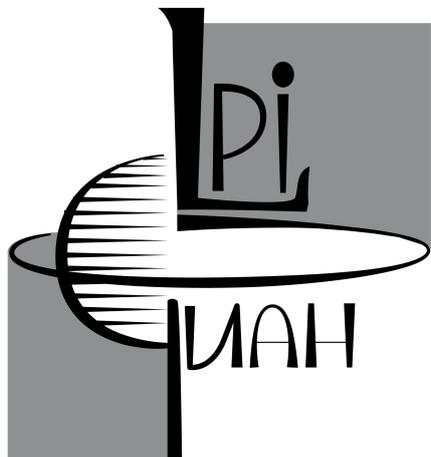


Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
«Физический институт имени П. Н. Лебедева Российской академии наук»
(ФИАН)



На правах рукописи

Радкевич Алексей Андреевич

**Флуктуационные явления в низкоразмерных
сверхпроводниковых системах**

Специальность 01.04.02 —
«Теоретическая физика»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических
наук

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., с.н.с.
Семенов Андрей Георгиевич

Москва — 2021

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Флуктуации и плотность состояний	17
1.1 Краткий экскурс в теорию флуктуаций в сверхпроводящих нанопроволоках	17
1.2 Предварительные замечания о плотности состояний	20
1.3 Модель	22
1.4 Квазиклассическая функция Грина сверхпроводника в присутствии флуктуаций	23
1.5 Плотность состояний в сверхпроводниковых нанопроволоках	26
1.6 Плотность состояний в сверхтонких сверхпроводниковых плёнках	30
1.7 Обсуждение и результаты	32
Глава 2. Флуктуации фазы и бездиссипативный ток	36
2.1 Предварительные замечания	36
2.2 Модель с неограниченными флуктуациями фазы	38
2.3 Эффективное граничное действие	39
2.4 Вариационный анализ	41
2.4.1 Пропагаторы	43
2.5 Бездиссипативный ток	45
2.5.1 Квантовый фазовый переход	45
2.5.2 Соотношение ток-фаза в присутствии флуктуаций	46
2.5.3 Влияние квантовых проскальзываний фазы	47
2.6 Модель с ограниченными флуктуациями фазы	50
2.7 Результаты и обсуждение	53
Глава 3. Локализация куперовских пар и сверхпроводящие изоляторы	56
3.1 Эксперимент группы К. Арутюнова	56
3.2 Измерение продольного сопротивления	58
3.3 Туннельная проводимость	61
3.4 Джозефсоновский ток	64
3.5 Результаты и обсуждение	64

	Стр.
Заключение	68
Список литературы	72
Список рисунков	84
Приложение А.	86
А.1 Таблица параметров образцов из эксперимента группы К.Арутюнова	86
А.2 Фит кривой $R(T)$	86
А.3 Нижняя оценка L_c	87
А.4 Фиты вольт-амперной характеристики туннельных контактов	87

Введение

Настоящая диссертация посвящена исследованию флуктуационных явлений в низкоразмерных сверхпроводниковых системах.

Актуальность темы. Теория сверхпроводимости – одна из ключевых областей современной теории конденсированного состояния, а сверхпроводящие устройства давно нашли применение при решении многих практических задач. При уменьшении до мезо- и наноразмерных масштабов сверхпроводящие структуры начинают проявлять квантовые свойства. Квантовая интерференция в таких структурах позволила сделать на их основе одни из наиболее чувствительных на сегодняшний момент датчиков магнитного поля. Крайне перспективным направлением для их применения в последние десятилетия видится область квантовых вычислений. На основе сверхпроводящих квантовых интерференционных устройств, т.н. SQUID'ов, созданы наилучшие на сегодняшний момент твёрдотельные кубиты.

Совершенствование технологий изготовления сверхпроводниковых структур стало движущим фактором их миниатюризации, в результате которой всё более важными становятся флуктуационные эффекты. Нарушая когерентность фазы параметра порядка, флуктуации приводят к подавлению сверхпроводимости в таких структурах и зачастую вызывают появлению в них свойств, нетипичных для массивных сверхпроводников. Сверхпроводящие нанопроволоки прекрасно вписываются в эту картину. Проскальзывания фазы – топологические флуктуации, свойственные одномерным системам – приводят к возникновению у них ненулевого сопротивления. На стыке веков технологические достижения позволили изготовить столь тонкие проволоки, что в них существенны оказываются квантовые флуктуации. Сейчас технологии позволяют продвинуться ещё дальше и достичь режима ниже точки квантового фазового перехода, в котором флуктуации полностью разрушают когерентность фазы на больших масштабах. Это порождает необходимость дальнейшего развития теории флуктуаций в сверхпроводящих нанопроволоках. Дополнительным стимулом для подобного исследования служит отсутствие теории влияния флуктуаций на локальные свойства нанопроволок. Туннельные эксперименты, в которых локальные свойства становятся доступны для наблюдения, также требуют создания такой теории.

Физика сверхпроводящих нанопроволок весьма близка физике цепочек джозефсоновских контактов, поскольку их низкоэнергетические теории совпадают. Поэтому близки также и флуктуационные явления в них. Цепочки джозефсоновских контактов стали в недавнем прошлом ключевыми компонентами наиболее современных кубитов, что придаёт ещё большую актуальность теме настоящей диссертации, так как её результаты проливают свет на перспективы дальнейшей минитюаризации таких устройств и на их физику в целом.

Развитие теории флуктуаций в низкоразмерных сверхпроводящих системах. Сверхпроводимость была открыта экспериментально в 1911 году Камерлинг-Оннесом [1], обнаружившим, что при охлаждении ртути до определённой критической температуры T_c её электрическое сопротивление полностью исчезает. Со временем сверхпроводимость была обнаружена у множества металлов, а знания о свойствах нового состояния вещества росли. Отсутствие сопротивления было более убедительно продемонстрировано экспериментами, в которых в замкнутых сверхпроводниках возбуждался ток, несколько не затухавший по прошествии года. В 1933 году Мейсснер и Оксенфельд обнаружили [2] другое важнейшее свойство, состоящее в вытеснении магнитного поля из толщи сверхпроводника. Следуя новым открытиям, Ф. и Х. Лондоны предложили феноменологическую теорию, описывающую электродинамику сверхпроводника [3], постулируя затухание магнитного поля вглубь сверхпроводника на определённой длине, называемой лондоновской глубиной проникновения. Однако понимание механизмов сверхпроводимости ещё долго ускользало от науки.

В 1950 году, используя успешный опыт построения теории фазовых переходов второго рода в других материалах, Гинзбург и Ландау предложили феноменологическую теорию сверхпроводимости, опирающуюся на комплексный параметр порядка, отождествлённый с волновой функцией сверхпроводящего конденсата [4]. Благодаря ей были поняты многие термодинамические свойства сверхпроводников в магнитном поле, в частности, были теоретически предсказаны сверхпроводники второго рода и вихри Абрикосова [5], несущие внутри себя т.н. "квант потока". Впоследствии теория Гинзбурга-Ландау была обоснована микроскопически [6]. Несмотря на то что эта теория не является микроскопической, она хорошо описывает многие наблюдаемые свойства сверхпроводников, особенно вблизи критической температуры перехода. Более того, её относительная простота позволила ей остаться важным инструментом для описания сверхпроводящих систем, который используется до сих пор.

Дальнейшей вехой, предшествовавшей построению микроскопической теории сверхпроводимости, стало открытие энергетической щели в спектре квазичастиц. В эксперименте Корака [7] было показано, что электронная теплоёмкость сверхпроводников при низких температурах ведёт себя экспоненциально, что явно указывало на наличие щели. Эксперименты по поглощению электромагнитного излучения [8; 9] продемонстрировали наличие порога поглощения, указывающего на щель, величина которой оказалась в 2 раза выше значения, следующего из измерений теплоёмкости, что свидетельствовало о возбуждении пар квазичастиц. Другим важным открытием того времени стало открытие изотопического эффекта [10; 11], который указал на ключевую роль электрон-фононного взаимодействия в возникновении сверхпроводимости. Финальным ингредиентом, необходимым для построения микроскопической теории, стала задача Купера [12], обнаружившего, что сколь угодно малое притяжение между электронами вблизи поверхности Ферми в условиях вырожденного газа приводит к возникновению связанного состояния пар электронов (с энергией меньше фермиевской), названного впоследствии куперовской парой. Все эти открытия вкупе со многими другими, опущенными в настоящем экскурсе, в результате привели к формулировке в 1957 году Бардиным, Купером и Шриффером микроскопической теории сверхпроводимости (теории БКШ) [13]. Ключевым моментом сформулированной теории стало спонтанное нарушение симметрии, в ходе которого ниже температуры перехода возникает аномальное среднее оператора рождения пар электронов с противоположными спинами, ответственное за появление т.н. сверхпроводящего конденсата. Теория в рамках одной модели объяснила наличие щели и её соотношение с критической температурой перехода, а также электродинамические свойства сверхпроводников, а её успехи впоследствии привели к важным открытиям даже за пределами физики сверхпроводников, см., например, [14]. Впоследствии эти результаты были воспроизведены в других подходах Боголюбовым [15] и Горьковым [16], причём в последней работе была использована особенно удобная для задач сверхпроводимости техника функций Грина.

Ещё до полноценного появления теории БКШ была замечена [17] проблема нарушения калибровочной инвариантности в выражении для тока, полученном Бардиным. Разрешение этого вопроса предложил Андерсон [18; 19], сформулировавший теорию калибровочно инвариантного отклика, в которой важная роль отводится коллективным возбуждениям плотности – плазменным модам. В указанных работах было показано, что в трёхмерном сверхпроводнике плазменная

мода практически не подвержена влиянию сверхпроводимости и фактически совпадает с таковой в нормальном состоянии. При этом в её спектре имеется щель, имеющая обычно существенно большую величину, чем щель в спектре квазичастиц. Для гипотетического случая нейтральных сверхпроводников была найдена звукоподобная бесщелевая коллективная мода, предсказанная ещё Боголюбовым. Впоследствии были найдены условия, когда и в реальных сверхпроводниках возможно наблюдать особые низкоэнергетические коллективные возбуждения.

В начале 60-х годов появились исследования, прояснившие особую роль фазы параметра порядка в сверхпроводниках. В экспериментальных работах [20; 21] было выяснено, что магнитный поток, пропущенный через полый сверхпроводящий цилиндр или кольцо, может принимать дискретные значения, кратные т.н. сверхпроводящему кванту потока $\Phi_0 = hc/2e$. Это явление ранее предположил Лондон [22], исходя из однозначности волновой функции электрона, однако предсказанное им значение кванта потока расходилось с наблюдаемым в 2 раза. Объяснение этому было сразу дано в [23—25], а значение сверхпроводящего кванта потока было связано с тем, что ток переносится парами электронов. Иными словами, квантование потока следует из однозначности параметра порядка (и эффекта Мейсснера). В системе того же типа периодическую по потоку компоненту экспериментально обнаружили у критической температуры перехода и у сопротивления чуть выше точки перехода Литтл и Паркс [26].

В 1962 году Джозефсон предсказал, что ток может протекать между двумя сверхпроводниками через изолирующий слой даже без приложения напряжения [27], причём его величина периодически зависит от разности фаз между сверхпроводниками. Им же был предсказан эффект периодических осцилляций тока в этой системе при приложении постоянного напряжения. Микроскопическое вычисление туннельного тока с учётом температуры было проведено Амбегаокаром и Баратовым в [28; 29]. Экспериментальное подтверждение как статического, так и динамического эффектов Джозефсона не заставило себя долго ждать [30—32]. Эти открытия продемонстрировали, что квантовые эффекты могут наблюдаться в сверхпроводниковых системах, содержащих огромное количество электронов как следствие когерентности волновой функции куперовских пар на больших расстояниях, и параллельно подчеркнули ключевую роль фазы параметра порядка для их понимания. С этих работ началось изучение сверхпроводящих систем малых размеров, демонстрирующих квантовые свойства, которые сейчас называют мезоскопическими. На основе джозефсоновского перехода вскоре были созданы т.н.

SQUID'ы [33], впоследствии нашедшие практическое применение, например, как невероятно точные датчики магнитного поля.

Теория БКШ является теорией среднего поля, то есть, оперирует средним значением параметра порядка без учёта его флуктуаций. В случае обычных массивных сверхпроводников этого оказалось достаточно для количественного описания происходящих явлений за пределами очень узкой флуктуационной области вблизи точки перехода, как было показано ещё Гинзбургом [34]. Однако для низкоразмерных сверхпроводников (сверхтонких плёнок, проволок), в особенности грязных, ситуация меняется. В [35; 36] было обнаружено, что возникновение параметра порядка в одно- и двумерных системах (в последних только при конечных температурах) оказывается невозможным из-за гидродинамических (гладких длинноволновых) флуктуаций. Вскоре был опубликован один из ключевых общих результатов в контексте низкоразмерных систем, коим стала теорема Мермина-Вагнера-(Хохенберга) [37; 38], согласно которой дальний порядок разрушается флуктуациями всегда в размерности 1 и при конечной температуре в двумерных системах. Во второй из этих работ Хохенберг явно применил это утверждение к сверхпроводникам и продемонстрировал, что среднее значение параметра порядка в этих условиях оказывается равным нулю. Однако теорема ничего не говорит о том, какие свойства сверхпроводников разрушаются флуктуациями. Важно отметить, что полученный результат свидетельствует об особой значимости именно квантовых флуктуаций в одномерии, поскольку при нулевой температуре в термодинамическом пределе классические температурные флуктуации исчезают.

В это же время Литтл в [39], а также Лангер и Амбегаокар [40] теоретически показали, что сопротивление одномерных сверхпроводящих образцов остаётся конечным даже ниже температуры перехода, хотя его величина крайне быстро падает с удалением от T_c . Возникновение сопротивления они объяснили термическим возбуждением крайне маловероятных флуктуаций, в ходе которых модуль параметра порядка опускается до нуля, а фаза меняется на 2π . Подобные флуктуации впоследствии назовут проскальзываниями фазы. В дальнейшем роль подобных – топологических – флуктуаций ещё не раз будет подчёркнута.

Во второй половине 60-х годов появились работы, посвящённые флуктуационным эффектам. Конечно, небольшая конечная ширина перехода отмечалась ещё в экспериментах Литтла и Паркса, но специально она тогда не исследовалась, так же как не было и соответствующей теории. В 1967 году в эксперименте [41] исследовались очень тонкие и узкие оловянные (микро-) полоски вбли-

зи температуры перехода, и было обнаружено, что с уменьшением ширины появляются существенные отклонения в поведении критического тока от средне-полевого поведения, причём как величина эффекта, так и область его действия росли с уменьшением размеров образца. В 1967 Гловером было обнаружено, что проводимость аморфных сверхпроводящих висмутовых плёнок стремится к бесконечности как $(T - T_c)^{-1}$ при приближении к критической температуре сверху [42]. Параллельно и независимо в 1968 году Асламазов и Ларкин показали [43; 44], что в тонких грязных плёнках флуктуационная область определяется безразмерным кондактансом, определённым как отношение квантовой единицы сопротивления h/e^2 и т.н. сопротивления плёнки на квадрат R_{\square} , и может оказаться значительной. Ещё более значительной оказывается она в тонких вискерах. Одновременно они обнаружили, что флуктуации уменьшают сопротивление сверхпроводника в нормальной фазе, причём соответствующая поправка может оказаться значительной даже за пределами флуктуационной области. Их результат оказался в великолепном согласии с данными Гловера. Ещё одна независимая флуктуационная поправка была найдена Маки [45] и позже Томпсоном [46]. Указанные работы заложили основу микроскопической теории флуктуаций выше точки перехода. Разработанный в этих работах подход, однако, непригоден для исследования явлений, происходящих ниже точки перехода. В особенности, практически значимая область низких температур $T \ll \Delta$ требует принципиально других методов.

В 70-х годах произошёл перелом в понимании физики двумерных систем, начавшийся с работ Березинского [47], Костерлитца и Таулесса [48], в которых был предсказан фазовый переход нового типа, обусловленный взаимодействием вихрей. Это переход между режимом, в котором вихри противоположной ориентации связаны в пары, и режимом, в котором возникает конечная плотность неспаренных вихрей, называемый переходом БКТ по именам первооткрывателей. С математической точки зрения в момент перехода корреляционная функция параметра порядка меняет свою асимптотику на больших расстояниях со степенной на экспоненциальную. Изначально эти результаты были применены к двумерным ферромагнетикам и сверхтекучим жидкостям, и только впоследствии идея перехода БКТ была адаптирована к случаю сверхпроводников [49]. В двумерных сверхпроводниках переход происходит при температуре T_{BKT} , которая оказывается очень близка к T_c и лежит во флуктуационной области [50]. Сверху от перехода плёнка приобретает конечное сопротивление, поэтому для двумер-

ной системы истинной температурой сверхпроводящего перехода нужно считать именно T_{BKT} .

В это же время были обнаружены характерные для сверхпроводников низкоэнергетические коллективные моды. В 1974 году Карлсон и Голдман [51] пронаблюдали низкоэнергетическую коллективную моду в грязных алюминиевых плёнках при температурах чуть ниже T_c . Эта мода существует даже в массивных сверхпроводниках, однако, она оказывается недолгоживущей. В 1985 году Муи и Шён предсказали наличие звуковой моды с большим временем жизни в тонких сверхпроводящих проволоках [52]. Эта мода свойственна лишь низкоразмерным образцам, в которых кулоновское взаимодействие не приводит к возникновению щели на малых волновых векторах. В низких размерностях наличие моды Муи-Шёна играет важную роль, поскольку она формирует внутреннее низкоэнергетическое диссипативное окружение.

Понимание квантовых процессов в сверхпроводниковых структурах вышло на новый уровень в 80-х годах, когда стал возможен одновременный учёт квантовых флуктуаций и диссипации. К этому моменту в теории конденсированного состояния и, в частности, сверхпроводимости получил распространение фейнмановский функциональный интеграл, позволивший более наглядно формулировать многие задачи и удобный для построения различных приближений. Одной из ключевых предпосылок его успеха стала возможность строить эффективную теорию сложной системы в терминах интересующих степеней свободы напрямую, "проинтегрировавшись" по неинтересным переменным. В случае линейной связи интересующей системы с набором гармонических осцилляторов влияние последних описывается функционалом Фейнмана-Вернона [53]. Квантовомеханическое описание диссипативных систем, по-видимому, началось с работ Калдейры и Леггетта [54; 55], исследовавших влияние диссипации на туннелирование. Изначально мотивированные тем фактом, что динамика магнитного потока в сверхпроводящих квантовых интерферометрах (SQUID'ах) при низких температурах регулируется квантовым туннелированием (что следовало, в частности, из более ранних оценок Калдейры, сделанных в его диссертации, и, вероятно, наблюдалось экспериментально), они создали модель, удобную для описания квантовых процессов в присутствии линейного бозонного диссипативного окружения, которое мы также будем называть баней. В частности, эта модель позволяла учитывать омическую диссипацию в туннельных контактах. Вскоре было обнаружено, что диссипация способна на качественном уровне менять свой-

ства квантовых систем. Исследуя динамику квантовой частицы в периодическом потенциале с учётом омической диссипации, Шмид показал, что, в зависимости от силы диссипации, частица при нулевой температуре может демонстрировать либо диффузионное поведение, либо оказаться локализованной в одном из минимумов потенциала [56]. Как следствие этого, джозефсоновский контакт может находиться либо в сверхпроводящем состоянии с хорошо определённой фазой, либо в резистивном с делокализованной фазой, причём между ними имеет место квантовый фазовый переход по силе диссипации. Впоследствии наличие квантового диссипативного перехода было подтверждено экспериментально [57; 58], причём ниже точки перехода система демонстрировала изолирующее поведение. В 1984 году Амбегаокар, Эккерн и Шён получили эффективное действие джозефсоновского контакта [59], выраженное лишь в терминах переменной фазы параметра порядка, пригодное для исследования в нём квантовых свойств и учитывающее возбуждение квазичастиц и куперовских пар в его берегах. Важной его особенностью оказалось наличие диссипативного члена, возникающего из-за уноса энергии возбуждениями в берегах и, таким образом, отвечающего за внутреннюю диссипацию, имеющуюся в системе самой по себе без подключения к резервуару.

С развитием экспериментальных методов стало возможно изготовление достаточно тонких сверхпроводниковых проводов, в которых могли наблюдаться квантовые эффекты. Впервые факт того, что подобные образцы при низких температурах сохраняют заметное сопротивление, был отмечен в работе [60]. Это сопротивление не может быть объяснено в рамках модели термически активированных проскальзываний фазы, в которой сопротивление экспоненциально быстро падает при уменьшении температуры, и естественным объяснением его возникновения стали квантовые проскальзывания фазы. Позже появились другие работы, подтверждающие расхождения с теорией термически активированных проскальзываний фазы [61; 62]. Ранние попытки описать явление квантовых проскальзываний фазы провалились в силу многих неучтённых факторов, в частности, поскольку использовавшийся метод временной теории Гизбурга-Ландау не подходил для описания явлений, происходящих при $T \ll T_c$. Подходящая микроскопическая теория была представлена в работах [63—65], которые не только смогли количественно объяснить возникновение столь большого сопротивления и наблюдавшееся отрицательное магнитосопротивление, но и предсказали наличие квантового фазового перехода БКТ-типа, происходящего при нулевой

температуре по достижении некоторой критической толщины проволоки. Сама точка перехода задаётся условием $g = 16$, где g – т.н. безразмерный кондактанс проволоки, определённый как $g = 2\pi R_q/Z_w$, где $R_q = \hbar/e^2$ – квант сопротивления, а Z_w – волновой импеданс проволоки. Будучи решениями вихревого типа в пространстве-времени, они демонстрируют физику, сходную с физикой вихрей в двумерных сверхпроводниках. В то время как выше точки перехода проскальзывания фазы с противоположными ”зарядами” существуют в тесных парах, ниже точки перехода появляется конечная плотность неспаренных проскальзываний фазы, которые разрушают фазовую когерентность на больших масштабах. В результате проволока переходит в изолирующее состояние, приобретая сопротивление, не исчезающее даже при нулевой температуре (в бесконечной проволоке оно должно расходиться при стремлении температуры к нулю). Разработанная теория с успехом подтвердилась в ключевых исследованиях [66; 67].

Другим важным аспектом физики сверхпроводящих нанопроволок является наличие диссипативного окружения из мод Муи-Шёна. Именно диссипация на низких энергиях ответственна за взаимодействие проскальзываний фазы на больших расстояниях и, как следствие, отчасти за возникающее сопротивление и квантовый фазовый переход БКТ. При помещении джозефсоновского барьера внутрь проволоки наличие бани мод Муи-Шёна приводит к физике в духе шунтированных сопротивлением джозефсоновских контактов, уменьшая бездиссипативный ток, способный течь по проволоке [68]. Сами по себе моды Муи-Шёна вместе с флуктуациями модуля параметра порядка ответственны за флуктуационное уменьшение среднего значения сверхпроводящей щели [69], которое должно становиться более выраженным с уменьшением толщины образца.

В 2013 году было теоретически показано, что замкнутые квазиодномерные сверхпроводниковые кольца сохраняют способность проводить незатухающий (бездиссипативный) электрический ток при пропускании через них магнитного потока [70]. Для колец больших периметров он оказывается экспоненциально подавленным на масштабах больше корреляционной длины L_c в ”изолирующей” фазе с распаренными проскальзываниями фазы. Этот результат продемонстрировал, что в этой фазе сверхпроводящие свойства разрушаются не полностью на конечных масштабах. В данном случае причиной оказывается отсутствие в замкнутых кольцах внутренней диссипации. В указанной работе также было построено эффективное действие в терминах дуальной переменной, удобное для описания физики проскальзываний фазы. По форме это действие модели

синус-Гордона, что позволяет пользоваться аналогиями с другими физическими системами.

Таким образом, было установлено, что флуктуации – как термически активированные, так и квантовые – значительно влияют на физику сверхпроводящих нанопроволок, придавая им ненулевое сопротивление и уменьшая величину сверхпроводящей щели. Даже при крайне низких температурах квантовые флуктуации играют ключевую роль в физике таких систем, что особенно ярко проявляется в возникновении квантового фазового перехода БКТ-типа, в ходе которого система переходит в изолирующее состояние, в котором когерентность фазы на больших масштабах подавляется.

В то же время, о влиянии флуктуаций на локальные характеристики системы было известно немного. Будучи доступными для наблюдений в туннельных экспериментах, они служат дополнительным источником информации о системе и требуют отдельного анализа, который и стал одной из основных задач в данной работе. Необходимость такого исследования подкрепляется также появлением экспериментальных данных группы К. Арутюнова о свойствах туннельных контактов со сверхпроводящими нанопроволоками, находящимися в ”изолирующей” фазе. Объяснение наблюдаемых в эксперименте различий между кривыми зависимости сопротивления от температуры для образцов с близкими параметрами, а также зависящего от температуры и толщины образца размытия туннельной вольт-амперной характеристики проволоки также стало предметом исследования автора.

Целью данной работы является теоретическое исследование свойств сверхпроводящих нанопроволок, доступных для наблюдения в туннельных экспериментах.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Построить теоретическую модель, описывающую влияние флуктуаций на одночастичные свойства низкоразмерных сверхпроводников.
2. Вычислить флуктуационную поправку к плотности одночастичных состояний сверхпроводящих нанопроволок и сверхтонких плёнок.
3. Исследовать способность сверхпроводящих нанопроволок проводить бездиссипативный ток по конечному участку в туннельных экспериментах.

4. Объяснить наблюдающееся экспериментально сильное изменение зависимости сопротивления образца от температуры при незначительном изменении параметров образца, а также сопоставить наблюдаемое уширение туннельной вольт-амперной характеристики с развитой теорией флуктуационных поправок к одночастичной плотности состояний.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются оригинальными и получены впервые.

Теоретическая и практическая значимость настоящей диссертационной работы состоит в разработке теории, объясняющей наблюдаемые в эксперименте явления и обладающей предсказательной силой. Результаты проделанной работы позволяют понять особенности сверхпроводящего состояния в квазиодномерных сверхпроводниках. Полученные результаты могут найти применение в области физики мезоскопических структур, имея непосредственное отношение также и к цепочкам джозефсоновских контактов, являющихся основой лучших на настоящий момент твердотельных кубитов.

