

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт имени П.Н. Лебедева
Российской академии наук

На правах рукописи

Павлов Николай Геннадьевич

Радиофотонные устройства на базе оптических микрорезонаторов

Специальность 01.04.21–Лазерная физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физическом институте им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (ФИАН).

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Городецкий Михаил Леонидович

Научный консультант: член - корреспондент РАН, доктор физико - математических наук
Колачевский Николай Николаевич

Официальные оппоненты: **Моисеев Сергей Андреевич**,
доктор физико-математических наук, профессор
кафедры радиотоники и микроволновых технологий Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева»,
Самойленко Алексей Андреевич,
кандидат физико-математических наук,
начальник сектора Отделения голографии, оптической томографии, нанотехнологий и наноматериалов Федерального государственного унитарного предприятия Всероссийского научно-исследовательского института оптико-физических измерений (ФГУП «ВНИИОФИ»),

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт спектроскопии Российской академии наук (ИСАН).

Защита состоится «01» октября 2018 г. в 11 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.023.03 при Физическом институте им. П.Н. Лебедева РАН по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д. 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, а также на сайте института www.lebedev.ru.

Автореферат разослан «_____» _____ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.023.03,
доктор физико-математических наук

А.С. Золотко

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена исследованию нелинейных высокодобротных кристаллических микрорезонаторов (MgF_2 , CaF_2 , BaF_2 , SrF_2 , LiNbO_3) с модами шепчущей галереи и разработке методов по применению микрорезонаторов в различных фотонных и радиофотонных задачах.

Актуальность проблемы

В последнее десятилетие активно развиваются технологии по переходу от электронных систем к радиофотонным. Радиофотоника – научное направление, изучающее взаимодействие оптического и радиочастотного излучения в задачах приема, передачи и обработки информации. Направление связано с использованием методов и средств фотоники совместно с радиоэлектронными элементами. В начале XXI-го века все преимущества оптических методов были реализованы на нанотехнологическом уровне. Созданная новая элементная база и разработка новых методов ее применения позволила не только значительно повысить характеристики радиосистем, но и качественно расширить быстродействие и разрешающую способность подобных систем.

Одним из наиболее перспективных элементов радиофотоники является оптический микрорезонатор с модами шепчущей галереи (МШГ). Оптические микрорезонаторы уникально сочетают в себе субмиллиметровый размер с гигантской добротностью ($Q > 10^8$) [1]. Подобные микрорезонаторы из материалов с квадратичной и кубической нелинейностью являются перспективной платформой в различных областях фотоники и радиофотоники, таких как нелинейная оптика с генерацией керровских частотных гребенок [2], оптомеханика [3], прецизионная спектроскопия [4, 5]. Также они используются как внешние резонаторы для стабилизации частоты лазерных диодов [6]. Кроме этого, микрорезонаторы находят все более широкое распространение в экспериментальной физике, в частности в высокостабильных генераторах, разнообразных сенсорах, фильтрах и других радиофотонных устройствах [7].

Для микроволновых систем сотовой связи и других сетей разнообразных коммуникационных систем требуются устройства, способные принимать, преобразовывать и обрабатывать сигналы в миллиметровом и сантиметровом диапазонах. Эту роль могут взять на себя электрооптические модуляторы, основанные на взаимодействии электромагнитных волн в нелинейных оптических резо-

наторах с высокочастотными МШГ. В 2000 году был продемонстрирован подход, позволяющий эффективно связать в микрорезонаторах микроволновое и световое поле [8, 9]. В этих исследованиях эффективное резонансное взаимодействие между многими оптическими МШГ и микроволновой модой достигалось за счет тщательной разработки формы МШГ и СВЧ резонаторов. На основе такого взаимодействия был предложен и реализован новый вид электрооптического модулятора, а также фотонного приемника микроволнового излучения. В такой конфигурации была продемонстрирована рекордная на сегодняшний день чувствительность 3 пВт (-85 дБм) в полосе 60 МГц на частоте 14.6 ГГц [10]. Преимущества МШГ модуляторов состоят в энергоэффективности ($V_\pi = 100$ мВ) и чувствительности, по сравнению с повсюду используемыми модуляторами на основе интерферометра Маха-Цендера [11]. Важной задачей в этом направлении является создание компактного и широкополосного модулятора на основе микрорезонатора, способного передавать низкочастотные сигналы по оптическим каналам связи.

Развитие фемтосекундных оптических частотных гребенок оказало огромное влияние на науку и технологии с момента их первоначального открытия в 2000 году [12]. После 2005 года, когда методы измерения на основе оптических частотных гребенок были отмечены Нобелевской премией, количество их применений постоянно растет. Оптические гребенки позволяют проводить прецизионные измерения с точностью, которая была недостижима ранее другими методами, в различных областях науки и техники, таких как калибровка астрономических спектрографов [13], определение расстояний [14], молекулярная спектроскопия [15] и других. Одним из наиболее интересных направлений исследования микрорезонаторов из материалов с кубической нелинейностью являются керровские частотные гребенки. В 2007 году было обнаружено, что микрорезонаторы могут использоваться для генерации оптических частотных гребенок, то есть каскадной генерации оптических частот, расположенных на равных интервалах друг от друга [16, 17, 18]. В 2014 году было показано [2], что возможна генерация частотных гребенок в режиме, соответствующем образованию диссипативных керровских солитонов (ДКС), определяющем стабильные фазовые соотношения между линиями гребенки. ДКС в микрорезонаторах сочетают в себе уникальные свойства такие как широкополосный источник света со стабильной частотой повторения, низким фазовыми шумами СВЧ биений [19], и

широким спектром вплоть до октавы [20, 21]. В частности, они были продемонстрированы в оптических микрорезонаторах на основе нелинейных кристаллов (MgF_2) [2], кварца [22], и интегральных чипах из нитрида кремния (Si_3N_4) [23]. Одно из многообещающих применений ДКС – спектроскопия на основе двойной гребенки. Использование двух гребенок [24] позволяет реализовать прямое преобразование оптического спектра в радиочастотную область. В данный момент метод нашел применения в таких областях как лазерная локация [25] с субмикронной точностью [26] или спектроскопия с высоким разрешением [27]. В отличие от классического метода фурье-спектроскопии на основе интерферометра Майкельсона, где измеряемые оптические частоты преобразуются в более низкие пространственные частоты (frequency-to-space), в спектроскопии двойной частотной гребенки оптические частоты преобразуются в частоты радиодиапазона (frequency-to-time). При дальнейшем развитии, спектроскопия на основе двух гребенок может заменить традиционную фурье спектроскопию во многих приложениях в связи с ее большей чувствительностью [27], быстрым отклике и стабильностью из-за отсутствия движущихся частей. Соответственно, создание и реализация методов компактной спектроскопии на основе двух МШГ гребенок очень актуальна в наши дни.

