/2]}\, s_{\mathrm{IR}}}{3}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}}\right)^2.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

При выводе последних двух выражений использовался тот факт, что отстройка лазеров от переходов при нерезонансном возбуждении равна величине сверхтонкого расщепления соответствующих уровней и при этом $\Delta_P \gg \Gamma_P$, $\Delta_{[3/2]} \gg \Gamma_{[3/2]}$. Учтя также, что $\rho_{P(1)} \ll \rho_{S(1)}$, $\rho_{[3/2](1)} \ll \rho_{D(1)}$, получим из соотношений 3.13 итоговое выражение для интересующих нас населённостей:

$$\begin{aligned}
\rho_{P(1)} &= \frac{2s_{\mathrm{UV}}}{9}\left(\frac{\Gamma_P}{2\Delta_P}\right)^2 \frac{9 + 3s_{\mathrm{UV}}}{9 + 4s_{\mathrm{UV}} + \varepsilon},\\
\rho_{[3/2](1)} &= \frac{\alpha_{[3/2]}\, s_{\mathrm{IR}}}{18}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}}\right)^2 \frac{\varepsilon}{9 + 4s_{\mathrm{UV}} + \varepsilon}.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Подставляя эти значения в формулу 3.12, получаем скорость утечки «светлого» состояния:

$$\gamma_b = \frac{5}{6}\frac{\alpha_P \Gamma_P s_{\mathrm{UV}}}{9 + 4s_{\mathrm{UV}} + \varepsilon}\left[\frac{2(3 + s_{\mathrm{UV}})}{3}\left(\frac{\Gamma_P}{2\Delta_P}\right)^2 + \frac{\alpha_{[3/2]}}{2}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}}\right)^2\right]. \tag{3.15}$$

Теперь рассмотрим обратный процесс: переход изначально «тёмного» состояния в «светлое». Он может произойти по двум причинам. Во-первых, это может произойти из-за спонтанного распада состояния $D(2)$ в $S(0)$. Скорость данного процесса равна естественной ширине линии кубитного перехода Γ_Q. Вторым каналом утечки является нерезонансное возбуждение перехода $D(2) \to [3/2](1)$. Так как состояние $[3/2](1)$ с вероятностью $1 - \alpha_{[3/2]} = 98.2\%$ распадается в $S(1)$, то вероятностью распаться обратно в $D(2)$ можно пренебречь. Тогда, аналогично описанному выше, можно получить скорость утечки «тёмного» состояния в «светлое»:

$$\gamma_d = \Gamma_Q + \frac{\alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]}s_{\mathrm{IR}}}{6}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_D + \Delta_{[3/2]})}\right)^2. \tag{3.16}$$

3.1.4 Статистика зарегистрированных фотонов

Теперь перейдем непосредственно к анализу влияния описанных выше эффектов на достоверность считывания. Для этого необходимо вычислить вероятность того, что удастся правильно определить состояние частицы по сравнению зарегистрированного числа фотонов с дискриминатором. При этом пренебрежем процессами второго порядка, когда ион за один интервал считывания переходит между «тёмным» и «светлым» состояниями несколько раз. Справедливость этого приближения будет видна далее: вероятность даже одного такого перехода достаточно мала. Обозначим время всего считывания через τ, а количество фотонов, рассеянных частицей находящейся на протяжении всего времени τ в «светлом» состоянии, через λ_0.

Начнём с вычисления вероятности получить n отсчётов на детекторе, если изначально ион был в «тёмном» состоянии. Для этого предположим, что всё время, которое ион находится в «светлом» подпространстве, он рассеивает фотоны с постоянной скоростью. Это справедливо, потому что время переходных процессов существенно меньше, чем характерное время всего процесса считывания, который занимает от нескольких сотен микросекунд до единиц миллисекунд. Пусть переход из «тёмного» в «светлое» состояние происходит в момент времени t. Тогда количество рассеянных фотонов будет равно $\lambda(t) = \lambda_0(1 - t/\tau)$. Статистика фотонов при этом будет иметь пуассоновский вид $p_\lambda(n) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!}$. Теперь найдем вероятность $f_d(t)\,dt$ того, что переход произошел в момент времени t . Она равна произведению вероятности утечки в единицу времени γ_d на населенность «тёмного» состояния $\rho_{D(2)}$. Из уравнения:

$$\dot{\rho}_{D(2)} = -\gamma_d \tag{3.17}$$

легко видеть, что:

$$\rho_{D(2)}(t) = e^{-\gamma_d t} \tag{3.18}$$

и, соответственно,

$$f_d(t)\,dt = \gamma_d e^{-\gamma_d t}\,dt. \tag{3.19}$$

Это выражение удобнее переписать не в терминах времени, а в терминах количества рассеянных фотонов $\lambda(t)$:

$$g_d(\lambda) = f_d(t(\lambda))\left|\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\lambda}\right| = \alpha_d\, e^{\alpha_d(\lambda-\lambda_0)}. \tag{3.20}$$

Здесь константа $\alpha_d = \gamma_d\tau/\lambda_0$. Теперь можно вычислить результирующую статистику фотонов, соответствующую ситуации, когда ион изначально был в «тёмном» состоянии. Для этого необходимо взять свёртку пуассоновского распределения $p_\lambda(n)$ с $g_d(\lambda)$. В статистике также надо учесть случай, когда ион не переходит в «светлое» состояние совсем. В результате получается следующий результат:

$$p_d(n) = e^{-\alpha_d\lambda_0}\delta_n + \alpha_d \int\limits_0^{\lambda_0} \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!} e^{\alpha_d(\lambda-\lambda_0)}\, d\lambda. \tag{3.21}$$

Используя тождество:

$$\int\limits_0^{\lambda_0} \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!} e^{\alpha_d(\lambda-\lambda_0)}\, d\lambda = \frac{e^{-\alpha_d\lambda_0}}{((n+1)-1)!} \int\limits_0^{(1-\alpha_d)\lambda_0} \frac{u^{(n+1)-1}e^{-u}}{(1-\alpha_d)^{n+1}}\, du, \tag{3.22}$$

а также определение нижней регуляризованной Гамма-функции:

$$I(z,a) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int\limits_0^{a} t^{z-1}e^{-t}\, dt, \tag{3.23}$$

можно получить упрощённую формулу для статистики фотонов в «тёмном» состоянии:

$$p_d(n) = e^{-\alpha_d\lambda_0}\left[\delta_n + \frac{\alpha_d}{(1-\alpha_d)^{n+1}} I(n+1,(1-\alpha_d)\lambda_0)\right]. \tag{3.24}$$

То же самое можно проделать и для иона, изначально находящегося в «светлом» состоянии:

$$p_b(n) = \frac{e^{-(1+\alpha_b)\lambda_0}\lambda_0^n}{n!} + \frac{\alpha_b}{(1+\alpha_b)^{n+1}} I(n+1,(1+\alpha_b)\lambda_0), \tag{3.25}$$

где $\alpha_b = \gamma_b\tau/\lambda_0$. Данные выражения учитывают, помимо дробового шума фотонов, ещё и утечки населённости между «тёмным» и «светлым» состоянием,

однако в них ещё не учтены переходные процессы, исследованные в предыдущем разделе и паразитная засветка детектора. Первый фактор легко учесть: добавить к p_b статистику p_d с весом p_{bd}. Получившаяся формула имеет вид:

$$p_b(n) = p_{bd}p_d(n) + (1 - p_{bd}) \left[\frac{e^{-(1+\alpha_b)\lambda_0}\lambda_0^n}{n!} + \frac{\alpha_b}{(1+\alpha_b)^{n+1}} I(n+1,(1+\alpha_b)\lambda_0) \right]. \tag{3.26}$$

Для учёта паразитной засветки будем считать, что её статистика также является пуассоновской (что подтверждается экспериментом) и её отсчёты статистически независимы от отсчетов, вызванных флюоресценцией. Если в среднем за время регистрации наблюдается λ_{DC} отсчётов засветки, то модифицированную статистику можно получить по формуле:

$$p'_{b/d}(n) = \sum_{m=0}^{n} p_{b/d}(m) \frac{e^{-\lambda_{\mathrm{DC}}}\lambda_{\mathrm{DC}}^{n-m}}{(n-m)!}. \tag{3.27}$$

Вычисление по этой формуле дает:

$$p'_d(n) = \frac{e^{-(\alpha_d\lambda_0+\lambda_{\mathrm{DC}})}\lambda_{\mathrm{DC}}^n}{n!} + \alpha_d \int_0^{\lambda_0} \frac{e^{-(\lambda+\lambda_{\mathrm{DC}})}(\lambda+\lambda_{\mathrm{DC}})^n}{n!} e^{\alpha_d(\lambda-\lambda_0)}\, d\lambda, \tag{3.28}$$

откуда, используя замену $u = (1 - \alpha_d)(\lambda + \lambda_{\mathrm{DC}})$, можно получить выражение:

$$p'_d(n) = e^{-\alpha_d\lambda_0} \left\{ \frac{e^{-\lambda_{\mathrm{DC}}}\lambda_{\mathrm{DC}}^n}{n!} + \frac{\alpha_d e^{-\alpha_d\lambda_{\mathrm{DC}}}}{(1-\alpha_d)^{n+1}} [Q(n+1,(1-\alpha_d)\lambda_{\mathrm{DC}}) - \right.$$
$$\left. - Q(n+1,(1-\alpha_d)(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0))] \right\}, \tag{3.29}$$

где Q — верхняя регуляризованная Гамма-функция

$$Q(z,a) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_a^{+\infty} t^{z-1}e^{-t}\, dt. \tag{3.30}$$

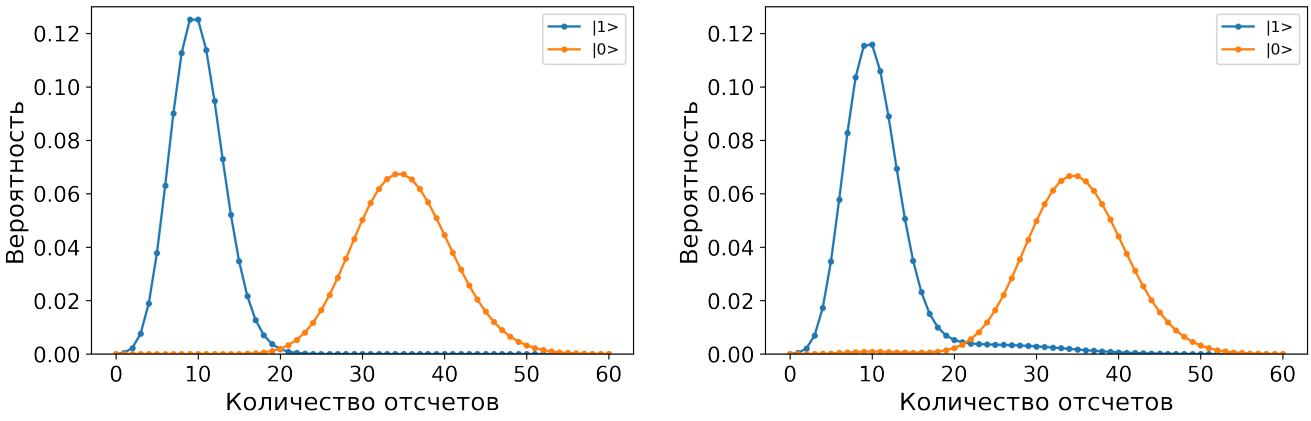
Аналогично можно получить выражение для «светлого» состояния:

$$p'_b(n) = p_{bd}p'_d(n) + (1 - p_{bd})\left\{\frac{e^{-(1+\alpha_b)\lambda_0-\lambda_{\mathrm{DC}}}(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0)^n}{n!}+\right.$$

$$\left.+\frac{\alpha_b e^{\alpha_b\lambda_{\mathrm{DC}}}}{(1+\alpha_b)^{n+1}}\left[Q(n+1,(1+\alpha_b)\lambda_{\mathrm{DC}}) - Q(n+1,(1+\alpha_b)(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0))\right]\right\}. \quad (3.31)$$

Рассмотрим на примере, как учёт факторов, описанных выше, влияет на результаты и достоверность процедуры считывания. На рисунке 3.1а приведена статистика фотонов, которая бы наблюдалась в эксперименте в случае отсутствия переходных и нерезонансных явлений. Она получена подстановкой в формулы 3.29 и 3.31 значений $\alpha_d = \alpha_b = p_{bd} = 0$. Остальные параметры были выбраны в соответствии с характерными наблюдаемыми в эксперименте значениями: $s_{UV} = s_{IR} = 1$, $\lambda_0 = 25$, $\lambda_{DC} = 10$, $\tau = 5$ мс. Из формул и рисунка легко видеть, что как в случае начального состояния $|0\rangle$, так и $|1\rangle$, статистика фотонов имеют пуассоновский вид со средними значениями $\lambda_{DC} + \lambda_0$ и λ_{DC}, соответственно. Если же учесть описанные выше эффекты и подставить в 3.29 и 3.31 вычисленные значения α_d, α_b и p_{bd}, то статистика зарегистрированных фотонов меняется (рисунок 3.1б). Можно видеть, что у синей кривой, которая соответствует начальному состоянию $|1\rangle$, появляется широкий пьедестал в сторону большего количества отсчётов на детекторе. Это соответствует тому, что ион под действием нерезонансных процессов и спонтанного распада с некоторой вероятностью во время процесса считывания начинает рассеивать фотоны. Такой же пьедестал, но в сторону меньшего количества отсчётов, появляется и в случае начального состояния $|0\rangle$, однако на приведенном рисунке он почти не виден из-за заметно меньшего влияния нерезонансных эффектов в этом случае. Однако, можно увидеть, что у этой зависимости появился небольшой второй пик в районе количества отсчетов, равного λ_{DC}. Он вызван переходными процессами в начале процедуры считывания и отражает тот факт, что с вероятностью $p_{bd} = 0.6\,\%$ ион в самом начале считывания окажется в $|1\rangle$ и статистика фотонов станет соответствующей. Как можно видеть, изменения статистики оказываются совсем небольшими, однако, как будет показано далее, они вносят заметный вклад в суммарную ошибку считывания на уровне около $1\,\%$, что является уже достаточно существенной величиной.