Методология и методы исследования. В ходе работы был использован широкий спектр современных методов физики конденсированного состояния, включая методы функционального интегрирования, эффективного действия, квазиклассических функций Грина и специально разработанную автором версию вариационного метода.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Влияние флуктуаций на одночастичные свойства длинных сверхпроводящих нанопроволок в типичных для экспериментов условиях в лидирующем порядке эквивалентно воздействию омического диссипативного окружения.
2. Плотность одночастичных состояний сверхпроводящих нанопроволок как функция энергии претерпевает значительные изменения в результате воздействия флуктуаций фазы параметра порядка. При всех температурах, включая нулевую, происходит размытие характерных особенностей плотности состояний вблизи края щели. А при отличных от нуля температурах состояния также возникают внутри щели.
3. В сверхтонких неупорядоченных сверхпроводниковых плёнках влияние флуктуаций на плотность состояний оказывается значимым при промежуточных температурах. В этом режиме плотность возникающих подщелевых состояний распределена по всей подщелевой области, а величина

эффекта оказывается заметной даже вдали от перехода сверхпроводник-изолятор, происходящего при достаточно сильном беспорядке.

4. Флуктуации фазы подавляют бездиссипативный ток в сверхпроводящих нанопроволоках при туннельных измерениях. Они не только уменьшают его абсолютную величину, но и существенно видоизменяют соотношение ток-фаза в системе. При достижении критической площади поперечного сечения в системе происходит квантовый фазовый переход, относящийся к классу эквивалентности перехода Шмида, в ходе которого способность проводить бездиссипативный ток либо утрачивается полностью, либо существенно подавляется, в зависимости от типа системы.
5. Сверхпроводящие нанопроволоки в изолирующей фазе демонстрируют поведение, характеризующееся сочетанием локальной сверхпроводимости и эффективной локализации на больших расстояниях. В этом режиме проволоки приобретают сопротивление, зависимость которого от температуры определяется соотношением между длиной образца и критическим масштабом БКТ перехода. В то же время образцы могут сохранять способность проводить бездиссипативный ток по конечному участку, а также сохраняют хорошо определённую щель в спектре при низких температурах.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на международных конференциях "Frontiers of Quantum and Mesoscopic Thermodynamics" FQMT'17 (Прага, Чехия, 2017), "Superconducting Quantum Technologies" SQT'18 (Москва, Россия, 2018), "Quantum Coherent Phenomena at Nanoscale" QCPN'19 (Искья, Италия, 2019) и "Frontiers of Quantum and Mesoscopic Thermodynamics" FQMT'21 (Прага, Чехия, 2021), "7-th International Conference on Superconductivity and magnetism" ICSM2020 (Бодрум, Турция, 2021), а также на семинарах по физике твёрдого тела и теории конденсированного состояния ОТФ ФИАН.

Личный вклад. Все теоретические результаты были получены автором лично, либо при его непосредственном участии. Анализ экспериментальных данных также был выполнен автором лично.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 печатных изданиях, 8 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 8 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и приложения. Во **введении** приводится история физики сверхпроводников с акцентом на низкоразмерные системы и флуктуационные явления в них, а также излагаются основные идеи области. В **первой главе** исследуется влияние флуктуаций на плотность состояний низкоразмерных сверхпроводников, а также приводится краткий экскурс в физику сверхпроводниковых нанопроволок. Во **второй главе** исследуется способность сверхпроводящих нанопроволок проводить бездиссипативный ток в туннельных экспериментах. **Третья глава** посвящена исследованию "изолирующего" состояния сверхпроводящих нанопроволок, выполненного при сотрудничестве с экспериментальной группой К. Арутюнова. В **заключении** излагаются основные результаты диссертации. **Приложение** содержит некоторые данные и выкладки, не приведённые в основной части третьей главы.

Полный объём диссертации составляет 88 страниц, включая 14 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 106 наименований.

Глава 1. Флуктуации и плотность состояний

1.1 Краткий экскурс в теорию флуктуаций в сверхпроводящих нанопроволоках

Сверхпроводящие свойства сверхпроводников s-типа описываются в терминах комплексного поля параметра порядка $\Delta(x,t)e^{i\varphi(x,t)}$. Ниже критической температуры сверхпроводящего перехода модуль параметра порядка приобретает ненулевое среднее значение Δ_0 . Ситуация, когда отклонения от этого среднего несущественны (например, в массивных трёхмерных образцах), описывается теорией БКШ [13]. В эффективно низкоразмерных образцах учёт флуктуаций становится необходим, как показывает, например, теорема Мермина-Вагнера [37].

Флуктуации в сверхпроводящих нанопроволоках делятся на два класса: гладкие вариации параметра порядка и проскальзывания фазы, см. Рис.1.1 и ссылку [69]. Последние представляют из себя пространственно-временные конфигурации, в которых в определённой точке в пространстве-времени модуль параметра порядка обращается в ноль, а фаза изменяется на $\pm 2\pi$.

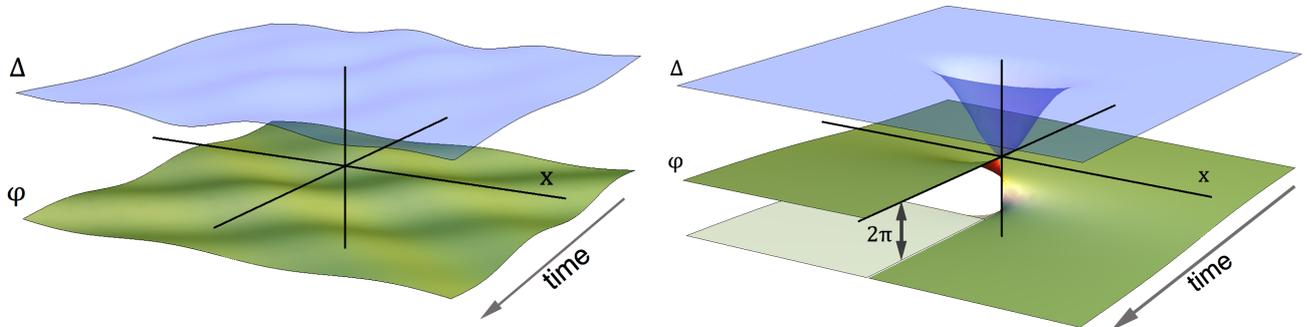


Рисунок 1.1 — Типы флуктуаций в сверхпроводящих нанопроволоках. Слева: гладкие вариации параметра порядка. Справа: проскальзывания фазы.

Гладкие флуктуации удобно изучать, пользуясь эффективным действием, полученным путём микроскопического вычисления в [69], которое описывает совместную динамику отклонений параметра порядка от Δ_0 и электромагнитного поля.

Возбуждения модуля параметра порядка оказываются массивными как следствие того, что уравнение согласования фиксирует его. Энергия, необходимая

на возбуждение подобных флуктуаций, составляет $2\Delta_0$, что делает их маловероятными при низких температурах. В материалах с электрон-дырочной симметрией вариации параметра порядка в линейном порядке оказываются несвязанными с электромагнитным полем, что препятствует их наблюдению и не оставляет им возможности заметно влиять на электромагнитные свойства системы. Интенсивность квантовых флуктуаций модуля параметра порядка регулируется безразмерным параметром $g_\xi = R_q/R_\xi$, где $R_q = h/e^2$ – квант сопротивления, а R_ξ – сопротивление участка проволоки размера длины когерентности ξ . Параметр g_ξ пропорционален площади поперечного сечения проволоки s и становится порядка единицы лишь в очень тонких образцах.

Спектр возбуждений фазы оказывается звуковым с $\omega = kv$, а сами возбуждения носят название плазменных мод Муи-Шёна. С помощью функционального интегрирования по электромагнитному полю легко получить эффективное действие, описывающее эти возбуждения в терминах фазы параметра порядка, классический вариант которого даётся выражением

$$S_{eff}[\varphi] = \frac{C}{8e^2} \int dt \int dx \left(\dot{\varphi}^2 - v^2 (\nabla \varphi)^2 \right), \quad (1.1)$$

где C – ёмкость единицы длины провода, а v – скорость мод Муи-Шёна, зависящая от площади поперечного сечения s как $v \propto \sqrt{s}$. Пользуясь соотношениями Джозефсона, легко убедиться, что первый член связан с ёмкостной энергией проволоки, а второй – с кинетической индуктивностью сверхпроводящего конденсата. Интенсивность таких флуктуаций регулируется безразмерным параметром

$$g = 2\pi C v / e^2 = R_q / Z_w, \quad (1.2)$$

где Z_w – волновой импеданс проволоки.

Микроскопический анализ показывает, что при выполнении имеющего место в типичных экспериментах условия $\sqrt{\frac{C}{\nu_0 e^2 s}} \ll 1$ или, эквивалентно, $g_\xi \ll g$ отклонения от соотношения Джозефсона $V = -\frac{1}{2e} \dot{\varphi}$ оказываются подавлены на низких энергиях [69] (здесь ν_0 – плотность состояний на уровне Ферми, а V, A – потенциалы электромагнитного поля). Вследствие этого, действие (1.1) очень хорошо описывает гладкие флуктуации на низких энергиях.

Квантовые проскальзывания фазы – процессы квантовополевого туннелирования, в ходе которых модуль параметра порядка обращается в ноль в некоторой точке в некоторый момент и просаживается на участке проволоки длины порядка ξ на время порядка ξ/v (в зависимости от длины проволоки и других параметров

эти масштабы могут оказаться иными), в области вокруг этой точки, называемой ядром. В типичной ситуации действие такой конфигурации велико, и амплитуда квантовых проскальзываний фазы γ_{QPS} оказывается экспоненциально мала,

$$\gamma_{QPS} \approx \frac{g\xi\Delta_0}{\xi} e^{-ag\xi}, \quad (1.3)$$

где a – константа порядка единицы. За пределами ядра модуль параметра порядка восстанавливается до своего среднеполевого значения, в то время как для фазы это невозможно, поскольку, в силу аналитичности параметра порядка, её набег вокруг центра остаётся равным $\pm 2\pi$. Будучи вихрями в пространстве-времени, эти конфигурации взаимодействуют, причём потенциал их взаимодействия (действие) на больших расстояниях R сводится к $8g \log(R/\xi)$. Эта ситуация в точности повторяет условия возникновения перехода БКТ, который, соответственно, в исследуемой системе имеет место при $g = 16$.

При $g > 16$, иными словами, в более толстых проволоках, квантовые проскальзывания фазы существуют лишь в относительно тесных ”нейтральных” парах. В этой фазе проскальзывания фазы можно учитывать пертурбативно. Главный их эффект – возникновение сопротивления $R(T) \propto T^{g/4-3}\gamma_{QPS}^2$, стремящегося к нулю степенным образом при понижении температуры.

При $g < 16$ возникает конечная плотность неспаренных проскальзываний фазы, а их эффекты перестают быть пертурбативными. Корреляционная функция фазы начинает затухать с расстоянием экспоненциально как e^{-L/L_c} с $L_c \sim \xi e^{-ag\xi/(2-g/8)}$, расходящейся при приближении в точке перехода БКТ. Изменение характера коррелятора фазы можно интерпретировать как локализацию куперовских пар на масштабе L_c . Все сверхпроводящие свойства образцов, обусловленные фазовой когерентностью, экспоненциально подавляются на масштабах $L \gg L_c$. Одним из проявлений этого служит экспоненциальное подавление незатухающего тока в тонких сверхпроводниковых кольцах большой длины.

Для описания квантовых проскальзываний фазы удобно пользоваться эффективным действием [70]

$$S_{eff} = \frac{1}{\pi g v} \int dt \int dx \left(\dot{\chi}^2 - v^2 (\nabla \chi)^2 \right) + \gamma_{QPS} \int dt \int dx \cos \chi, \quad (1.4)$$

выраженным в терминах дуальной фазы переменной $\chi(x,t)$, соответствующей заряду, прошедшему через точку x проволоки к моменту времени t (см. 2.34). Тот

факт, что это действие модели синус-Гордона, позволяет не только удобно вычислять поправки по γ_{QPS} выше точки перехода БКТ, но и делать некоторые заключения о свойствах системы ниже точки перехода.

В ходе дальнейшего изложения будут использованы следующие методы и подходы: метод функционального интегрирования, мацубаровская диаграммная техника, техника Келдыша, метод квазиклассических функций Грина [71; 72], метод эффективного действия [69; 73], вариационный метод [74], а также численные методы для анализа данных и моделирования теоретических зависимостей.

1.2 Предварительные замечания о плотности состояний

О влиянии кулоновского взаимодействия и флуктуаций на плотность состояний нормальных металлов и сверхпроводников хорошо известно. В туннельных экспериментах локальная плотность состояний определяет ток, текущий через контакт при приложении напряжения, что делает её доступной для экспериментального наблюдения. В неупорядоченных нормальных металлах известным следствием взаимодействия является аномалия на малых напряжениях (*Zero bias anomaly*) – значительное подавление туннельного тока при малых напряжениях. [75]. При очень низких температурах и энергиях это явление непертурбативно по взаимодействию, и получение ответа требует пересуммирования диаграммных рядов. Наглядная квазиклассическая интерпретация явления была дана в [76], где было показано, что подавление тока – следствие того, что после туннелирования через контакт электрон ‘застревает’ в неупорядоченном электронном газе, что сильно увеличивает значение туннельной экспоненты на малых энергиях.

В сверхпроводниках эффект изучен выше температуры сверхпроводящего перехода [50]. Заключается он в том, что сверхпроводящие корреляции приводят к возникновению дополнительной флуктуационной поправки, растущей при приближении к точке перехода сверху. Эта поправка уменьшает плотность состояний на низких энергиях, перебрасывая состояния на $E \sim 1/\tau_{GL}$. Ниже точки перехода, в силу особенностей плотности состояний вблизи края щели, необходим непертурбативный анализ этого явления, насколько известно автору, ранее не проводившийся.

Теория БКШ для локальной плотности состояний сверхпроводника ниже точки перехода даёт выражение

$$\nu_{BCS}(E) = \nu_0 \operatorname{Re} \frac{E}{\sqrt{(E + i0)^2 - \Delta^2}} = \nu_0 \theta(|E| - \Delta) \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \quad (1.5)$$

Характерными особенностями тут являются наличие щели при $|E| < \Delta$ и корневая сингулярность вблизи края щели. Эти особенности очень ярко отражаются на вольт-амперной характеристике (ВАХ) туннельного контакта сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник (SIS-контакта). Стандартная полупроводниковая модель [77] предсказывает резкий скачок тока при напряжении $eV = \Delta_1 + \Delta_2$, где Δ_1, Δ_2 – величины щели берегов контакта. При этом скачок не размывается даже при конечных температурах. В низких размерностях эта картина должна нарушаться флуктуациями. На практике кривые, получаемые в эксперименте, получаются размытыми, причём размытие тем сильнее, чем меньше толщина образца, что позволяет однозначно утверждать, что причина наблюдаемых изменений – флуктуации. В теории были предприняты попытки объяснить явление различными механизмами, от совсем экзотических флуктуаций константы сверхпроводящего спаривания [78; 79] до мезоскопических флуктуаций [80] и феноменологически введённых флуктуаций щели [81]. К сожалению, эти механизмы, по большей части, либо не имеют достаточного теоретического обоснования, либо работают в узкой области параметров. Работы, посвящённые одномерному случаю, в котором флуктуации наиболее сильны, автору не известны.

Настоящая глава посвящена изложению непертурбативного подхода, описывающего влияние флуктуаций на плотность состояний в низкоразмерных сверхпроводниках ниже температуры перехода. В ней в результате микроскопического вычисления выделен и найден лидирующий флуктуационный вклад, обусловленный переносом состояний плазменными модами. Вычисление проделано как для случая проволок, так и для плёнок. Результаты, приведённые в этой главе, опубликованы в статьях [99; 100].

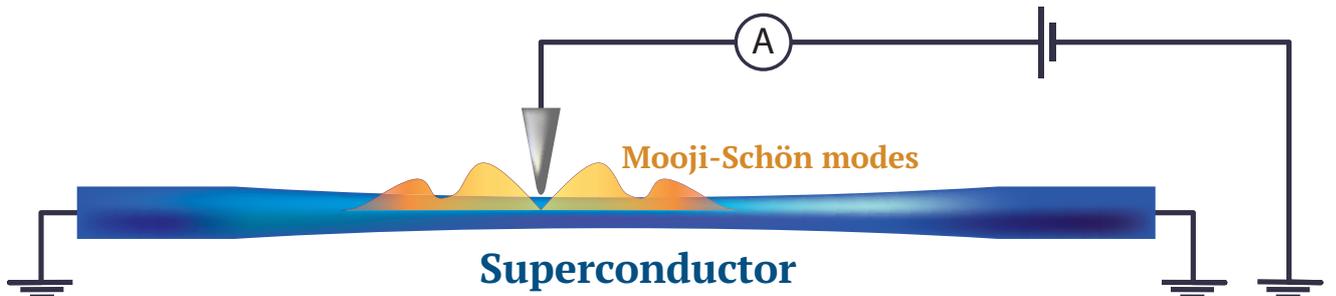


Рисунок 1.2 — Рассматриваемая система: сверхтонкая сверхпроводниковая проволока вместе с частью установки, предназначенной для измерений плотности состояний.

1.3 Модель

Ниже мы будем анализировать структуру, изображённую на Рис. 1.2. Длинная сверхпроводниковая проволока с достаточно малой площадью поперечного сечения s концами соединена с массивными сверхпроводящими резервуарами. Как обычно, сверхпроводящие свойства системы описываются полем параметра порядка $\Delta(x, t) = |\Delta(x, t)| \exp(i\varphi(x, t))$, который зависит от координаты вдоль проволоки x и времени t . Параметры проволоки выбраны такими, чтобы было возможно пренебречь флуктуациями модуля параметра порядка, значение которого $|\Delta(x, t)| = \Delta$ далее полагается постоянным в пространстве x и времени t . Напомним, что для этого необходимо положить $g_\xi \gg 1$. Напротив, флуктуации фазы параметра порядка $\varphi(x, t)$ вдоль проволоки допускаются. Зависимость параметра порядка от координаты поперёк проволоки также не учитывается, поскольку толщина проволоки полагается достаточно малой, $\sqrt{s} < \xi$.

Ниже предполагается, что проволока находится в состоянии термодинамического равновесия при температуре T , значительно меньшей величины сверхпроводящей щели, т.е. $T \ll \Delta$. Анализ выполнен в наиболее реалистичном с точки зрения эксперимента диффузионном пределе, когда длина свободного пробега электронов ℓ значительно меньше длины когерентности ξ .

1.4 Квазиклассическая функция Грина сверхпроводника в присутствии флуктуаций

Для решения задачи использовался формализм квазиклассических функций Грина в технике Келдыша. В её рамках одночастичные свойства системы описываются квазиклассической функцией Грина, зависящей от координаты и двух времён, имеющей обычную причинную структуру

$$\check{G}(t, t', x) = \begin{pmatrix} G^R(t, t', x) & G^K(t, t', x) \\ 0 & G^A(t, t', x) \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

Здесь $G^{R,A}$ - запаздывающая и опережающая функции Грина электронов, а G^K – келдышевская компонента. В седловом (среднеполевом) приближении для наиболее практически значимого случая грязного сверхпроводника \check{G} удовлетворяет уравнению Узаделя [71; 72]

$$[\partial_t \sigma_3 - i\check{\Delta} + ie\check{V}\sigma_0, \check{G}] - \frac{D}{2} \hat{\partial} [\check{G}, \hat{\partial}\check{G}] = 0 \quad (1.7)$$

с дополнительным условием нормировки $\check{G}^2 = \check{1}$. Здесь σ_a - матрицы Паули вместе с единичной матрицей σ_0 , действующие в пространстве спиноров Намбу, а $\hat{\partial}(\dots) = \partial_x(\dots) + ie [\check{A}_x \sigma_3, (\dots)]$ – ковариантная производная по пространству, где $D = v_F l_{el} / 3$ – коэффициент диффузии. Каждому из полей $X = V, A, \varphi$, имеющих в технике Келдыша компоненты X_F, X_B , определённые на частях временного контура Келдыша, бегущих вперёд (F) и назад (B), сопоставлена матрица $\check{X} = \begin{pmatrix} X_{cl} & X_q \\ X_q & X_{cl} \end{pmatrix}$, действующая в келдышевском пространстве, где $X_{cl,q} = (X_F \pm X_B) / 2$ – т.н. классическая и квантовая компоненты. Модулю параметра порядка сопоставлена матрица

$$\check{\Delta} = \tau_0 \otimes \begin{pmatrix} 0 & \Delta_+ \\ -\Delta_+^* & 0 \end{pmatrix} + \tau_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 & \Delta_- \\ -\Delta_-^* & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

где $\tau_{0,1}$ – соответствующие матрицы Паули, действующие в пространстве Келдыша. Произведения операторов включают в себя не только свёртку по индексам пространств Келдыша и Намбу, но и конволюцию по промежуточным временным аргументам.

$$(AB)(t_1, t_2, x) = \int dt A(t_1, t, x) B(t, t_2, x), \quad (1.9)$$

Нам также потребуется операция взятия следа, которая помимо перечисленного также включает интегрирование по пространственной координате.

$$\text{tr } A = \int dt dx \text{ tr } A(t, t, x). \quad (1.10)$$

Плотность состояний $\nu(E, x)$ с помощью функции Грина может быть найдена как

$$\nu(E, x) = \nu_0 \text{tr} \frac{\sigma_3}{4} (G^R(E, x) - G^A(E, x)), \quad (1.11)$$

где ν_0 – плотность состояний металла в нормальном состоянии на уровне Ферми, а

$$\check{G}(E, x) = \int d(t - t') e^{iE(t-t')} \check{G}(t, t', x) \quad (1.12)$$

– Фурье-образ функции Грина.

Наша задача – усреднить функцию Грина по всевозможным конфигурациям флуктуирующих полей V, A, Δ . В лидирующем порядке по отношению $g_\xi/g \sim \sqrt{\frac{C}{\nu_0 e^2 s}}$, которое обычно значительно превышает единицу, электромагнитные поля однозначно определяются фазой параметра порядка через соотношения Джозефсона $\check{V} = -\dot{\check{\Phi}}/2e$ и $\check{A}_x = \partial_x \check{\Phi}/2e$. Поэтому флуктуации электромагнитного поля вместе с фазой параметра порядка могут быть описаны в терминах одной фазы. Возбуждения модуля параметра порядка не только дают малый по указанному выше соотношению вклад, но также подавлены из-за наличия щели $2\Delta_0$ в спектре, что приводит к их дополнительному экспоненциальному подавлению при низкой температуре.

Для наших целей удобно произвести калибровочное преобразование функции Грина, которое оставляет модуль параметра порядка действительным, перемещая фазу в потенциалы электромагнитного поля

$$\check{G}(t, t', x) = e^{\frac{i}{2}\check{\Phi}(t, x)\sigma_3} \check{\check{G}}(t, t', x) e^{-\frac{i}{2}\check{\Phi}(t', x)\sigma_3}.$$

Преобразованная функция Грина $\check{\check{G}}$ удовлетворяет уравнению Узалея (1.7) с заменами

$$e\check{V} \rightarrow \check{\Phi} \equiv e\check{V} + \frac{\dot{\check{\Phi}}}{2}, \quad (1.13a)$$

$$e\check{A}_x \rightarrow \check{\mathcal{A}} \equiv e\check{A}_x - \frac{\partial_x \check{\Phi}}{2}, \quad (1.13b)$$

$$\Delta_{cl, q} \rightarrow |\Delta|_{cl, q}, \quad (1.13b)$$

Как следствие малости отношения g/g_ξ , мы пренебрегаем флуктуациями модуля параметра порядка и кладём $\Delta_{cl}(x,t) = \Delta$ и $\Delta_q = 0$. Также в силу приближённого выполнения соотношения Джозефсона можно положить $\Phi = 0$ и $\mathcal{A} = 0$. В результате этих упрощений уравнение Узаделя для повернутой функции Грина в присутствии флуктуаций сводится к уравнению для квазиклассической функции Грина обычного сверхпроводника. Как следствие, в нашем приближении \check{G} сводится к обычному результату $\check{\Lambda}$ для однородного сверхпроводника в состоянии термодинамического равновесия,

$$\check{G} = \check{\Lambda} = \begin{pmatrix} \Lambda^R & \Lambda^K \\ 0 & \Lambda^A \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

где

$$\Lambda_\varepsilon^R = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon + i0)^2 - \Delta^2}} \begin{pmatrix} \varepsilon & \Delta \\ -\Delta & -\varepsilon \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

$\Lambda^A = -\sigma_3(\Lambda^R)^\dagger\sigma_3$ и

$$\Lambda_\varepsilon^K = \Lambda_\varepsilon^R F_\varepsilon - F_\varepsilon \Lambda_\varepsilon^A. \quad (1.16)$$

Здесь $F_\varepsilon = \tanh \frac{\varepsilon}{2T}$ – равновесная электронная функция распределения. Тогда для исходной функции Грина имеем

$$\check{G}(t,t',x) \simeq e^{\frac{i}{2}\check{\varphi}(t,x)\sigma_3} \check{\Lambda}(t-t') e^{-\frac{i}{2}\check{\varphi}(t',x)\sigma_3}. \quad (1.17)$$

Здесь $\check{\Lambda}(t-t')$ – обратное преобразование Фурье от $\check{\Lambda}_\varepsilon$.