Активно исследуется направление, изучающее применение микрорезонаторов в качестве внешнего резонатора, для пассивной стабилизации лазерных диодов. В настоящее время компактные и недорогие диодные лазеры покрывают почти весь оптический спектр. Однако их естественная ширина линии и стабильность не достаточны для многих перспективных задач. Пассивная стабилизация полупроводниковых лазеров использует резонансную оптическую обратную связь с внешним оптическим элементом [28, 29], например, дифракционные, брэгговские или голографические решетки в конфигурации Литтроу или Литтмана [30, 31], резонаторы Фабри-Перо (ФП) [32, 33] и их комбинации [34]. Высокодобротные резонаторы ФП, успешно используемые для многих применений лазерной стабилизации, являются сравнительно громоздкими, в то время как высококачественные зеркальные покрытия специфичны для выбранной длины волны. Эти проблемы могут быть решены с помощью микрорезонаторов с МШГ, которые легко совместимы с коммерческими лазерными диодами. Эффективная обратная связь реализуется за счет резонансного рэлеевского рассеяния на неоднородностях микрорезонатора [35], при котором часть входящего

излучения, находящегося в резонансе с частотой МШГ моды, отражается обратно в рабочую область лазера. Этот эффект обеспечивает быструю оптическую обратную связь и приводит к кардинальному сужению ширины линии лазера. Впервые продемонстрированный с шарами из плавленого кварца [36], позже этот метод использовался для сужения ширины линии и стабилизации частоты различных одночастотных лазеров [37], в том числе квантово каскадного [38], волоконно-кольцевого [39] и лазера с распределенной обратной связью [6, 40] с мгновенной шириной линии ниже нескольких сотен герц [41]. Параллельно, при стабилизации одночастотного диода, была продемонстрирована генерация ДКС [41]. Тем не менее, мощность одночастотных стабилизированных лазеров не высока (~ 10 мВт), поэтому перспективной задачей в данной области является создание узкополосных, компактных и мощных лазеров, стабилизированных микрорезонаторами.

Для повышения эффективности использования микрорезонаторов в радиопотонных устройствах активные исследования ведутся в направлении создания новых элементов связи. Для возбуждения МШГ в микрорезонаторах разработана широкая гамма различных элементов связи, основанная на эффекте нарушенного полного внутреннего отражения. Среди них можно выделить несколько основных типов. Самым распространенным способом связи является растянутое оптическое волокно [42]. На текущий момент именно связь с растянутым волокном обеспечивает наибольшую эффективность, превышающую 99% [43, 44]. Однако, элемент связи на основе растянутого волокна удобен и прост в изготовлении, он не обеспечивает достаточной жесткости конструкции и чувствителен к акустическим шумам. Другой элемент связи призма, остается одним из наиболее простых и надежных способов связи с резонаторами, хотя этот элемент связи не является самым эффективным [45, 46]. Максимальный уровень связи, который был достигнут с призмой 75% [47]. В последние годы ведутся активные усилия по созданию элемента связи на основе интегральных волноводов. В недавних работах [48, 49, 50] продемонстрирована связь кристаллических микрорезонаторов с интегральными чипами. Разработка новых элементов связи, высокоэффективной и устойчивой к внешним воздействиям, является перспективной и актуальной задачей.

Цели и задачи работы

Целью работы являлась разработка и исследование методов применения оптических микрорезонаторов с модами шепчущей галереи в различных областях фотоники и радиофотоники.

Поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработка и тестирование нового элемента связи с микрорезонаторами на основе интегрального волновода из $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$.
2. Теоретическое описание и экспериментальная демонстрация электрооптического модулятора на основе микрорезонатора из ниобата лития.
3. Разработка и экспериментальная реализация методов генерации двойной оптической гребенки в оптических микрорезонаторах.
4. Разработка методики и экспериментальная демонстрация процесса получения односолитонного режима в микрорезонаторе с использованием фазовой и амплитудной модуляции лазерной накачки.
5. Теоретическое описание и экспериментальное исследование режимов затагивания частоты многочастотных лазерных диодов модой микрорезонатора. Генерация ДКС в микрорезонаторе в режиме затагивания.

Научная новизна

1. Создана оригинальная методика и разработан новый элемент связи с микрорезонатором на основе интегрального волновода из Si_3N_4 и SiO_2 .
2. Создана теория электрооптического взаимодействия МШГ с радиочастотным полем и продемонстрирована модуляция на частотах 200 – 900 МГц с микрорезонатором из LiNbO_3 .
3. Впервые разработаны методики по генерации двойной оптической гребенки в микрорезонаторах. Создана оригинальная структура из нескольких микрорезонаторов на одном цилиндре из кристаллического MgF_2 . В данной структуре оптический спектр с частотой повторения зубцов 12.1 ГГц и шириной 4 ТГц конвертирован в радиочастотный диапазон шириной 300 МГц. Также представлена методика генерации двойной гребенки в

одном микрорезонаторе на разных семействах мод и продемонстрировано конвертирование двойной гребенки с частотой повторения 12.4 ГГц и шириной 4 ТГц в оптическом диапазоне в 200 МГц в радиочастотном диапазоне.