Определим достоверность считывания состояния $|0\rangle$ или $|1\rangle$ как вероятность того, что после сравнения количества зарегистрированных фотонов с



а) б)

Рисунок 3.1 — Статистика количества фотонов, зарегистрированных в процессе считывания состояния кубита для обоих начальных состояний. $s_{UV} = s_{IR} = 1$, $\lambda_0 = 25$, $\lambda_{DC} = 10$, $\tau = 5$ мс. а) В случае, когда переходные и нерезонансные эффекты отсутствуют; б) С учетом переходных и нерезонансных эффектов.

некоторой величиной дискриминатора D мы верно определим начальное состояние. Эти достоверности выражаются формулами:

$$F_d = \sum_{n=0}^{D} p'_d(n), \tag{3.32}$$

$$F_b = 1 - \sum_{n=0}^{D} p'_b(n). \tag{3.33}$$

Под общей достоверностью считывания в этой работе мы будем понимать минимальное из этих двух величин.

Для дальнейшего анализа полезным будет получить аналитические выражения для достоверностей считывания. Заметим, что при подстановке 3.29 и 3.31 в 3.32 и 3.33 в выражении появятся суммы вида:

$$\sum_{n=0}^{D} \frac{Q(n+1,a)}{b^n}. \tag{3.34}$$

Их можно вычислить используя тождество:

$$Q(n+1,a) = \sum_{m=0}^{n} \frac{e^{-a} a^m}{m!}. \tag{3.35}$$

Тогда можно получить, что:

$$\sum_{n=0}^{D}\frac{Q(n+1,a)}{b^n}=\sum_{m=0}^{D}\sum_{n=m}^{D}\frac{e^{-a}a^m}{b^n m!}=\frac{1}{b-1}\sum_{m=0}^{D}\frac{e^{-a}a^m}{m!}\left(\frac{b}{b^m}-\frac{1}{b^D}\right)=$$

$$=\frac{be^{-a+a/b}}{b-1}\,Q(D+1,a/b)-\frac{1}{b^D(b-1)}\,Q(D+1,a). \quad (3.36)$$

Таким образом, можно получить финальные выражения для достоверностей считывания состояний:

$$F_d=Q(D+1,\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0)+\frac{e^{-\alpha_d(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0)}}{(1-\alpha_d)^{D+1}}\left[Q(D+1,(1-\alpha_d)\lambda_{\mathrm{DC}})-\right.$$

$$\left.-Q(D+1,(1-\alpha_d)(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0))\right]. \quad (3.37)$$

$$F_b=1-p_{bd}F_d-(1-p_{bd})\left\{Q(D+1,\lambda_{\mathrm{DC}})-\right.$$

$$\left.-\frac{e^{\alpha_b\lambda_{\mathrm{DC}}}}{(1+\alpha_b)^{D+1}}[Q(D+1,(1+\alpha_b)\lambda_{\mathrm{DC}})-Q(D+1,(1+\alpha_b)(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0))]\right\}. \quad (3.38)$$

3.2 Исследование достоверности считывания от параметров эксперимента

Имея подробную теоретическую модель процесса считывания, мы можем теперь изучить зависимость достоверности считывания от различных экспериментальных параметров. Для этого удобным оказывается выразить полученные выше формулы через параметры экспериментальной установки. Так, количество отсчётов, регистрируемых детектором именно от флюоресценции иона λ_0 выражается через параметры установки как:

$$\lambda_0=\eta\tau\Gamma_P\rho_{P(0)}=\eta\tau\Gamma_P\frac{s_{\mathrm{UV}}}{9+4s_{\mathrm{UV}}+\varepsilon}. \quad (3.39)$$

Здесь η – коэффициент, отражающий какую долю излученных ионом фотонов регистрирует детектор. Он включает в себя как эффективность сбора

фотонов оптической системой, так и квантовую эффективность самого фотоприемника. Выражения для α_b и α_d тогда будут иметь вид:

$$\alpha_b = \frac{5}{6}\frac{\alpha_P}{\eta}\left[\frac{2(3+s_{\mathrm{UV}})}{3}\left(\frac{\Gamma_P}{2\Delta_P}\right)^2 + \frac{\alpha_{[3/2]}}{2}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}}\right)^2\right], \tag{3.40}$$

$$\alpha_d = \frac{9+4s_{\mathrm{UV}}+\varepsilon}{\eta\Gamma_P s_{\mathrm{UV}}}\left[\Gamma_Q + \frac{\alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]}s_{\mathrm{IR}}}{6}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_D+\Delta_{[3/2]})}\right)^2\right]. \tag{3.41}$$

Количество фотонов засветки λ_{DC} на практике определяется величиной паразитной засветки и темновыми отсчётами детектора. В качестве детектора в подобных экспериментах чаще всего используются фотоэлектронные умножители (ФЭУ), которые характеризуются малой величиной темновых отсчётов и высокой квантовой эффективностью, поэтому основной вклад в λ_{DC} вносит засветка, причем вызванная рассеянием самого ультрафиолетового лазера, используемого для считывания (детектор обычно снабжен спектральным фильтром, отсеивающим излучение на других длинах волн). Таким образом, обычно $\lambda_{DC} \propto \eta\tau s_{UV}$. В то же время, из 3.39 видно, что при $s_{UV} \lesssim 1$ также выполняется $\lambda_0 \propto \eta\tau s_{UV}$. Таким образом, в реальном эксперименте обычно вне зависимости от длительности τ и параметра насыщения (если он не слишком велик) выполняется соотношение $\lambda_{DC} \propto \lambda_0$. Коэффициент засветки $N = \lambda_{\mathrm{DC}}/\lambda_0$ и η определяются главным образом техническими факторами и являются характеристиками конкретной установки. В то же время, длительность считывания τ и порог дискриминатора D можно выбирать для любой установки произвольно, что обуславливает необходимость поиска оптимальных значений этой пары параметров для максимизации достоверности считывания.

Таким образом, итоговая интересующая величина — это зависимость достижимой достоверности считывания от основных параметров установки: (η, N). Для этого вычислим для различных значений (η, N) оптимальные значения (D,τ) и достоверности считывания, которые при них обеспечиваются. Так как достоверность считывания слабо зависит от параметров насыщения пучков (до тех пор, пока s_{UV},$s_{IR} \lesssim 1$), они будут приняты равными 1.

На рисунке 3.2 изображены графики зависимости ошибки считывания состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ в зависимости от времени считывания τ для различных значений дискриминатора D. Как уже было сказано выше, под общей ошибкой считывания мы считаем наибольшую из ошибок считывания $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Таким

образом, наименьшая ошибка достигается в точке пересечения кривых для «тёмного» и «светлого» состояний. Из рисунка видно, что для различных D при оптимальных τ результирующие ошибки считывания получаются различными, причем с ростом D суммарная ошибка сначала падает, а затем начинает возрастать. Можно показать, что такая же тенденция сохраняется и при других D, а также других η и N. Таким образом, для каждой пары (η,N) существует оптимальная пара (D,τ), при которой полная ошибка считывания достигает минимума.

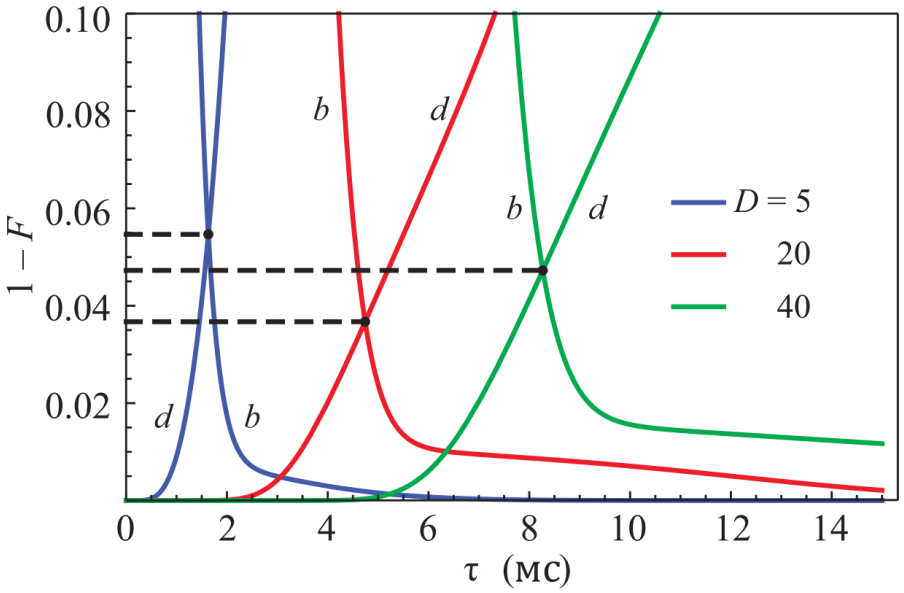
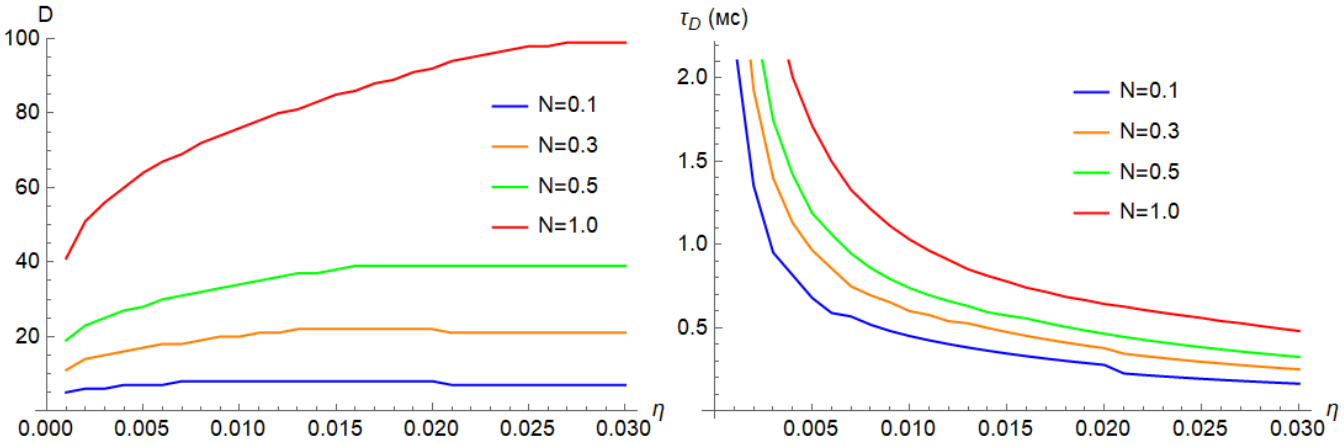


Рисунок 3.2 — Зависимость ошибки считывания $1 - F$ «светлого» (b) и «тёмного» (d) состояний в зависимости от времени считывания τ при различных значениях $D = \{5; 20; 40\}$. Пунктирные линии показывают точки, соответствующие оптимальным τ для каждого из D. Были использованы параметры $\eta = 10^{-3}$, $N = 0.3$.

Оптимизированные значения D и τ в зависимости от различных η и N приведены на рисунке 3.3. Результаты зависимости итоговой ошибки считывания от η и N представлены на 3.4.

Анализ этих данных удобнее всего начать с последнего рисунка 3.4. Как можно видеть, начиная с некоторой эффективности считывания η, которая достигается тем раньше, чем меньше засветки N, достоверность считывания выходит на константу, равную $p_{bd} = 0.6\,\%$. Это означает, что начиная с некоторого значения η пики с центрами λ_{DC} и $\lambda_{DC} + \lambda_0$ в статистике (рисунок 3.1б) оказываются достаточно разделены между собой, чтобы ошибка, связанная с их



а) б)

Рисунок 3.3 — Зависимость оптимальных значений D (а) и τ (б) от η и N.

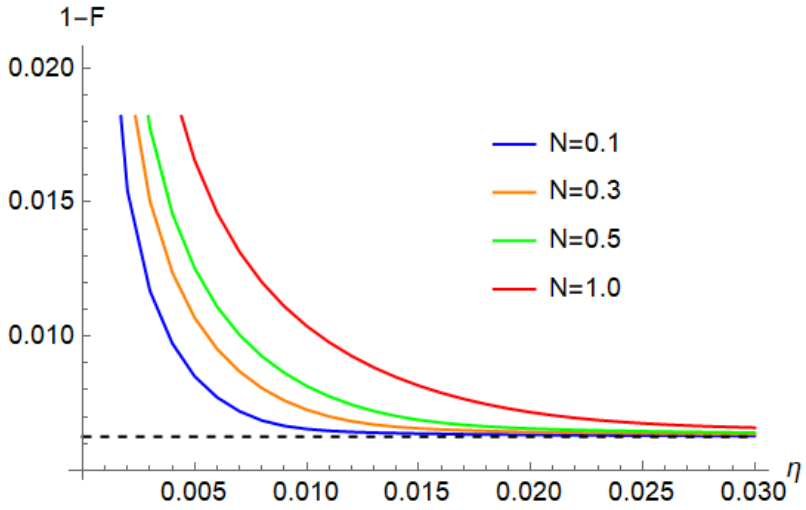


Рисунок 3.4 — Зависимость полной ошибки считывания от η и N при оптимизированных τ и D. Пунктирная линия показывает фундаментальный предел достоверности считывания, равный $p_{bd} = 0.6\,\%$.