Остаётся лишь усреднить функцию Грина (1.17) по всевозможным конфигурациям фазы φ . Это усреднение производится с помощью функционального интеграла

$$\langle \check{G} \rangle_\varphi(t-t') = \int D\varphi \exp(iS_{\text{eff}}[\varphi]) \check{G}(t,t',x). \quad (1.18)$$

Тут $S_{\text{eff}}[\varphi]$ – эффективное действие, описывающее флуктуации фазы в системе. На низких энергиях оно даётся [65; 69; 73]

$$S_{\text{eff}}[\varphi] = \frac{C}{4e^2} \text{tr} \left[\begin{pmatrix} \varphi_{cl} & \varphi_q \end{pmatrix} \mathcal{V}^{-1} \begin{pmatrix} \varphi_{cl} \\ \varphi_q \end{pmatrix} \right], \quad (1.19)$$

где

$$\mathcal{V} = \begin{pmatrix} \mathcal{V}^K & \mathcal{V}^R \\ \mathcal{V}^A & 0 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

равновесный матричный келдышевский пропагатор плазменных мод, равный

$$\mathcal{V}^{R,A}(\omega, k) = \frac{1}{(\omega \pm i0)^2 - (kv)^2}, \quad (1.21)$$

$$\mathcal{V}^K(\omega, k) = (\mathcal{V}^R(\omega, k) - \mathcal{V}^A(\omega, k)) \coth \frac{\omega}{2T}. \quad (1.22)$$

1.5 Плотность состояний в сверхпроводниковых нанопроволоках

Теперь перейдём к выполнению намеченной выше программы и вычислим плотность состояний в случае сверхтонких проволок. Используя структуру $\check{\Lambda}$ в пространстве Намбу, после взятия гауссова функционального интеграла по φ получим

$$\begin{aligned} \nu(E) &= \nu_0 \int d(t-t') e^{iE(t-t')} \text{tr} \left\langle \frac{\tau_3 \sigma_3}{4} e^{\frac{i}{2} \check{\varphi}(t,x) \sigma_3} \check{\Lambda}(t-t') e^{-\frac{i}{2} \check{\varphi}(t',x) \sigma_3} \right\rangle_{\varphi} \\ &= \nu_0 \int dt e^{iEt} \text{tr} \left(\frac{\tau_3 \sigma_3}{4} \tau_a \check{\Lambda}(t) \tau_b \mathbb{B}^{ab}(t) \right), \end{aligned} \quad (1.23)$$

где индексы $a, b = \{0, 1\}$ относятся к пространству Келдыша,

$$\begin{aligned} \mathbb{B}(t) &= \begin{pmatrix} \mathbb{B}^K(t) & \mathbb{B}^R(t) \\ \mathbb{B}^A(t) & 0 \end{pmatrix} = e^{iE_C(\mathcal{V}^K(t) - \mathcal{V}^K(0))} \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \cos(E_C(\mathcal{V}^R(t) - \mathcal{V}^A(t))) & i \sin(E_C \mathcal{V}^R(t)) \\ i \sin(E_C \mathcal{V}^A(t)) & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.24)$$

и

$$\mathcal{V}(t) = \mathcal{V}(t, 0) = \int \frac{d\omega dk}{(2\pi)^2} e^{-i\omega t} \mathcal{V}(\omega, k). \quad (1.25)$$

Уравнение (1.23) описывает процессы испускания и поглощения многих плазмонов с помощью пропагатора флуктуирующих фазовых префакторов \mathbb{B} . Этот пропагатор удовлетворяет обычным соотношениям, следующим из причинности, а также бозонной флуктуационно-диссипационной теореме (ФДТ) (1.22) как следствие того, что система находится в состоянии термодинамического равновесия.

Далее после взятия следа по келдышевскому пространству применяем ФДТ для голой функции Грина $\check{\Lambda}$ и флуктуационного пропагатора и берём след по пространству Намбу, получая в итоге

$$\langle \nu \rangle_{\varphi}(E) = \frac{\nu_0}{4} \int dt e^{-iEt} \text{tr} \left(\sigma_3 (\Lambda^R(t) - \Lambda^A(t)) \mathbb{B}^K(t) + \sigma_3 \Lambda^K(t) (\mathbb{B}^R(t) - \mathbb{B}^A(t)) \right) \quad (1.26)$$

$$= \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \nu_{BCS}(\varepsilon) \mathbb{B}^K(E - \varepsilon) (1 + F_{\varepsilon} F_{E-\varepsilon}). \quad (1.27)$$

Легко заметить, что для $\varepsilon \gtrsim E + 2T$ комбинация $1 + F_{\varepsilon} F_{E-\varepsilon}$ затухает как $\propto \exp((E - \varepsilon)/T)$. Вследствие этого, на подщелевых энергиях плотность состояний подавлена как $\sim \exp((E - \Delta)/T)$, а при $T \rightarrow 0$ сверхпроводящая щель Δ не изменяется модами Муи-Шёна. Вычисляя \mathbb{B}^K из Ур. (1.24), находим

$$\mathbb{B}^K(t) = \exp \left(-\frac{1}{g} \int_0^{\omega_c} d\omega \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega} \coth \left(\frac{\omega}{2T} \right) \right) \times \cos \left(\frac{1}{g} \int_0^{\omega_c} d\omega \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right). \quad (1.28)$$

Здесь и ниже мы определяем

$$\int_{-\omega_c, 0}^{\omega_c} d\omega (...) = \int_{-\infty, 0}^{\infty} d\omega e^{-\frac{|\omega|}{\omega_c}} (...),$$

где $\omega_c \sim \Delta$ задаёт обрезание на высоких энергиях, которое естественным образом следует из того, что эффективное действие (1.19)-(1.22) применимо лишь для энергий, значительно меньших величины сверхпроводящей щели.

Легко видеть, что $\mathbb{B}^K(t = 0) = 1$ и, следовательно,

$$\int dE (\nu(E) - \nu_{BCS}(E)) = 0. \quad (1.29)$$

Это тождество означает, что флуктуации перераспределяют состояния между различными энергиями, но не изменяют полное (проинтегрированное по энергии) число состояний.

При низких температурах выражение (1.28) можно явно вычислить. Результатом будет

$$\mathbb{B}^K(t) = \left(\frac{\sinh(\pi T t)}{\pi T t} \sqrt{1 + (\omega_c t)^2} \right)^{-1/g} \times \cos \left(\frac{\arctan(\omega_c t)}{g} \right). \quad (1.30)$$

Для того, чтобы получить $\mathbb{B}^K(\omega)$, удобно выразить его через мацубаровский пропагатор флуктуаций фазы, аналитически продолженный на комплексную плоскость. Для этой цели определим

$$\mathbb{B}^K(t) = \frac{1}{2} \sum_{\pm} e^{-(\mathfrak{D}(0) - \mathfrak{D}(t \pm i0))/g}, \quad (1.31)$$

где введён пропагатор

$$\mathfrak{D}(t \pm i0) = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \frac{d\omega}{2\omega} e^{-i\omega t} \left(\coth\left(\frac{\omega}{2T}\right) \mp 1 \right). \quad (1.32)$$

Этот пропагатор периодичен по мнимому времени и имеет разрезы при $\text{Im } t = \beta n$ с $\beta = 1/T$, где $n \in \mathbb{Z}$. Сдвигая контур интегрирования, получим

$$\mathbb{B}^K(\omega) = \cosh\left(\frac{\beta\omega}{2}\right) \int dt e^{-i\omega t} \mathbb{B}^K\left(t + \frac{i\beta}{2}\right), \quad (1.33)$$

где

$$\mathbb{B}^K\left(t + \frac{i\beta}{2}\right) = \exp\left(-\frac{1}{g} \int_0^{\omega_c} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\cosh\left(\frac{\omega}{2T}\right) - \cos(\omega t)}{\sinh\left(\frac{\omega}{2T}\right)}\right) \quad (1.34)$$

Полученные интегралы легко оцениваются. В результате

$$\mathbb{B}^K(\omega) \simeq \cosh\left(\frac{\beta\omega}{2}\right) \left(\frac{2\pi T}{\omega_c}\right)^{1/g} \frac{\left|\Gamma\left(\frac{1}{2g} + \frac{i\omega}{2\pi T}\right)\right|^2}{2\pi T \Gamma(1/g)}, \quad (1.35)$$

для частот ω , значительно меньших щели Δ . Для $\omega \ll T$ равенство (1.35) сводится к

$$\mathbb{B}^K(\omega) \simeq \frac{1}{g\omega_c} \left(\frac{2\pi T}{\omega_c}\right)^{1/g} \frac{2\pi T}{\omega^2 + (\pi T/g)^2}, \quad (1.36)$$

в то время как на больших частотах $T \ll \omega \ll \Delta$ находим

$$\mathbb{B}^K(\omega) \simeq \frac{\pi}{\omega_c \Gamma(1/g)} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/g-1}. \quad (1.37)$$

Используя полученные выше выражения, для энергий вблизи сверхпроводящей щели Δ приходим к следующему результату для плотности состояний:

$$\nu(\Delta + \omega) = \frac{\nu_0 \sqrt{\Delta}}{\sqrt{2}} \left(\frac{2\pi T}{\Delta}\right)^{1/g} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k + 1/g)}{k! \Gamma(1/g)} \text{Re} \frac{e^{-\frac{i\pi}{2g}}}{\sqrt{\omega + 2i\pi T \left(\frac{1}{2g} + k\right)}}. \quad (1.38)$$

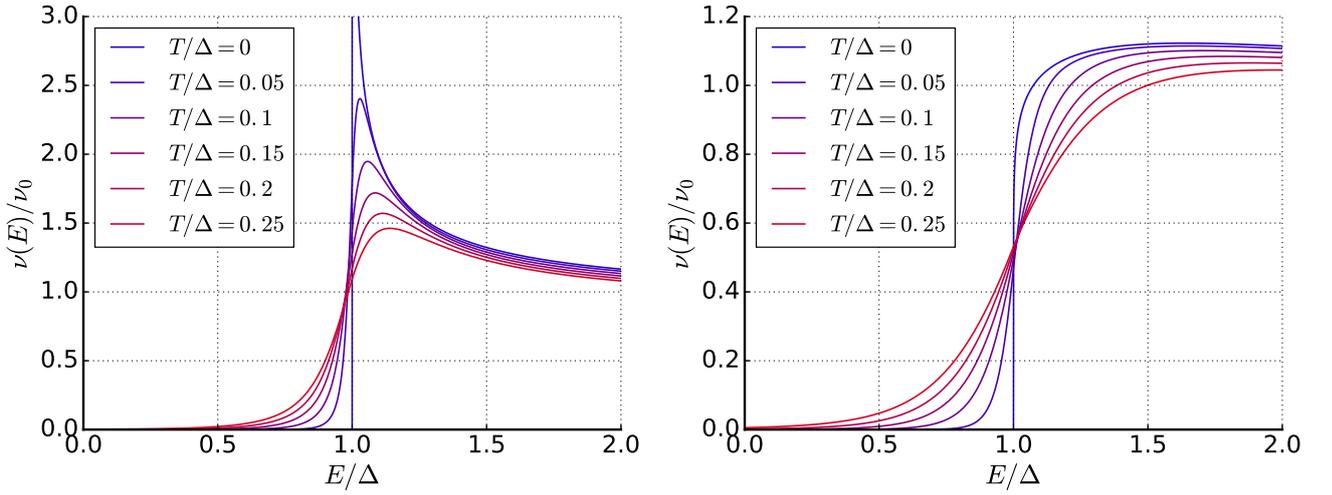


Рисунок 1.3 — Зависимость от энергии нормированной электронной плотности состояний $\nu(E)/\nu_0$ сверхпроводящих нанопроволок при разных температурах для двух значений $g = 5$ (слева) и $g = 1.67$ (справа). Энергия E и температура T выражены в единицах Δ .

Зависимость от энергии плотности состояний $\nu(E)$ сверхпроводниковых нанопроволок в присутствии фазовых флуктуаций продемонстрирована на Рис. (1.3) при разных температурах для двух различных значений безразмерного кондактанса g (1.2). Видно, что при любой ненулевой температуре T сингулярность вблизи края щели $E \rightarrow \Delta$ подавляется взаимодействием между электронами и плазменными модами Муи-Шёна. По той же причине плотность состояний для энергий, лежащих внутри щели $0 < E < \Delta$, остаётся ненулевой при конечных T , причём

$$\nu(E) \propto \exp((E - \Delta)/T). \quad (1.39)$$

Хочется также указать на качественное различие плотности состояний между случаями, показанными слева и справа на Рис. (1.3) для энергий вблизи щели. В то время как при больших значениях g функция $\nu(E)$ демонстрирует немонотонное поведение на этих энергиях (слева), для меньших g плотность состояний с уменьшением энергии падает монотонно при E , лежащих вблизи щели (справа).

В пределе нулевой температуры $T \rightarrow 0$ и для $E - \Delta \ll \Delta$ получим

$$\nu(E) \simeq \frac{\nu_0 \sqrt{\pi} \theta(E - \Delta)}{\sqrt{2} \Gamma(\frac{1}{2} + \frac{1}{g})} \left(\frac{E - \Delta}{\Delta} \right)^{\frac{1}{g} - \frac{1}{2}}. \quad (1.40)$$

Легко видеть, что при $E < \Delta$ плотность состояний (1.40) равна нулю при всех g , а поведение $\nu(E)$ для надщелевых энергий заметно различается, в зависимости от безразмерного кондактанса g . При $g > 2$ (т.е. для более толстых проволок)

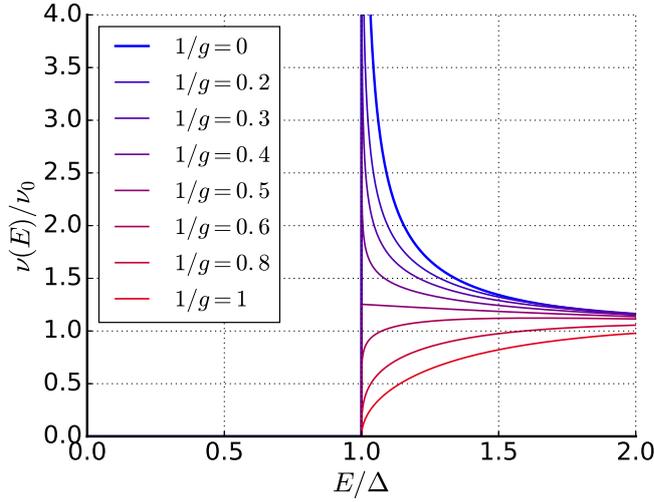


Рисунок 1.4 — Зависимость от энергии нормированной электронной плотности состояний $\nu(E)/\nu_0$ сверхпроводящих нанопроволок при $T = 0$ для разных значений g .

сингулярность на $E \rightarrow \Delta$ выживает, однако, становясь слабее с уменьшением g . Напротив, при $g < 2$ (соответствующем более тонким проволокам) сингулярность в плотности состояний полностью исчезает в результате интенсивных флуктуаций, и $\nu(E)$ стремится к нулю при $E \rightarrow \Delta$ по степенному закону (1.40). Это поведение проиллюстрировано на Рис. (1.4).

1.6 Плотность состояний в сверхтонких сверхпроводниковых плёнках

Теперь обратимся к случаю сверхтонкой плёнки с толщиной $d \ll \xi$. В этом случае сначала необходимо вывести эффективное действие в терминах фазы параметра порядка. Это можно сделать, используя полное эффективное действие, описывающее совместные флуктуации параметра порядка и электромагнитного поля $S[\varphi, V, A]$, см. [69], взяв гауссов функциональный интеграл по A, V ,

$$e^{iS_{\text{eff}}[\varphi]} = e^{\frac{i}{8} \text{tr}(\bar{\varphi}^T \mathcal{V}^{-1} \bar{\varphi})} = \int DVDA e^{iS[\varphi, V, A]}. \quad (1.41)$$

Магнитными эффектами можно пренебречь, поскольку кинетическая индуктивность сверхпроводника значительно превышает геометрическую в типичных условиях эксперимента. В этом случае интегрирование приводит к результату [69]

$$(\mathcal{V}^R)^{-1}(\omega, q) \simeq 2s \frac{\left(\frac{\chi_J(\omega+i0)^2}{e^2} - \frac{\chi_L q^2}{m^2} \right) (U_c^{-1}/s + \chi_D q^2) - \frac{\chi_L \chi_J q^2}{m^2}}{U_c^{-1}/s + \chi_J + \chi_D q^2}. \quad (1.42)$$

Эта формула работает для нанопроволок и может быть продолжена на случай плёнок с помощью простой замены $s \rightarrow d$. В пределе $\omega, Dq^2 \ll \Delta$ ($D = v_{Fl}/3$ – коэффициент диффузии) для ядер $\chi_{J,L,D}$ верны выражения [65; 73]

$$\chi_J \simeq e^2 v_0, \quad \chi_L \simeq \pi m^2 v_0 D \Delta, \quad \chi_D \simeq \frac{e^2 v_0 D}{8\Delta}. \quad (1.43)$$

Для обратного кулоновского потенциала необходимо использовать $U_c^{-1} = C$ в случае сильного экранирования электрического поля подложкой (C – ёмкость на единицу площади), и $U_c^{-1} = |q|/2\pi$ в случае отсутствия экранирования. Соотношение Джозефсона выполняется при условии $\chi_J \gg U_c^{-1}/s, \chi_D q^2$. На низких энергиях это условие выполняется в типичных экспериментальных установках, что приводит ещё к одному упрощению:

$$(\mathcal{V}^R)^{-1}(\omega, q) = \begin{cases} \frac{|q|(\omega+i0)^2}{\pi e^2} - 2d\pi v_0 D \Delta q^2, & 2D, \text{ неэкранированный,} \\ \frac{2C(\omega+i0)^2}{e^2} - 2d\pi v_0 D \Delta q^2, & 2D, \text{ экранированный.} \end{cases} \quad (1.44)$$

Теперь можно найти пропагатор флуктуирующих фазовых префакторов \mathbb{B} (1.24) и саму плотность состояний. Для начала вычислим плазмонную спектральную плотность $J(\omega)$, определяемую как

$$J(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \text{Im}(\mathcal{V}^R(\omega, q)) = \begin{cases} \text{sign}(\omega)/4\pi^2 g \Delta, & 2D, \text{ неэкранированный,} \\ \text{sign}(\omega)/8\pi^2 g \Delta, & 2D, \text{ экранированный.} \end{cases} \quad (1.45)$$

Здесь безразмерный параметр g_{2D} равен $g_{2D} = R_q/2\pi R_{\square} = v_0 D d$, где, как обычно, $R_q = 2\pi/e^2$ – квант сопротивления, а R_{\square} – кондактанс плёнки в нормальном состоянии на квадрат. В дальнейшем анализе мы ограничимся случаем не слишком грязных плёнок с $g_{2D} \gg 1$, в котором подавление критической температуры T_c кулоновскими эффектами остаётся незначительным [82].

Можно заметить, что между двумя противоположными предельными случаями полного и вообще отсутствующего экранирования $J(\omega)$ (1.45) различается только множителем 2, что указывает на то, что флуктуационные эффекты в 2D слабо зависят от подложки, в отличие от одномерного случая. Поэтому достаточно ограничиться исследованием, например, неэкранированного случая, а ответ для экранированного получить подстановкой $g_{2D} \rightarrow 2g_{2D}$.

Для \mathbb{B} получим

$$\mathbb{B}^K(t) = e^{-\int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\omega J(\omega) \coth\left(\frac{\omega}{2T}\right) (1 - \cos(\omega t))} \cos\left(\int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\omega J(\omega) \sin(\omega t)\right), \quad (1.46)$$

что приводит к

$$\mathbb{B}_\omega^K \approx \begin{cases} \cosh\left(\frac{\beta\omega}{2}\right) \left(\frac{2\pi T}{\omega_c}\right)^{1/g} \frac{|\Gamma(\frac{1}{2g} + \frac{i\omega}{2\pi T})|^2}{2\pi T \Gamma(1/g)}, & 1D \\ \frac{\pi}{T\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\omega}{T}\right)^{\alpha-1} e^{-|\omega|/T}, & 2D \end{cases} \quad (1.47)$$

с $\alpha = T/\pi^2 g_{2D} \Delta$, где $\omega_c \sim \Delta$, как обычно, – частота обрезания. Комбинируя полученное выражение с Ур. (1.27), приходим к выражению для плотности состояний. Как и в одномерном случае, для $|\varepsilon| < \Delta$ плотность состояний экспоненциально подавлена как $\sim \exp((|E| - \Delta)/T)$ и, как следствие, при $T \rightarrow 0$ подщелевых состояний не возникает. Поскольку $\mathbb{B}_0^K = 1$, полное число состояний также сохраняется, $\int (\nu(E) - \nu_{\text{BCS}}(E)) dE = 0$.

В целом, по сравнению с одномерным случаем, эффект флуктуаций оказывается значительно слабее. Сингулярность вблизи края щели выживает даже при $T \neq 0$, однако её степень меняется на $(E - \Delta)^{\alpha-1/2}$. Вероятно, наиболее значимым эффектом в двумерном случае оказывается появление подщелевых состояний. Для $\alpha \ll 1$ имеем

$$\nu(\Delta - \omega) \approx \frac{\alpha\nu_0}{2} \sqrt{\frac{\Delta}{2\omega}} \times \begin{cases} \pi, & \omega \ll T \\ \sqrt{\frac{2\pi T}{\omega}} e^{-2\omega/T}, & T \ll \omega \ll \Delta. \end{cases} \quad (1.48)$$

Эффект пропорционален α вплоть до самых низких температур и исчезает при $T \rightarrow 0$. При $T \sim \Delta$ подщелевая плотность состояний демонстрирует степенное поведение, расходясь при $E = \Delta$. Для подобных температур эта поправка к плотности состояний может быть значима даже в образцах с относительно большими g , находящихся очень далеко от точки перехода сверхпроводник-изолятор.

Результаты для плотности состояний показаны на Рис. 1.5

1.7 Обсуждение и результаты

В этой главе было изучено влияние флуктуаций фазы параметра порядка и связанных с ними плазменных мод Муи-Шёна на плотность состояний сверхтонких сверхпроводящих проволок и плёнок. Указанный механизм возникновения флуктуационных поправок является лидирующим в обоих случаях, поскольку флуктуации модуля параметра порядка оказываются подавленными как в силу

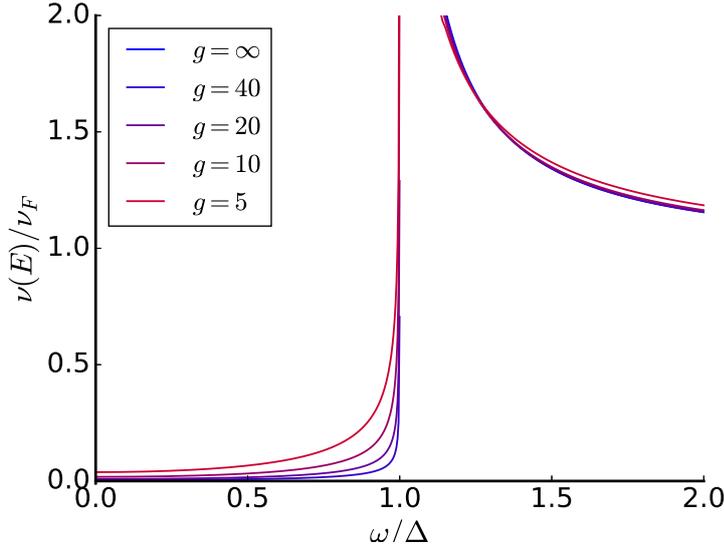


Рисунок 1.5 — Плотность состояний в двумерном случае для $T \sim \Delta$ и разных g_{2D} .

наличия щели 2Δ в спектре, так и дополнительно по отношению g/g_ξ в одномерном случае.

Механизм возникновения поправок связан с тем, что плазмоны Муи-Шёна формируют внутри системы диссипативное окружение для электронов. Ранее влияние диссипативного окружения для электронов на различные свойства основного состояния сверхпроводящих наноразмерных колец изучались некоторыми авторами [68; 70]. Здесь мы придерживаемся схожей позиции для решения поставленной задачи.

Сила связи между электронной подсистемой и плазмонным окружением для случая нанопроволок контролируется безразмерным параметром g , равным отношению кванта сопротивления R_q и импеданса проволоки Z_w . В случае, когда $g \gg 1$, флуктуации фазы слабо влияют на плотность состояний, за исключением узкой области вблизи края щели при $E \sim \Delta$. Для меньших значений g влияние флуктуаций фазы становится сильным и начинает требовать непертурбативного учёта по $1/g$ для всех энергий. В проведённом анализе в 1D мы ограничиваемся режимом $T \ll \Delta$.

Результат показывает, что при любых T плотность состояний зависит от температуры и существенно отличается от стандартного ответа, следующего из теории БКШ. А именно, при $T > 0$ корневая сингулярность вблизи края щели $E = \Delta$ оказывается полностью подавлена, а также $\nu(E)$ отличается от нуля для подщелевых энергий, см. Ур. (1.39). Это связано с тем, что возбуждение низкоэнергетических плазмонов переносит состояния из надщелевой зоны. Можно

также заметить, что полученный результат в очень малой области вблизи края щели согласуется с феноменологической формулой Дайнса [83]

$$\nu(E) \simeq \nu_0 \operatorname{Re} \left(\frac{E + i\Gamma}{\sqrt{(E + i\Gamma)^2 - \Delta^2}} \right), \quad (1.49)$$

однако, параметр Γ не может считаться постоянным. Таким образом, во всём диапазоне энергий формула Дайнса не даёт хорошего приближения.

При $T = 0$ плотность состояний, как и для теории БКШ, оказывается равной нулю, в то время как сингулярность вблизи края щели $E \rightarrow \Delta$ ослабевает для всякого $g > 2$ и полностью исчезает при $g \leq 2$. Таким образом, можно заключить, что даже в отсутствие флуктуаций модуля параметра порядка $|\Delta|$ флуктуации его фазы φ могут приводить к существенным изменениям свойств основного состояния квазиодномерных сверхпроводящих проволок.

Отметим также, что подавление сингулярности, также как и возникновение экспоненциально затухающего вглубь щели "хвоста" состояний, может также происходить при облучении образца электромагнитным излучением на микроволновых частотах [84].