4. Реализовано численное моделирование и экспериментальная проверка процесса получения односолитонного режима в микрорезонаторе с использованием ФМ и АМ накачки на межмодовой частоте микрорезонатора.
5. Разработана теория и проведен численный расчет затягивания частоты лазерных диодов МШГ модой. Продemonстрировано затягивание многочастотных лазерных диодов внешним высокочастотным микрорезонатором. Ширина линии при затягивании составила < 1 кГц.
6. Впервые разработана методика по генерации солитонной оптической гребенки при накачке микрорезонатора многочастотным лазерным диодом.

Практическая ценность

Достигнутые результаты диссертации охватывают несколько направлений исследований микрорезонаторов с модами шепчущей галереи. Все результаты работы имеют непосредственно практический характер, и в случае необходимости могут быть расширены для различных материалов и частотных диапазонов. Так интегральный элемент связи на основе $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ является перспективным элементом для компактной интеграции микрорезонаторов в оптоэлектронные схемы. Созданный макет электрооптического модулятора ($V_\pi=0.5$ В) может быть применен для различных задач по передаче СВЧ сигналов в диапазоне 200 — 900 МГц по оптическим каналам связи. Продemonстрированные источники двойной гребенки, на основе двух близких по диаметру микрорезонаторов (межмодовый интервал 12.1 ГГц) и одного резонатора на разных семействах мод (межмодовый интервал 12.4 ГГц), позволили конвертировать 4 ТГц оптического спектра в 300 МГц и 200 МГц радиочастотной области с межгребеночным расстоянием 1.62 МГц и 655 кГц соответственно. Такие компактные источники могут быть использованы в целях спектроскопии с высоким разрешением, а также в высокоточных ЛИДАР приложениях. Стабилизированный микрорезонатором многочастотный лазерный диод на выходе имеет высокую мощность

(~ 50 мВт) и узкую линию (порядка 1 кГц). Подобные лазеры востребованы как в науке, так и в промышленности для различных приложений. Генерация диссипативных керровских солитонов, используя компактные многочастотные лазерные диоды, потенциально является новой перспективной платформой для значительной миниатюризации оптических спектральных устройств высокого разрешения на базе микрорезонаторов.

Сведения об апробации результатов работы

Результаты диссертационной работы были представлены автором лично на международных и российских научных конференциях и школах: Школа-Семинар Волны, 1–6 июня, Красновидово 2015; конференция PIERs–2015, 6–9 июля, Прага, Чехия 2015; Школа-Семинар Волны, 5–10 июня, Красновидово 2016; 17-я международная конференция «Лазерная оптика», 27 июня–1 июля, Санкт-Петербург 2016; XX Юбилейная международная молодежная научная школа «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия», 18–20 октября, Казань 2016; международная конференция «Фотоника запада», 30 января – 2 февраля, Сан-Франциско 2017; конференция PIERs–2017, 22–25 мая, Санкт-Петербург 2017; конференция ICTON 2017, 2–6 июля, Жирона, Испания 2017; Конференция по лазерам и Электро-Опике (Cleo/Europe), 25–29 июня, Мюнхен, Германия 2017; Международный симпозиум по физике и применениям лазеров (IS-PALD), 15–17 ноября, Париж, Франция 2017.

Основные результаты работы опубликованы в четырех статьях в рецензируемых научных журналах, входящих в базу данных Web of Science, а также в трудах конференций, ссылки на которые приведены на стр. 20.

Личный вклад автора

Все изложенные в диссертации результаты получены либо лично автором, либо при непосредственном его участии.

Структура диссертации

Диссертация состоит введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем диссертации составляет 129 страниц машинописного текста, включая 58 рисунков и 4 таблицы. Список используемой литературы содержит 141 наименование.

Защищаемые положения

1. При использовании разработанного интегрального элемента связи на основе волноводного чипа $\text{Si}_3\text{N}_4\text{--SiO}_2\text{--Si}_3\text{N}_4$ эффективность связи с кристаллическими МШГ резонаторами составляет: для резонатора из SrF_2 – 85% (максимальная добротность 1.5×10^8), для резонатора из BaF_2 – 95% (максимальная добротность 8.7×10^7).
2. Рассчитанное в рамках разработанной теории и измеренное экспериментально полуволновое напряжение для ЭОМ модулятора на основе МШГ из LiNbO_3 составляет $V_\pi \leq 0.5$ В в диапазоне 200–900 МГц.
3. Использование двойной оптической гребенки обеспечивает преобразование оптического спектра шириной 4 ТГц с центральной длиной волны 1550 нм в радиочастотный шириной порядка 300 МГц с центральной частотой 1–5 ГГц.
4. Реализованы компактные источники двойной оптической гребенки на основе двух одинаковых микрорезонаторов выточенных на одном цилиндре с разницей межмодовых расстояний в 1.62 МГц и на одном микрорезонаторе с двумя разными семействами мод с разницей межмодовых расстояний 655 кГц.
5. Медленная перестройка частоты лазера накачки (250 МГц/с) в сочетании с фазовой или амплитудной модуляцией, на межмодовой частоте микрорезонатора, обеспечивает детерминированный переход из состояния оптической гребенки с хаотическим режимом в односолитонное состояние.
6. Эффект затягивания частоты излучения многочастотных лазерных диодов приводит к сужению ширины линии лазерной генерации до 1 кГц. Величина диапазона затягивания и ширина результирующей суженной линии излучения описываются полученными аналитическими формулами.
7. Впервые экспериментально показана генерация диссипативных керровских солитонов при накачке микрорезонатора многочастотным лазерным диодом в режиме затягивания.

II. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, в частности, перечислены основные области применений микрорезонаторов с модами шепчущей галереи, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **Главе 1 «Изготовление оптических микрорезонаторов»** описана методика создания кристаллических микрорезонаторов из различных диэлектрических материалов (MgF_2 , CaF_2 , BaF_2 , SrF_2 , LiNbO_3 , LiTaO_3) на прецизионном станке алмазного точения.