перекрытием стала существенно меньше, чем ошибка, возникающая из-за первоначального переходного процесса. С этого момента дальнейшее разделение пиков уже не имеет смысла, в то время как уменьшение τ позволяет уменьшить влияние нерезонансных утечек. Поэтому оптимальное время τ начинает падать пропорционально $1/\eta$, чтобы λ_0 оставалось константой (рисунок 3.3б). Аналогично, с этого значения η оптимальная величина D выходит на константу, так как положения пиков, которые она разделяет, перестают изменяться. Значение этой константы определяется величиной засветки и чем больше засветка N, тем больше оптимальное значение D. При малых же значениях η величина D монотонно возрастает, так как с ростом η детектируется всё больше фотонов и положения пиков «тёмного» и «светлого» состояний смещаются

в сторону больших значений, а величина τ — уменьшается, хотя и медленнее чем $1/\eta$ (для снижения влияния нерезонансных эффектов, при этом обеспечив достаточное разделение пиков на гистограмме отсчётов).

3.3 Пути повышения достоверности считывания

Как было видно из предыдущего раздела, описанный здесь классический метод считывания при помощи квантовых скачков имеет фундаментальный предел ошибки, равный $p_{bd} = 0.6\,\%$, связанный с переходными процессами в самом начале процедуры. Этот предел является достаточно высоким и при проведении высокоточных экспериментов желательно считывать состояния с более высокой достоверностью. Далее в данной работе будут предложены два подхода, которые позволяют преодолеть это ограничение.

3.3.1 Перенос населённости на $^2S_{1/2}(F = 1)$ перед считыванием

Первый подход является наиболее прямолинейным и подразумевает модификацию экспериментальной процедуры считывания. Так как данный предел ошибки возникает во время переходного процесса в ходе оптической накачки из состояния $^2S_{1/2}(F = 0)$ в $^2S_{1/2}(F = 1)$, можно решить эту проблему перенеся населенность из $^2S_{1/2}(F = 0)$ в $^2S_{1/2}(F = 1)$ заранее, не прибегая к оптической накачке (рисунок 3.5). Это может быть реализовано с высокой достоверностью, например, путем приложения микроволнового π-импульса на частоте перехода между этими уровнями. Альтернативно можно использовать импульс не с постоянной частотой, а со сканирующейся, применяя технику «rapid adiabatic passage» [69], что позволяет избежать дополнительных ошибок из-за возможного различия частот импульса и перехода.

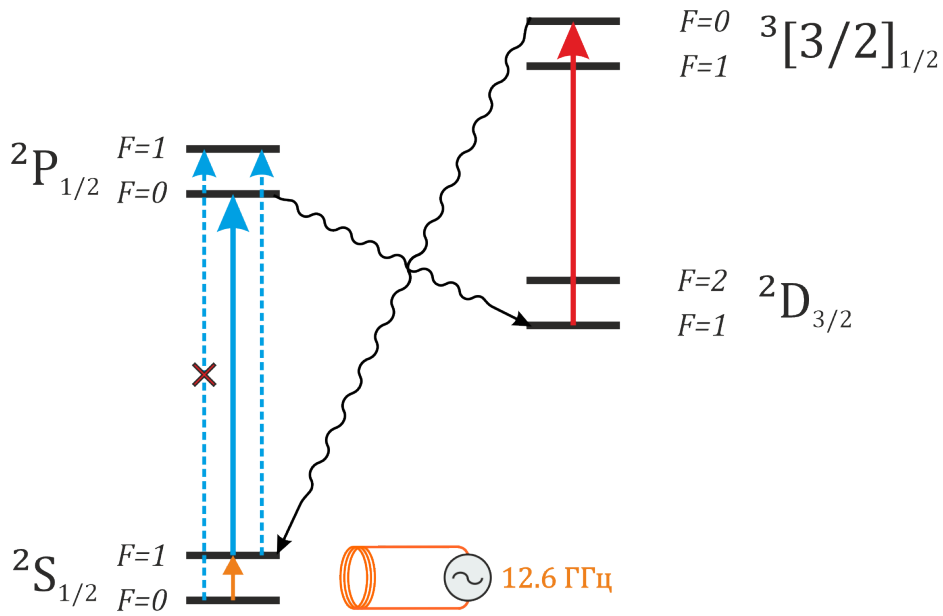


Рисунок 3.5 — Перенос населённости из $^2S_{1/2}(F=0)$ в $^2S_{1/2}(F=1)$ при приложении микроволнового π-импульса на частоте перехода между этими уровнями вместо оптической накачки для повышения достоверности считывания.

3.3.2 Компенсация ошибки считывания на основе данных теоретической модели

Этот метод не требует модификации экспериментальной установки и является более совершенным, однако может быть реализован только имея теоретическую модель процесса, которая была разработана в рамках этой работы.

Рассмотрим статистику регистрируемых отсчётов для случая, когда населённость состояния $|1\rangle$ равна ρ_{11}:

$$p_m(n) = \rho_{11} p'_d(n) + (1 - \rho_{11}) p'_b(n). \tag{3.42}$$

В эксперименте тот или иной квантовый алгоритм повторяется несколько раз и в качестве измеренного значения населённости ρ'_{11} берётся доля исходов, где количество отсчётов меньше или равно D. Эта величина вычисляется по формуле:

$$\rho'_{11} = \sum_{n=0}^{D} p_m(n). \tag{3.43}$$

На рисунке 3.6 изображена полученная по формуле 3.43 зависимость наблюдаемой в эксперименте населённости состояния ρ'_{11} от реального значения ρ_{11} для некоторого набора параметров эксперимента ($N = 0.3, \eta = 10^{-3}, D = 11, \tau = 3\,\text{мс}$). Как можно видеть, эта зависимость отличается от ожидаемой в идеальном случае ($\rho'_{11} = \rho_{11}$), однако является очень близкой к линейной. При помощи разработанной модели к такой зависимости численным образом можно построить обратную функцию $\rho_{11}(\rho'_{11})$, которая позволит восстановить реальную населённость на основе измеренных значений. Так как данная модель включает в себя и нерезонансные эффекты, и спонтанный распад, и переходные процессы, такой подход позволяет эффективно компенсировать все эти явления и получить корректное значение без каких-либо изменений в экспериментальной процедуре или установке. Все требуемые для модели параметры могут быть легко напрямую измерены для каждой конкретной установки.

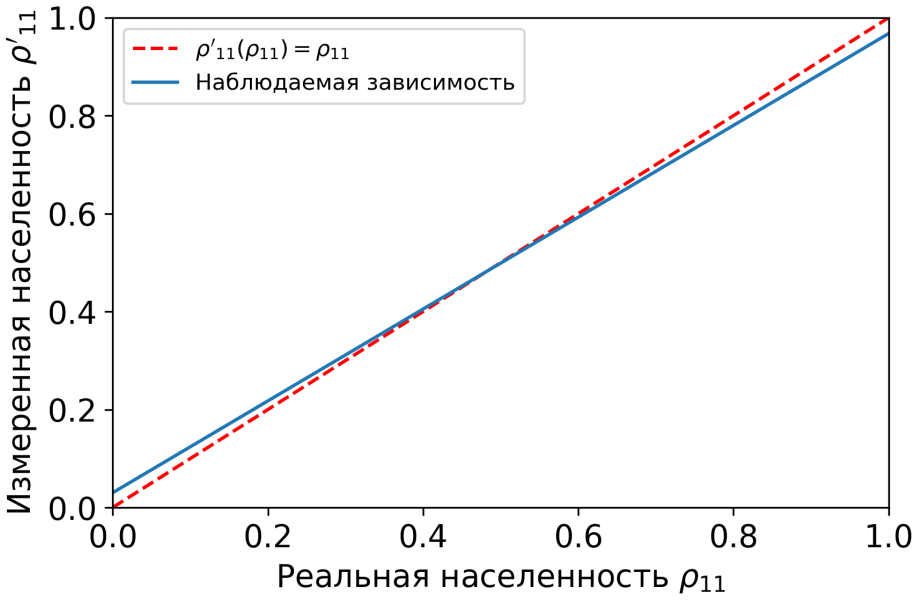


Рисунок 3.6 — Зависимость измеряемой населённости ρ'_{11} от реальной ρ_{11}. Для сравнения приведена идеальная зависимость $\rho'_{11} = \rho_{11}$. В качестве примера выбраны параметры $N = 0.3, \eta = 10^{-3}, D = 11, \tau = 3\,\text{мс}$.

3.4 Основные результаты Главы 3

1. Разработана аналитическая модель процесса считывания оптического кубита в ионе $^{171}Yb^{+}$ с учётом нерезонансных и переходных эффектов, спонтанного распада, а также паразитной засветки фотодетектора.
2. Исследована зависимость достоверности считывания кубита от параметров эксперимента, таких как эффективность регистрации фотонов флюоресценции, коэффициента засветки, порога дискриминатора и времени считывания.
3. Показано, что фундаментальный предел достоверности считывания оптического кубита методом квантовых скачков составляет 99.4% и определяется переходными процессами в начале процедуры.
4. Предложен способ компенсации остаточных ошибок считывания, включая ошибку из-за переходных процессов, путем постобработки экспериментальных данных на основе предложенной теоретической модели.

Основные результаты данной главы опубликованы в [52].

Глава 4. Измерение температуры вигнеровских кристаллов

В данной главе приведено описание метода измерения температуры ионных кристаллов, основанного на исследовании динамики осцилляций Раби на узком оптическом переходе в отдельном ионе кристалла, а также результаты измерения скорости нагрева осевой моды колебаний, что является важной характеристикой ловушки, так как нагрев ограничивает достоверность проведения квантовых операций. Также будет проведён анализ существующих на данный момент методов измерения температуры и скорости нагрева ионов: по регистрации сигнала флюоресценции при его доплеровском охлаждении [70], по спектроскопии боковых колебательных частот [7], метода индуцированной прозрачности [71], по пространственному распределению захваченного иона [72]. Первый из методов применим только для больших значений среднего колебательного числа ($\bar{n} \approx 10^4 - 10^5$). Спектроскопия боковых колебательных частот, напротив, даёт точные результаты только при малых значениях $\bar{n} \lesssim 1$. Когерентные методы удовлетворительно работают в промежуточном случае, однако требуют наличия как минимум двух когерентных лазерных полей с разными частотами, что делает такие эксперименты технически более сложными и дорогими. Для анализа пространственного распределения захваченного иона требуется большая разрешающая способность системы считывания и, как правило, требуются низкие секулярные частоты, по сравнению с теми, что используются в квантовых вычислениях. В свою очередь, предложенный в работе метод определения температуры кристалла на основе измерения параметров дефазировки резонансных осцилляций Раби на несущей частоте узкого оптического перехода гораздо менее требователен к экспериментальной установке и не требует дополнительных лазерных полей помимо тех, что используются для управления оптическим кубитом.

4.1 Регистрация и анализ сигнала флюоресценции ионов при доплеровском охлаждении

Одним из способов измерения температуры ионов является измерение контура доплеровского перехода при охлаждении. После захвата иона в ловушку и его доплеровского охлаждения, измеряется интенсивность флюоресценции иона в зависимости от расстройки охлаждающего излучения (рисунок 4.1). В качестве примера приведён эксперимент с захваченным в линейную ловушку Пауля одиночным ионом $^{24}Mg^{+}$ [73]. Сигнал флюоресценции иона регистрировался с помощью фотоэлектронного умножителя. Интенсивность света в месте локализации иона соответствовала интенсивности насыщения. При сканировании частоты охлаждающего излучения от красной отстройки до резонанса с переходом происходит постепенное увеличение сигнала, а затем, в резонансе, резкое падение интенсивности флюоресценции связанное с нагреванием и делокализацией иона.

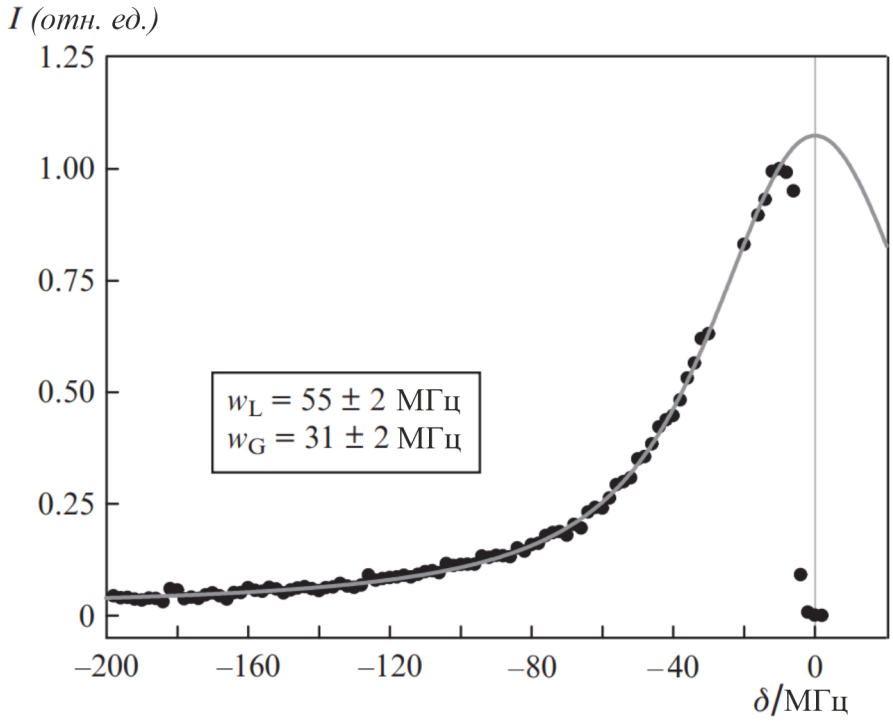


Рисунок 4.1 — Изменение сигнала флюоресценции одиночного иона при сканировании частоты охлаждающего излучения от красной отстройки до резонанса с переходом. В резонансе происходит резкое падение интенсивности флюоресценции связанное с нагреванием и делокализацией иона. Непрерывная линия соответствует аппроксимации функцией Фойгта.