Локальная электронная плотность состояний в сверхпроводящих системах может быть доступна для наблюдения в туннельном эксперименте, который схематично изображён на Рис. (1.2). Прикрепив массивный электрод к нашей нанопроволоке и измерив дифференциальный кондактанс получившегося туннельного контакта, получаем доступ к плотности состояний. В случае электрода из нормального металла при $T \rightarrow 0$ и $eV > \Delta$ имеем

$$dI/dV \propto \nu(eV) \propto (V - \Delta/e)^{\frac{1}{g} - \frac{1}{2}}. \quad (1.50)$$

Такая степенная зависимость дифференциального кондактанса напоминает зависимость, встречающуюся в малых нормальнометаллических туннельных контактах при малых напряжениях $dI/dV \propto V^{2/g_N}$ [85], где g_N – безразмерный кондактанс нормальных проводов. Эта зависимость – проявление аномалии на малых напряжениях [85], вызванной кулоновским взаимодействием, и контролируется импедансом соответствующего электромагнитного диссипативного окружения, что по физике роднит её с изученным нами эффектом.

Экспериментальное исследование вольт-амперной характеристики туннельного контакта сверхпроводник-изолятор-сверхпроводящая нанопроволока (SIS-контакта) было проведено в работах [101–104], которым посвящена глава 3

настоящей диссертации. В них изложенная выше теория нашла качественное подтверждение.

В двумерном случае влияние фазы было проанализировано в двух предельных случаях экранированного и неэкранированного кулоновского взаимодействия, отвечающих различным подложкам в эксперименте. Оказалось, что, несмотря на существенную разницу в спектре плазменных мод между этими случаями, с точки зрения влияния на плотность состояний они отличаются лишь дополнительным множителем 2 в спектральной плотности плазмонов (см. Ур. (1.45)), что говорит о слабом влиянии подложки на эффект, в отличие от одномерного случая.

Величина эффекта определяется как безразмерным кондактансом g_{2D} , так и температурой. Для достаточно низких $T \lesssim \Delta$ отклонение плотности состояний от результата БКШ контролируется параметром $\alpha = T/\pi^2 g \Delta$, который остаётся малым при $g_{2D} \gg 1$. В двумерном случае наиболее важным оказывается появление “хвоста” состояний внутри щели, см. Ур. (1.48). Для не очень низких температур $T \sim \Delta$ подщелевая плотность состояний имеет степенную зависимость от $\Delta - E$ и выживает глубоко внутри щели, что демонстрирует Рис. 1.5.

Формализм, применённый в этой главе, работает также в случае $T > \Delta(T)$, в котором необходимо использовать соответствующие асимптотики ядер $\chi_{J,L,D}$ [65; 73]. Для 2D случая результат оказывается таким же, с точностью до замены

$$\alpha \rightarrow \tilde{\alpha} = \frac{4T^2}{\pi g \Delta^2}. \quad (1.51)$$

При температурах $T \gtrsim \Delta \sqrt{g}$ параметр $\tilde{\alpha}$ более не мал, и эффект размазывания плотности состояний флуктуациями фазы становится сильным. Этот эффект остаётся лидирующим для температур, не очень близких к T_c , а именно при $(T_c - T)/T_c > Gi_{2D} \sim 1/g$.

Глава 2. Флуктуации фазы и бездиссипативный ток

2.1 Предварительные замечания

Решение задачи о флуктуационной поправке к плотности состояний подсказывает, что сверхпроводящие свойства нанопроволоки изменятся ещё сильнее. Действительно, в то время как диагональные блоки функции Грина пропорциональны $\left\langle e^{\frac{i}{2}(\varphi(t) - \varphi(0))} \right\rangle$, её аномальные (недиагональные) компоненты пропорциональны $\left\langle e^{\frac{i}{2}(\varphi(t) + \varphi(0))} \right\rangle$. Теперь в экспоненте стоит сумма, и получающееся среднее содержит в себе дополнительный множитель $e^{\frac{i}{4}\langle \varphi^2 \rangle}$, показатель которого в модели предыдущей главы имеет инфракрасную логарифмическую расходимость для бесконечной проволоки. На конечных масштабах он степенным образом зависит от длины. Соответственно, для сверхпроводящих свойств также стоит ожидать если не полного подавления флуктуациями, то существенного ослабления с увеличением длины задействованного участка проволоки.

Ещё со времён работы Литтла [39] 1967 года было известно, что квазиодномерные сверхпроводники приобретают сопротивление в результате флуктуационных процессов, в которых модуль параметра порядка в определённой точке образца опускается до нуля, а его фаза меняется на $\pm 2\pi$. Такие процессы позже назовут проскальзываниями фазы. Вероятность таких процессов велика вблизи критической температуры T_c и, в рамках стандартной термодинамической теории флуктуаций, экспоненциально быстро падает с уменьшением температуры. Таким же образом ведёт себя и обусловленное ими сопротивление, экспоненциально быстро уменьшаясь с удалением от T_c и обращаясь в ноль при $T \rightarrow 0$. Этот эффект приводит к тому, что в таких системах переход из нормального состояния в сверхпроводящее более не является в строгом смысле фазовым переходом, приобретая некоторую зависящую от материала и поперечных размеров образца характерную ширину. Ещё одним следствием является затухание "незатухающего" тока в тонких сверхпроводниковых кольцах на временах, которые обычно оказываются астрономически большими вне узкой области температур вблизи T_c .

Впоследствии стало ясно, что в достаточно тонких кольцах становятся существенными квантовые эффекты, а именно проскальзывания фазы вследствие квантового туннелирования – квантовые проскальзывания фазы (QPS). Их значимость была обоснована в работе [63], где также была изложена физика. Там же было показано, что, будучи вихрями в пространстве-времени, квантовые проскальзывания фазы взаимодействуют логарифмически на больших расстояниях, причём сила взаимодействия регулируется параметром g и растёт с уменьшением g (что эквивалентно уменьшению площади поперечного сечения проволоки). Поэтому к ним применимы выводы Березинского, Костерлица и Таулесса, и в системе имеет место фазовый переход БКТ-типа, в данном случае квантовый. Переход регулируется параметром g и происходит при $g = 16$. Выше точки перехода при $g > 16$ квантовые проскальзывания фазы с противоположными знаками существуют в тесных парах, а эффекты вызываемые ими, могут быть получены по теории возмущений. В этой ситуации проволока приобретает сопротивление, зависящее степенным образом от температуры для достаточно низких температур и обращающееся в ноль при $T \rightarrow 0$. Напротив, в состоянии с $g < 16$ возникает ненулевая плотность неспаренных проскальзываний фазы. При этом когерентность фазы нарушается на больших масштабах, а соответствующая корреляционная функция начинает экспоненциально падать с расстоянием на критическом масштабе L_c . Сопротивление в этом режиме, согласно теории, при достаточно низких температурах начинает расти с уменьшением температуры и расходится при $T \rightarrow 0$, в связи с чем эта фаза названа изолирующей. Таким образом, на первый взгляд, сверхпроводимость в изолирующей фазе разрушается полностью.

Вопрос о том, может ли сверхпроводящая нанопроволока проводить бездиссипативный ток при нулевой температуре, оказывается в действительности более сложным. В работе [70] было рассмотрено тонкое однородное сверхпроводящее кольцо при нулевой температуре с пропущенным через него магнитным потоком. Авторы продемонстрировали, что незатухающий ток течёт по кольцу не только в ”сверхпроводящей” фазе с $g > 16$, но и в изолирующей фазе. В последнем случае его величина уменьшается с периметром кольца L как e^{-L/L_c} , а зависимость от потока претерпевает существенные изменения. Однако на масштабах $L \lesssim L_c$ даже в изолирующей фазе проскальзывания фазы не подавляют равновесный ток существенно.

Таким образом, способность сверхпроводящих нанопроволок проводить бездиссипативный ток вдоль конечного участка требует дальнейшего исследова-

ния, которому и посвящена настоящая глава. В ней изучается влияние гладких флуктуаций фазы на бездиссипативный ток. Выводится зависимость соотношения ток-фаза от длины участка проволоки, её параметров, а также от топологии экспериментальной установки. Материал настоящей главы основан на работах [105; 106].

2.2 Модель с неограниченными флуктуациями фазы

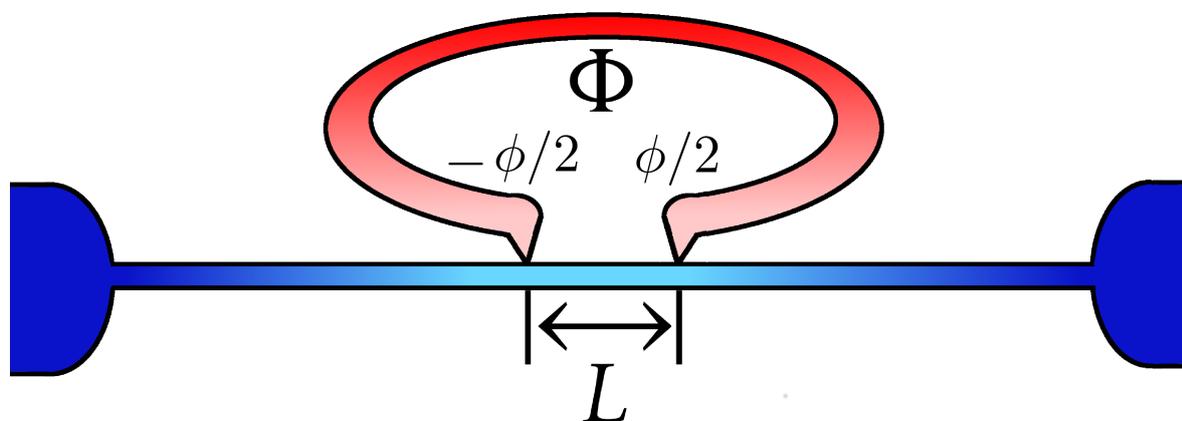


Рисунок 2.1 — Рассматриваемая система

Рассмотрим систему, изображённую на рисунке 2.1. Длинная сверхпроводящая проволока с достаточно малым поперечным сечением s на концах заканчивается двумя массивными сверхпроводящими резервуарами. Проволока считается настолько длинной, что коллективные моды внутри неё эффективно не имеют щели в спектре, и в системе имеется диссипация. Для исследования флуктуаций в проволоке система соединена с массивным сверхпроводником, формирующим открытое кольцо, посредством двух одинаковых малых джозефсоновских туннельных контактов с джозефсоновскими энергиями E_J , находящихся на расстоянии L друг от друга в точках $x = 0$ и $x = L$. Через массивное открытое кольцо пропущен магнитный поток Φ , который индуцирует разность фаз $\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$ между массивными берегами контактов. Таким образом, в системе возникает разность фаз, потенциально способная индуцировать бездиссипативный ток между контактами. Флуктуации фазы параметра порядка $\varphi(x, \tau)$ остаются неограниченными в любой точке x (имеется в виду эффективное отсутствие граничных условий, фиксирующих значение фазы в какой-либо точке проволоки).

Наша задача – проанализировать влияние флуктуаций фазы на ток $I(\varphi)$, текущий по участку длины L между джозефсоновскими контактами. Поскольку $I(\varphi) – 2\pi$ -периодическая функция, в анализе достаточно ограничиться значениями $|\varphi| \leq \pi$.

Одним из преимуществ выбранной установки является то, что, как мы в дальнейшем убедимся, она ясно демонстрирует флуктуационные эффекты (включая квантовый фазовый переход) в пределе $L \rightarrow 0$, в котором ток не подавлен расстоянием.

2.3 Эффективное граничное действие

Низкоэнергетические процессы в системе могут быть описаны с помощью эффективного действия во мнимом времени

$$S[\varphi] = S_w[\varphi] + S_J[\varphi(0), \varphi(L)], \quad (2.1)$$

где

$$S_w[\varphi] = \frac{C_w}{8e^2} \int_0^{1/T} d\tau \int dx \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

– низкоэнергетическое эффективное действие проволоки, учитывающее гладкие флуктуации фазы [63; 65; 69; 73], а

$$S_J[\varphi_1, \varphi_2] = -E_J \int_0^{1/T} d\tau [\cos(\varphi_1 + \varphi/2) + \cos(\varphi_2 - \varphi/2)] \quad (2.3)$$

описывает джозефсоновские контакты. Здесь и ниже $\varphi_1 = \varphi(0, \tau)$, $\varphi_2 = \varphi(L, \tau)$, e – заряд электрона и $v = 1/\sqrt{\mathcal{L}_{\text{kin}} C_w}$ – скорость плазменной моды Муи-Шёна [52]. Для простоты в Ур. (2.3)) не включена зарядовая энергия контактов, которую легко можно включить в первый член (2.2). Физически зарядовая энергия входит в ответ только как высокоэнергетическое обрезание, причём только в случае, когда она меньше Δ .

Поскольку действие (2.2) является квадратичным по полю φ , становится возможным проинтегрировать по переменной $\varphi(x)$ во всех точках проволоки x , за исключением точек контактов $x = 0, L$. Прделав это, приходим к редуцированному действию S_R нашей структуры, зависящему только от двух переменных

φ_1 and φ_2 . В данном случае интегрирование легко проделать, в результате для статсуммы \mathcal{Z} получим

$$\begin{aligned}\mathcal{Z} &= \int D\varphi(x) e^{-S_w[\varphi(x)] - S_J[\varphi(0), \varphi(L)]} \\ &= \int D\varphi_1 D\varphi_2 e^{-S_R[\varphi_1, \varphi_2] - S_J[\varphi_1, \varphi_2]},\end{aligned}\quad (2.4)$$

где

$$S_R[\varphi_1, \varphi_2] = \frac{1}{2} \text{Sp} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} G_0(0) & G_0(L) \\ G_0(L) & G_0(0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Здесь след включает в себя интегрирование по мнимому времени. Функция Грина $G_0 = \langle \varphi(x, \tau) \varphi(0, 0) \rangle_{S_0}$ имеет вид

$$G_0(\omega_n, x) = \frac{4e^2}{C_w} \int \frac{dq}{2\pi} \frac{e^{iqx}}{\omega_n^2 + v^2 q^2} = \frac{4\pi}{g|\omega_n|} e^{-|\frac{\omega_n x}{v}|}. \quad (2.6)$$

с $g = 2\pi C_w v / e^2$, которое совпадает с определением, данным в предыдущих разделах. Удобно диагонализировать квадратичную часть действия, для чего введём переменные $\varphi_{\pm} = (\varphi_1 \pm \varphi_2)/2$. Тогда получим

$$\begin{aligned}S_R + S_J &= \frac{1}{2} \sum_{a=\pm} \text{Sp} \left(\varphi_a G_{0,a}^{-1} \varphi_a \right) \\ &\quad - 2E_J \int_0^{1/T} d\tau \cos \varphi_+ \cos(\varphi_- - \varphi/2)\end{aligned}\quad (2.7)$$

с пропагаторами

$$G_{0,\pm}(\omega_n) = \frac{2\pi}{g|\omega_n|} \left(1 \pm e^{-|\frac{\omega_n L}{v}|} \right). \quad (2.8)$$

Нужно отметить, что фазовые переменные φ_+ и φ_- отвечают за разную физику в поставленной задаче. Переменная $\varphi_- = (\varphi(L) - \varphi(0))/2$ определяет сверхток, текущий по сегменту проволоки между контактами. По этой причине конфигурации с ненулевым значением φ_- имеют также ненулевые энергии из-за кинетической индуктивности проволоки, поэтому мода, соответствующая φ_- , имеет массу, равную $gv/2\pi L$. Напротив, переменная φ_+ описывает одновременные сдвиги обеих фаз $\varphi(0)$ и $\varphi(L)$ на одинаковую величину, не порождая при этом градиента фазы вдоль проволоки. Как следствие, в отсутствие взаимодействий соответствующая мода оказывается безмассовой. Несмотря на то что φ_+ непосредственно не входит в выражение для тока, ниже будет показано, что флуктуации соответствующей

моды приводят к перенормировке джозефсоновских энергий связи контактов E_J и также должны быть учтены. Как будет показано ниже, влияние этой моды на способность проволоки пропускать ток оказывается куда более значимым для не очень больших длин L .

2.4 Вариационный анализ

В последующем анализе мы обратимся к вариационной теории возмущений [74]. Ключевая идея этого метода состоит в том, что стандартную теорию возмущений можно улучшить, ”подправив” нулевое действие S_R (наиболее характерный выбор нулевого действия – его квадратичную часть) дополнительным членом δS , зависящим от вариационных параметров. С этой целью статсумму (2.4) можно тождественно переписать в виде

$$\mathcal{Z} = \int D\varphi_1 D\varphi_2 e^{-S_{\text{tr}}} e^{-(S_J - \delta S)} \quad (2.9)$$

с пробным действием $S_{\text{tr}} = S_R + \delta S$. Вторую экспоненту теперь можно разложить по степеням $S_J - \delta S$. Если провести разложение во всех порядках, то результат (2.9) не должен зависеть от выбора δS и вариационных параметров. Однако зависимость от параметров возникает, если в разложении ограничиться лишь конечным числом членов. В таком случае наиболее аккуратный результат достигается в точке экстремума результата по отношению к вариационным параметрам. В общем случае сходимость описанного метода вариационной теории возмущений не доказана, однако во многих известных задачах он порождает экспоненциально быстро сходящийся (в противоположность изначально расходящемуся асимптотическому ряду обычной теории возмущений) ряд [74]. Более того, вариационный метод был успешно применён к похожей задаче о динамике джозефсоновского контакта, шунтированного сопротивлением, о чём подробнее будет сказано позже.

Для нашей задачи подходящая форма пробного действия даётся выражением

$$\begin{aligned} S_{\text{tr}} = & \frac{1}{2} \text{Sp} \varphi_+ (G_{0+}^{-1} + m_+) \varphi_+ \\ & + \frac{1}{2} \text{Sp} (\varphi_- - \psi) (G_{0-}^{-1} + m_-) (\varphi_- - \psi), \end{aligned} \quad (2.10)$$

что соответствует самосогласованному гармоническому приближению (SCHA). Здесь m_{\pm} представляют индуцированные взаимодействием эффективные массы мод, соответствующих переменным φ_{\pm} . Параметр ψ описывает среднее значение $(\varphi(L) - \varphi(0))/2$. Довольно похожее вариационное вычисление с массивным членом было проведено в [86] в контексте броуновского движения квантовой частицы в периодическом потенциале и линейной омической диссипацией. Результаты, полученные в рамках этой процедуры, продемонстрировали хорошее согласие с выводами более строгих методов [87]. В нашей задаче можно показать, что приведённое выше пробное действие (2.10) – наилучший выбор квадратичного вариационного действия для этой задачи.

Раскладывая показатель последней экспоненты в ур. (2.9) по кумулянтам $S_J - \delta S$ и вычисляя соответствующие интегралы, для свободной энергии $\mathcal{F} = -T \ln \mathcal{Z}$ получим

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + \mathcal{F}_1 + \dots, \quad (2.11)$$

где

$$\mathcal{F}_0 = \frac{T}{2} (\text{Sp} \ln G_+^{-1} + \text{Sp} \ln G_-^{-1}), \quad (2.12)$$

$$\mathcal{F}_1 = \langle S_{\text{int}} - \delta S \rangle_{\text{tr}} \quad (2.13)$$

пренебрегая всеми членами старшего порядка в (2.11) и вычислив среднее в Ур. (2.13) по отношению к пробному действию S_{tr} (2.10), приходим к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1 = & -\frac{m_+}{2} G_+(0) - \frac{m_-}{2} G_-(0) \\ & + \frac{1}{2} \psi G_{0-}^{-1}(\omega_n = 0) \psi \\ & - 2E_J \cos(\psi - \varphi/2) e^{-(G_+(0) + G_-(0))/2}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где $G_{\pm}^{-1} = G_{0,\pm}^{-1} + m_{\pm}$. Здесь и ниже $G_{\pm}(0) = T \sum_{\omega_n} G_{\pm}(\omega_n)$. Взяв вариационную производную \mathcal{F} по m_{\pm} и ψ , находим

$$\frac{\delta \mathcal{F}_0}{\delta m_{\pm}} = G_{\pm}(0)/2, \quad (2.15)$$

$$\frac{\delta \mathcal{F}_0}{\delta \psi} = 0, \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{F}_1}{\delta m_{\pm}} &= -G_{\pm}(0)/2 - \frac{1}{2} \frac{\delta G_{\pm}(0)}{\delta m_{\pm}} \\ &\times \left(m_{\pm} - 2E_J \cos(\psi - \varphi/2) e^{-(G_+(0)+G_-(0))/2} \right), \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{F}_1}{\delta \psi} &= 2E_J \sin(\psi - \varphi/2) e^{-(G_+(0)+G_-(0))/2} \\ &+ G_{0-}^{-1}(\omega_n = 0) \psi. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Накладывая условия экстремума $\delta \mathcal{F}/\delta m_{\pm} = \delta \mathcal{F}/\delta \psi = 0$ и используя Ур. (2.15)-(2.18), приходим к следующей системе уравнений:

$$m_+ = m_- \equiv m \quad (2.19)$$

и

$$2E_J \cos(\psi - \varphi/2) e^{-(G_+(0)+G_-(0))/2} - m = 0, \quad (2.20)$$

$$2E_J \sin(\psi - \varphi/2) e^{-(G_+(0)+G_-(0))/2} + \frac{gv}{2\pi L} \psi = 0. \quad (2.21)$$

Нужно заметить, что массы m_{\pm} в Ур. (2.19) оказываются равными из-за симметрии нашей задачи (а именно, из-за идентичности джозефсоновских контактов). Уравнение (2.20) устанавливает соответствие между эффективной массой m , индуцированной флуктуациями, и перенормированной джозефсоновской энергии связи E_J . Уравнение (2.21) – просто уравнение движения на ψ . Оно совпадает с уравнением движения φ_- с перенормированной E_J .

2.4.1 Пропагаторы

Как это было указано выше, эффективное действие проволоки в форме (2.2) применимо только в пределе низких энергий, а именно для $\omega, vq \ll \Delta$. Как следствие, необходимо ввести ультрафиолетовое обрезание, которое одновременно не

нарушает причинность и сохраняет флуктуационно-диссипационное соотношение. Эта цель достигается модификацией спектральной плотности

$$J_{\pm}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_{\pm}^R(\omega)$$

таким образом, что она начинает затухать на $\omega > \Delta$. Запаздывающая функция Грина $G_{\pm}^R(\omega)$ может быть получена из мацубаровской с помощью стандартной процедуры аналитического продолжения

$$G_{\pm}^R(\omega) = -G_{\pm}(i\omega_n)|_{i\omega_n \rightarrow \omega+i0}, \quad \omega_n > 0.$$

После этого суммирование по мацубаровским частотам в $G_{\pm}(0)$ можно выполнить с помощью стандартного интегрирования по контуру в комплексной плоскости.

Используя процедуру регуляризации, находим

$$\begin{aligned} G_{\pm}(0) &= T \sum_{\omega_n} G_{\pm}(\omega_n) = \frac{2\pi}{g} T \sum_{\omega_n} \left(\frac{|\omega_n|}{1 \pm e^{-|\omega_n L/v|}} + \mu \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{4\pi i} \int_{\mathcal{C}} dz G_{\pm}(-iz) \coth \frac{z}{2T} \\ &= \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left(G_{\pm}^R(\omega) - G_{\pm}^A(\omega) \right) \coth \frac{\omega}{2T} \\ &= \int_0^{\Delta} d\omega J_{\pm}(\omega) \coth \frac{\omega}{2T}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где спектральные плотности $J_{\pm}(\omega)$ даются формулой

$$J_{\pm}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left[\frac{2\pi}{g} \left(\frac{i\omega}{(1 \pm e^{i\omega L/v})} - \mu \right)^{-1} \right], \quad (2.23)$$

с $\mu = 2\pi m/g$. В пределе $\mu L/v \ll 1$ эти выражения сводятся к

$$J_+(\omega) = \frac{4}{g} \frac{\omega}{\omega^2 + 4\mu^2}, \quad J_-(\omega) = 0. \quad (2.24)$$

2.5 Бездиссипативный ток

2.5.1 Квантовый фазовый переход

Теперь перейдём к вычислению тока I , текущего по сегменту проволоки между контактами.

$$\begin{aligned} I &= -2eT \frac{1}{Z} \frac{dZ}{d\varphi} = 2e \frac{d\mathcal{F}}{d\varphi} \\ &= -2eE_J \sin(\psi - \varphi/2) e^{-(G_+(0)+G_-(0))/2} \\ &= \frac{gev}{2\pi L} \psi. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Легко видеть, что в рамках наших приближений влияние флуктуаций сводится к эффективной перенормировке критического тока $2eE_J$ на величину $e^{-(G_+(0)+G_-(0))/2}$.

Мы также ограничимся пределом нулевой температуры $T \rightarrow 0$. В этом случае после нахождения G_{\pm} из Ур.(2.22,2.24), решение Ур. (2.20) приобретает вид

$$\mu = \begin{cases} \Delta \left(\frac{4\pi E_J \cos(\psi - \varphi/2)}{g\Delta} \right)^{\frac{g}{g-2}}, & g > 2, \\ 0, & g < 2, \end{cases} \quad (2.26)$$

в то время как перенормированное уравнение движения (2.21) можно записать в виде

$$\frac{\mu L}{v} \operatorname{tg}(\psi - \varphi/2) + \psi = 0. \quad (2.27)$$

Для $g < 2$ мгновенно получим, что $\psi = 0$ и, следовательно, сверхток I внутри проволоки полностью подавляется квантовыми флуктуациями. Напротив, для больших значений $g > 2$ через сегмент проволоки между контактами течёт конечный ток I . Поэтому приходим к важному заключению: при $g = 2$ происходит квантовый фазовый переход (КФП), разделяющий две фазы с несверхпроводящим ($g < 2$) и сверхпроводящим ($g > 2$) поведением. Этот диссипативный КФП принадлежит к тому же классу универсальности, что и переход Шмида в джозефсоновских контактах, шунтированных сопротивлением [87]. Интересно, что этот КФП происходит при том же самом значении g , когда сингулярность вблизи края

щели в плотности состояний подавляется флуктуациями. Заметим также, что похожий КФП также обсуждался для джозефсоновского контакта, вставленного в тонкое сверхпроводящее кольцо [68].