В п. 1.1 описан процесс изготовления микрорезонаторов на станке алмазного точения и подробно представлена методика полировки микрорезонаторов после точения. Представлены основные предельные размеры изготавливаемых микрорезонаторов (диаметр 100 мкм—8 мм), а также основные параметры, влияющие на конечную добротность микрорезонаторов. Обсуждается методика калибровки положения резцов для более точного изготовления формы микрорезонатора. Экспериментально подобраны оптимальные режимы и параметры точения (скорость вращения шпинделя, скорость движения резца и глубина захода резца) для различных материалов. Примеры нескольких изготовленных микрорезонаторов представлены на рис.1.

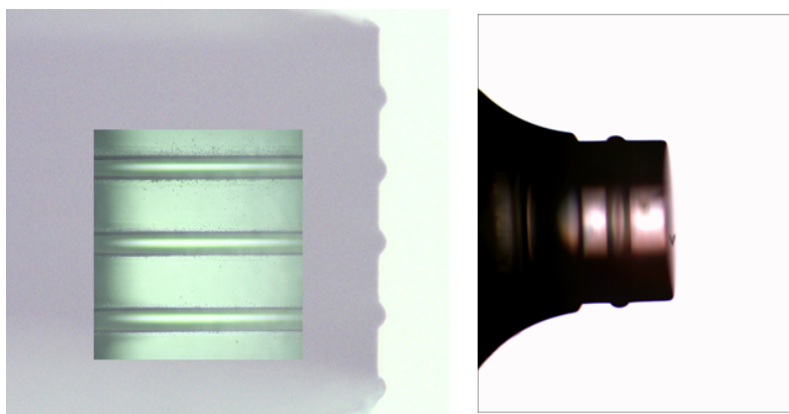


Рис. 1: Слева: 5 микрорезонаторов на одном цилиндре (MgF_2) диаметром 5.6 мм и радиусом кривизны боковой поверхности 35 мкм; справа: микрорезонатор (MgF_2) диаметром 300 мкм и радиусом кривизны боковой поверхности 30 мкм.

В **Главе 2 «Добротность МШГ и элементы связи»** описаны основные механизмы, вносящие вклад в добротность микрорезонаторов из кристалличе-

ских материалов, и основные элементы связи, используемые для ввода лазерного излучения в микрорезонатор. Описана методика создания нового элемента связи на основе интегрального волновода из нитрида кремния и кварца. Представлен эксперимент по измерению характеристик элемента связи с широким набором кристаллических микрорезонаторов.

В п. 2.1 представлены основные типы потерь, вносящие вклад в добротность микрорезонатора, обсуждается предельная добротность микрорезонаторов. Оптические потери в материале оптических резонаторов обусловлены двумя основными механизмами затухания света: рассеянием и поглощением. Поглощение в большинстве сред обусловлено наличием примесей и дефектов в атомной структуре. Основной вклад в потери рассеяния вносят рамановское (комбинационное) рассеяние света, рассеяние Мандельштама-Бриллюэна, появляющееся в результате взаимодействия излучения с собственными колебаниями среды, и рэлеевское упругое рассеяние на термодинамических флуктуациях плотности.

В п. 2.2 описаны основные элементы связи используемые для ввода излучения в микрорезонатор, такие как растянутое волокно, призма и интегральные волноводы. В п. 2.2.1 кратко описана теория связи с микрорезонаторами. В п. 2.2.2 представлена методика создания элемента связи на основе интегрального волновода из нитрида кремния (Si_3N_4) и кварца (SiO_2). В п. 2.2.3 показаны результаты тестирования, изготовленного интегрального волновода для связи с микрорезонаторами из SrF_2 и BaF_2 . Структура волновода представлена на рис.2.

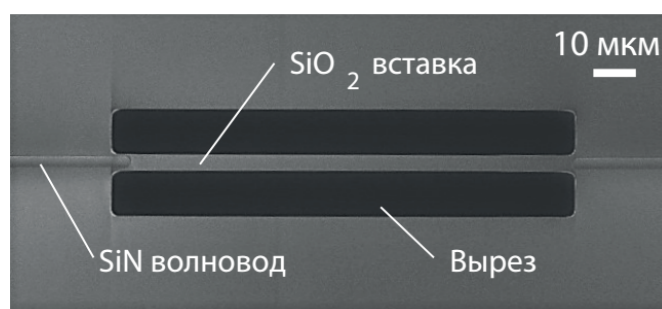


Рис. 2: Изображение изготовленного волновода в сканирующем электронном микроскопе.

В Главе 3 «Модулятор на основе МШГ» описана теория, численный расчет и эксперимент по электрооптическому взаимодействию в микрорезонаторах из ниобата лития. Схематический вид модулятора представлен на рис.3.

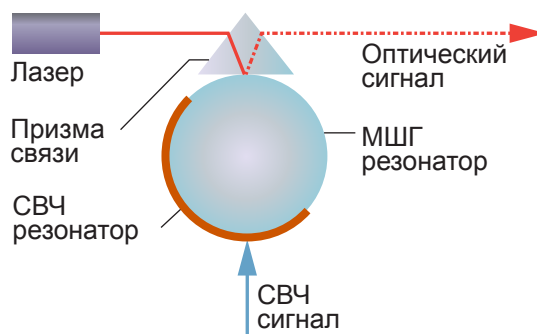


Рис. 3: Схема модулятора.

В п. 3.1 приведена теория модулятора на основе МШГ, где из волнового уравнения получено решение для сдвига частот за счет электрооптического эффекта. Обсуждаются три возможных режима модуляции: внутри оптической моды, на межмодовом интервале микрорезонатора и при модуляции в нефундаментальную моду.

В п. 3.2 описывается численное моделирование радиочастотных мод в СВЧ резонаторе в виде колечка на верхней поверхности микрорезонатора. Найдено распределение СВЧ поля в зависимости от длины колечка.