Для анализа температуры иона данные на рисунке 4.1 аппроксимировались функцией Фойгта. Ширина лоренцевой составляющей, равная $w_L = 55 \pm 2$ МГц, соответствует уширению линии мощностью. Ширина гауссовой составляющей, равная $w_L = 31 \pm 2$ МГц, обусловлена эффектом Доплера первого порядка (режим Лэмба–Дике не достигается). Измеренная ширина гауссовой составляющей соответствует доплеровскому уширению при температуре $T = 40$ мК. Стоит отметить, что данный метод определения температуры путём спектроскопии охлаждающего перехода является приблизительным, поскольку сканирование частоты сопровождается изменением параметров охлаждения и, как следствие, температуры.

4.2 Спектроскопия боковых колебательных частот

Измерение температуры и скорости нагрева иона методом спектроскопии боковых колебательных частот требует охлаждения до малых средних колебательных чисел в ловушке $\bar{n} \lesssim 1$. Метод основан на измерении асимметрии в рамановских переходах на красную и синюю боковые колебательные частоты (рисунок 4.2). Вероятности переходов на красную и синюю боковые колебательные частоты из основного $|0\rangle$ в возбуждённое состояние $|1\rangle$ равны соответственно:

$$P_{rsb} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \sin^2\left(\Omega_{n,n-1} t/2\right); \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned} P_{bsb} &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n \sin^2\left(\Omega_{n,n+1} t/2\right) = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} P_{n+1} \sin^2\left(\Omega_{n-1,n} t/2\right) = \\ &= \frac{\bar{n}}{1+\bar{n}} \sum_{n=0}^{\infty} P_n \sin^2\left(\Omega_{n-1,n} t/2\right), \end{aligned} \tag{4.2}$$

где вероятность иметь n фононов в моде при тепловом распределении (распределение Максвелла–Больцмана) со средним колебательным числом $\bar{n}$ равна $P_n = \frac{\bar{n}^n}{(1+\bar{n})^{1+n}}$. Поскольку $\Omega_{n,n-1} = \Omega_{n-1,n}$, то получаем:

$$r = \frac{P_{bsb}}{P_{rsb}} = \frac{\bar{n}}{1+\bar{n}};$$
$$\bar{n} = \frac{r}{1-r}. \tag{4.3}$$

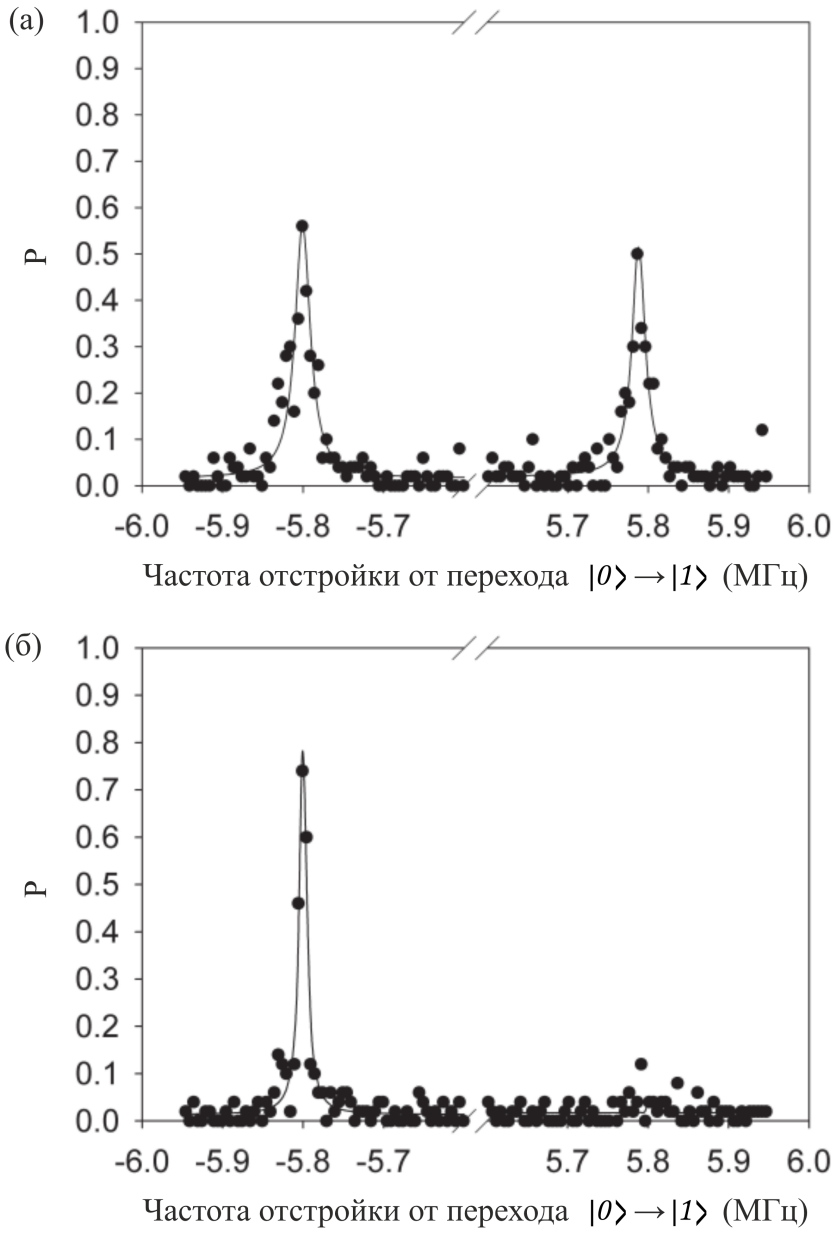


Рисунок 4.2 — Пример спектроскопии боковых колебательных частот, иллюстрирующий асимметрию боковых частот при разных $\bar{n}$. Спектроскопия проведена для иона $^{111}Cd^{+}$, захваченного в ловушку Пауля с секулярной частотой $\omega_z = 2\pi \times 5.8$МГц [74]. Ось ординат показывает вероятность возбудить состояние $|1\rangle$. (а) График соответствует охлаждённому иону до $\bar{n} = 5(3)$. (б) График соответствует охлаждённому иону до $\bar{n} = 0.03(2)$.

Отношение r может быть вычислено в любой момент охлаждения, однако точность нахождения температуры больше при низких колебательных числах $\bar{n} \lesssim 1$. Графики типичной спектроскопии боковых колебательных частот, представленные на рисунке 4.2, показывают вероятность возбуждения боковых частот [74]. Отношение r вычисляется по отношению пиков красного правого и синего левого, из этого отношения вычисляется $\bar{n}$ и температура. В представленном примере достигнуты средние колебательные числа: (а) $\bar{n} = 5(3)$ и (б) $\bar{n} = 0.03(2)$.

Для определения скорости нагрева выполняется охлаждение иона почти до основного колебательного состояния, а затем при различных временах задержки выполняется измерение асимметрии переходов на боковые колебательные частоты.

4.3 Регистрация и анализ сигнала индуцированной прозрачности

Метод измерения температуры ионов, основанный на анализе тёмных резонансов, используется для исследования быстрых тепловых процессов с временами порядка 10^{-4} с. Кроме того, в отличии от метода по анализу боковых колебательных частот такой метод можно применять вне режима Лэмба–Дике. Метод покрывает диапазон для измерения температуры 10^{-1} – 10^{+2} мК.

В качестве простого примера использования метода измерения температуры ионов по регистрации сигнала индуцированной прозрачности рассмотрим трёхуровневую систему в λ–конфигурации с состояниями $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$. На систему уровней воздействуют два когерентных поля с частотами ω_a и ω_b близкими с резонансными частотами ω_{12} и ω_{23} соответственно (рисунок 4.3).

При отстройках от резонанса, таких что $\Delta_a - \Delta_b = 0$, реализуется когерентная суперпозиция состояний $|1\rangle$ и $|3\rangle$. Если время жизни уровней $|1\rangle$ и $|3\rangle$ намного больше, чем время жизни $|2\rangle$, происходит когерентное пленение населённостей [75]. В процессе сканирования частоты одного из двух когерентных полей при неизменной частоте другого, наблюдается тёмный резонанс (рисунок 4.4).

Для захваченного иона, имеющего кинетическую энергию, тёмный резонанс видоизменяется из-за эффекта Доплера. В случае теплового распре-

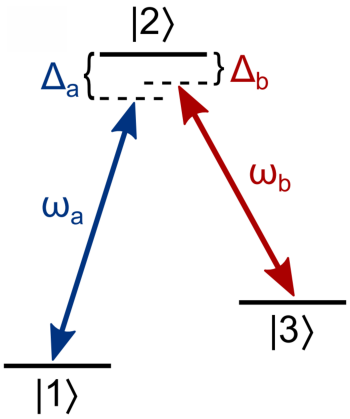


Рисунок 4.3 — Трёхуровневая система с состояниями $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ в λ–конфигурации и двумя когерентными полями с частотами ω_a и ω_b для измерения температуры ионов по регистрации сигнала индуцированной прозрачности.

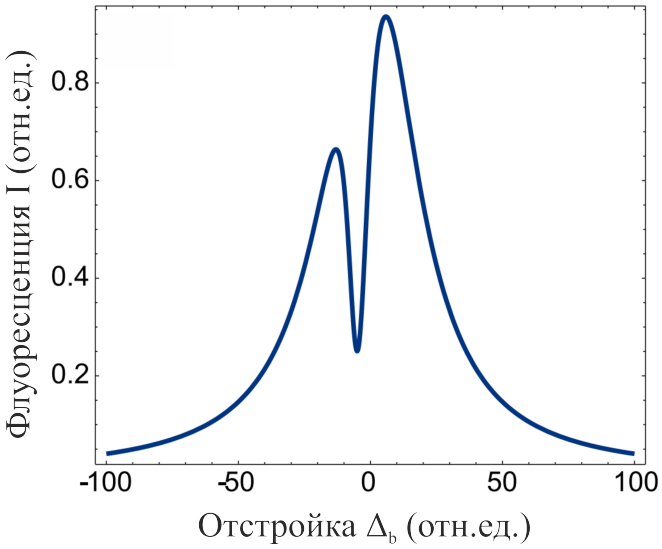


Рисунок 4.4 — Для получения спектра тёмного резонанса сканируется отстройка Δ_a. При равных отстройках $\Delta_a = \Delta_b$, наблюдается падение сигнала флюоресценции.

деления можно рассчитать уширение тёмного резонанса. Кроме этого, к дополнительному уширению резонанса приводят фазовые флуктуации лазерных полей, описываемые шириной спектральной линии Γ. Если ширина спектральной линии лазеров известна, то уширение тёмного резонанса позволяет определить температуру иона при сравнении с расчётной шириной.

Для определения температуры ионов по измеренным спектрам тёмных резонансов была предложена теоретическая модель [71]. Динамика системы описывается уравнением Линдблада, временной эволюцией матрицы плотности. Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид:

$$H = H_{dip} + H_{ion}, \tag{4.4}$$

который состоит из гамильтониана дипольного взаимодействия иона со светом H_{dip} и гамильтониана внутреннего состояния иона H_{ion}, зависящего от отстроек Δ_a и Δ_b [76].

Уравнение Линдблада для матрицы плотности $\hat{\rho}$ имеет вид [77]:

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\rho}}{\mathrm{d}t} = -\frac{i}{\hbar}[H,\hat{\rho}] + L(\hat{\rho}), \tag{4.5}$$

Спонтанный распад населённости возбужденных уровней вводится диссипативным оператором Линдблада:

$$L(\hat{\rho}) = \sum_i \left[C_i \hat{\rho} C_i^\dagger - \frac{1}{2}\Big(C_i^\dagger C_i \hat{\rho} + \hat{\rho} C_i^\dagger C_i \Big) \right], \tag{4.6}$$

где операторы перехода $C_i = \sqrt{\Gamma_{pq}}\,|q\rangle\langle p|$ описывают диссипацию на дипольном переходе $p \to q$. При этом скорость распада согласно золотому правилу Ферми [76]:

$$L_{ab} = \frac{8\pi^2}{3\varepsilon_0 \hbar \lambda_{pq}} \Big| \langle p|\vec{D}|q\rangle \Big|^2, \tag{4.7}$$

где $\vec{D}$ — дипольный оператор, а λ_{pq} — длина волны перехода.

Спектральные ширины когерентных полей Γ_a и Γ_b включены как дополнительное уширение соответствующего атомного уровня $|q\rangle$. Фазовые флуктуации между внутренним состоянием атома и световым полем приводят к распаду тёмного состояния и моделируются операторами перехода $C_{a,b} = \sqrt{\Gamma_{a,b}}\,|q\rangle\langle p|$ [78].