2.5.2 Соотношение ток-фаза в присутствии флуктуаций

Ниже мы детально разберем свойства фазы $g > 2$ и вычислим ток I , находящийся под влиянием квантовых флуктуаций фазы φ в проводе. Для этого решим уравнение (2.21) с (2.26)

$$\frac{\Delta L}{v} \left(\frac{4\pi E_J}{g\Delta} \right)^{\frac{g}{g-2}} \sin(\psi - \varphi/2) [\cos(\psi - \varphi/2)]^{\frac{2}{g-2}} + \psi = 0 \quad (2.28)$$

вместе с Ур. (2.25). Мы сразу обнаруживаем, что в этой фазе появляется новый масштаб L^* , связанный с появлением эффективной массы. Вводя кондактансы контактов в нормальном состоянии g_N и используя формулу Амбегаокара-Баратова для джозефсоновской энергии $E_J = g_N \Delta / 8$, получим L^* в виде

$$L^* = \frac{v}{\Delta} \left(\frac{2g}{\pi g_N} \right)^{g/(g-2)} \quad (2.29)$$

Видим, что (2.29) зависит от отношения двух безразмерных параметров: g и g_N . Мы интересуемся лишь случаем малых туннельных контактов с небольшим числом проводящих каналов, которые предназначены для исследования фазы внутри проволоки и возмущают её настолько слабо, насколько возможно. Соответственно, параметр g_N должен быть мал, и $g_N \ll g$. В этом случае L^* расходится при $g \rightarrow 2$, оставаясь намного длиннее характерной длины v/Δ при любом значении $g > 2$.

Масштаб длины (2.29) разделяет два различных флуктуационных режима. Для $L \gg L^*$ вклад кинетической индуктивности проволоки остаётся малым, по сравнению с вкладом контактов. В этом пределе разность фаз вдоль сегмента проволоки между контактами фиксирована $\varphi(L) - \varphi(0) = \varphi$ и не флуктуирует. И мы сразу приходим к стандартному соотношению ток-фаза

$$I(\varphi) = \frac{gev}{4\pi L} \varphi. \quad (2.30)$$

Однако мы сосредоточим своё внимание на противоположном пределе $L \ll L^*$, для которого перенормировка E_J становится важной и флуктуации приводят к подавлению текущего по проволоке тока. В этом пределе приходим к не зависящему от L результату

$$I(\varphi) = \frac{gev}{2\pi L^*} \sin \frac{\varphi}{2} \left[\cos \frac{\varphi}{2} \right]^{\frac{2}{g-2}}. \quad (2.31)$$

Сравнивая выражения (2.30) и (2.31), видим, что квантовые флуктуации фазы могут сильно влиять как на величину, так и на фазовую зависимость сверхтока. Зависимость $I(\varphi)$ (2.31) в присутствии флуктуаций становится более гладкой, чем в Ур. (2.30), а абсолютное значение тока уменьшается как $\sim L/L^*$. Дополнительное – зависящее от фазы – подавление I происходит от члена в квадратных скобках в Ур. (2.31): с ростом φ ток подавляется всё больше. Последний эффект становится особенно заметным для g достаточно близких к 2. Для $\varphi \rightarrow \pi$ и любого $g > 2$ сверхток стремится к нулю как $I(\varphi) \propto (\pi - \varphi)^{\frac{g}{g-2}}$.

Также нужно отметить, что для L , не сильно меньших L^* , сверхток $I(\varphi \rightarrow \pi)$ демонстрирует несколько иное поведение: он исчезает только для $2 < g < 4$, в то время как для $g > 4$ имеем

$$I(\varphi \rightarrow \pi) \approx \frac{ge\Delta}{2\pi} \left(\frac{\Delta L}{v} \right)^{\frac{2}{g-4}} \left(\frac{\pi g_N}{2g} \right)^{\frac{g}{g-4}}, \quad (2.32)$$

т.е. для таких значений g соотношение ток-фаза остаётся разрывным при $\varphi = \pi$. Зависимости $I(\varphi)$, вычисленные для разных значений g и L также показаны на Рис. 2.2.

Наконец, нужно заметить, что соотношение ток-фаза (2.31), полученное выше, напоминает таковое для шунтированных сопротивлением джозефсоновских контактов в присутствии квантовых флуктуаций фазы [85].

2.5.3 Влияние квантовых проскальзываний фазы

Приведённый выше анализ принимает во внимание только влияние гауссовых флуктуаций фазы и не учитывает квантовых проскальзываний фазы. Для

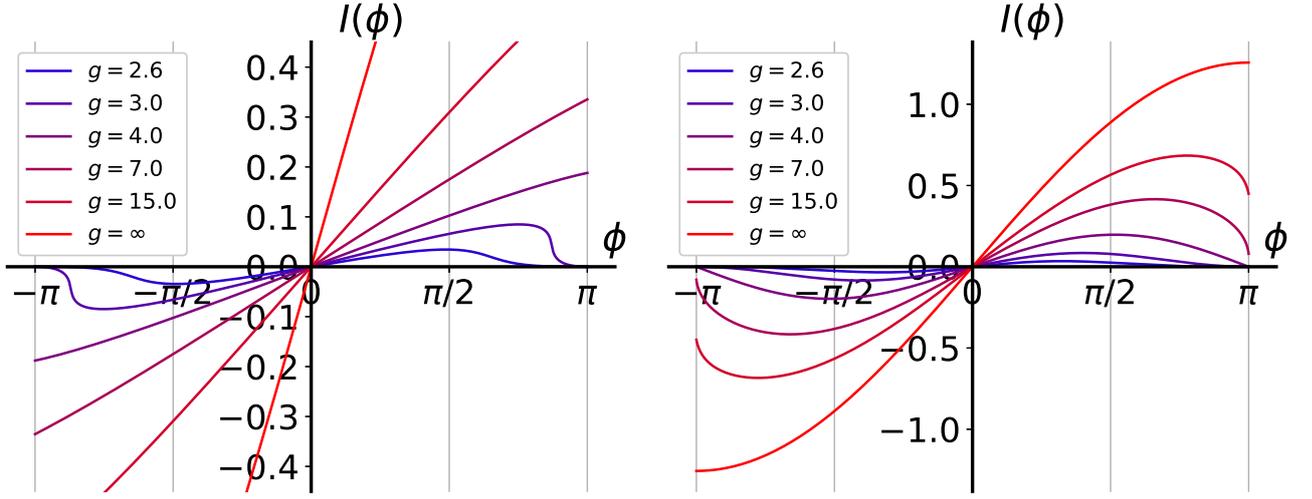


Рисунок 2.2 — Зависимость от фазы сверхтока $I(\phi)$ (в единицах $e\Delta/(2\pi)$) для $E_J/\Delta = 0.1$ и разных g . Левая и правая панели соответствуют $\Delta L/v = 20$ и $\Delta L/v = 0.5$.

выяснения их влияния удобно перейти к дуальному представлению эффективно-го действия проволоки [70]

$$\begin{aligned} \tilde{S}_w = & \frac{1}{\pi g v} \int_0^{1/T} d\tau \int dx \left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial \tau} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \chi}{\partial x} \right)^2 \right] \\ & - \gamma_{QPS} \int_0^{1/T} d\tau \int dx \cos \chi, \end{aligned} \quad (2.33)$$

где γ_{QPS} — амплитуда проскальзываний фазы, определённая в Ур. (1.3). Это эффективное действие записано в терминах квантового поля $\chi(x, \tau)$, которое физически соответствует заряду, прошедшему по проволоке через точку x к моменту τ . Квантовый оператор $\hat{\chi}(x)$, соответствующий этой дуальной переменной, подчиняется коммутационному соотношению

$$[\hat{\Phi}(x), \hat{\chi}(x')] = -i\Phi_0 \delta(x - x'), \quad (2.34)$$

где $\hat{\Phi}(x) = \nabla \hat{\phi}(x)/2e$ — оператор потока.

Действие (2.33) задаёт эффективную модель синус-Гордона, в которой происходит квантовый фазовый переход при $T \rightarrow 0$ и $\lambda = 2$ (или $g = 16$), разделяющий две разные фазы [63]. В случае $g > 16$ ”положительные” и ”отрицательные” квантовые проскальзывания фазы связаны в тесные ”нейтральные” пары, которые не нарушают фазовой когерентности на всех релевантных масштабах, превосходящих длину когерентности ξ . Поэтому для этих значений g

квантовые проскальзывания фазы не оказывают заметного влияния на результаты, касающиеся бездиссипативного тока $I(\varphi)$.

С другой стороны, при $g < 16$ проскальзывания фазы более не связаны в пары. В этой фазе низкоэнергетическими возбуждениями в системе являются т.н. кинки и антикинки с характерными энергиями $M_s \propto \Delta(v\gamma_{QPS}/\Delta^2)^{1/(2-\lambda)}$, а также их связанные состояния [88; 89]. Появление в спектре щели для $g < 16$ (или $\lambda < 2$) приводит к возникновению корреляционной длины [70]

$$L_c \sim \frac{v}{M_s} \sim \xi \exp\left(\frac{ag\xi}{2-\lambda}\right) \left(\frac{\xi\Delta}{v}\right)^{\frac{1}{2-\lambda}}. \quad (2.35)$$

В контексте рассматриваемой системы эта длина не важна в случае $g < 2$, поскольку в этом случае сверхток I уже полностью подавлен гладкими флуктуациями фазы.

Напротив, при $2 < g < 16$ масштаб (2.35) становится важен. На самом деле для таких g имеется две характерные длины, L^* и L_c , определённые, соответственно, в Ур. (2.49) и (2.35). Первая из этих длин находится на одной из границ раздела фаз $g = 2$, в то время как другая расходится на другой границе $g = 16$. Сравнивая длину L с каждой из этих двух корреляционных длин, приходим к заключению, что фаза с промежуточными значениями g в интервале от 2 до 16 описывает несколько режимов.

Рассмотрим сначала ситуацию с $L^* < L_c$, в которой возможны три режима. При $L < L^*$ на сверхток сильно влияют только гладкие флуктуации фазы, но не проскальзывания фазы. В этом режиме ток даётся Ур. (2.31). При $L^* < L < L_c$ сверхток почти нечувствителен к обоим типам флуктуаций, а потому даётся простой среднеполевой формулой (2.30). Наконец, при $L > L_c$ сверхток экспоненциально подавляется проскальзываниями фазы, и мы имеем [70]

$$I(\varphi) \sim \frac{eg\xi\Delta\sqrt{L}}{\sqrt{\xi}} \left(\frac{v}{L\Delta}\right)^{\frac{3\lambda}{4}} \exp\left(-\frac{3ag\xi}{4} - \frac{L}{L_c}\right) \sin \varphi. \quad (2.36)$$

Очевидно, в практическом смысле последний режим можно считать не сверхпроводящим в тех ситуациях, когда L значительно превосходит L_c .

В принципе возможно реализовать противоположную ситуацию с $L^* > L_c$, в особенности для значений g , близких к 2. В этом случае длина L^* теряет значение, и можно выделить лишь два режима: $L < L_c$ и $L > L_c$. Первый – опять сверхпроводящий со сверхтоком $I(\varphi)$, уменьшенным гладкими флуктуациями, в

соответствии с Ур. (2.31), в то время как второй режим характеризуется экспоненциальным подавлением сверхтока распаренными проскальзываниями фазы, см. Ур. (2.36). При $L^* > L_c$ для среднеполевого режима места не находится (2.30).

2.6 Модель с ограниченными флуктуациями фазы

В этом разделе мы будем интересоваться свойствами фазы с распаренными проскальзываниями фазы $g < 16$ и рассмотрим установку, в которой пространство конфигурации ограничено благодаря тому что значение фазы в определённой точке оказывается зафиксированным. Будет показано, что такой пиннинг фазы, обусловленный топологией установки, значительно увеличивает способность проволоки проводить бездиссипативный ток. Это связано с отсутствием в таких установках безмассовой моды, ответственной за подавление сверхпроводимости при $g < 2$. Вместо этого при наличии пиннинга фазы в сверхпроводящей проволоке наблюдаются переходы между "более" и "менее" сверхпроводящими фазами, характеризующимися различным поведением на больших длинах.

Мы ограничимся исследованием установки, изображённой на Рис. 2.3, содержащей длинную достаточно тонкую сверхпроводниковую нанопроволоку, оканчивающуюся массивным сверхпроводящим резервуаром. Резервуар имеет форму открытого кольца, противоположный конец которого соединён с проволокой малым туннельным джозефсоновским контактом на расстоянии L от её конца. Через открытое кольцо пропущен магнитный поток Φ , который задаёт разность фаз $\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$ между его концами. Соответственно, фаза на левом конце проволоки фиксирована благодаря резервуару и считается равной нулю, т.е. $\varphi(x = 0) = 0$. Мы предполагаем, что система находится в термодинамическом равновесии при $T \rightarrow 0$. Как обычно, мы будем интересоваться электрическим током $I(\varphi)$, текущим вдоль сегмента проволоки длины L конца до контакта. Фазу считаем лежащей в интервале $\varphi \in (-\pi, \pi)$.

Низкоэнергетическая физика системы описывается следующим действием во мнимом времени:

$$S[\varphi] = S_w[\varphi(x)] + S_J[\varphi(0), \varphi(L)]. \quad (2.37)$$

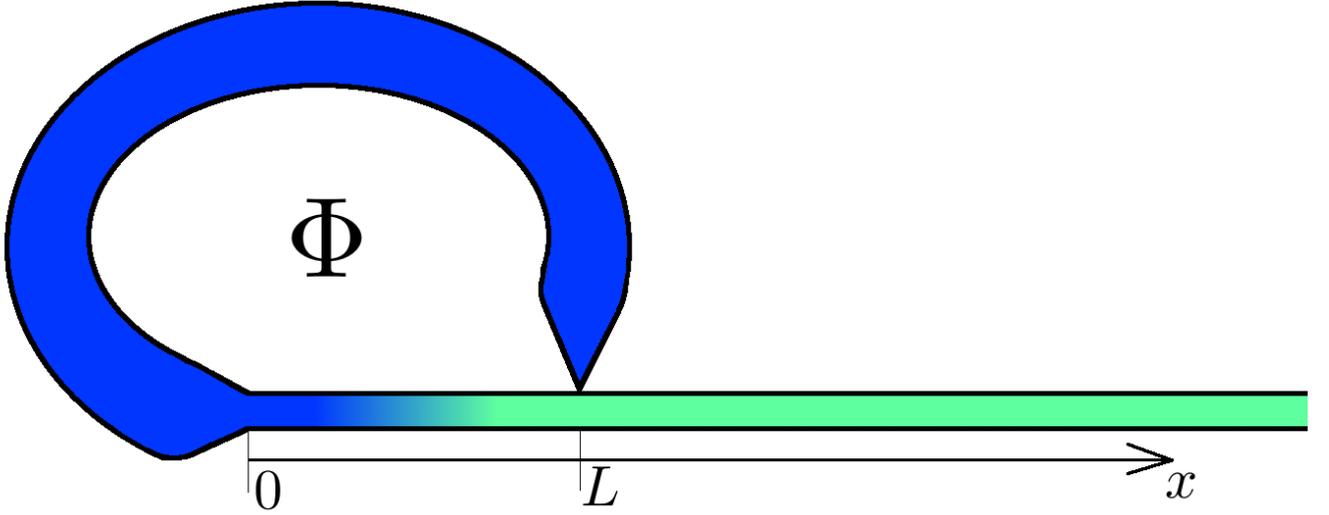


Рисунок 2.3 — Рассматриваемая система для случая с ограниченными флуктуациями фазы.

Здесь и ниже мнимое время τ опущено для краткости. Первый член – действие проволоки (2.2), а S_J описывает джозефсоновский контакт и даётся выражением

$$S_J[\varphi(L)] = -E_J \int_0^{1/T} d\tau [\cos(\varphi(L) - \varphi)]. \quad (2.38)$$

Интегрируя по фазе $\varphi(x)$ во всех точках, кроме $x = L$, приходим к редуцированному действию, зависящему только от фазы $\varphi(L, \tau) \equiv \varphi$ в точке контакта:

$$S_R + S_J = \frac{1}{2} \text{Sp} \left(\varphi G_0^{-1} \varphi \right) - E_J \int_0^{1/T} d\tau \cos(\varphi - \varphi) \quad (2.39)$$

с

$$G_0(\omega_n) = \frac{8\pi}{g\omega_n} \tanh \frac{\omega_n L}{v} \quad (2.40)$$

и $v = e^2 g / (2\pi C_w)$. Здесь G_0 – мацубаросский пропагатор фазы в точке L с нулевым граничным условием. Видим, что флуктуации фазы массивны с массой $m_0 = gv/8\pi L$. Отсутствие безмассовой моды в этой установке (противоположность рассмотренной в предыдущей главе) – прямое следствие пиннинга фазы массивным сверхпроводником в $x = 0$, который препятствует однородным сдвигам фазы вдоль всей проволоки.

Повторяя путь предыдущего раздела, выберем пробное вариационное действие в виде

$$S_{\text{tr}} = \frac{1}{2} \text{Sp} (\varphi - \psi)(G_0^{-1} + m)(\varphi - \psi). \quad (2.41)$$

Минимизируя свободную энергию системы по параметрам m , ψ , приходим к уравнениям

$$E_J \cos(\psi - \varphi) e^{-G(0)/2} - m = 0, \quad (2.42)$$

$$E_J \sin(\psi - \varphi) e^{-G(0)/2} + \frac{gv}{8\pi L} \psi = 0. \quad (2.43)$$

Здесь и ниже

$$G(0) = T \sum_{\omega_k} (G_0^{-1}(\omega_k) + m)^{-1}. \quad (2.44)$$

Из Ур. (2.42), (2.43) опять обнаруживаем, что весь эффект флуктуаций заключается в перенормировке E_J множителем $e^{-G(0)/2}$. Сверхток I находится из уравнения

$$I = \frac{gev}{4\pi L} \psi. \quad (2.45)$$

Теперь используя Ур. (2.42)-(2.45), явно вычислим сверхток. При $L \lesssim v/\Delta$ флуктуации подавлены, и ток принимает своё среднеполевое значение. В противоположном пределе больших L решение Ур.(2.42) демонстрирует два разных режима, разделённых $g^* = 4$. При $g < 4$ находим $|m| \ll v/L$. Следовательно, возникающая дополнительная масса пренебрежимо мала, и эффект флуктуаций сводится к чистой гауссовой перенормировке. Уравнение движения (2.43) в этом случае переписывается в виде

$$E_J \sin(\psi - \varphi) \left(\frac{\Delta L}{v} \right)^{-4/g} + \frac{gv}{8\pi L} \psi = 0. \quad (2.46)$$

В интересном для нас пределе E_J можно положить $\frac{8\pi E_J}{g\Delta} < 1$. В этом случае член с синусом как функция L стремится к нулю в ноль быстрее, чем падает вклад кинетической индуктивности $\propto L^{-1}$ и, следовательно

$$I(\varphi) = 2eE_J \left(\frac{v}{\Delta L} \right)^{4/g} \sin \varphi. \quad (2.47)$$

Это выражение показывает, что при $g < 4$ флуктуации фазы (1) изменяют соотношение ток-фаза, приводя его к синусоидальному виду вместо вида ”пилы”, как в среднеполевом режиме на больших длинах, и (2) уменьшают величину сверхтока, по сравнению со стандартной джозефсоновской формулой $I(\varphi) = 2eE_J \sin \varphi$, применимой в пределе $L \rightarrow 0$. В дополнение, в присутствии флуктуаций сверхток (2.47) спадает с расстоянием L быстрее, чем для среднеполевой зависимости $I \propto 1/L$.

Обратимся теперь к случаю $g > 4$. Разрешая Ур. (2.42) в пределе $L \rightarrow \infty$, получим

$$m = \begin{cases} \left[E_J \cos(\psi - \varphi) \left(\frac{8\pi}{\Delta g} \right)^{\frac{4}{g}} \right]^{\frac{g}{g-4}}, & \cos(\psi - \varphi) > 0, \\ -gv/8\pi L + o(1/L), & \cos(\psi - \varphi) < 0. \end{cases} \quad (2.48)$$

Это решение применимо только тогда, когда L превосходит характерную длину L^* , которая даётся формулой

$$L^* = \frac{v}{\Delta} \left(\frac{g\Delta}{8\pi E_J} \right)^{\frac{g}{g-4}}. \quad (2.49)$$

Эта длина отделяет режим $L > L^*$, где флуктуации приводят к негауссовой перенормировке джозефсоновской связи, от $L \ll L^*$, где $|m| \ll gv/8\pi L$. До тех пор, пока $v/\Delta \ll L \ll L^*$, ток опять даётся Ур. (2.47).

При $g > 4$ перенормированная джозефсоновская энергия падает медленнее, чем $1/L$, и при $L \sim L^*$ становится того же порядка, что и вклад кинетической индуктивности. На ещё больших расстояниях перенормировка массы перенасыщается на значении, определённом в Ур. (2.48). Вклад кинетической индуктивности, напротив, падает как $1/L$. Поэтому для $L \gg L^*$ фаза фиксируется минимальным значением перенормированного потенциала джозефсоновского контакта, т.е. имеем $\psi = \varphi$. В этом случае соотношение ток-фаза сводится к стандартному среднеполевому

$$I(\varphi) = \frac{gev}{4\pi L} \varphi. \quad (2.50)$$

2.7 Результаты и обсуждение

В соответствии с известной теоремой Мермина-Вагнера [37; 38] установление дальнего порядка в бесконечно протяжённой одномерной системе невозможно, поскольку он неминуемо будет разрушен флуктуациями. Эта теорема, однако, не даёт возможности сделать заключение о наличии или отсутствии сверхпроводимости в системе конечного размера, доступной в реальном эксперименте. Более того, сверхпроводящие свойства таких структур в присутствии флуктуаций могут существенно зависеть от экспериментальной реализации измерительной установки.

В настоящей главе была исследована способность сверхпроводниковой нанопроволоки пропускать бездиссипативный ток в зависимости от топологии установки, влияющей на пространство конфигураций фазы. Были исследованы установки, изображённые на Рис.2.1 и 2.3, в которых ток протекает по участку длиной L , будучи вызван разностью фаз, индуцированной джозефсоновскими контактами.

Физика системы, с одной стороны, контролируется взаимодействием бани плазменных мод Муи-Шёна и джозефсоновских контактов и, с другой стороны, квантовыми проскальзываниями фазы. Баня коллективных возбуждений может быть описана набором мод, число которых равно числу контактов (2 в случае 2.1 и 1 в случае 2.3). Эти моды перенормируют энергию связи джозефсоновских контактов, приводя к уменьшению протекающего по участку проволоки тока.

Свойства этих мод зависят от топологии установки. В случае, когда конфигурации фазы ничем не ограничены, мода, соответствующая одновременному сдвигу всех фаз на одну и ту же величину, оказывается безмассовой с омической спектральной плотностью $\propto 1/\omega$ на низких частотах. Эта ситуация изучена на примере установки 2.1. Омическая природа этой моды приводит при $T \rightarrow 0$ к возникновению квантового фазового перехода из класса эквивалентности перехода Шмида, который в рассматриваемом случае происходит при $g = 2$. В системе также имеет место квантовый фазовый переход БКТ-типа при $g = 16$, обусловленный квантовыми проскальзываниями фазы.

В соответствии с полученными результатами фазовая диаграмма системы при $T = 0$ содержит три различные фазы. Наиболее толстые проволоки с $g > 16$ демонстрируют сверхпроводящее поведение, тем не менее даже в них ток может быть подавлен гауссовыми флуктуациями фазы, см. Ур. (2.31). В наиболее тонких проволоках с $g < 2$, напротив, сверхток оказывается полностью подавлен квантовыми флуктуациями, таким образом, эту фазу можно считать совершенно несверхпроводящей. Можно отметить интересное наблюдение, что переход к несверхпроводящей фазе происходит при ровно том же значении, что и исчезновение краевой сингулярности в плотности состояний (см. Рис. 1.4).

Наиболее интересной оказывается промежуточная фаза с $2 < g < 16$, характеризующаяся двумя корреляционными длинами: L^* (2.49), связанной с переходом Шмида и L_c (2.35), связанной с переходом БКТ. Свойства системы в этой области параметров зависят от соотношения между L и этими корреляционными длинами. Несмотря на то, что в этой фазе проволока пропускает конечный без-

диссипативный ток при любой L , при $L \gg L_c$ он оказывается экспоненциально подавленным проскальзываниями фазы, см. Ур.(2.36). Поэтому, с практической точки зрения, сверхпроводимость в этой фазе проявляется на масштабах $L \lesssim L_c$. Ещё одним отличительным свойством этой фазы является подавление тока на малых масштабах, а именно при $L < L^*$, см. Ур. (2.31).

Стоит также добавить, что флуктуации не только уменьшают абсолютную величину джозефсоновского тока в системе, но и существенно меняют зависимость ток-фаза, особенно для больших значений φ .

В случае, когда топология установки ограничивает конфигурации фазы в системе, рассмотренном на примере установки на Рис. 2.3, бывшая безмассовая мода приобретает массу, что приводит к ослаблению флуктуационных эффектов. В этой установке переход Шмида происходит уже при $g = 4$, однако свойства фаз несколько меняются. Наиболее важное отличие этого случая состоит в том, что здесь даже в наименее сверхпроводящей фазе $g < 4$ проволока сохраняет способность проводить бездиссипативный ток. Однако он подавляется степенным образом при $L < L_c$ (Ур. (2.47)) и экспоненциально – при $L > L_c$. В промежуточной фазе с $4 < g < 16$ влияние флуктуаций при $L^* < L < L_c$ перестаёт быть существенным. Также переход при $g = 4$ перестаёт быть резким, приобретая характер плавного перехода. В целом можно сказать, что ограничение конфигураций фазы существенно улучшает сверхпроводимость в подобных системах за счёт ослабления флуктуационных эффектов.

Глава 3. Локализация куперовских пар и сверхпроводящие изоляторы

Настоящая глава посвящена теоретическому описанию и экспериментальному исследованию ”изолирующего” состояния сверхпроводящих нанопроволок при $g < 16$, см. подраздел 2.5.3. В ней описывается и объясняется нетривиальная суперпозиция сверхпроводящих и несверхпроводящих свойств, возникающих в нанопроволоке в этом режиме. Эксперимент, на который опирается эта глава, был выполнен группой К.Ю.Арутюнова, а материалы главы основаны на статьях [101—104].