В п. 3.3 приведены результаты моделирования распределения ТЕ и ТМ поляризованных МШГ. Представлен расчет электрооптического эффекта для разных длин СВЧ колечка при перекрытии оптического и СВЧ полей согласно теории из п. 3.1. Численно найдена оптимальная длина колечка (280°) для наибольшего перекрытия СВЧ и МШГ мод.

В п. 3.4 представлены результаты аналитического расчета полуволнового напряжения МШГ модулятора, которое составило 100 мВ при добротности микрорезонатора 10^7 .

В п. 3.5 представлен эксперимент по созданию модулятора на основе ниобата лития. Описана система термостабилизации и схема согласования входного СВЧ тракта. Приведены результаты измерений основных характеристик МШГ модулятора. Модуляция исследовалась на низких частотах внутри оптической моды. Ширина полосы модуляции в данном режиме определяется добротностью моды и для диапазона модуляции 200–900 МГц составляет $10^5 - 10^6$. Эксперименты по созданию электрооптического модулятора проводились для различных геометрических конфигураций микрорезонаторов из ниобата лития LiNbO_3 , с напыленным верхним слоем металла (смесь золота и хрома), толщиной ~ 3 мкм. Диаметры микрорезонаторов были в диапазонах $D = 1 - 4.5$ мм

и толщина изменялась в диапазоне от 100 – 500 мкм. Получена ширина модуляции в диапазоне 200–900 МГц (рис.4). Измеренное полуволновое напряжение составило 500 мВ. Макет ЭОМ модулятора на основе МШГ из ниобата лития был собран в виде устройства с размерами 150 × 100 × 80 мм.



Рис. 4: Амплитуда модуляции в зависимости от частоты модуляции для различных оптических мод.

В Главе 4 «Генерация двойной оптической гребенки на основе диссипативных керровских солитонов в МШГ резонаторах» обсуждается актуальность метода двойной оптической гребенки для спектроскопии и ЛИДАР приложений. Представлено несколько методик по генерация двойной оптической гребенки на основе диссипативных керровских солитонов (ДКС) в МШГ резонаторах из MgF_2 . Первая методика – генерация двойной гребенки на основе двух микрорезонаторов. Вторая методика – генерация двойной гребенки в одном микрорезонаторе на различных семействах мод. Также приведены результаты численного моделирования и описан эксперимент по переходу в односолитонное состояние при амплитудной и фазовой модуляции частоты накачки лазера.

В п. 4.1 описан процесс генерации ДКС в микрорезонаторах за счет четырехволнового смешения. Приведены примеры генерации не синхронизированных «шумных» гребенок и синхронизированных односолитонных, двухсолитонных и четырехсолитонных спектров оптических гребенок.

В п. 4.2 продемонстрирована двойная гребенка в двух микрорезонаторах с близкими межмодовыми частотами, выточенных на оригинальной структуре в виде цилиндра с несколькими выступами (микрорезонаторами). В данной

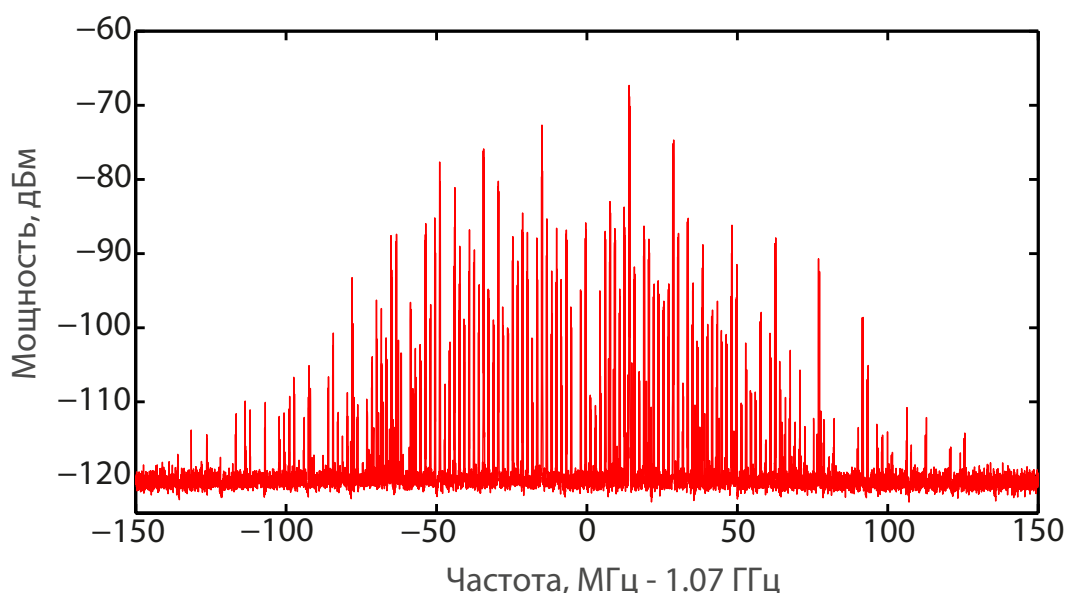


Рис. 5: Радиочастотный спектр, возникающий в результате гетеродинирования двух многосолитонных частотных оптических гребенок. Двойная гребенка покрывает 300 МГц на частоте 1.07 ГГц с 160 линиями. Расстояние между линиями биений 1.62 МГц.

структуре получены солитонные гребенки в двух соседних микрорезонаторах с частотой повторения 12.1 ГГц и разницей межмодовых частот 1.62 МГц (разница в радиусе ~ 500 нм). Накачивая независимо два резонатора двумя лазерами, получили одновременно генерацию ДКС и последующее гетеродинирование оптических спектров в радиочастотный диапазон. Преобразовано 4 ТГц (30 нм) оптического диапазона около 1550 нм в 300 МГц в радиочастотном диапазоне около центральной частоты 1.07 ГГц. Преобразованный спектр представлен на рис.5. Проведен анализ влияния температурных сдвигов на смещение резонансной частоты одного резонанса относительно другого.