Далее, для получения результирующего спектра флюоресценции, накладывается условие стационарности решения $\frac{\mathrm{d}\hat{\rho}}{\mathrm{d}t} = 0$, и уравнение решается численно [71]. Принимается тепловое распределение Максвелла-Больцмана и интегрируется с учётом эффекта Доплера.

Метод измерения температуры по анализу тёмных резонансов был продемонстрирован на ионе $^{40}Ca^+$, захваченном в линейную ловушку Пауля [71]. Были измерены температуры в диапазоне от 0.7 мК до 61 мК в ловушке с низкими секулярными частотами (< 0.5 МГц), вне режима Лэмба–Дике. Так же было показано, что измерение температуры может быть выполнено за несколько микросекунд, что позволяет проводить исследования тепловых процессов с хорошим временным разрешением.

4.4 Анализ пространственного распределения захваченного иона

Ещё одним методом измерения температуры захваченного иона является анализ пространственного распределения при его доплеровском охлаждении. Такой метод был продемонстрирован на ионе $^{24}Mg^{+}$, захваченном в линейную ловушку Пауля и охлаждённом до температур близких к доплеровскому пределу [72]. Предполагая, что вызванные стохастическими поглощением и испусканием фотонов случайные блуждания иона являются эргодичными, одиночному иону присваивается температура T, а усредненное по времени пространственное распределение иона вокруг его среднего положения z_0 принимает вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta z_{th}} \exp\left\{-\frac{(z-z_0)^2}{2\Delta z_{th}^2}\right\}, \tag{4.8}$$

где дисперсия гауссового распределения при $k_B T \gg \hbar\Omega$ (слабая связь) равна:

$$\Delta z_{th} = \sqrt{\frac{k_B T}{M\Omega^2}}. \tag{4.9}$$

Для данного метода важно произвести калибровку системы считывания, например, по измерению расстояния между двумя захваченными ионами при различных потенциалах удержания.

На рисунке 4.5 представлено изображение иона $^{24}Mg^{+}$ охлажденного практически до доплеровского предела $T \approx 1$ мК ($\bar{n} \approx 1400$). Среднеквадратичный размер иона вдоль оси ловушки составил $\Delta z_{cam} = 7.7(1)$ мкм при разрешении системы считывания $\Delta z_{PSF} \approx 1$ мкм, что на графике соответствует серой вертикальной полосе. Для определения температуры иона вычисляется $\Delta z_{th} = \sqrt{\Delta z_{cam}^2 - \Delta z_{PSF}^2}$, а затем согласно уравнению 4.9 находится $T = \Delta z_{th}^2 M\Omega^2/k_B$.

Таким образом, по изображению одиночного иона при его доплеровском охлаждении можно определить температуру. Однако система считывания должна быть откалибрована и иметь высокое разрешение, что как правило накладывает ограничение на невысокое удержание вдоль оси, в направлении которой происходит измерение. С другой стороны, для данного метода измерения температуры не нужно выполнения режима Лэмба–Дике и дополнительных

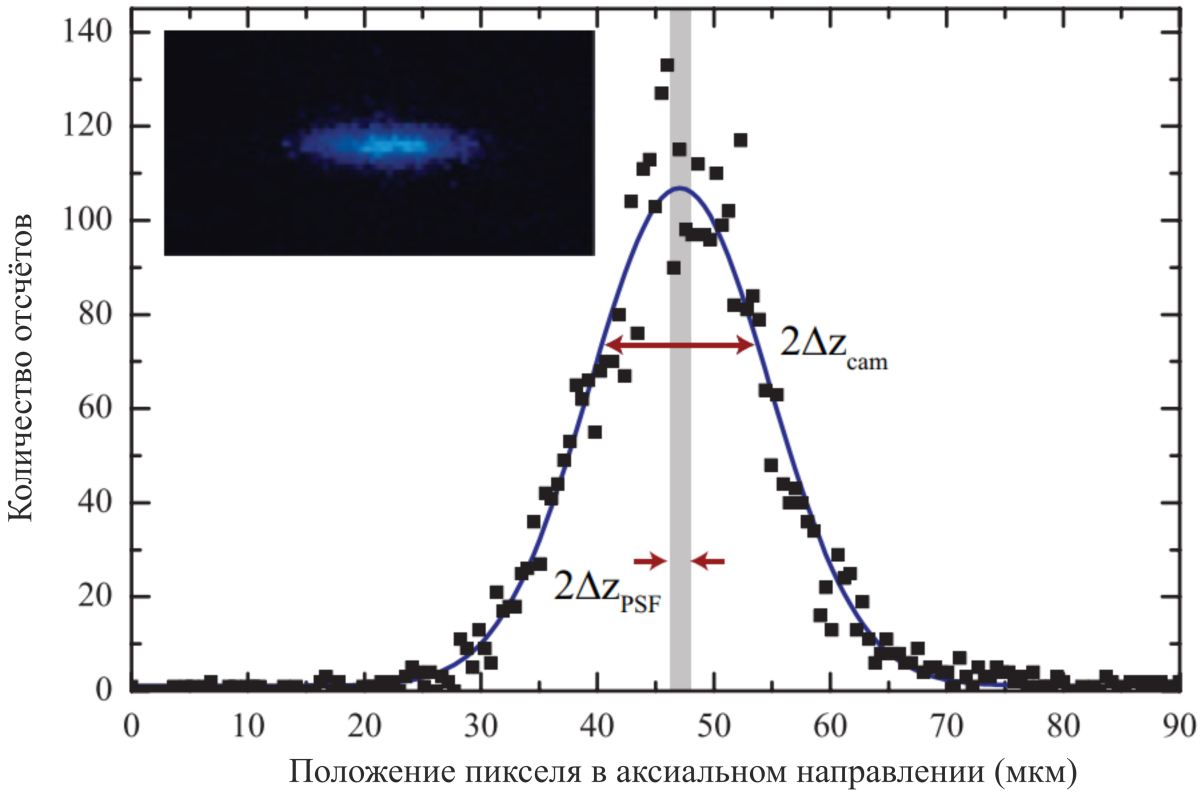


Рисунок 4.5 — Гистограмма пространственного распределения в аксиальном направлении одиночного лазерно-охлаждённого иона $^{24}Mg^{+}$, захваченного в ловушку Пауля с секулярной частотой $\omega = 2\pi \times 15$ кГц ($T \approx 1$ мК) [72], где $\Delta z_{PSF} \approx 1$ мкм — среднеквадратичное разрешение системы регистрации флюоресценции, Δz_{cam} — среднеквадратичная ширина гауссовой диаграммы. (На вставке) Усреднённая по времени фотография одиночного иона.

источников лазерного излучения, помимо того, что используется для доплеровского охлаждения.

4.5 Измерение температуры ионов по анализу дефазировки осцилляций Раби

В данной части рассматривается модифицированный в рамках диссертационной работы метод измерения температуры ионов по анализу дефазировки осцилляций Раби на несущей частоте узкого оптического перехода. Теоретические рассуждения следуют за [79] и в этой работе обобщаются на случай

произвольного числа ионов в кристалле: выводится аналитическая зависимость затухания осцилляций Раби от температуры ионного кристалла.

Частота Раби осцилляций для различных колебательных уровней немного отличается. Из-за этого, через некоторое время, колебания с разными n перестают быть синфазными и видность итоговой осцилляций уменьшается, как это показано на рисунке 4.6. Анализ наблюдаемой дефазировки позволяет определить среднее значение фононов в ионном кристалле.

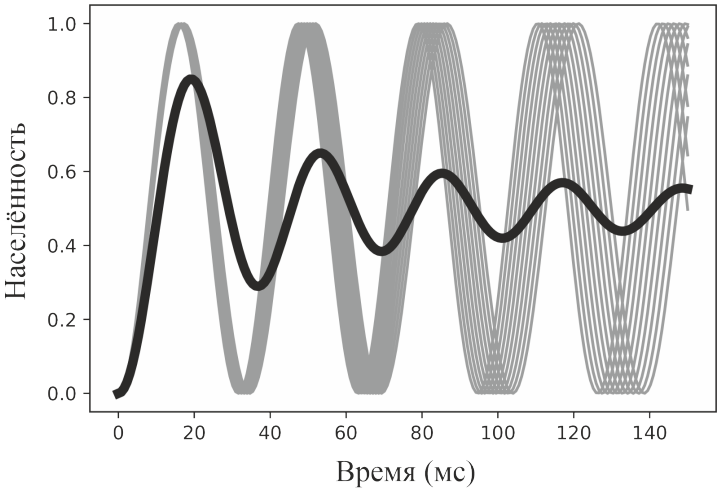


Рисунок 4.6 — Иллюстрация дефазировки осцилляций Раби. Серым обозначены колебания населённостей для первых 10 колебательных уровней, чёрным — взвешенная сумма по модам до $n \sim 10^3$.

Для вывода аналитического выражения, описывающего зависимость населённости верхнего состояния перехода от времени возбуждения, учитывается распределение фононов по колебательным модам кристалла $\{n_k\}$, где $k \in [1; N]$, N — количество ионов в кристалле, а следовательно и количество мод вдоль каждой из трёх осей. Для простоты, на данном этапе, рассматривается движение ионов вдоль одной оси. В то же время электронное состояние каждого иона можно свести до $|el\rangle \in \{|0\rangle\,; |1\rangle\}$, описывающее рассматриваемый узкий оптический переход $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$. Тогда каждый i–ый ион в цепочке имеет квантовое состояние:

$$|\psi\rangle_i = |el\rangle_i \, |n_1, n_2, \ldots, n_N\rangle = |el\rangle_i \, |\{n_k\}\rangle \,, \tag{4.10}$$

где n_k — количество фононов в k–ой колебательной моде с частотой ω_k, а набор $\{n_k\}$ является общим для всех ионов в кристалле. При взаимодействии цепочки ионов с излучением, резонансным с рассматриваемым оптическим переходом, на отдельном i–ом ионе будут происходить осцилляции Раби с частотой:

$$\Omega_{\{n_k\}} = \Omega_0 \left| \left\langle \{n_k\} \middle| \exp\left(i \sum_{k=1}^{N} \eta_k (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger) \right) \middle| \{n_k\} \right\rangle \right| =$$
$$= \Omega_0 \left| \prod_{k=1}^{N} \langle n_k | e^{i\eta_k (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger)} | n_k \rangle \right|, \tag{4.11}$$

где Ω_0 — частота Раби покоящегося иона, $\hat{a}_k$ и $\hat{a}_k^\dagger$ — лестничные операторы для фононов k–ой моды, η_k — параметр Лэмба–Дике. Если выполнено охлаждение ионов и достигается режим Лэмба–Дике ($\sqrt{\bar{n}_k}\,\eta_k \ll 1$), то можно выполнить разложение по степеням η_k и записать с точностью до членов порядка η_k^2:

$$\Omega_{\{n_k\}} = \Omega_0 \left| \prod_{k=1}^{N} \langle n_k | e^{i\eta_k (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger)} | n_k \rangle \right| \approx$$
$$\approx \Omega_0 \left| \prod_{k=1}^{N} e^{-\eta_k^2/2} (1 - n_k \eta_k^2) \right| \approx$$
$$\approx \Omega_0 \left(1 - \sum_{k=1}^{N} (n_k + 1/2) \eta_k^2 \right). \tag{4.12}$$

Таким образом, частота Раби зависит от набора $\{n_k\}$. Интегральная населённость верхнего состояния $|1\rangle$ в зависимости от времени возбуждения представляет собой «сумму» осцилляций Раби по всем наборам колебательных чисел $\{n_k\}$:

$$P(t) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{n_i=0}^{\infty} P_{\{n_k\}}(t) =$$
$$= \sum_{i=1}^{N} \sum_{n_i=0}^{\infty} \frac{p_{\{n_k\}}}{2} \big(1 - \cos\big(\Omega_{\{n_k\}} t\big)\big). \tag{4.13}$$

где $p_{\{n_k\}}$ — населённость нижнего состояния $|0\rangle\,|\{n_k\}\rangle$ в начальный момент времени для конкретного набора колебательных чисел $\{n_k\}$. В сумме 4.13 рассматривается бесконечный ряд по n_i, так как глубины ионных ловушек заведомо больше тепловых энергий ионов даже до этапа охлаждения.