3.1 Эксперимент группы К. Арутюнова

Для целей эксперимента были изготовлены длинные тонкие титановые нанопроволоки, имеющие форму тонких полос, накладываемые на относительно широкий алюминиевый электрод через туннельный барьер из оксида алюминия, как показано на Рис. 3.1. В нормальном состоянии при температуре чуть выше среднеполевой точки перехода титана $T_C \approx 400$ мК продольные сопротивления проволок лежат в диапазоне $R_N \sim 25 \div 70$ к Ω . Длины всех проволок одинаковы и составляют $L \simeq 20$ мкм, их толщины равны $d \simeq 35$ нм, а ширины w различны и лежат в диапазоне $30 \div 60$ нм. При таких параметрах в титановых проволоках эффекты квантовых проскальзываний фазы сильны, а образцы находятся в изолирующем состоянии [90; 91]. При нулевой температуре сверхпроводящая длина когерентности ξ в образцах имеет оценочную величину $\xi \sim 140 \div 150$ нм, а, следовательно, условие квазиодномерности образца $d, w \ll \xi \ll L$ выполняется для всех проволок. С этими параметрами получаем значения безразмерного кондактанса в диапазоне $g \approx 1 \div 3$, т.е. условие $g < 16$, соответствующее изолирующей фазе, выполнено с запасом для всех образцов. В то же время ширина алюминиевых полос достаточно велика, и флуктуационными эффектами в них можно пренебречь. Каждая структура позволяет проводить псевдочетырёхтерминальные измерения полного сопротивления титановых проводов, а также локальные измерения вольт-амперной характеристики $I(V)$ всех туннельных контактов. Эксперименты проводились при низких температурах, вплоть до $T \sim 35$

a TITANIUM SAMPLES

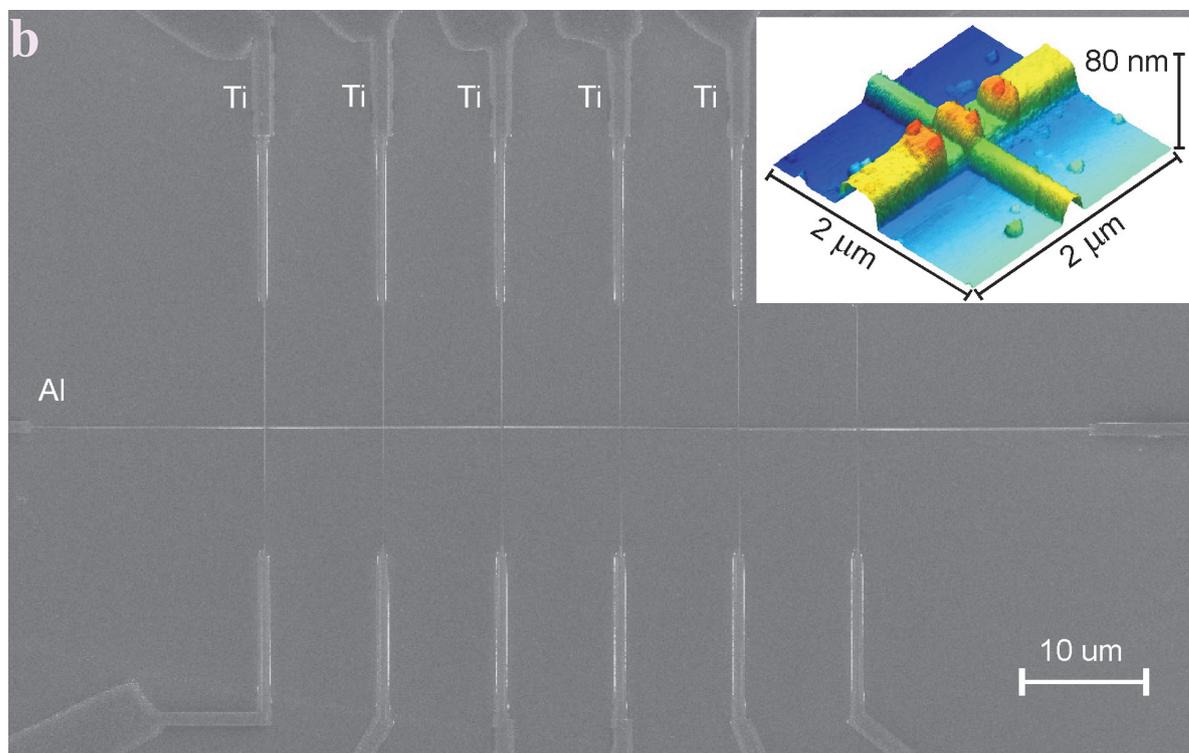
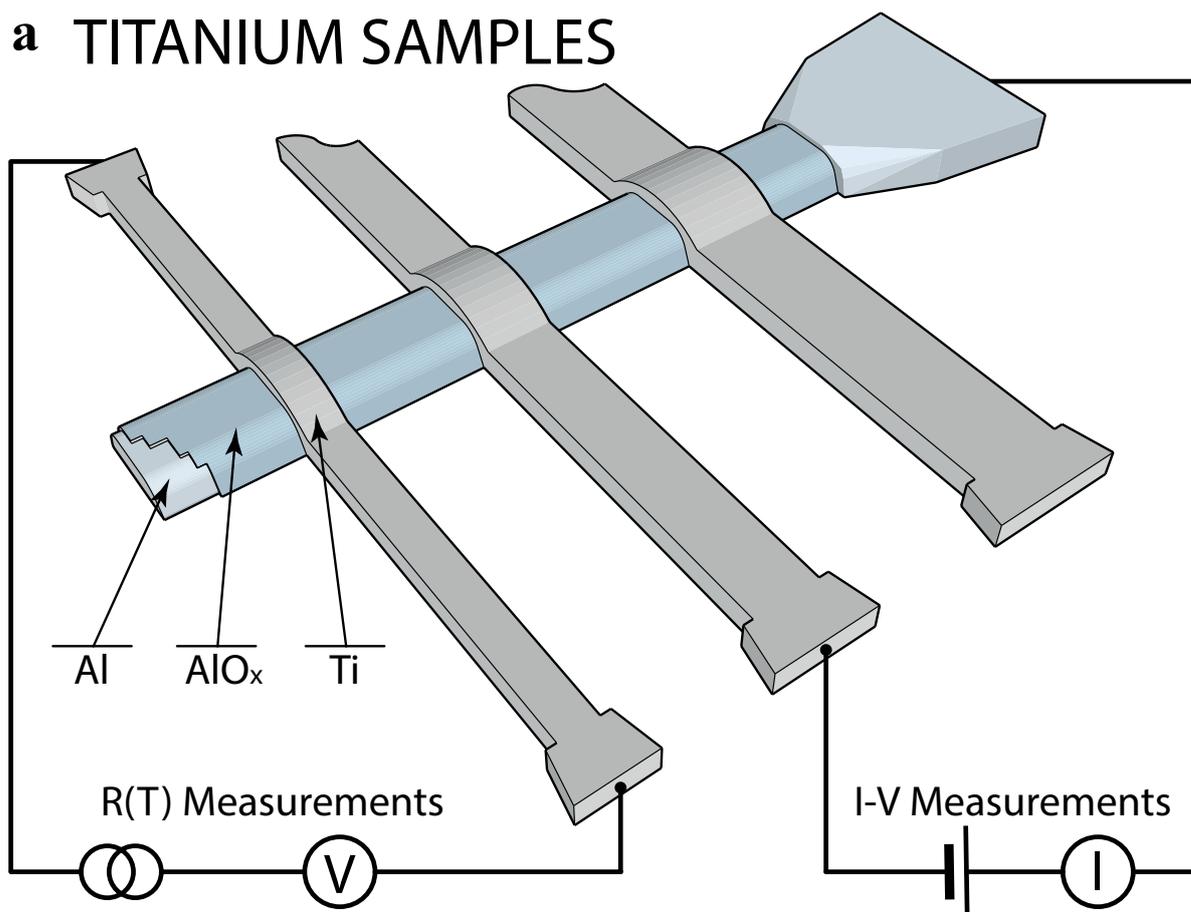


Рисунок 3.1 — Верхняя панель: схема эксперимента. Нижняя панель: изображение одной из структур, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа. Вставка: увеличенная зона контакта, снятая атомно-силовым микроскопом.

Цветом обозначена высота участка образца.

мК. Больше подробностей, касающихся этого эксперимента, можно найти в тексте и приложении к [103]. Также в Приложении А.1 можно найти таблицу оценок параметров образцов.

3.2 Измерение продольного сопротивления

Результаты измерений $R(T)$ для пяти различных образцов изображены на Рис. 3.2. Имея $g \ll 16$, все эти образцы при низкой температуре должны находиться глубоко в изолирующем режиме. Однако, мы наблюдаем, что два более толстых образца с ширинами $w \approx 62$ нм (образец $Ti1$) и $w \approx 46$ нм (образец $Ti2$) демонстрируют резистивное поведение только при температурах, довольно близких к критической, за которым следует резкое падение сопротивления на 2 порядка при температурах $T \sim 300$ мК (образец $Ti1$) и $T \lesssim 200$ мК (образец $Ti2$). Остальные образцы $Ti3$, $Ti4$ и $Ti5$ с ширинами чуть меньшими, чем у $Ti2$, не проявляют признаков сверхпроводимости вплоть до самых низких температур, а их сопротивление слабо зависит от температуры, что в особенности характерно для наиболее тонких образцов $Ti4$ и $Ti5$.

При температурах не сильно ниже T_c поведение системы должно определяться термически активированными проскальзываниями фазы. Их вклад в сопротивление провода $R_{\text{taps}}(T)$ [65], действительно, весьма хорошо описывает форму кривых сопротивления для двух самых толстых образцов (см. Рис. 3.2) и позволяет оценить значения $g_\xi \simeq 37.4$ и $g_\xi \simeq 9.0$, соответственно, для образцов $Ti1$ и $Ti2$. Эти значения оказываются значительно меньше оценочных, что, вероятно, говорит о неоднородности образцов.

Для того чтобы понять различия в низкотемпературном поведении образцов с различными поперечными размерами, необходимо обратиться к эффектам квантовых проскальзываний фазы. Дуальный гамильтониан сверхпроводящих нанопроволок в присутствии квантовых проскальзываний фазы даётся [70]

$$\hat{H} = \int_0^L dx \left[\frac{\hat{\Phi}^2}{2\mathcal{L}} + \frac{(\partial_x \hat{Q})^2}{2C} - \gamma_{\text{qps}} \cos \left(\frac{\pi \hat{Q}}{e} \right) \right], \quad (3.1)$$

где $\hat{\Phi}$ и \hat{Q} – канонически сопряжённые операторы потока и заряда, подчиняющиеся коммутационному соотношению $[\hat{\Phi}(x), \hat{Q}(x')] = -i\hbar\delta(x - x')$. Используя

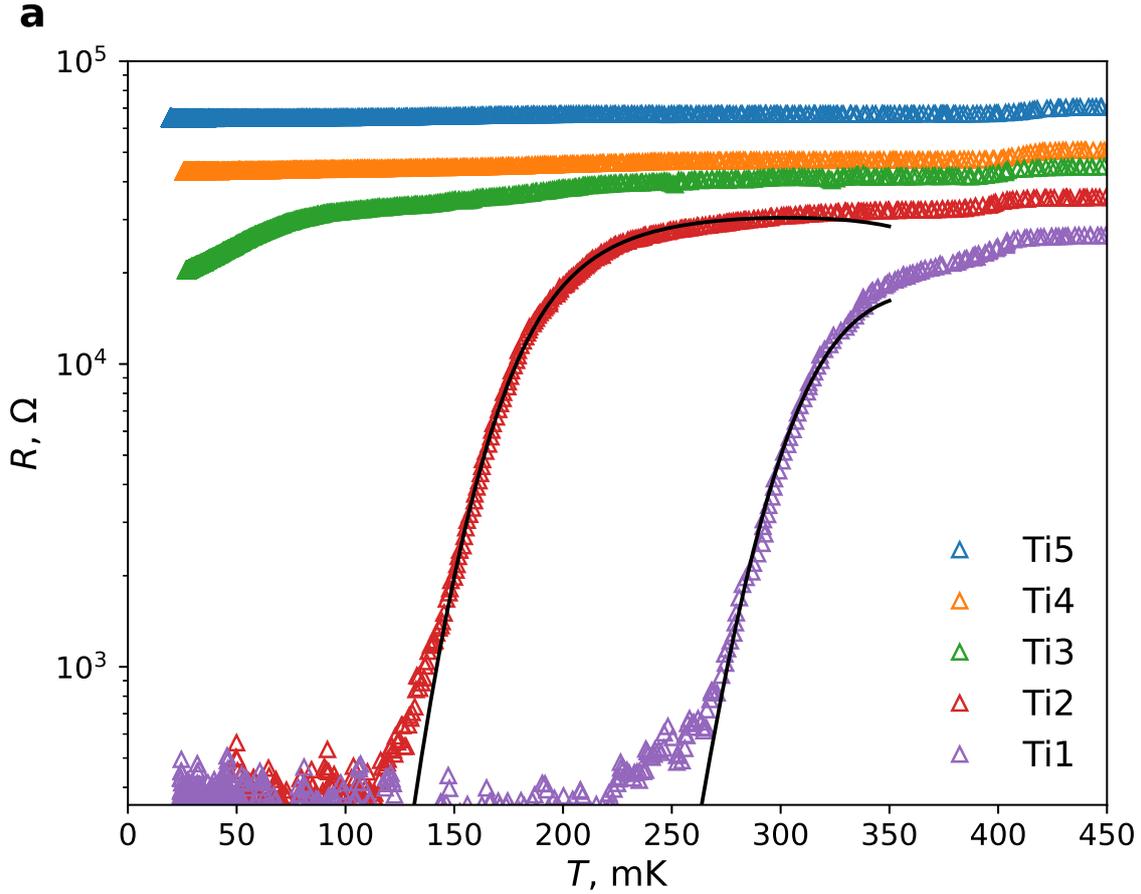


Рисунок 3.2 — Зависимость сопротивления от температуры $R(T)$, измеренная для пяти титановых нанопроволок. Непрерывной кривой обозначен фит экспериментальных данных (для образцов $Ti1$ и $Ti2$) формулой $R(T) = R_N / (1 + R_N / R_{\text{taps}}(T))$ внутри её области применимости, см. Приложение A.2.

этот гамильтониан, можно показать [70], что в изолирующей фазе, а именно, при $g < 16$, свойства основного состояния контролируются корреляционной длиной L_c , для которой в этой главе мы будем пользоваться выражением

$$L_c \sim \xi \exp\left(\frac{ag\xi - \ln b}{2 - g_Z/8}\right). \quad (3.2)$$

Физически появление этого фундаментального масштаба можно рассматривать как следствие процессов спонтанного туннелирования квантов магнитного потока Φ_0 сквозь проволоку. Такие квантовые флуктуации разрушают когерентность фазы на длинах, больших L_c , и приводят к эффективной локализации куперовских пар на этом масштабе. Соответственно, образцы с $L \lesssim L_c$ могут проявлять сверхпроводящие свойства даже в присутствии проскальзываний фазы, в то время как

в пределе $L \gg L_c$ сверхток полностью разрушается квантовыми флуктуациями, и подобные проволоки остаются несверхпроводящими даже в пределе $T \rightarrow 0$.

Именно это данные Рис. 3.2 и демонстрируют. Действительно, значение L_c (3.2) для образца *Ti1* с $g_\xi \approx 37$, очевидно, превышает L на несколько порядков, следовательно, образец должен оставаться сверхпроводящим при низких температурах. Для того чтобы оценить длину (3.2) для образца *Ti2* с $\xi \sim 140$ нм, $g_\xi \simeq 9.0$ и $g_Z \simeq 2.5$, желательно определить неизвестные константы a and b , входящие в 3.2. Однако, поскольку чёткого перехода к режиму квантовых флуктуаций фазы для этого образца не наблюдается, оказывается возможно лишь оценить нижнюю границу комбинации $ag_\xi - \ln b \gtrsim 7.5$, см. подробности в Приложении А.3. Имея в виду эту оценку, получим $L_c \gtrsim 12$ мкм, т.е. в этом случае $L_c \sim L$, и образец *Ti2* ещё должен демонстрировать сверхпроводящие свойства при низких температурах. Напротив, образцы *Ti3*–*Ti5* имеют меньшие g , g_ξ и, соответственно, L_c много меньше L , должны демонстрировать несверхпроводящее поведение при низких температурах.

Для того чтобы понять это поведение, необходимо вспомнить, что при $g < 16$ проскальзывания фазы более не связаны в пары. В соответствии с точным решением модели синус-Гордона [89], в этой ситуации в спектре возбуждений возникает щель величиной $\tilde{\Delta} \propto \gamma_{\text{qps}}^\alpha$, откуда следует, что при $T \rightarrow 0$ образцы *Ti3*, *Ti4* и *Ti5* должны вести себя как изоляторы. Данные по сопротивлению демонстрируют, что сверхток в этих образцах действительно подавлен вплоть до самых низких температур и, соответственно, от этих образцов можно ожидать изолирующего поведения при $T < \tilde{\Delta}$. Тот факт, что роста сопротивления с понижением температуры для этих образцов не наблюдается, вероятно, объясняется тем, что либо температура недостаточно мала, и условие $T < \tilde{\Delta}$ не выполнено, либо образцы недостаточно длинны. В любом случае, в соответствии с предсказаниями теории, сверхпроводимость в этих образцах полностью подавлена флуктуациями.

Отметим, что данные о сопротивлении сверхпроводниковых нанопроволок, схожие с представленными на Рис. 3.2, были опубликованы ранее в [66; 67; 92] для большого числа молибден-германиевых (*MoGe*) нанопроволок с меньшими значениями ξ и L . В некоторых из них наблюдался загиб кривой сопротивления вверх, что является индикатором изолирующего поведения. Анализируя сейчас данные [66; 67; 92], приходим к выводу, что они находятся в качественном соответствии с изложенной выше физической картиной: сверхпроводящие *MoGe* образцы удовлетворяют условию $L \lesssim L_c$, в то время как длина L несверхпро-

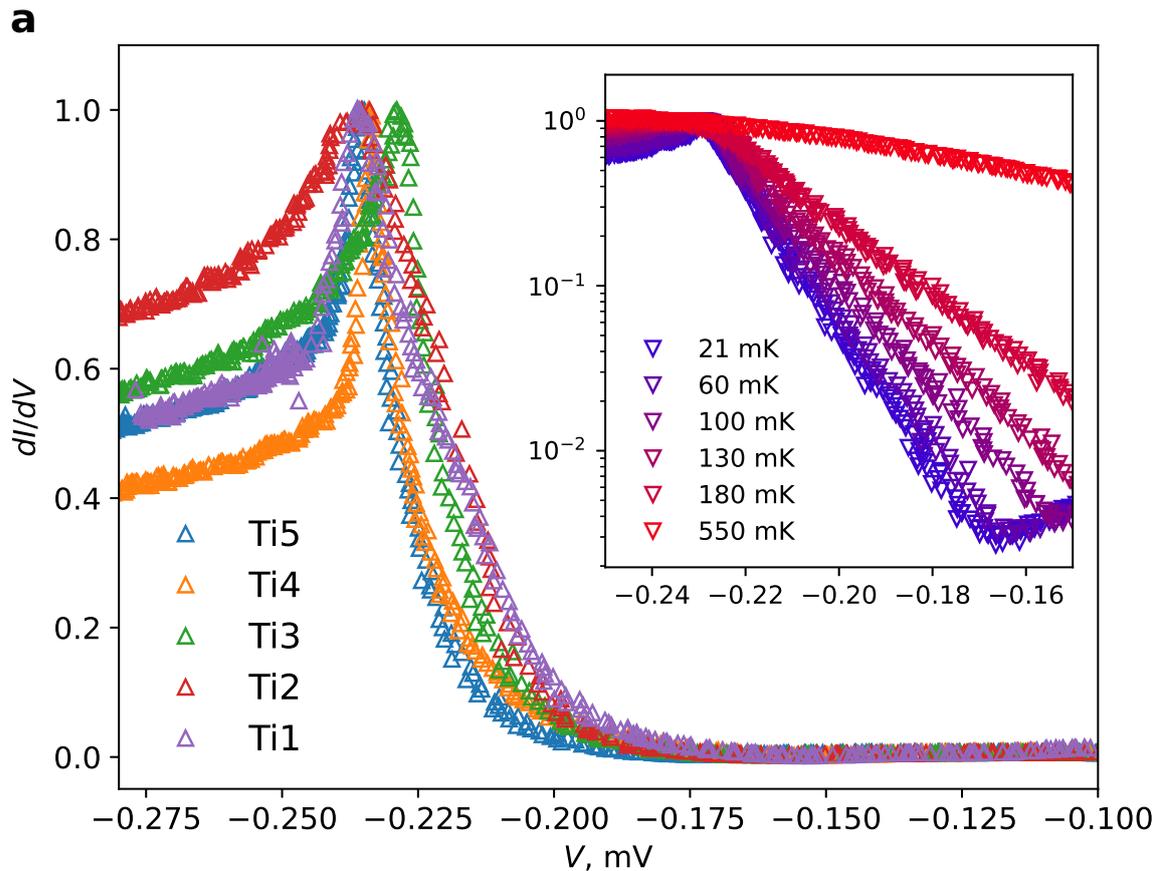


Рисунок 3.3 — Дифференциальная проводимость dI/dV как функция напряжения V , измеренная в $Ti - Al$ туннельных контактах при $T \simeq 21$ мК для пяти образцов от $Ti1$ до $Ti5$. При $e|V| = \Delta + \Delta_{Al}$ имеется острый пик. На вставке: Те же данные для образца $Ti3$ при разных температурах.

водящих превосходит L_c . В целом, однако, столь чёткого разделения образцов на сверхпроводящие и несверхпроводящие, как в нашем случае, обычно не наблюдается, и речь идёт о плавном переходе. Несмотря на это, данные [66; 67; 92] сейчас получают естественное объяснение, в то время недоступное.

3.3 Туннельная проводимость

Измерения полного сопротивления $R(T)$ сами по себе недостаточны для того, чтобы понять природу основного состояния сверхпроводниковых нанопроволок. Для получения информации о его локальных свойствах были произведены

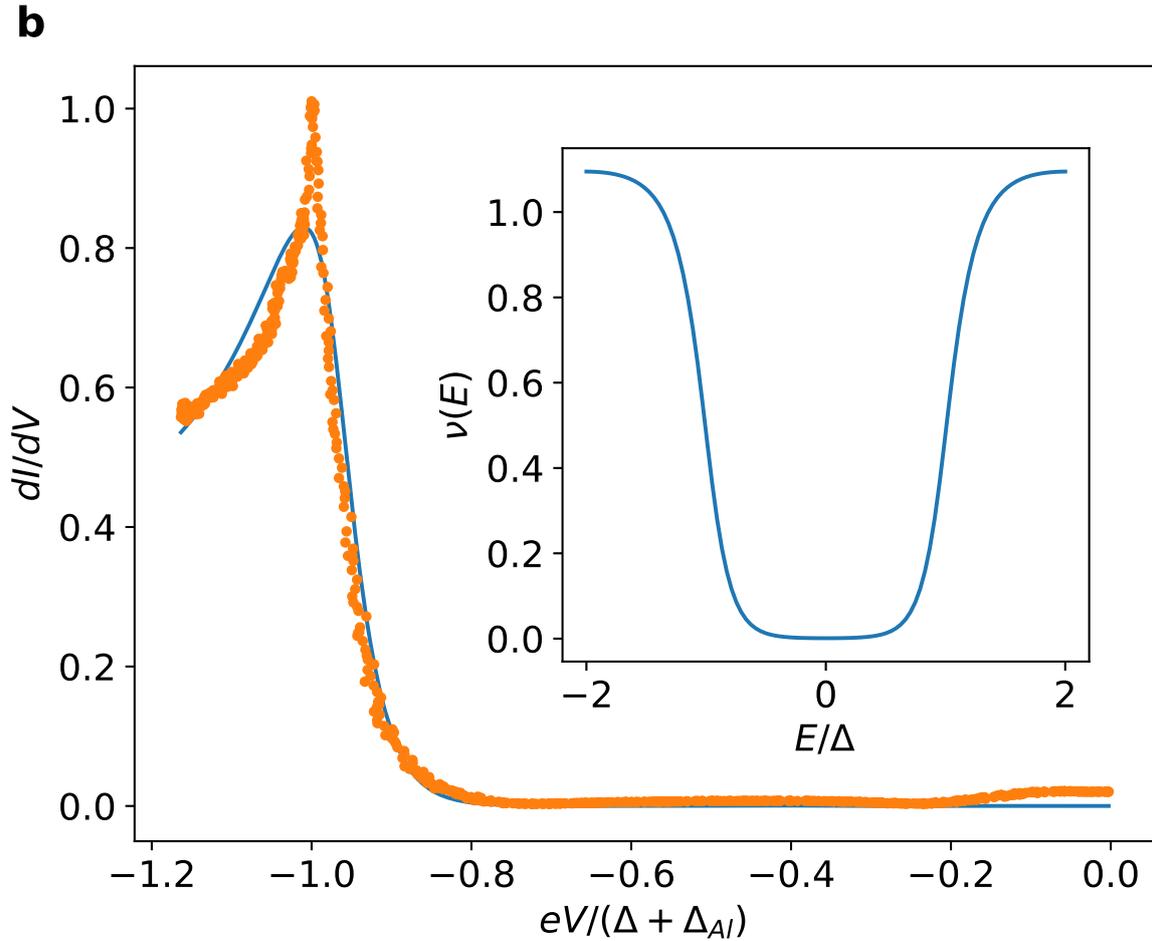


Рисунок 3.4 — Фит данных для образца $Ti3$ при $T \simeq 21$ мК теоретической кривой [99] (см. Приложение А.4). На вставке: Плотность состояний ν (в единицах ν_0) как функция энергии E , восстановленная для того же образца при той же температуре.