В п. 4.3 представлена методика по генерации двойной гребенки в одном микрорезонаторе на разных семействах мод. Одно семейство мод накачивалось непосредственно центральной частотой лазера, а другое семейство боковой линией амплитудной модуляции этого лазера. Использовался амплитудный модулятор с 1 боковой линией, который преобразует до 50% энергии накачки в боковую частоту, что необходимо для выравнивая мощностей накачек для обеих мод. В итоге получено одновременно две гребенки с частотой повторения 12.4 ГГц и конвертировано 4 ТГц оптического диапазона около 1550 нм в 200 МГц в радиочастотном диапазоне около центральной частоты 4.8 ГГц. Данная двойная гребенка представлена на рис.6. Расстояние между линиями гребенки в СВЧ спектре составило 655 кГц.

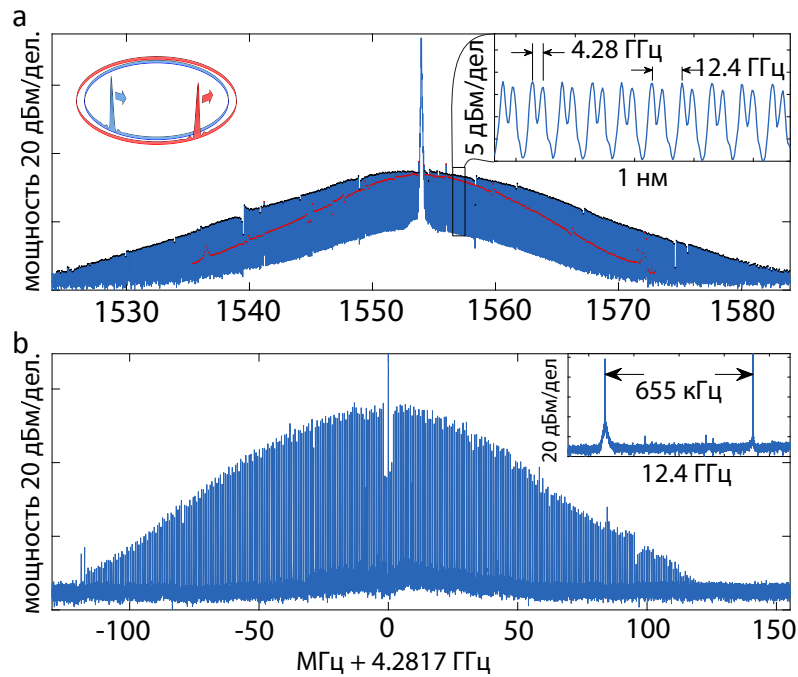


Рис. 6: Двойная гребенка в одном микрорезонаторе при генерации двух солитонов на разных семействах мод. (а): Оптический спектр двух солитонов, наложенных друг на друга. Интервал между гребнями составил 4.28 ГГц (показан на вставке). (б) Результирующий спектр биений двух гребенок в СВЧ области на частоте 4.28 ГГц. Расстояние между линиями биений 655 кГц.

В п. 4.4 описано, используя численный расчет, что эффективная генерация одного солитона в оптических микрорезонаторах с аномальной дисперсией может быть получена при использовании фазовой или амплитудной модуляции. Показано, что эффективность этого подхода зависит от скорости перестройки лазера и глубины модуляции. Для эффективной одночастотной генерации частота модуляции должна быть равна одному межмодовому интервалу, глубина модуляции должна быть достаточно большой, а скорость перестройки должна быть достаточно малой. Актуальность предлагаемого метода подтверждена экспериментально в микрорезонаторе из материала MgF_2 .

В Главе 5 «Затягивание частоты лазерных диодов внешним высокочастотным микрорезонатором» представлена элементарная теория затягивания лазерных диодов модой высокочастотного резонатора, также эксперименты по стабилизации многочастотных лазерных диодов модой микрорезонатора. Впервые экспериментально получена генерация ДКС в режиме затягивания многочастотных лазерных диодов.

В п. 5.1 представлена аналитическая модель лазерной динамики в режиме затягивания. В п. 5.1.1 и п. 5.1.2 описана модель затягивания частоты лазерного диода и приведены простые аналитические формулы для ширины полосы

затягивания и результирующей ширины суженной линии лазера. Для лазера с шириной линии несколько МГц оценка для затянутой линии дает величину меньше 1 Гц, что хорошо согласуется с результатами, продемонстрированными в [41]. В п. 5.1.3 показана возможность и получены условия перестройки частоты диода в режиме затягивания за счет температурного сдвига или деформации микрорезонатора. В п.5.1.4 представлено численное моделирование и экспериментальные результаты по затягиванию одночастотных DFB диодов, которые полностью согласуются с теорией из п. 5.1.1 и п. 5.1.2.