Начальную населённость нижнего уровня $|0\rangle$ обозначим:

$$a = \sum_{i=1}^{N} \sum_{n_i=0}^{\infty} p_{\{n_k\}}. \tag{4.14}$$

Тогда, если предположить, что установлено тепловое распределение по колебательным числам, то населённость нижнего состояния $|0\rangle\,|\{n_k\}\rangle$ в начальный момент времени для конкретного набора колебательных чисел $\{n_k\}$ принимает вид:

$$p_{\{n_k\}} = a\,\frac{\exp\left(-\sum\limits_{k=1}^{N}\alpha_k n_k\right)}{\prod\limits_{k=1}^{N}(\bar{n}_k+1)}, \tag{4.15}$$

где $e^{-\alpha_k} = \bar{n}_k/(\bar{n}_k+1)$. Тогда 4.13 согласно 4.12 и 4.15, принимает вид:

$$P(t) = \frac{a}{2} - \frac{a}{4\prod\limits_{k=1}^{N}(\bar{n}_k+1)}\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{N}\sum_{n_i=0}^{\infty}\left[e^{i\Omega_0 t}\exp\left(-\sum_{k=1}^{N}(\alpha_k n_k + i\Omega_0\eta_k^2 t(n_k+1/2))\right) + \text{c.c}\right]. \tag{4.16}$$

Согласно формуле суммы геометрической прогрессии:

$$\sum_{n_k=0}^{\infty}\exp\left(-(\alpha_k + i\Omega_0\eta_k^2 t)n_k\right) = \frac{1}{1-e^{-\alpha_k - i\Omega_0\eta_k^2 t}} =$$
$$= \frac{1-e^{-\alpha_k + i\Omega_0\eta_k^2 t}}{1-2e^{-\alpha_k}\cos(\Omega_0\eta_k^2 t) + e^{-2\alpha_k}}. \tag{4.17}$$

Второе слагаемое в 4.16 вычисляется аналогичным способом. Так как $e^{-\alpha_k} = \bar{n}_k/(\bar{n}_k+1)$, то:

$$P(t) = \frac{a}{2} - \frac{a\left[e^{i\Omega_0 t}\prod\limits_{k=1}^{N}\left(1-\dfrac{\overline{n}_k e^{i\Omega_0\eta_k^2 t}}{\overline{n}_k+1}\right) + \text{c.c.}\right]}{4\prod\limits_{k=1}^{N}\left((\overline{n}_k+1) - 2\overline{n}_k\cos(\Omega_0\eta_k^2 t) + \dfrac{\overline{n}_k^2}{\overline{n}_k+1}\right)} =$$
$$= \frac{a}{2}\left[1 - \frac{\text{Re}\left[e^{i\Omega_0 t}\prod\limits_{k=1}^{N}e^{i\Omega_0\eta_k^2 t/2}\left(1-\dfrac{\overline{n}_k e^{i\Omega_0\eta_k^2 t}}{\overline{n}_k+1}\right)\right]}{\prod\limits_{k=1}^{N}\left((\overline{n}_k+1) - 2\overline{n}_k\cos(\Omega_0\eta_k^2 t) + \dfrac{\overline{n}_k^2}{\overline{n}_k+1}\right)}\right]. \tag{4.18}$$

После доплеровского охлаждения температуры всех мод оказываются равны и средние колебательные числа всех мод могут быть выражены через среднее число фононов в моде центра масс $\bar{n}$, так что $\bar{n}_k = \bar{n}/r_k$, где параметр $r_k = \omega_k/\omega_1$, а ω_1 — частота колебания моды центра масс. Тогда общая населённость верхнего уровня в результате учёта теплового распределения со средним колебательным числом для каждой моды $\bar{n}_k$ принимает вид:

$$P(t) = \frac{a}{2}\left[1 - \frac{Re\left[e^{i\Omega_0 t}\prod_{k=1}^{N} e^{i\Omega_0\eta_k^2 t/2}\left(1 - \frac{(\bar{n}/r_k)e^{i\Omega_0\eta_k^2 t}}{\bar{n}/r_k+1}\right)\right]}{\prod_{k=1}^{N}\left((\bar{n}/r_k+1) - 2(\bar{n}/r_k)\cos(\Omega_0\eta_k^2 t) + \frac{(\bar{n}/r_k)^2}{(\bar{n}/r_k)+1}\right)}\right]. \qquad (4.19)$$

Во временную зависимость населённости верхнего уровня входят два класса параметров: первый, $\{a; \bar{n}; \Omega_0\}$, отвечает за состояние ионов в кристалле и их взаимодействие с излучением; второй, $\{\eta_k; r_k\}$, определяется геометрией ловушки и частотой колебаний ионов, эти параметры могут быть измерены независимо от первого класса с высокой точностью. Формула 4.19 верна и в случае колебания цепочки по всем трём осям, в этом случае коэффициенты $\{\eta_k; \bar{n}; r_k\}$ дополнительно будут зависеть от оси и направления пучка: $\{\eta_{ik}; \bar{n}_i; r_{ik}\}$, где $i = x,y,z$.

4.5.1 Экспериментальное применение метода на ионах $^{171}Yb^{+}$

Процесс измерения температуры ионов по дефазировке осцилляций Раби, включает несколько последовательных этапов. Сначала ионный кристалл охлаждается до температуры, близкой к доплеровскому пределу (важно достижение режима Лэмба–Дике). Затем производится оптическая накачка ионов в основное состояние $|0\rangle$. Далее предложенным методом определяется температура кристалла, и при необходимости, скорость нагрева ионов в ловушке. Оба параметра используются для оценки качества ловушки и её применимости для квантовых вычислений.

В случае оценки скорости нагрева все лазерные поля выключаются и система в течение некоторого варьируемого времени задержки τ взаимодействует с окружением (рисунок 4.7). После этого на некотором выбранном



Рисунок 4.7 — Этапы эксперимента по оценки скорости нагрева ионов. Варьируемые параметры: τ — время задержки, в течение которого захваченный ион взаимодействует с окружением; t — длительность возбуждения адресуемого узкого перехода.

ионе $^{171}Yb^{+}$ фокусируется резонансное излучение на длине волны 435.5 нм, которое возбуждает квадрупольный переход $^{2}S_{1/2}(F = 0) \rightarrow {}^{2}D_{3/2}(F = 2)$ (рисунок 4.8). Длительность этого возбуждения t также варьируется. Наконец, электронное состояние иона регистрируется методом квантовых скачков. При фиксированном времени задержки определяется зависимость населённости верхнего состояния от времени возбуждения $P(t)$. Полученная кривая аппроксимируется выведенной функцией (уравнение 4.19) и определяется величина $\bar{n}(\tau)$. Для определения скорости нагрева данный эксперимент повторяется для нескольких значений τ, после чего полученная зависимость аппроксимируется линейной функцией. Температура ионного кристалла определяется при нулевой задержке по формуле:

$$T = \frac{\hbar\omega_1}{k_B \ln(1 + 1/\bar{n}(0))}, \tag{4.20}$$

где ω_1 – частота моды центра масс, k_B – постоянная Больцмана.

Эксперимент по определению температуры и скорости нагрева ионов проводился для определения характеристик спроектированной и изготовленной линейной ловушки Пауля с молибденовыми электродами-лезвиями. Описание ловушки приведено в разделе 2.3. Исследования скорости нагрева выполнялось для одиночного иона иттербия. Возбуждающее излучение на ион направлялось вдоль оси ловушки. Для этого случая:

$$\eta_1 = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{h}{2M\omega}}, \quad r_1 = 1, \tag{4.21}$$

где $\lambda = 435.5$ нм, M — масса иона, ω — частота аксиальной моды. Результаты измерений населённости верхнего уровня от времени возбуждения при различных задержках представлены в виде графиков на рисунке 4.9 (а)–(д), а параметры аппроксимации сведены в таблицу 4.

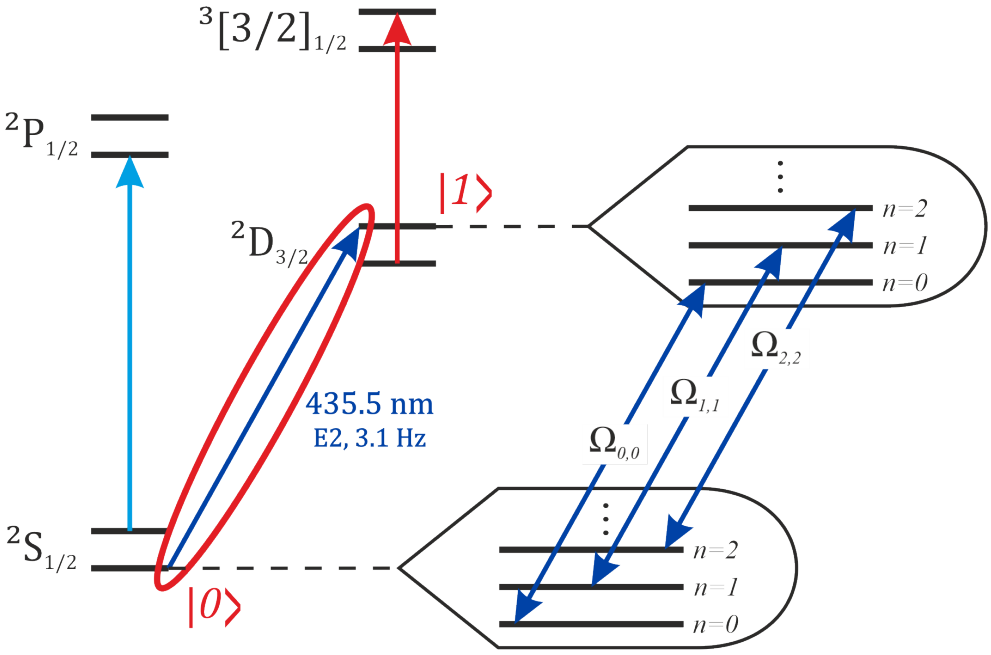


Рисунок 4.8 — Возбуждение квадрупольного перехода $^2S_{1/2}(F = 0) \rightarrow {}^2D_{3/2}(F = 2)$ в ионе $^{171}\mathrm{Yb}^+$. Из-за небольшого отличия частот Раби переходов с разными колебательными подуровнями, интегральные осцилляции затухают.

τ, мс	$\bar{n}$	Ω_0, мс$^{-1}$	a
0	53.4	200.9	0.93
2	63.9	196.2	0.91
5	95.3	199.2	0.91
7	132.0	197.4	0.91
10	118.7	194.3	0.88

Таблица 4 — Результаты аппроксимации по измерениям дефазировки осцилляций Раби для одиночного иона.

Частота Раби покоящегося иона Ω_0 для всех пяти времён задержки с точностью лучше 3.5% остаётся неизменной, что говорит о применимости предложенной модели. Параметр a, являющийся населённостью нижнего уровня $|0\rangle$ в начальный момент времени, близок к единице. Небольшое отличие от единицы объясняется неточностью подготовки начального состояния и неточностью считывания на уровне 10–12%.

Скорость нагрева иона равна коэффициенту наклона аппроксимирующей линейной функции (рисунок 4.9 (e)):

$$\dot{\bar{n}} = (8 \pm 2) \times 10^3 \mathrm{c}^{-1}. \tag{4.22}$$

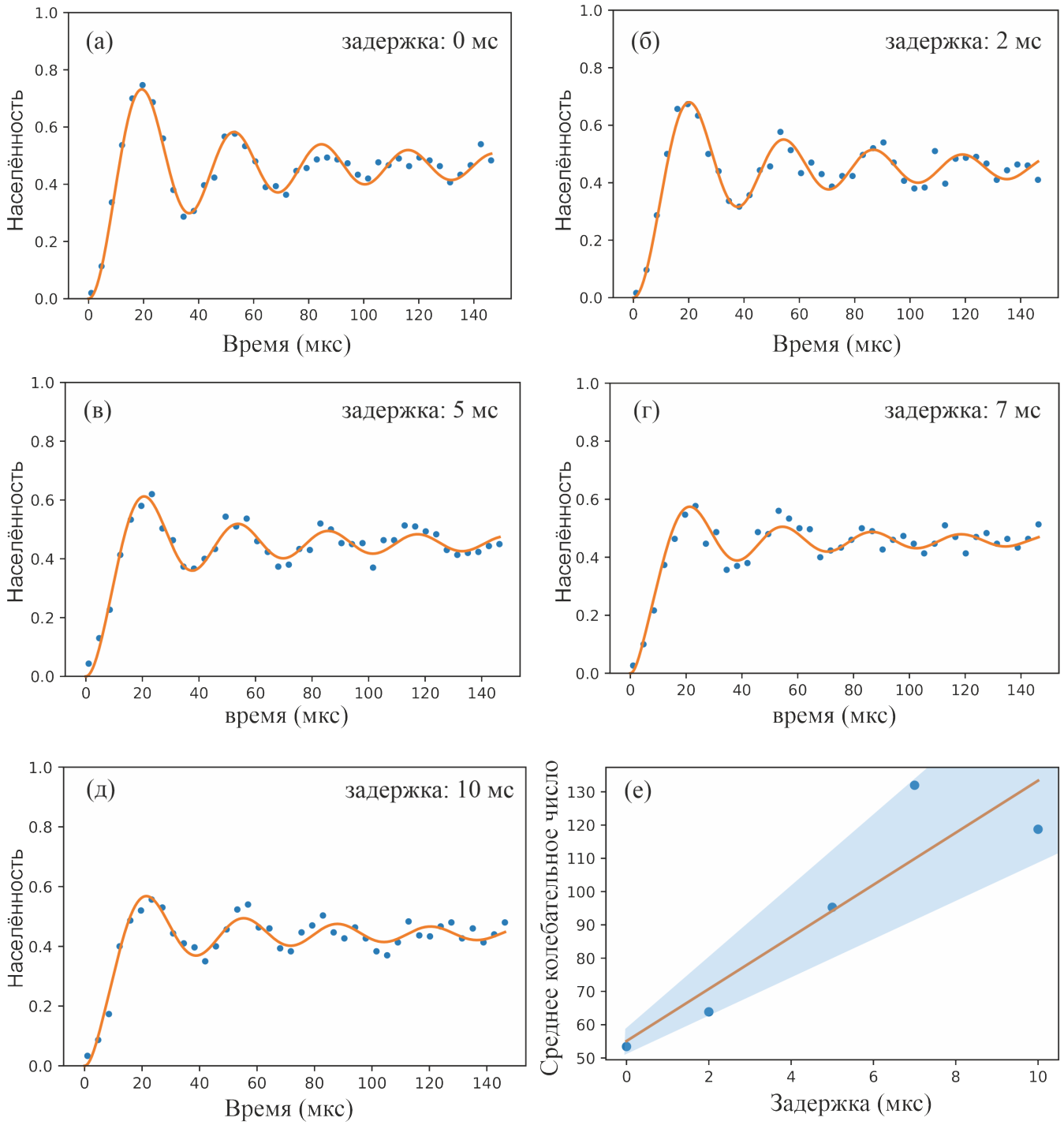


Рисунок 4.9 — (а)–(д): Зависимость населённости верхнего уровня от времени возбуждения при задержках $0, 2, 5, 7$ и 10 мс, соответственно; (е): среднее колебательное число одиночного иона при различных временах задержки.