измерения вольт-амперной характеристики $I(V)$ туннельных контактов между титановыми проволоками и алюминиевым электродом (со щелью, равной $\Delta_{Al} \simeq 190$ мкВ), см. Рис. 3.1. Соответствующие результаты приведены на Рис. 3.3. В этих образцах дифференциальный кондактанс имеет пик, положение которого очень незначительно варьируется от образца к образцу. Поскольку этот пик должен находиться при $e|V| = \Delta + \Delta_{Al}$, мы сразу восстанавливаем локальные значения щели $\Delta \simeq 45$ мкВ с незначительными вариациями. Обнаруживаем, что флуктуации уменьшают значение щели Δ , по сравнению с его среднеполевым значением $\Delta_{Ti} \simeq 60 \mu eV$. С другой стороны, конечная хорошо определённая щель наблюдается во всех образцах.

По сравнению со стандартной зависимостью по БКШ, наблюдается систематическое уширение пика в dI/dV с уменьшением площади поперечного

сечения. Это уширение увеличивается с температурой (см. вставку Рис. 3.3), что находит объяснение в рамках теории, изложенной в Главе 1. Фитируя кривые dI/dV туннельных контактов теоретической формулой (см. Приложение A.4), мы можем восстановить плотность состояний $\nu(E)$ для проволок, что продемонстрировано на Рис. 3.4. Лучшее приближение для образца $Ti3$ даёт значение $g \simeq 1.5$, что немного меньше теоретической оценки $g \simeq 2.3$. В отличие от стандартной ситуации теории БКШ, здесь сингулярность вблизи края щели полностью подавлена флуктуациями. Тем не менее, сверхпроводящая щель остаётся чётко различимой. При ненулевых температурах для энергий внутри щели плотность состояний затухает экспоненциально по формуле 1.39, что хорошо видно на вставке Рис. 3.3. Показатели экспоненциального затухания очень хорошо описываются теорией, что отображено на рисунке 3.5.

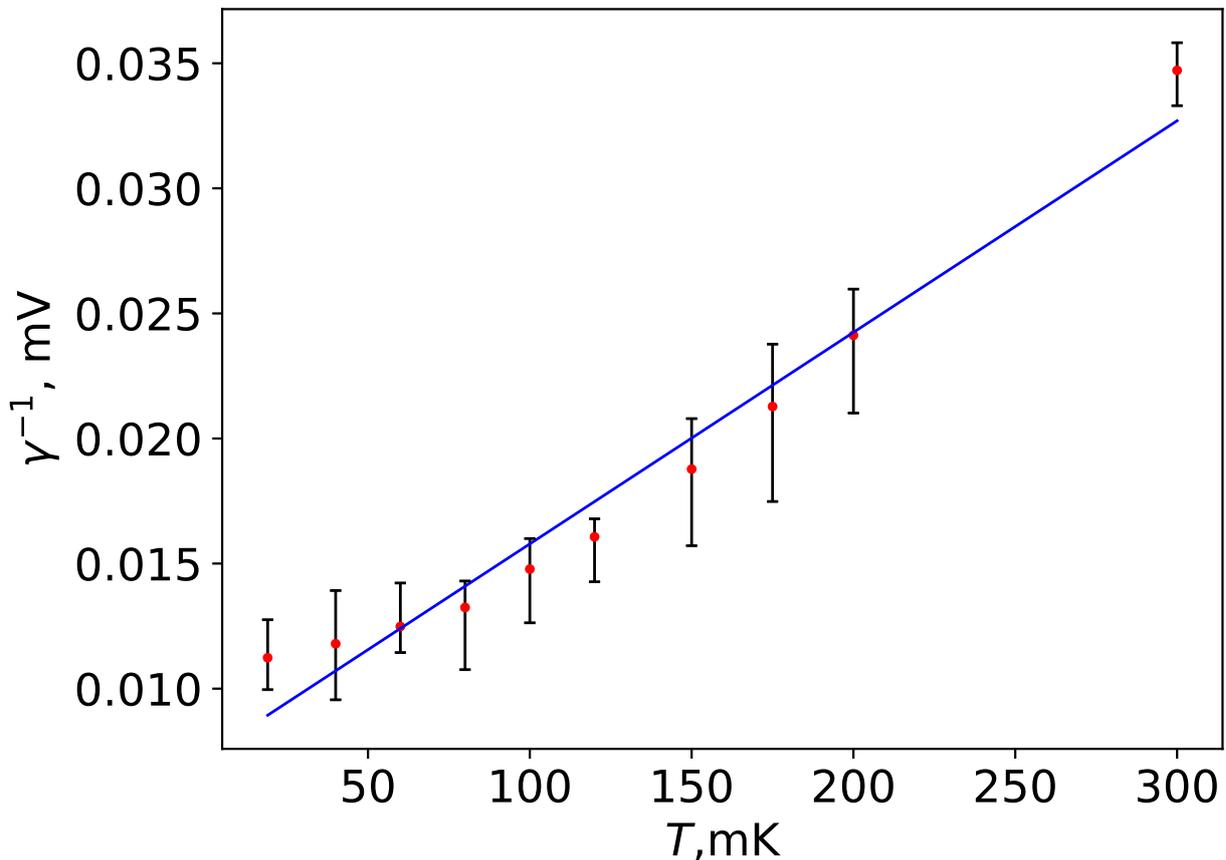


Рисунок 3.5 — Зависимость обратных коэффициентов экспоненциального затухания вольт-амперной характеристики вглубь щели $\left(\frac{d}{dT} \log \frac{dI}{dV}\right)_{eV \lesssim \Delta + \Delta_{Al}}^{-1}$ от температуры для образца $Ti5$. Наклон прямой равен $8.46 \pm 0.56 \times 10^{-5}$ В/К, что в пределах погрешности совпадает с теоретическим значением $k_b/e = 8.62 \times 10^{-5}$ В/К.

3.4 Джозефсоновский ток

Хорошо определённая щель в плотности состояний – не единственное, что указывает на то, что у проволок сохраняются сверхпроводящие свойства, несмотря на квантовые флуктуации. На Рис. 3.6 показаны кривые $I(V)$, измеренные при различных T , для ещё одной титановой нанопроволоки с локальной плотностью состояний, демонстрирующей хорошо выраженную сверхпроводящую щель (Рис. 3.6(a)). Полное сопротивление $R(T)$ этого образца ведёт себя схожим образом с образцами $Ti3$, $Ti4$ и $Ti5$ (см. вставку Рис.3.6(b)). Увеличивая начало кривых $I(V)$, ясно видим признаки джозефсоновского тока величиной ~ 5 нА уже при $T \sim 75$ мК, см. Рис. 3.6(b). Естественным образом вследствие сильных флуктуационных эффектов в проволоке наблюдаемая величина джозефсоновского тока на порядки меньше обычного значения в несколько нА, следующего из стандартной формулы Амбегаокара-Баратова [77]. С повышением температуры флуктуационные эффекты усиливаются и полностью подавляют джозефсоновский ток уже при $T \gtrsim 150$ мК. К сожалению, имеющихся данных по джозефсоновскому току недостаточно для количественного сравнения с теорией.

Подобные особенности наблюдаются также и на других образцах, хотя и не на всех. Наблюдения джозефсоновского тока в туннельных контактах служат ещё одним подтверждением нашего утверждения о присутствии локальной сверхпроводимости во всех титановых нанопроволоках, включая даже наиболее резистивные.

3.5 Результаты и обсуждение

Результаты, изложенные выше, приводят нас к следующей картине, описывающей сверхтонкие сверхпроводниковые нанопроволоки в ”изолирующем режиме” для $g < 16$ при достаточно низких температурах. В этом режиме квантовые проскальзывания фазы играют ключевую роль в физике системы, приводя к локализации куперовских пар на масштабе L_c , см. Ур. (3.2). В более толстых проволоках с $L_c \gtrsim L$ (образцы $Ti1$ и $Ti2$) квантовые проскальзывания фазы сами по себе не способны полностью подавить когерентность фазы вдоль проволоки.

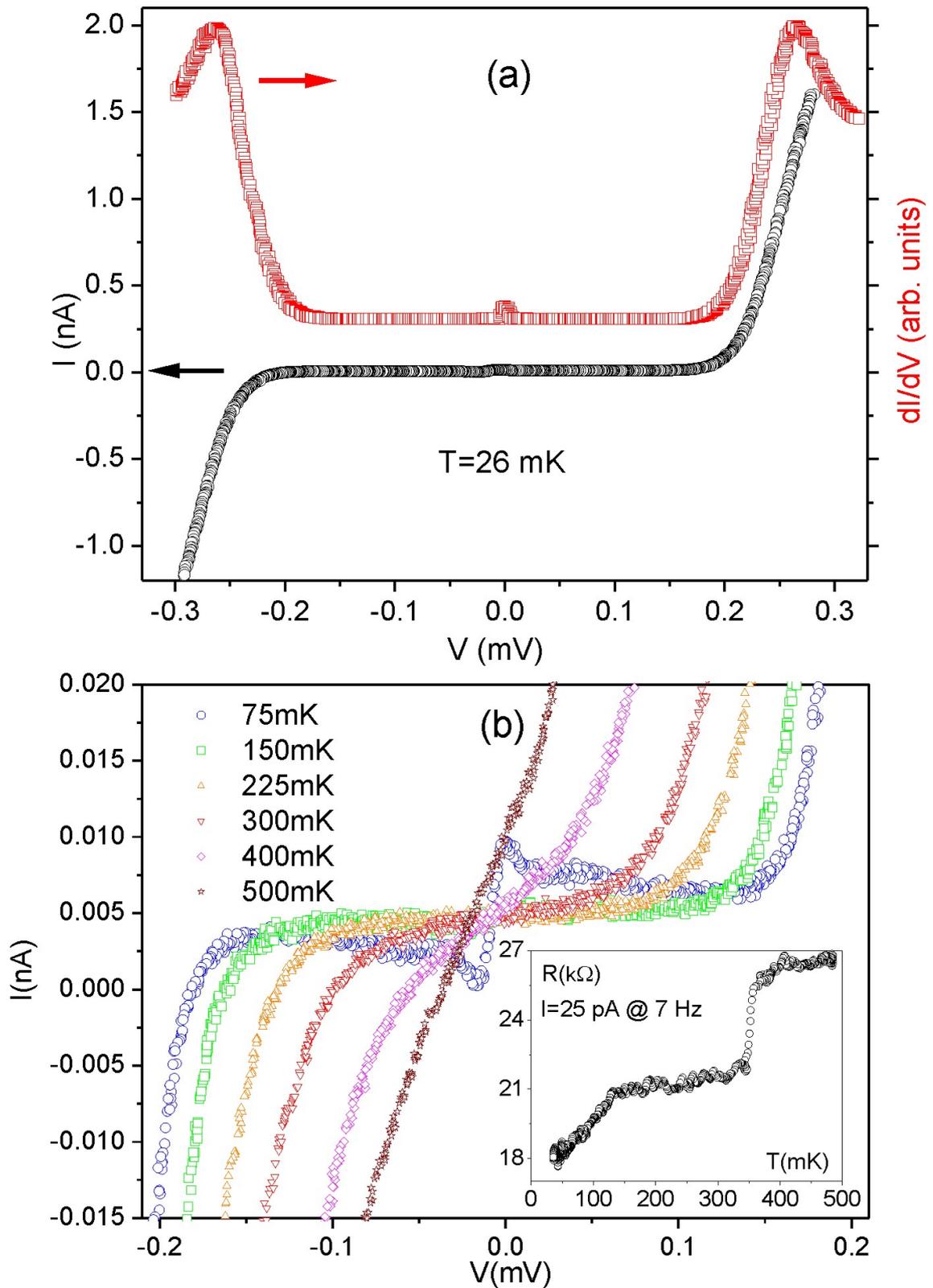


Рисунок 3.6 — (a) Зависимости $I(V)$ и dI/dV для туннельных $Ti - Al$ контактов, соответствующих титановой нанопроволоке с $L = 20$ мкм, $d = 35$ нм и $w = 38$ нм, снятые при $T = 26$ мК. (b) Увеличенная кривая $I(V)$ на низких напряжениях при разной температуре. На вставке: Полное сопротивление R этой же проволоки как функция температуры.

Такие образцы ведут себя схожим образом с нульмерными объектами, такими как малый джозефсоновский контакт, подключённый к резистивной внешней цепи с малым сопротивлением. В зависимости от экспериментальной реализации [70; 105; 106], такие нанопроволоки могут либо остаться сверхпроводящими, либо приобрести сопротивление, которое, однако весьма мало $R \propto \gamma_{\text{qps}}^2$. Напротив, более тонкие образцы с $L_c \ll L$ сохраняют сопротивление порядка нормального даже при $T \ll T_C$ и должны становиться изоляторами в пределе $T \rightarrow 0$. Подобное поведение – следствие того, что квантовые проскальзывания фазы разрушают когерентность фазы при $L_c \ll L$.

Что интересно, сверхпроводящая щель Δ в энергетическом спектре всех титановых проволок, включая даже наиболее резистивные, остаётся хорошо определённой, хотя и слегка уменьшается флуктуациями. Вдобавок, спектр изменяется взаимодействием между электронами и мягкими флуктуациями фазы, ассоциированными с плазменной модой Муи-Шёна, которое размывает сингулярность плотности состояний вблизи края щели (полностью подавляя её при $g < 2$) и создаёт экспоненциально затухающий хвост состояний внутри щели при конечных температурах. В этой фазе проволоки также сохраняют способность проводить бездиссипативный джозефсоновский ток, величина которого, однако, оказывается сильно подавленной флуктуациями. Подавление тока в нашем случае составляет более двух порядков для одного из более резистивных образцов.

Было продемонстрировано, что сегменты нанопроволок длиной $L \lesssim L_c$ сохраняют сверхпроводящие свойства при низких температурах. Напротив, более длинные проволоки с большим числом таких сегментов испытывают локализацию куперовских пар на масштабе $\sim L_c$ и теряют способность проводить измеримый сверхток. Подобные нанопроволоки имеют сопротивление $R(T) \sim R_N$ даже при $T \ll T_C$ и должны переходить к режиму изоляторов в пределе больших длин и $T \rightarrow 0$.

Хорошо известно, что при определённых условиях гранулярные массивы сверхпроводников и цепочки джозефсоновских контактов могут также становиться резистивными и даже изолирующими [93–96]. В этом режиме сверхпроводимость сохраняется только в гранулах, в то время как бездиссипативный перенос заряда между ними подавлен кулоновской блокадой туннелирования куперовских пар. Мы же, напротив, имеем дело с однородными нанопроволоками, в которых вовсе не имеется гранул или туннельных барьеров. Тем не менее, подобные нанопроволоки всё равно демонстрируют несверхпроводящее поведение в том случае,

если их длина превышает типичный размер ”сверхпроводящего домена” L_c . В том же ключе, что и для структур из нормального металла [65; 97; 98], это нетривиальное поведение можно интерпретировать как слабую кулоновскую блокаду куперовских пар, которая – как показывают полученные результаты – может происходить даже в отсутствие туннельных барьеров.

В итоге было показано как экспериментально, так и теоретически, что сверхпроводниковые нанопроволоки в т.н. режиме изолятора в действительности демонстрируют сложное поведение, характеризующееся суперпозицией локальной сверхпроводимости и эффективной локализации куперовских пар на больших масштабах. Поэтому это состояние заслуживает названия ”сверхпроводящего изолятора”. Свойства этого состояния должны учитываться при создании сверхпроводниковых устройств чрезвычайно малого размера.

Заключение

Основные результаты работы можно кратко сформулировать в следующих пунктах:

1. Обнаружено, что флуктуации оказывают сильное влияние на локальную плотность состояний сверхтонких сверхпроводящих проволок как следствие взаимодействия электронов с диссипативным окружением, сформированным баней плазменных мод Муи-Шёна. В рамках используемых ограничений найдена общая аналитическая формула, пригодная для вычисления плотности состояний в различных геометриях, а также для двумерного случая.
2. Исследована способность длинной сверхпроводниковой нанопроволоки пропускать бездиссипативный ток при туннельных измерениях в системе с пропущенным магнитным потоком. Показано, что в комбинации с эффектом квантовых проскальзываний фазы сверхпроводниковая нанопроволока испытывает два различных квантовых фазовых перехода по безразмерному кондактансу g , что приводит к возникновению нетривиальной фазовой диаграммы, в которой при уменьшении толщины фазы со всё менее выраженной сверхпроводимостью последовательно сменяют друг друга.
3. Совместно с экспериментальной группой К. Арутюнова проведено исследование сверхпроводниковых нанопроволок, находящихся в изолирующем состоянии. На основании имеющихся данных и разработанной теории сделано заключение о том, что в этом состоянии образцы теряют сверхпроводящие свойства на больших длинах, в то время как локально сверхпроводимость в них сохраняется.

Эти пункты подкрепляются следующими полученными конкретными результатами:

1. В рамках формализма квазиклассических функций Грина показано, что для типичных экспериментально реализуемых ситуаций влияние флуктуаций на функцию Грина электронов сводится к возникновению флуктуирующих фазовых префакторов, что позволяет ограничиться в расчётах учётом лишь фазовой переменной. Одночастичные наблюдаемые находятся посредством дальнейшего функционального усреднения

полученной функции Грина по фазе.

Вычислена плотность состояний длинной сверхпроводниковой проволоки, для которой в наиболее интересной области вблизи края щели получено аналитическое выражение и проведено численное моделирование. Для этого случая продемонстрировано, что даже при нулевой температуре флуктуации степенным образом изменяют и даже полностью регуляризуют сингулярность вблизи края щели, перебрасывая состояния на более высокие энергии. При конечных температурах флуктуации полностью размывают когерентные пики и порождают экспоненциально затухающий хвост состояний внутри щели.

Проанализирован также двумерный случай, в котором основной эффект состоит в возникновении подщелевых состояний при конечных температурах, по аналогии с одномерным случаем. Важным оказывается то, что полученный вклад при промежуточных температурах является лидирующим и становится значимым даже в не слишком грязных плёнках, находящихся вдали от перехода сверхпроводник-изолятор.

2. Показано, что, вследствие взаимодействия контакта с модами Муи-Шёна, при нулевой температуре в системе происходит квантовый фазовый переход, относящийся к классу эквивалентности Шмида, контролируемый безразмерным кондактансом g .

Достаточно тонкие проволоки, лежащие по толщине ниже точки перехода, оказываются в несверхпроводящей фазе, свойства которой зависят от топологии установки. Если установка не ограничивает флуктуации фазы, то способность проводить бездиссипативный ток исчезает полностью. Если же в определённой точке фаза фиксируется, то способность проводить бездиссипативный ток остаётся, однако он оказывается подавлен флуктуациями на всех масштабах.

Выше точки перехода возникает новый критический масштаб L^* , разделяющий среднеполевой режим и режим, при котором ток уменьшается флуктуациями. Для каждого режима, по крайней мере, в предель-

ных случаях было найдено аналитическое выражение, описывающее соотношение ток-фаза в системе, а также проведено его численное моделирование.

3. Проанализированы экспериментальные зависимости продольного сопротивления титановых нанопроволок от температуры. Показано, что, в зависимости от отношения длины проволоки L к длине локализации куперовской пары L_c , сопротивление либо быстро падает с понижением температуры при $L < L_c$, либо сохраняет величину порядка сопротивления в нормальном состоянии при $L \gg L_c$, что свидетельствует об утрате сверхпроводимости на больших масштабах.

Исследованы туннельные вольт-амперные характеристики проволок и выяснено, что во всех образцах локальная плотность состояний сохраняет черты сверхпроводника и качественно описывается теорией, изложенной в Главе 1. Обнаружено, что некоторые проволоки демонстрируют слабый джозефсоновский ток.

С точки зрения автора, дальнейшее продвижение в области физики сверхтонких сверхпроводниковых проволок может быть сделано путём экспериментального подтверждения квантового фазового перехода Шмида в системе с неограниченными флуктуациями фазы наподобие предложенной в Главе 2. Подобное исследование позволит выявить пределы, в которых сверхпроводящие свойства таких систем могут наблюдаться и использоваться.

В силу схожести систем, по крайней мере, часть полученных результатов применима также к цепочкам джозефсоновских контактов. Поскольку они являются ключевой составляющей лучших на сегодняшний момент твёрдотельных кубитов – трансмона и флюксониума –, проведённое исследование может также иметь применение в области квантовых вычислений. Специфика экспериментов в области также предлагает новые теоретические задачи, в частности, изучение процессов рассеяния сигнала в цепочке с присоединённым SQUID'ом.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю Семёнову А. Г. за неизменную поддержку в научных и жизненных вопросах и научное руководство; Заикину А. Д. за большой вклад в постановку и исследование научных задач, приглашение на стажировку и многие другие предоставленные возможности; сотрудникам ФИАН в целом и, в особенности,

представителям Отделения теоретической физики ФИАН за свободную, тёплую и доброжелательную атмосферу.

Список литературы

1. *Onnes, H.* The Superconductivity of Mercury. / H. Onnes // Communications - Leiden. — 1911. — 120b, 122b, 124c.
2. *Meissner, W.* Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit / W. Meissner, R. Ochsenfeld // Naturwissenschaften. — 1933. — Vol. 21. — P. 787—788.
3. *London, F.* The electromagnetic equations of the supraconductor / F. London, H. London // Proceedings of the Royal Society A. — 1935. — Vol. 149, no. 866.
4. *Гинзбург, В. Л.* К теории сверхпроводимости / В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1950. — Т. 20. — С. 1064.
5. *Абрикосов, А. А.* О магнитных свойствах сверхпроводников второго рода / А. А. Абрикосов // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1957. — Т. 5, № 6. — С. 1174.
6. *Абрикосов, А. А.* On the Magnetic Properties of Superconductors of the Second Group / А. А. Абрикосов // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1957. — Т. 5, № 6. — С. 1174.
7. Exponential Temperature Dependence of the Electronic Specific Heat of Superconducting Vanadium / W. S. Corak [et al.] // Physical Review. — 1954. — Vol. 96. — P. 1442.
8. *Biondi, M. A.* Millimeter Wave Absorption in Superconducting Aluminum / M. A. Biondi, M. P. Garfunkel, A. O. McCoubrey // Physical Review. — 1956. — Vol. 101. — P. 1427.
9. *Glover, R. E. I.* Transmission of Superconducting Films at Millimeter-Microwave and Far Infrared Frequencies / R. E. I. Glover, M. Tinkham // Physical Review. — 1956. — Vol. 104. — P. 844.
10. *Maxwell, E.* Isotope Effect in the Superconductivity of Mercury / E. Maxwell // Physical Review. — 1950. — Vol. 78. — P. 477.
11. Superconductivity of Isotopes of Mercury / C. A. Reynolds [et al.] // Physical Review. — 1950. — Vol. 78. — P. 487.

12. *Cooper, L. N.* Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas / L. N. Cooper // *Physical Review*. — 1956. — Vol. 104. — P. 1189.
13. *Bardeen, J.* Theory of Superconductivity / J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer // *Physical Review*. — 1957. — Vol. 108. — P. 1175.
14. *Goldstone, J.* Field theories with « Superconductor » solutions / J. Goldstone // *Il Nuovo Cimento*. — 1961. — Vol. 19. — P. 154—164.
15. *Bogolyubov, N.* Concerning a new method in the theory of superconductivity / N. Bogolyubov // *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fisiki*. — 1958. — Vol. 7. — P. 58.
16. *Горьков, Л. П.* Об энергетическом спектре сверхпроводников / Л. П. Горьков // *Журнал Экспериментальной и Теоретической физики*. — 1958. — Т. 34. — С. 735—739.
17. *Buckingham, M. J.* A note on the energy gap model of superconductivity / M. J. Buckingham // *Il Nuovo Cimento*. — 1957. — Vol. 5. — P. 1763—1765.
18. *Anderson, P. W.* Coherent Excited States in the Theory of Superconductivity: Gauge Invariance and the Meissner Effect / P. W. Anderson // *Physical Review*. — 1958. — Vol. 110. — P. 827.
19. *Anderson, P. W.* Random-Phase Approximation in the Theory of Superconductivity / P. W. Anderson // *Physical Review*. — 1958. — Vol. 112. — P. 1900.
20. *Deaver, B. S.* Experimental Evidence for Quantized Flux in Superconducting Cylinders / B. S. Deaver, W. M. Fairbank // *Phys. Rev. Lett.* — 1961. — July. — Vol. 7, issue 2. — P. 43—46. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.7.43>.
21. *Doll, R.* Experimental Proof of Magnetic Flux Quantization in a Superconducting Ring / R. Doll, M. Näbauer // *Phys. Rev. Lett.* — 1961. — July. — Vol. 7, issue 2. — P. 51—52. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.7.51>.
22. *London, F.* Superfluids, Macroscopic Theory of Superconductivity, Vol. 1 / F. London. — New York : John Wiley & Sons, Inc., 1950. — 152 p.

23. *Byers, N.* Theoretical Considerations Concerning Quantized Magnetic Flux in Superconducting Cylinders / N. Byers, C. N. Yang // Phys. Rev. Lett. — 1961. — July. — Vol. 7, issue 2. — P. 46—49. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.7.46>.
24. *Onsager, L.* Magnetic Flux Through a Superconducting Ring / L. Onsager // Phys. Rev. Lett. — 1961. — July. — Vol. 7, issue 2. — P. 50—50. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.7.50>.
25. *Brenig, W.* Remark Concerning Quantized Magnetic Flux in Superconductors / W. Brenig // Phys. Rev. Lett. — 1961. — Nov. — Vol. 7, issue 9. — P. 337—339. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.7.337>.
26. *Little, W. A.* Observation of Quantum Periodicity in the Transition Temperature of a Superconducting Cylinder / W. A. Little, R. D. Parks // Phys. Rev. Lett. — 1962. — July. — Vol. 9, issue 1. — P. 9—12. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.9.9>.
27. *Josephson, B.* Possible new effects in superconductive tunnelling / B. Josephson // Physics Letters. — 1962. — Vol. 1, no. 7. — P. 251—253. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0031916362913690>.
28. *Ambegaokar, V.* Tunneling Between Superconductors / V. Ambegaokar, A. Baratoff // Phys. Rev. Lett. — 1963. — June. — Vol. 10, issue 11. — P. 486—489. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.10.486>.
29. *Ambegaokar, V.* Tunneling Between Superconductors / V. Ambegaokar, A. Baratoff // Phys. Rev. Lett. — 1963. — July. — Vol. 11, issue 2. — P. 104—104. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.11.104>.
30. *Anderson, P. W.* Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect / P. W. Anderson, J. M. Rowell // Phys. Rev. Lett. — 1963. — Mar. — Vol. 10, issue 6. — P. 230—232. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.10.230>.
31. *Shapiro, S.* Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations / S. Shapiro // Phys. Rev. Lett. — 1963. — July. — Vol. 11, issue 2. — P. 80—82. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.11.80>.