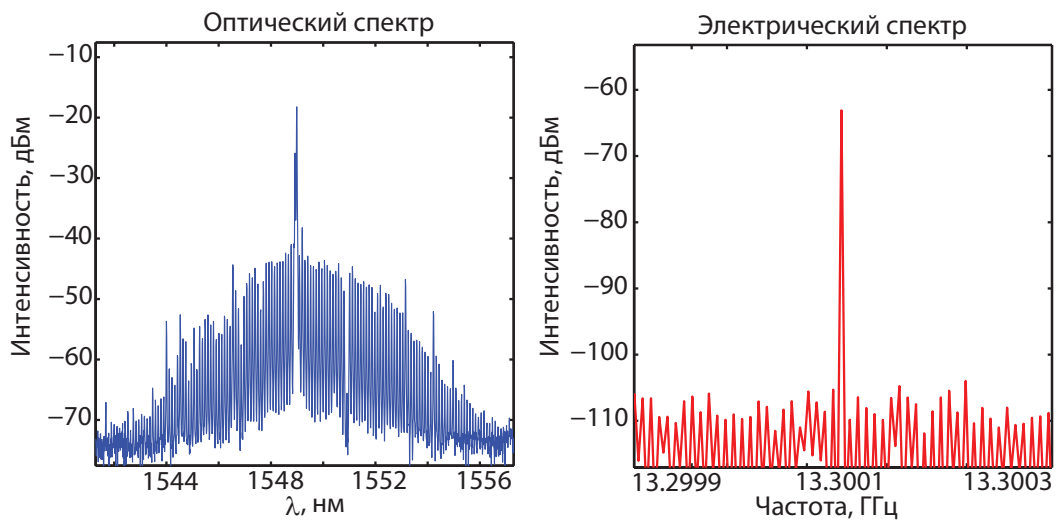


Рис. 7: Слева: Оптический спектр солитонной гребенки генерируемой в MgF_2 микрорезонаторе в режиме затягивания DFB диода. Справа: РЧ сигнал биений линий полученной гребенки на частоте межмодового интервала микрорезонатора 13.3 ГГц.

В п. 5.2 продемонстрирована генерация ДКС в режиме затягивания одночастотного DFB диода модой МШГ микрорезонатора. На рисунке 7 слева представлен оптический спектр солитона шириной ~ 20 нм с частотным интервалом 13.3 ГГц. Справа показан спектр биений линий гребенки в СВЧ области, детектировавшийся на высокочастотном фотодетекторе. Изменение отстройки частоты диода приводит к появлению хаотических колебаний, шумной гребенки без фазовой синхронизации.

В п. 5.3 рассмотрено затягивание частоты мощного многочастотного лазерного диода и генерация ДКС с многочастотным диодом. В п. 5.3.1 представлено измерение уровня обратной связи при стабилизации многочастотных лазерных диодов. Мощность света, рассеянного обратно в диод, к мощности на выходе диода составляет 2.5×10^{-3} . Это соответствует режиму слабой оптической связи, необходимой для оптимального режима затягивания [36]. В п. 5.3.2 описан эксперимент по затягиванию многочастотных лазерных диодов. Получено сужение

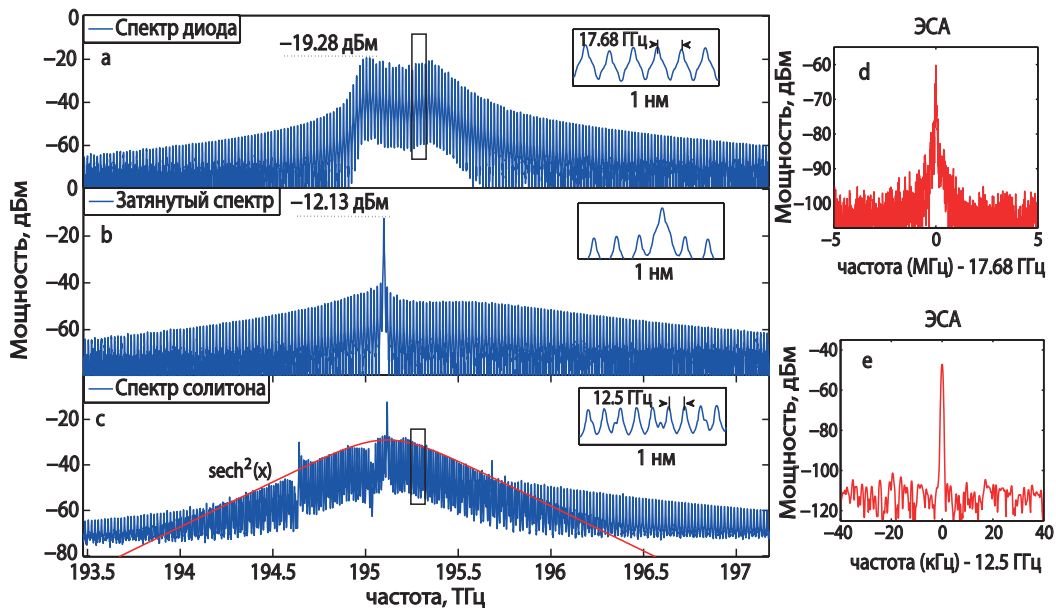


Рис. 8: Накачка микрорезонатора из MgF_2 (межмодовый интервал ~ 12.5 ГГц) многочастотным диодом с центральной длиной волны $\lambda = 1535$ нм и мощностью $P \sim 100$ мВт. (а) Спектр диода без резонатора; (б) Спектр диода, затянутого модой микрорезонатора; (с) Спектр солитона, генерируемого затынутым диодом; (д) Биения на межмодовой частоте диода с шириной линии ~ 1 МГц; (е) Биения на межмодовой частоте микрорезонатора, свидетельствующие о высококогерентном режиме.

спектра генерации из многочастотного спектра в одночастотный за счет затыгивания частоты диода модой микрорезонатора. Спектр генерации уменьшается до одной узкой линии, при этом из-за конкуренции мод диода происходит перераспределение полной энергии в одну линию. Интенсивность суженной линии возрастает на ~ 10 дБм по сравнению с начальным спектром диода без стабилизации. Ширина суженной линии составила ~ 1 кГц, а мощность 50 мВт. Также приведено измерение девиации Аллана для одночастотных и многочастотных затынутых лазеров, суммарный дрейф частоты составил 1 – 2 МГц и сравним с дрейфом частоты опорного лазера. В п. 5.3.3 продемонстрирована генерация ДКС в микрорезонаторе при накачке многочастотным лазерным диодом. В измерениях с многочастотными широкополосными диодами впервые были получены ДКС на различных длинах волн 1535 нм и 1650 нм. Эффект затыгивания многочастотного диода на длине волн 1535 нм и генерация ДКС изображены на рис. 8. В п. 5.3.4 показаны многочастотные режимы генерации затынутого лазерного диода, когда затыгивание происходит не на одной моде микрорезонатора и диода, а на нескольких. Данный эффект возникает, когда одновременно несколько разных мод диода стабилизируются несколькими модами микрорезонатора. При этом конкуренция мод вблизи каждой затынутой частоты действует, как и в одночастотном затыгивании: весь спектр в окрестно-

сти резонансной частоты подавляется, и энергия перераспределяется в пользу одной или несколько узких спектральных линий (рис.9).