При выводе 4.19 предполагалось, что $\bar{n}$ мало меняется за время возбуждения адресуемого узкого перехода. В эксперименте время возбуждения составило 150 мкс. За это время увеличение количества фононов составляет не более 1–2 фононов, что мало по сравнению с $\bar{n}$ даже при нулевой задержке: $\bar{n}(0) = 53.4$.

Была найдена температура для кристалла из 5 ионов $^{171}Yb^{+}$ в изготовленной линейной ловушке Пауля. Излучение возбуждающее узкий переход

фокусировалось на первый ион в цепочке, так что параметры ловушки имели следующие значения:

$$\eta_k = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{h}{2m\nu}}\{0.447, -0.486, 0.346, -0.173, 0.054\}$$
$$r_1 = \{1, 1.73, 2.41, 3.05, 3.67\}. \tag{4.23}$$

График осцилляций Раби для цепочки из пяти ионов представлен на рисунке 4.10. Эффективное среднее колебательное число, полученное аппроксимацией, оказалось равным $\bar{n}(0) = 75 \pm 3$, что соответствует температуре кристалла:

$$T = 1.69 \pm 0.08 \text{ мК}, \tag{4.24}$$

что сравнимо с доплеровским пределом для перехода $^2S_{1/2} \to {}^2P_{1/2}$, равным $T_D = 0.5$ мК. Температура для цепочки ионов больше, чем для одиночного, из-за большей скорости нагрева.

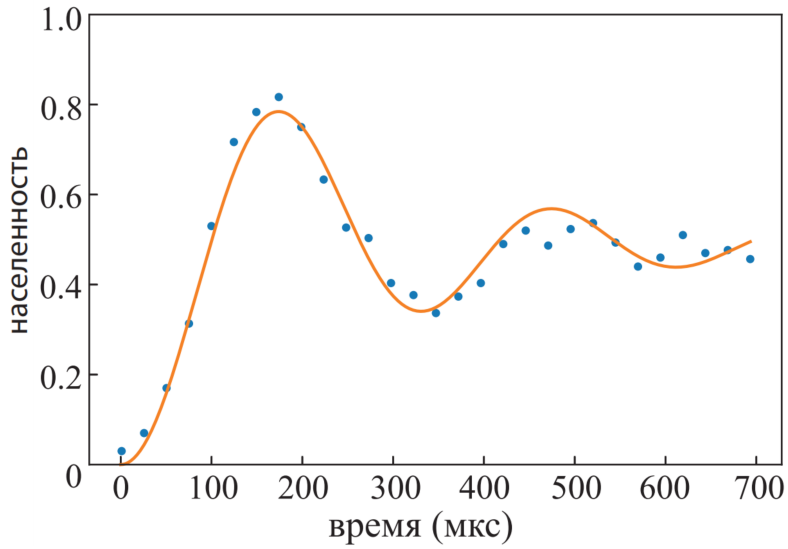


Рисунок 4.10 — Зависимость вероятности возбуждения верхнего состояния иона в цепочке из 5 ионов $^{171}\text{Yb}^+$ от времени возбуждения.

Таким образом, предложенный метод измерения температуры захваченных ионов по дефазировке осцилляций Раби позволяет определить как температуру ионной цепочки, так и скорость нагрева. Этот метод применим для линейной цепочки ионов произвольной длины со средними колебательными числами до 100 фононов, и нагревом до 10^4 фононов в секунду, что расширяет допустимый для измерения диапазон характеристик ионных цепочек и ловушек.

4.6 Основные результаты Главы 4

1. Предложен и экспериментально продемонстрирован метод определения температуры ионов в линейном ионном кристалле. Температура кристалла из пяти ионов иттербия-171 составила 1.69 ± 0.08 мК.
2. Измерена скорость нагрева ионов вдоль оси изготовленной линейной квадрупольной ловушки Пауля с молибденовыми электродами, составивший 8 ± 2 фононов/мс.

Основные результаты данной главы опубликованы в [80].

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Методом прецизионной лазерной спектроскопии одиночного захваченного в ловушку Пауля иона измерены значения длин волн переходов $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ в ионах изотопа иттербия-170, 171 ($F = 1 \rightarrow F = 0$), 172, 174, 176, которые составляют: 369.52363(2) нм, 369.52600(2) нм, 369.52438(2) нм, 369.52496(2) нм и 369.52551(2) нм, соответственно. Погрешность измерений уменьшена в три раза по сравнению с предыдущими измерениями, проведёнными другими экспериментальными группами. Уточнение достигнуто за счёт прецизионной калибровки системы измерения и хорошей статистике измерений.
2. С помощью того же экспериментального метода уточнены значения длин волн переходов $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ в ионах изотопа иттербия-170, 171 ($F = 1 \rightarrow F = 0$), 172, 174, 176, которые составляют: 935.19729(6) нм, 935.18753(6) нм, 935.18726(6) нм, 935.17977(6) нм и 935.17252(6) нм, соответственно. Погрешность измерений так же уменьшена в три раза по сравнению с предыдущими измерениями, проведёнными другими экспериментальными группами.
3. Методом численного моделирования рассчитаны координаты ионов в устойчивых конфигурациях одномерных кристаллов и найдены частоты нормальных (радиальных и аксиальных) колебаний в потенциале линейной квадрупольной ловушки Пауля.
4. Рассчитан и экспериментально реализован удерживающий потенциал вдоль оси ловушки вида $\frac{\kappa_2}{2}z^2 + \frac{\kappa_4}{4}z^4$ для создания кристалла из 7 ионов иттербия с равными расстояниями между ионами.
5. Смоделирована и собрана экспериментальная установка, включающая в себя линейную квадрупольную ловушку Пауля с молибденовыми электродами-лезвиями, лазерную систему охлаждения ионов иттербия и систему детектирования их состояний.
6. Предложена аналитическая модель процесса считывания состояния оптического кубита в ионе $^{171}\mathrm{Yb}^+$ методом квантовых скачков с учётом нерезонансных и переходных эффектов, спонтанного распада, а также паразитной засветки фотодетектора. Получена зависимость

достоверности считывания состояния кубита от параметров эксперимента, таких как эффективность регистрации фотонов флюоресценции, коэффициент засветки, порог дискриминатора и время считывания. С использованием этой модели показано, что фундаментальный предел достоверности считывания состояния оптического кубита в ионе $^{171}Yb^{+}$ методом квантовых скачков составляет 99.4%.

7. Впервые предложен и экспериментально реализован метод определения температуры и скорости нагрева ионов в многочастичном линейном ионном кристалле в режиме Лэмба-Дике по анализу затухания осцилляций Раби. Применение этого метода для ионов $^{171}Yb^{+}$, захваченных в созданную в данной работе ловушку, показало, что температура кристалла из пяти ионов после доплеровского охлаждения составила 1.69 ± 0.08 мК и скорость нагрева одиночного иона вдоль оси ловушки 8 ± 2 фононов/мс. Основными преимуществами предложенного метода являются его общность относительно количества ионов в цепочке и низкая ошибка (менее 5%) вблизи доплеровского предела охлаждения (0.1–100 мК).

Продолжением проведённых в рамках настоящей диссертации работ в области квантовых вычислений на базе ультрахолодных ионов иттербия может являться проектирование и изготовление с учётом полученного опыта квадрупольной ловушки Пауля с более низкой скоростью нагрева захваченных ионов и бóльшими секулярными частотами. При этом ловушка должна позволять захватывать бóльшее количество ионов, сохраняя возможность индивидуальной адресации ионов, и также иметь хороший оптический доступ к области захвата для эффективного считывания состояния ионов. Кроме того, применение разработанной в этой работе модели позволит повысить достоверность считывания оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе иттербия-171 путём подбора параметров эксперимента и постобработкой экспериментальных данных. Эти шаги позволят выполнять квантовые операции с высокой достоверностью и приблизиться к реализации универсального квантового вычислителя, способного решать полезные задачи.

Благодарности

В заключение автор выражает огромную благодарность всем тем, кто сделал данную работу возможной. Во-первых, научному руководителю Ксении Юрьевне Хабаровой за помощь, поддержку и обсуждение результатов на протяжении последних семи лет, которые пролетели как одно мгновение, благодаря созданной атмосфере, предоставленной возможности участвовать в интересных проектах и поездках с первых дней работы. Во-вторых, Николаю Николаевичу Колачевскому, за создание лабораторий высокого уровня и предоставленную возможность принимать активное участие в них, а также за переданные знания и опыт. В-третьих, Вадиму Николаевичу Сорокину, за проведение совместных научных семинаров, обсуждение результатов и помощь в подготовке данной диссертации. В-четвёртых, преподавателям кафедры квантовой радиофизики, за профессиональные учебные курсы и заложенный теоретический фундамент автора.

Автор выражает большую признательность всем своим коллегам Илье Семерикову, Илье Заливако, Михаилу Аксёнову, Никите Семенину, Павлу Сидорову, Василию Смирнову за совместную экспериментальную работу и дружественную атмосферу в лаборатории. А также, Артёму Головизину и Дмитрию Трегубову за помощь в калибровке измерителя длин волн при прецизионной спектроскопии атомов тулия.

Отдельная благодарность Виктору Викторовичу Беляеву за помощь в проектировании и изготовление механических узлов экспериментальной установки.

Наконец, автор благодарит своих родных и близких за любовь и поддержку, которая помогла выполнить эту работу.

Список литературы

1. *Benioff, P.* Quantum mechanical Hamiltonian models of Turing machines / P. Benioff // Journal of Statistical Physics. — 1982. — Vol. 29, no. 3. — P. 515—546.
2. *Deutsch, D.* Rapid solution of problems by quantum computation / D. Deutsch, R. Jozsa // Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences. — 1992. — Vol. 439, no. 1907. — P. 553—558.
3. *Shor, P. W.* Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring / P. W. Shor // Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science. — IEEE. 1994. — P. 124—134.
4. *DiVincenzo, D. P.* The physical implementation of quantum computation / D. P. DiVincenzo // Fortschritte der Physik: Progress of Physics. — 2000. — Vol. 48, no. 9—11. — P. 771—783.
5. Trapped-ion quantum computing: Progress and challenges / C. D. Bruzewicz, J. Chiaverini, R. McConnell, J. M. Sage // Applied Physics Reviews. — 2019. — Vol. 6, no. 2. — P. 021314.
6. *Cirac, J. I.* Quantum computations with cold trapped ions / J. I. Cirac, P. Zoller // Physical Review Letters. — 1995. — Vol. 74, no. 20. — P. 4091.
7. Demonstration of a fundamental quantum logic gate / C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, D. J. Wineland // Physical Review Letters. — 1995. — Vol. 75, no. 25. — P. 4714.
8. Realization of the Cirac–Zoller controlled-NOT quantum gate / F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. Lancaster, T. Deuschle, C. Becher, C. F. Roos, J. Eschner, R. Blatt // Nature. — 2003. — Vol. 422, no. 6930. — P. 408—411.
9. *Mølmer, K.* Multiparticle entanglement of hot trapped ions / K. Mølmer, A. Sørensen // Physical Review Letters. — 1999. — Vol. 82, no. 9. — P. 1835.
10. *Sørensen, A.* Quantum computation with ions in thermal motion / A. Sørensen, K. Mølmer // Physical Review Letters. — 1999. — Vol. 82, no. 9. — P. 1971.

11. Manipulation and detection of a trapped Yb+ hyperfine qubit / S. Olmschenk, K. C. Younge, D. L. Moehring, D. N. Matsukevich, P. Maunz, C. Monroe // Physical Review A. — 2007. — Vol. 76, no. 5. — P. 052314.

12. Экспериментальное исследование оптического кубита на квадрупольном переходе 435 нм в ионе $^{171}Yb^{+}$ / И. В. Заливако, И. А. Семериков, А. С. Борисенко, М. Д. Аксенов, К. Ю. Хабарова, Н. Н. Колачевский // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2021. — Т. 114, № 2. — С. 53—59.

13. *Nikolaeva, A.* Efficient realization of quantum algorithms with qudits / A. Nikolaeva, E. Kiktenko, A. Fedorov // arXiv preprint arXiv:2111.04384. — 2021.

14. *Bloch, F.* Nuclear induction / F. Bloch // Physical Review. — 1946. — Vol. 70, no. 7/8. — P. 460.

15. Demonstration of quantum volume 64 on a superconducting quantum computing system / P. Jurcevic [et al.] // Quantum Science and Technology. — 2021. — Vol. 6, no. 2. — P. 025020.

16. *Morgado, M.* Quantum simulation and computing with Rydberg-interacting qubits / M. Morgado, S. Whitlock // AVS Quantum Science. — 2021. — Vol. 3, no. 2. — P. 023501.

17. *Dehmelt, H. G.* Entropy reduction by motional sideband excitation / H. G. Dehmelt // Nature. — 1976. — Vol. 262, no. 5571. — P. 777.

18. *Wineland, D. J.* Laser cooling of atoms / D. J. Wineland, W. M. Itano // Physical Review A. — 1979. — Vol. 20, no. 4. — P. 1521.

19. *Steane, A. M.* The ion trap quantum information processor / A. M. Steane // arXiv preprint quant-ph/9608011. — 1996.

20. Manipulation and detection of a trapped Yb+ hyperfine qubit / S. Olmschenk, K. C. Younge, D. L. Moehring, D. N. Matsukevich, P. Maunz, C. Monroe // Physical Review A. — 2007. — Vol. 76, no. 5. — P. 052314.