32. *Yanson, I. K.* Experimental observation of the tunnel effect for Cooper pairs with the emission of photons / I. K. Yanson, V. M. Svistunov, I. M. Dmitrienko // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 1965. — Vol. 48, issue 4. — P. 976—979. — URL: http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_021_03_0650.pdf.
33. Quantum Interference Effects in Josephson Tunneling / R. C. Jaklevic [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1964. — Feb. — Vol. 12, issue 7. — P. 159—160. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.12.159>.
34. *Ginzburg, V.* / V. Ginzburg // Soviet Solid State Physics. — 1960. — T. 2. — C. 61.
35. *Ferrell, R. A.* Possibility of One-Dimensional Superconductivity / R. A. Ferrell // Phys. Rev. Lett. — 1964. — Sept. — Vol. 13, issue 10. — P. 330—332. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.330>.
36. *Rice, T. M.* Superconductivity in One and Two Dimensions / T. M. Rice // Phys. Rev. — 1965. — Dec. — Vol. 140, 6A. — A1889—A1891. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.140.A1889>.
37. *Mermin, N. D.* Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models / N. D. Mermin, H. Wagner // Phys. Rev. Lett. — 1966. — Nov. — Vol. 17, issue 22. — P. 1133—1136. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.17.1133>.
38. *Hohenberg, P. C.* Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions / P. C. Hohenberg // Phys. Rev. — 1967. — June. — Vol. 158, issue 2. — P. 383—386. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.158.383>.
39. *Little, W. A.* Decay of Persistent Currents in Small Superconductors / W. A. Little // Phys. Rev. — 1967. — Apr. — Vol. 156, issue 2. — P. 396—403. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.156.396>.
40. *Langer, J. S.* Intrinsic Resistive Transition in Narrow Superconducting Channels / J. S. Langer, V. Ambegaokar // Phys. Rev. — 1967. — Dec. — Vol. 164, issue 2. — P. 498—510. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.164.498>.
41. *Parks, R. D.* Evidence for Thermodynamic Fluctuations in a Superconductor / R. D. Parks, R. P. Groff // Phys. Rev. Lett. — 1967. — Mar. — Vol. 18, issue 10. — P. 342—345. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.18.342>.

42. *Glover, R.* Ideal resistive transition of a superconductor / R. Glover // *Physics Letters A*. — 1967. — Vol. 25, no. 7. — P. 542—544. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375960167900369>.
43. *Aslamazov, L. G.* / L. G. Aslamazov, A. I. Larkin // *Soviet Solid State Physics*. — 1968. — T. 10. — C. 875.
44. *Aslamazov, L.* The influence of fluctuation pairing of electrons on the conductivity of normal metal / L. Aslamazov, A. Larkin // *Physics Letters A*. — 1968. — Vol. 26, no. 6. — P. 238—239. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375960168906233>.
45. *Maki, K.* The Critical Fluctuation of the Order Parameter in Type-II Superconductors / K. Maki // *Progress of Theoretical Physics*. — 1968. — Apr. — Vol. 39, no. 4. — P. 897—906. — eprint: <https://academic.oup.com/ptp/article-pdf/39/4/897/5475903/39-4-897.pdf>. — URL: <https://doi.org/10.1143/PTP.39.897>.
46. *Thompson, R. S.* Microwave, Flux Flow, and Fluctuation Resistance of Dirty Type-II Superconductors / R. S. Thompson // *Phys. Rev. B*. — 1970. — Jan. — Vol. 1, issue 1. — P. 327—333. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.1.327>.
47. *Berezinskii, V. L.* Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems possessing a continuous symmetry group. II. Quantum systems / V. L. Berezinskii // *Soviet Physics JETP*. — 1971. — Vol. 61. — P. 1144—1156. — URL: <https://inspirehep.net/files/0f7b50c47ec26bed99a50ff199960259>.
48. *Kosterlitz, J. M.* Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J. M. Kosterlitz, D. J. Thouless // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. — 1973. — Apr. — Vol. 6, no. 7. — P. 1181—1203. — URL: <https://doi.org/10.1088/0022-3719/6/7/010>.
49. *Beasley, M. R.* Possibility of Vortex-Antivortex Pair Dissociation in Two-Dimensional Superconductors / M. R. Beasley, J. E. Mooij, T. P. Orlando // *Phys. Rev. Lett.* — 1979. — Apr. — Vol. 42, issue 17. — P. 1165—1168. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.42.1165>.
50. *Larkin, A.* *Theory of Fluctuations in Superconductors* / A. Larkin, A. Varlamov. — New York : Oxford U. Press, 2005.

51. *Carlson, R. V.* Propagating Order-Parameter Collective Modes in Superconducting Films / R. V. Carlson, A. M. Goldman // *Phys. Rev. Lett.* — 1975. — Jan. — Vol. 34, issue 1. — P. 11—15. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.34.11>.
52. *Mooij, J. E.* Propagating plasma mode in thin superconducting filaments / J. E. Mooij, G. Schön // *Phys. Rev. Lett.* — 1985. — July. — Vol. 55, issue 1. — P. 114—117. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.55.114>.
53. *Feynman, R. P.* The theory of a general quantum system interacting with a linear dissipative system / R. P. Feynman, F. Vernon // *Annals of Physics.* — 1963. — Vol. 24. — P. 118—173. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000349166390068X>.
54. *Caldeira, A. O.* Influence of Dissipation on Quantum Tunneling in Macroscopic Systems / A. O. Caldeira, A. J. Leggett // *Phys. Rev. Lett.* — 1981. — Jan. — Vol. 46, issue 4. — P. 211—214. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.46.211>.
55. *Caldeira, A.* Quantum tunnelling in a dissipative system / A. Caldeira, A. Leggett // *Annals of Physics.* — 1983. — Vol. 149, no. 2. — P. 374—456. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491683902026>.
56. *Schmid, A.* Diffusion and Localization in a Dissipative Quantum System / A. Schmid // *Phys. Rev. Lett.* — 1983. — Oct. — Vol. 51, issue 17. — P. 1506—1509. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.51.1506>.
57. *Yagi, R.* Phase Diagram for Superconductor-Insulator Transition in Single Small Josephson Junctions with Shunt Resistor / R. Yagi, S.-i. Kobayashi, Y. Ootuka // *Journal of the Physical Society of Japan.* — 1997. — Vol. 66, no. 12. — P. 3722—3724. — eprint: <https://doi.org/10.1143/JPSJ.66.3722>. — URL: <https://doi.org/10.1143/JPSJ.66.3722>.
58. “Superconductor-Insulator Transition” in a Single Josephson Junction / J. S. Penttilä [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — Feb. — Vol. 82, issue 5. — P. 1004—1007. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.1004>.
59. *Eckern, U.* Quantum dynamics of a superconducting tunnel junction / U. Eckern, G. Schön, V. Ambegaokar // *Phys. Rev. B.* — 1984. — Dec. — Vol. 30, issue 11. — P. 6419—6431. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.30.6419>.

60. *Giordano, N.* Evidence for Macroscopic Quantum Tunneling in One-Dimensional Superconductors / N. Giordano // Phys. Rev. Lett. — 1988. — Oct. — Vol. 61, issue 18. — P. 2137—2140. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.61.2137>.
61. *Sharifi, F.* Crossover from two to one dimension in in situ grown wires of Pb / F. Sharifi, A. V. Herzog, R. C. Dynes // Phys. Rev. Lett. — 1993. — July. — Vol. 71, issue 3. — P. 428—431. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.428>.
62. Fluctuation Effects on a Strongly Pinned Vortex Lattice in a Thin Type-II Superconducting Wire / X. S. Ling [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Jan. — Vol. 74, issue 5. — P. 805—808. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.805>.
63. Quantum Phase Slips and Transport in Ultrathin Superconducting Wires / A. D. Zaikin [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Feb. — Vol. 78, issue 8. — P. 1552—1555. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.1552>.
64. Quantum Fluctuations and Dissipation in Thin Superconducting Wires / A. D. Zaikin [et al.] // Physics Uspekhi. — 1998. — Vol. 41. — P. 226.
65. *Golubev, D. S.* Quantum tunneling of the order parameter in superconducting nanowires / D. S. Golubev, A. D. Zaikin // Phys. Rev. B. — 2001. — June. — Vol. 64, issue 1. — P. 014504. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.64.014504>.
66. *Bezryadin, A.* Quantum Suppression of Superconductivity in Ultrathin Nanowires / A. Bezryadin, J. Lau, M. Tinkham // Nature. — 2000. — Apr. — Vol. 404. — P. 971—4.
67. Quantum Phase Slips in Superconducting Nanowires / C. N. Lau [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Nov. — Vol. 87, issue 21. — P. 217003. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.217003>.
68. *Hekking, F. W. J.* Quantum fluctuations in the equilibrium state of a thin superconducting loop / F. W. J. Hekking, L. I. Glazman // Phys. Rev. B. — 1997. — Mar. — Vol. 55, issue 10. — P. 6551—6558. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.55.6551>.

69. *Arutyunov, K.* Superconductivity in one dimension / K. Arutyunov, D. Golubev, A. Zaikin // *Physics Reports*. — 2008. — Vol. 464, no. 1. — P. 1—70. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157308001609>.
70. *Semenov, A. G.* Persistent currents in quantum phase slip rings / A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *Phys. Rev. B*. — 2013. — Aug. — Vol. 88, issue 5. — P. 054505. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.88.054505>.
71. *Usadel, K. D.* Generalized Diffusion Equation for Superconducting Alloys / K. D. Usadel // *Phys. Rev. Lett.* — 1970. — Aug. — Vol. 25, issue 8. — P. 507—509. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.25.507>.
72. Quasiclassical Green's function approach to mesoscopic superconductivity / W. Belzig [et al.] // *Superlattices and Microstructures*. — 1999. — Vol. 25, no. 5. — P. 1251—1288. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749603699907103>.
73. Dynamics and effective actions of BCS superconductors / van Otterlo, A. [et al.] // *Eur. Phys. J. B*. — 1999. — Vol. 10, no. 1. — P. 131—143. — URL: <https://doi.org/10.1007/s100510050836>.
74. *Kleinert, H.* Hubbard-Stratonovich Transformation: Successes, Failure, and Cure / H. Kleinert // *Electron. J. Theor. Phys.* — 2011. — Vol. 8, no. 25. — P. 57—64. — arXiv: [1104.5161](https://arxiv.org/abs/1104.5161) [[cond-mat.quant-gas](https://arxiv.org/abs/1104.5161)].
75. *Altshuler, B.* Zero bias anomaly in tunnel resistance and electron—electron interaction / B. Altshuler, A. Aronov // *Solid State Communications*. — 1993. — Vol. 88, no. 11. — P. 1033—1035. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0038109893902904> ; Special Issue A Celebratory Issue to Commemorate 30 Years of Solid State Communications.
76. *Levitov, S.* Semiclassical Theory of Coulomb Anomaly / S. Levitov, A. V. Shytov // *Pis'ma v ZhETF*. — 1997. — Vol. 66, no. 3. — P. 200—205. — URL: http://jetpletters.ru/ps/1016/article_15448.pdf.
77. *Tinkham, M.* Introduction to Superconductivity, Second Edition / M. Tinkham. — New York : McGraw-Hill, Inc., 1996.
78. *Larkin, A.I.* Influence of inhomogeneities on superconductors properties / A.I. Larkin, Yu.N. Ovchinnikov // *Soviet Physics JETP*. — 1972. — Vol. 34, no. 3. — P. 651—655.

79. *Meyer, J. S.* Gap fluctuations in inhomogeneous superconductors / J. S. Meyer, B. D. Simons // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Sept. — Vol. 64, issue 13. — P. 134516. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.64.134516>.
80. *Burmistrov, I. S.* Local density of states and its mesoscopic fluctuations near the transition to a superconducting state in disordered systems / I. S. Burmistrov, I. V. Gornyi, A. D. Mirlin // *Phys. Rev. B.* — 2016. — May. — Vol. 93, issue 20. — P. 205432. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.93.205432>.
81. Tunneling probe of fluctuating superconductivity in disordered thin films / D. Dentelski [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Mar. — Vol. 97, issue 10. — P. 100503. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.97.100503>.
82. *Oreg, Y.* Suppression of T_c in Superconducting Amorphous Wires / Y. Oreg, A. M. Finkel'stein // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — July. — Vol. 83, issue 1. — P. 191—194. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.83.191>.
83. *Dynes, R. C.* Direct Measurement of Quasiparticle-Lifetime Broadening in a Strong-Coupled Superconductor / R. C. Dynes, V. Narayanamurti, J. P. Garno // *Phys. Rev. Lett.* — 1978. — Nov. — Vol. 41, issue 21. — P. 1509—1512. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.41.1509>.
84. Coherent Excited States in Superconductors due to a Microwave Field / A. V. Semenov [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — July. — Vol. 117, issue 4. — P. 047002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.047002>.
85. *Panyukov, S.* Quantum fluctuations and quantum dynamics of small Josephson junctions / S. Panyukov, A. Zaikin // *Journal of Low Temperature Physics.* — 1988. — Vol. 73. — P. 1—32. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF00681741>.
86. *Fisher, M. P. A.* Quantum Brownian motion in a periodic potential / M. P. A. Fisher, W. Zwerger // *Phys. Rev. B.* — 1985. — Nov. — Vol. 32, issue 10. — P. 6190—6206. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.32.6190>.
87. *Schön, G.* Quantum coherent effects, phase transitions, and the dissipative dynamics of ultra small tunnel junctions / G. Schön, A. Zaikin // *Physics Reports.* — 1990. — Vol. 198, no. 5. — P. 237—412. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037015739090156V>.

88. *Lukyanov, S.* Exact expectation values of local fields in the quantum sine-Gordon model / S. Lukyanov, A. Zamolodchikov // Nuclear Physics B. — 1997. — Vol. 493, no. 3. — P. 571—587. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321397001235>.
89. *Gogolin, A. O.* Bosonization and Strongly Correlated Systems / A. O. Gogolin, A. A. Nersesyan, A. M. Tsvelik. — Cambridge, England : Cambridge University Press, 1998.
90. Evidence of quantum phase slip effect in titanium nanowires / J. S. Lehtinen [et al.] // Physical Review B. — 2012. — Mar. — Vol. 85, issue 9. — P. 094508. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.85.094508>.
91. *Arutyunov, K. Y.* Quantum Fluctuations of a Superconductor Order Parameter / K. Y. Arutyunov, J. S. Lehtinen // Nanoscale Research Letters. — 2016. — Vol. 11, no. 364. — URL: <https://doi.org/10.1186/s11671-016-1582-7>.
92. Determination of the Superconductor-Insulator Phase Diagram for One-Dimensional Wires / A. T. Bollinger [et al.] // Physical Review Letters. — 2008. — Nov. — Vol. 101, issue 22. — P. 227003. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.227003>.
93. *Panyukov, S. V.* Quantum coherence and phase transitions in granular superconductors with dissipation. I. Ordered arrays / S. V. Panyukov, A. D. Zaikin // Journal of Low Temperature Physics. — 1989. — Nov. — Vol. 75. — P. 361—388. — URL: <https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00683713>.
94. *Fazio, R.* Charge and vortex dynamics in arrays of tunnel junctions / R. Fazio, G. Schön // Physical Review B. — 1991. — Mar. — Vol. 43, issue 7. — P. 5307—5320. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.43.5307>.
95. Phase transitions in dissipative Josephson chains : Monte Carlo results and response functions / P. Bobbert [et al.] // Physical Review B. — 1992. — Vol. 45, no. 5. — P. 2294—2304.
96. *Fazio, R.* Quantum phase transitions and vortex dynamics in superconducting networks / R. Fazio, H. van der Zant // Physics Reports. — 2001. — Vol. 355, no. 4. — P. 235—334. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157301000229>.

97. *Zaikin, A.* Dissipative Quantum Mechanics of Nanostructures: Electron Transport, Fluctuations and Interactions / A. Zaikin, D. Golubev. — Singapore : Jenny Stanford Publishing, 2019.
98. *Nazarov, Y. V.* Coulomb Blockade without Tunnel Junctions / Y. V. Nazarov // *Physical Review Letters*. — 1999. — Feb. — Vol. 82, issue 6. — P. 1245—1248. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.1245>.

Публикации автора по теме диссертации

99. *Radkevich, A.* Quantum phase fluctuations and density of states in superconducting nanowires / A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *Phys. Rev. B*. — 2017. — Aug. — Vol. 96, issue 8. — P. 085435. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.96.085435>.
100. *Radkevich, A. A.* Quantum fluctuations and density of states in low-dimensional superconductors / A. A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *The European Physical Journal Special Topics*. — 2019. — Vol. 227. — P. 2289—2295.
101. Smearing of electron density of states in quasi-one-dimensional superconducting channels due to quantum phase fluctuations / K. Yu. Arutyunov [et al.] // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2018. — Vol. 459. — P. 356—358. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885317320504>.
102. Плотность состояний тонких сверхпроводящих каналов в режиме квантовых флуктуаций параметра порядка / К. Ю. Арутюнов [и др.] // *Физика твердого тела*. — 2017. — Т. 59, № 11. — С. 2092.
103. Superconducting insulators and localization of Cooper pairs / K. Yu. Arutyunov [et al.] // *Communication Physics*. — 2021. — Vol. 4. — P. 146.
104. Локальные и интегральные свойства квазиодномерного сверхпроводника в режиме квантовых флуктуаций параметра порядка / К. Ю. Арутюнов [и др.] // *Физика Твёрдого Тела*. — 2021. — Т. 9. — С. 1233.

105. *Radkevich, A.* Quantum fluctuations and phase coherence in superconducting nanowires / A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *Phys. Rev. B.* — 2019. — July. — Vol. 100, issue 1. — P. 014520. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.100.014520>.
106. *Radkevich, A. A.* Topology-Controlled Phase Coherence and Quantum Fluctuations in Superconducting Nanowires / A. A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism.* — 2019. — Vol. 33. — P. 2335—2339.

Список рисунков

- 1.1 Типы флуктуаций в сверхпроводящих нанопроволоках. Слева: гладкие вариации параметра порядка. Справа: проскальзывания фазы. 17
- 1.2 Рассматриваемая система: сверхтонкая сверхпроводниковая проволока вместе с частью установки, предназначенной для измерений плотности состояний. 22
- 1.3 Зависимость от энергии нормированной электронной плотности состояний $\nu(E)/\nu_0$ сверхпроводящих нанопроволок при разных температурах для двух значений $g = 5$ (слева) и $g = 1.67$ (справа). Энергия E и температура T выражены в единицах Δ 29
- 1.4 Зависимость от энергии нормированной электронной плотности состояний $\nu(E)/\nu_0$ сверхпроводящих нанопроволок при $T = 0$ для разных значений g 30
- 1.5 Плотность состояний в двумерном случае для $T \sim \Delta$ и разных g_{2D} 33
- 2.1 Рассматриваемая система 38
- 2.2 Зависимость от фазы сверхтока $I(\varphi)$ (в единицах $e\Delta/(2\pi)$) для $E_J/\Delta = 0.1$ и разных g . Левая и правая панели соответствуют $\Delta L/v = 20$ и $\Delta L/v = 0.5$ 48
- 2.3 Рассматриваемая система для случая с ограниченными флуктуациями фазы. 51
- 3.1 Верхняя панель: схема эксперимента. Нижняя панель: изображение одной из структур, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа. Вставка: увеличенная зона контакта, снятая атомно-силовым микроскопом. Цветом обозначена высота участка образца. 57
- 3.2 Зависимость сопротивления от температуры $R(T)$, измеренная для пяти титановых нанопроволок. Непрерывной кривой обозначен фит экспериментальных данных (для образцов $Ti1$ и $Ti2$) формулой $R(T) = R_N/(1 + R_N/R_{\text{taps}}(T))$ внутри её области применимости, см. Приложение A.2. 59

- 3.3 Дифференциальная проводимость dI/dV как функция напряжения V , измеренная в $Ti - Al$ туннельных контактах при $T \simeq 21$ мК для пяти образцов от $Ti1$ до $Ti5$. При $e|V| = \Delta + \Delta_{Al}$ имеется острый пик. На вставке: Те же данные для образца $Ti3$ при разных температурах. 61
- 3.4 Фит данных для образца $Ti3$ при $T \simeq 21$ мК теоретической кривой [99] (см. Приложение А.4). На вставке: Плотность состояний ν (в единицах ν_0) как функция энергии E , восстановленная для того же образца при той же температуре. 62
- 3.5 Зависимость обратных коэффициентов экспоненциального затухания вольт-амперной характеристики вглубь щели $\left(\frac{d}{dT} \log \frac{dI}{dV}\right)^{-1} \Big|_{eV \lesssim \Delta + \Delta_{Al}}$ от температуры для образца $Ti5$. Наклон прямой равен $8.46 \pm 0.56 \times 10^{-5}$ В/К, что в пределах погрешности совпадает с теоретическим значением $k_b/e = 8.62 \times 10^{-5}$ В/К. 63
- 3.6 (а) Зависимости $I(V)$ и dI/dV для туннельных $Ti - Al$ контактов, соответствующих титановой нанопроволоке с $L = 20$ мкм, $d = 35$ нм и $w = 38$ нм, снятые при $T = 26$ мК. (б) Увеличенная кривая $I(V)$ на низких напряжениях при разной температуре. На вставке: Полное сопротивление R этой же проволоки как функция температуры. 65

Приложение А

А.1 Таблица параметров образцов из эксперимента группы К.Арутюнова

	w , нм	R_n , к Ω	v , 10^6 м/с	$N = \Delta L/v$	g	g_ξ
$Ti1$	62	22	2.3	0.81	3.0	156
$Ti2$	46	32	1.9	0.97	2.5	107
$Ti3$	41	38	1.8	1.1	2.3	91
$Ti4$	40	47	1.6	1.2	2.0	73
$Ti5$	30	67	1.3	1.4	1.7	52

А.2 Фит кривой $R(T)$

Для зависимости $R(T)$ мы использовали формулу, полученную в рамках модели термически активированных проскальзываний фазы (TAPS) вблизи T_c из [65]

$$R_{TAPS} = R_q \times 2A\sqrt{6\pi} \frac{X T_c}{\xi T} \sqrt{\frac{\delta F}{T}} e^{-\delta F/T}$$

с

$$\delta F/T = 0.665 g_\xi \frac{(1-t)^{3/2}}{t}$$

и $t = T/T_c$. Соединяя всё вместе, получаем двухпараметрическую формулу, использованную для фита экспериментальных кривых.

$$\frac{R_{TAPS}}{R_N} = A \frac{(1-t)^{5/4}}{t^{3/2}} \exp\left(-0.665 g_\xi \frac{(1-t)^{3/2}}{t}\right)$$

А.3 Нижняя оценка L_c

В нашем эксперименте на кривых $R(T)$ двух ”более сверхпроводящих” образцов наблюдается только эффект TAPS. Переход к режиму QPS происходит при более низких температурах, чем те, при которых проводился эксперимент. Поэтому извлечь параметры QPS напрямую из имеющихся данных невозможно. Однако можно найти для них ограничение снизу.

Сопротивление, обусловленное квантовыми проскальзываниями фазы, даётся формулой

$$R_{QPS}/R_N = b^2 g_\xi^3 \frac{v}{16T\xi} \left(\frac{2\pi T}{\Delta} \right)^{g/8-1} \exp(-2ag_\xi).$$

Если предположить, что переход к режиму QPS происходит при значениях $R(T)$ на уровне наинизших детектируемых в эксперименте, то получим оценку сверху величины эффектов, связанных с QPS. Для образца *Ti2* в предположении $R^*/R_N \sim e^{-4}$ и $T^*/T_c \sim e^{-1.15}$ (см. 3.2), используя теоретические оценки $v = 1.91 \cdot 10^6 m/s$, $\xi = 140 nm$, $g_z = 2.5$, и значение $g_\xi = 9.0$, полученное из фита TAPS, получим $b^2 e^{-18.0a} < 3.1 \cdot 10^{-7}$ и $a - 0.11 \ln(b) > 0.83$. Возможно также извлечь минимальное возможное значение L_c для этого образца, $L_c \sim \xi \exp\left(\frac{ag_\xi - \ln(b)}{2-g/8}\right) > 12 \mu m$.

А.4 Фиты вольт-амперной характеристики туннельных контактов

Для моделирования кривых $I(V)$ туннельного SIS-контакта с нанопроволокой, сначала путём численного интегрирования по формуле 1.27

$$\nu(E) = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \nu_{BCS}(\varepsilon) \mathcal{B}^K(E - \varepsilon) (1 + F(\varepsilon)F(E - \varepsilon)) \quad (\text{A.1})$$

с 1.47

$$\mathcal{B}^K(\omega) = \cosh\left(\frac{\beta\omega}{2}\right) \left(\frac{2\pi T}{\Delta}\right)^{1/g_z} \frac{\left|\Gamma\left(\frac{1}{2g_z} + \frac{i\omega}{2\pi T}\right)\right|^2}{2\pi T \Gamma(1/g_z)}$$

была получена плотность состояний проволоки. Затем была использована полупроводниковая формула [77]

$$I(V) = C \int dE \nu_1(E) \nu_2(E + eV) \left(F(E) - F(E + eV) \right),$$

где ν_1 – плотность состояний титана, а для алюминия использовалась обычная формула теории БКШ $\nu_2(E) = \nu_{BCS}(E)$. Численно дифференцируя эту зависимость, получим кривую, использованную для фитирования экспериментальных данных. После масштабирования остаётся единственный подгоночный параметр g .