21. High-speed low-crosstalk detection of a $^{171}Yb^{+}$ qubit using superconducting nanowire single photon detectors / S. Crain [et al.] // Communications Physics. — 2019. — Vol. 2, no. 1. — P. 1—6.

22. High-fidelity universal gate set for be $^{9}Be^{+}$ ion qubits / J. P. Gaebler [et al.] // Physical Review Letters. — 2016. — Vol. 117, no. 6. — P. 060505.

23. *Monroe, C.* Scaling the ion trap quantum processor / C. Monroe, J. Kim // Science. — 2013. — Vol. 339, no. 6124. — P. 1164—1169.

24. High-fidelity preparation, gates, memory, and readout of a trapped-ion quantum bit / T. Harty [et al.] // Physical Review Letters. — 2014. — Vol. 113, no. 22. — P. 220501.

25. Spectroscopy of a synthetic trapped ion qubit / D. Hucul, J. E. Christensen, E. R. Hudson, W. C. Campbell // Physical Review Letters. — 2017. — Vol. 119, no. 10. — P. 100501.

26. Single ion qubit with estimated coherence time exceeding one hour / P. Wang [et al.] // Nature Communications. — 2021. — Vol. 12, no. 1. — P. 1—8.

27. Compact ion-trap quantum computing demonstrator / I. Pogorelov [et al.] // PRX Quantum. — 2021. — Vol. 2, no. 2. — P. 020343.

28. *Martin, W. C.* Atomic energy levels: The rare earth elements (the spectra of lanthanum, cerium, praseodymium, neodymium, promethium, samarium, europium, gadolinium, terbium, dysprosium, holmium, ebrium, thulium, ytterbium, and lutetium) / W. C. Martin // Manchester Coll. of Science and Technology (UK). Dept. of Chemistry. — 1978.

29. *Major, F.* Exchange-collision technique for the rf spectroscopy of stored ions / F. Major, H. Dehmelt // Physical Review. — 1968. — Vol. 170, no. 1. — P. 91.

30. *Paul, W.* Electromagnetic traps for charged and neutral particles / W. Paul // Reviews of Modern Physics. — 1990. — Vol. 62, no. 3. — P. 531.

31. Penning-trap mass measurements in atomic and nuclear physics / J. Dilling, K. Blaum, M. Brodeur, S. Eliseev // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2018. — Vol. 68, no. 1.

32. *Blaum, K.* Penning traps as a versatile tool for precise experiments in fundamental physics / K. Blaum, Y. N. Novikov, G. Werth // Contemporary Physics. — 2010. — Vol. 51, no. 2. — P. 149—175.

33. Measuring out-of-time-order correlations and multiple quantum spectra in a trapped-ion quantum magnet / M. Gärttner, J. G. Bohnet, A. Safavi-Naini, M. L. Wall, J. J. Bollinger, A. M. Rey // Nature Physics. — 2017. — Vol. 13, no. 8. — P. 781—786.

34. Electrodynamically trapped Yb+ ions for quantum information processing / C. Balzer, A. Braun, T. Hannemann, C. Paape, M. Ettler, W. Neuhauser, C. Wunderlich // Physical Review A. — 2006. — Vol. 73, no. 4. — P. 041407.

35. Absolute frequency measurements of the $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ transition in ytterbium / T. Lauprêtre, L. Groult, B. Achi, M. Petersen, Y. Kersalé, M. Delehaye, C. Lacroûte // OSA Continuum. — 2020. — Vol. 3, no. 1. — P. 50—57.

36. Laser cooling of trapped ytterbium ions using a four-level optical-excitation scheme / A. Bell, P. Gill, H. Klein, A. Levick, C. Tamm, D. Schnier // Physical Review A. — 1991. — Vol. 44, no. 1. — R20.

37. Optical molasses / P. D. Lett, W. D. Phillips, S. Rolston, C. E. Tanner, R. Watts, C. Westbrook // JOSA B. — 1989. — Vol. 6, no. 11. — P. 2084—2107.

38. Minimization of ion micromotion in a Paul trap / D. Berkeland, J. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, D. J. Wineland // Journal of Applied Physics. — 1998. — Vol. 83, no. 10. — P. 5025—5033.

39. Precise determination of micromotion for trapped-ion optical clocks / J. Keller, H. L. Partner, T. Burgermeister, T. Mehlstäubler // Journal of Applied Physics. — 2015. — Vol. 118, no. 10. — P. 104501.

40. High-accuracy optical clock based on the octupole transition in $^{171}Yb^+$ / N. Huntemann, M. Okhapkin, B. Lipphardt, S. Weyers, C. Tamm, E. Peik // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 108, no. 9. — P. 090801.

41. *Perng, T.-P.* Hydrogen effects in austenitic stainless steels / T.-P. Perng, C. Altstetter // Materials Science and Engineering: A. — 1990. — Vol. 129, no. 1. — P. 99—107.

42. *Gupta, M. K.* Hydrogen in stainless steel as killing agent for UHV: A review / M. K. Gupta, A. Priyadarshi, Z. Khan // Materials Today: Proceedings. — 2015. — Vol. 2, no. 4/5. — P. 1074—1081.

43. Reduction in hydrogen outgassing from stainless steels by a medium-temperature heat treatment / C. Park, S. Chung, X. Liu, Y. Li // Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films. — 2008. — Vol. 26, no. 5. — P. 1166—1171.

44. YbH+ formation in an ytterbium ion trap / T. M. Hoang, Y.-Y. Jau, R. Overstreet, P. D. Schwindt // Physical Review A. — 2020. — Vol. 101, no. 2. — P. 022705.

45. *Sugiyama, K.* Production of YbH+ by chemical reaction of Yb+ in excited states with H 2 gas / K. Sugiyama, J. Yoda // Physical Review A. — 1997. — Vol. 55, no. 1. — R10.

46. Компактная высокостабильная лазерная система для спектроскопии квадрупольного перехода $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2D_{3/2}$ в ионе иттербия $^{171}Yb^+$ / И. В. Заливако [и др.] // Квантовая электроника. — 2020. — Т. 50, № 9. — С. 850—854.

47. *Blatt, R.* Ultrahigh-Resolution Microwave Spectroscopy on Trapped $^{171}Yb^+$ Ions / R. Blatt, H. Schnatz, G. Werth // Physical Review Letters. — 1982. — Vol. 48, no. 23. — P. 1601.

48. Versatile ytterbium ion trap experiment for operation of scalable ion-trap chips with motional heating and transition-frequency measurements / J. J. McLoughlin [et al.] // Physical Review A. — 2011. — Vol. 83, no. 1. — P. 013406.

49. Accurate determination of black-body radiation shift, magic and tune-out wavelengths for the $6S_{1/2} \rightarrow 5D_{3/2}$ clock transition in Yb+ / A. Roy, S. De, B. Arora, B. Sahoo // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2017. — Vol. 50, no. 20. — P. 205201.

50. Компактный транспортируемый оптический стандарт на одиночном ионе $^{171}Yb^+$ (проект “YBIS”) / И. Семериков, К. Хабарова, И. Заливако, А. Борисенко, Н. Колачевский // Краткие сообщения по физике Физического института им. ПН Лебедева Российской Академии Наук. — 2018. — Т. 45, № 11. — С. 14—19.

51. Inner-shell clock transition in atomic thulium with a small blackbody radiation shift / A. Golovizin, E. Fedorova, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, N. Kolachevsky // Nature Communications. — 2019. — Vol. 10, no. 1. — P. 1—8.

52. Improved Wavelength Measurement of $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ and $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ Transitions in Yb^+ / I. Zalivako [et al.] // Journal of Russian Laser Research. — 2019. — Vol. 40, no. 4. — P. 375—381.

53. Quantum dynamics of single trapped ions / D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, D. Wineland // Reviews of Modern Physics. — 2003. — Vol. 75, no. 1. — P. 281.

54. Demonstration of a small programmable quantum computer with atomic qubits / S. Debnath, N. M. Linke, C. Figgatt, K. A. Landsman, K. Wright, C. Monroe // Nature. — 2016. — Vol. 536, no. 7614. — P. 63—66.

55. Demonstration of the trapped-ion quantum CCD computer architecture / J. M. Pino [et al.] // Nature. — 2021. — Vol. 592, no. 7853. — P. 209—213.

56. *James, D. F.* Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation : tech. rep. / D. F. James. — 1997.

57. Trapped-ion antennae for the transmission of quantum information / M. Harlander, R. Lechner, M. Brownnutt, R. Blatt, W. Hänsel // Nature. — 2011. — Vol. 471, no. 7337. — P. 200—203.

58. Large-scale quantum computation in an anharmonic linear ion trap / G.-D. Lin [et al.] // Europhysics Letters. — 2009. — Vol. 86, no. 6. — P. 60004.

59. Electromagnetically-induced-transparency ground-state cooling of long ion strings / R. Lechner [et al.] // Physical Review A. — 2016. — Vol. 93, no. 5. — P. 053401.

60. *Knünz, S.* A trapped-ion phonon laser and the detection of ultra-weak forces : PhD thesis / Knünz Sebastian. — LMU, 2011.

61. Single-qubit quantum memory exceeding ten-minute coherence time / Y. Wang [et al.] // Nature Photonics. — 2017. — Vol. 11, no. 10. — P. 646—650.

62. Cryogenic trapped-ion system for large scale quantum simulation / G. Pagano [et al.] // Quantum Science and Technology. — 2018. — Vol. 4, no. 1. — P. 014004.

63. *Dubessy, R.* Electric field noise above surfaces: A model for heating-rate scaling law in ion traps / R. Dubessy, T. Coudreau, L. Guidoni // Physical Review A. — 2009. — Vol. 80, no. 3. — P. 031402.

64. A single-ion trap with minimized ion–environment interactions / P. Nisbet-Jones [et al.] // Applied Physics B. — 2016. — Vol. 122, no. 3. — P. 1—8.

65. Линейная ловушка Пауля для задач квантовой логики / И. Семериков, И. Заливако, А. Борисенко, М. Аксенов, Н. Колачевский, К. Хабарова // Краткие сообщения по физике Физического института им. ПН Лебедева Российской Академии Наук. — 2020. — Т. 47, № 12. — С. 33—39.

66. Motional states of laser cooled Yb ions in an optimized radiofrequency trap / A. Borisenko, I. Zalivako, I. Semerikov, M. Aksenov, K. Khabarova, N. Kolachevsky // Laser Physics. — 2019. — Vol. 29, no. 9. — P. 095201.

67. *Nagourney, W.* Shelved optical electron amplifier: Observation of quantum jumps / W. Nagourney, J. Sandberg, H. Dehmelt // Physical Review Letters. — 1986. — Vol. 56, no. 26. — P. 2797.

68. *Sobelman, I. I.* Radiative Transitions / I. I. Sobelman // Atomic Spectra and Radiative Transitions. — Springer, 1992. — P. 200—302.

69. *Treacy, E.* Adiabatic inversion in the infrared / E. Treacy, A. DeMaria // Physics Letters A. — 1969. — Vol. 29, no. 7. — P. 369—370.

70. Simplified motional heating rate measurements of trapped ions / R. Epstein [et al.] // Physical Review A. — 2007. — Vol. 76, no. 3. — P. 033411.

71. Fast thermometry for trapped ions using dark resonances / J. Roßnagel, K. N. Tolazzi, F. Schmidt-Kaler, K. Singer // New Journal of Physics. — 2015. — Vol. 17, no. 4. — P. 045004.

72. Sub-millikelvin spatial thermometry of a single Doppler-cooled ion in a Paul trap / S. Knünz, M. Herrmann, V. Batteiger, G. Saathoff, T. Hänsch, T. Udem // Physical Review A. — 2012. — Vol. 85, no. 2. — P. 023427.

73. Доплеровское лазерное охлаждение и исследование колебательного спектра ионов $^{24}Mg^{+}$ в линейной ловушке Пауля / И. В. Заливако, А. С. Борисенко, И. А. Семериков, К. Ю. Хабарова, Н. Н. Колачевский // Квантовая электроника. — 2018. — Т. 48, № 5. — С. 448—452.

74. *Stick, D. L.* Fabrication and Characterization of Semiconductor Ion Traps for Quantum Information Processing : PhD thesis / Stick Daniel Lynn. — The University of Michigan, 2007.

75. *Arimondo, E.* V coherent population trapping in laser spectroscopy / E. Arimondo // Progress in Optics. Vol. 35. — Elsevier, 1996. — P. 257—354.

76. Quantum optics cambridge university press / M. Scully, M. Zubairy, [et al.] // Cambridge, CB2 2RU (UK). — 1997.

77. Laser cooling of trapped ions in a standing wave / J. I. Cirac, R. Blatt, P. Zoller, W. D. Phillips // Physical Review A. — 1992. — Vol. 46, no. 5. — P. 2668.

78. *Cohen-Tannoudji, C.* Advances in atomic physics: an overview / C. Cohen-Tannoudji, D. Guéry-Odelin. — 2011.

79. Rabi spectroscopy and excitation inhomogeneity in a one-dimensional optical lattice clock / S. Blatt [et al.] // Physical Review A. — 2009. — Vol. 80, no. 5. — P. 052703.

80. Определение скорости нагрева и температуры ионных цепочек в линейной ловушке Пауля по дефазировке осцилляций Раби / Н. В. Семенин, А. С. Борисенко, И. В. Заливако, И. А. Семериков, М. Д. Аксенов, К. Ю. Хабарова, Н. Н. Колачевский // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2022. — Т. 116, № 2. — С. 74—79.