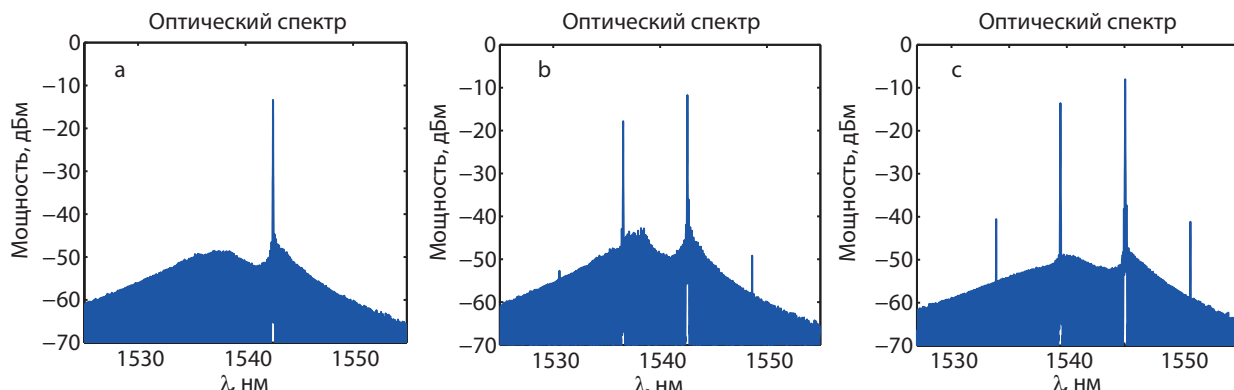


Рис. 9: Режимы генерации лазерного диода $\lambda = 1550$ нм в результате стабилизации микрорезонатором. **а.** Одночастотный режим. **б.** Двухчастотный режим. **с.** Четырехчастотный режим.

III. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В **Заключении** диссертационной работы приведены основные научные результаты диссертации:

1. Разработана методика создания кристаллических микрорезонаторов на прецизионном станке алмазного точения. Найдены оптимальные параметры для точения (скорость вращения шпинделя, глубина захода) широкого класса диэлектрических материалов (MgF_2 , CaF_2 , BaF_2 , SrF_2 , LiNbO_3 , LiTaO_3).
2. Разработан элемент связи для кристаллических МШГ микрорезонаторов на основе волноводного чипа из нитрида кремния и кварца $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$. Экспериментально получены следующие характеристики для связи: SrF_2 максимальная добротность 1.5×10^8 и эффективность связи 85%, BaF_2 максимальная добротность 8.7×10^7 и эффективность связи 95%.
3. Проведен теоретический и численный анализ электрооптического взаимодействия в микрорезонаторе из ниобата лития: произведен расчет оптимальных параметров микрорезонатора и СВЧ резонатора. Экспериментально продемонстрирована модуляция в диапазоне [200–900] МГц, с полуволновым напряжением $V_\pi = 0.5$ В.

4. Представлена методика по созданию компактного источника двойной оптической гребенки для спектроскопии или ЛИДАР приложений на основе двух одинаковых резонаторов, выточенных на одном цилиндре с разницей межмодовых интервалов 1.62 МГц (разница в радиусах ~ 500 нм), и преобразовано 4 ТГц оптического диапазона около 1550 нм в 300 МГц радиочастотного диапазона около 1.07 ГГц. Также продемонстрирован источник двойной оптической гребенки на основе одного микрорезонатора на разных семействах мод с разницей межмодовых частот 655 кГц. Экспериментально показано преобразование 4 ТГц оптического диапазона в 200 МГц радиодиапазона вокруг 4.8 ГГц.
5. Численно и экспериментально показан детерминированный переход в односолитонный режим с помощью фазовой и амплитудной модуляции накачки на межмодовой частоте микрорезонатора.
6. Осуществлен теоретический анализ затягивания частоты лазерного диода модой высокодобротного микрорезонатора, используя обратное рассеяние Рэлея. Получены простые аналитические формулы для ширины полосы затягивания и результирующей ширины суженной линии лазера. Экспериментально измерена ширина линии затягивания для многочастотных диодов, которая составила ~ 1 кГц. Также впервые продемонстрирована генерация солитонов в микрорезонаторах с использованием многочастотных лазерных диодов.

В приложении приведен программный код для точения МШГ микрорезонаторов на прецизионном станке алмазного точения.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Научные журналы, входящие в базу данных Web of Science:

1. N.G. Pavlov, N.M. Kondratyev, and M.L. Gorodetsky, «Modeling the whispering gallery microresonator-based optical modulator», Applied Optics, Vol. 54, Issue 35, pp. 10460–10466, 2015.
2. V.E. Lobanov, G.V. Likhachev, N.G. Pavlov, A.V. Cherenkov, T.J. Kippenberg, and M.L. Gorodetsky, «Harmonization of chaos into a soliton

in Kerr frequency combs», Optics Express, Vol.24, Issue 24, pp. 27382–27394, 2016.

3. N.G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyeu, E. Lucas, M. Karpov, N.M. Kondratiev, I.A. Bilenko, T.J. Kippenberg, and M.L. Gorodetsky, «Soliton dual frequency combs in crystalline microresonators», Optics Letters, Vol.42, Issue 3, pp. 514–517, 2017.
4. N.M. Kondratiev, V.E. Lobanov, A.V. Cherenkov, A.S. Voloshin, N.G. Pavlov, S. Koptyeu, M.L. Gorodetsky, «Self-injection locking of a laser diode to a high-Q WGM microresonator», Optics Express, Vol. 25, Issue 23, pp. 28167-28178, 2017.

Тезисы докладов в сборниках трудов конференций:

1. N.G. Pavlov, G.V. Lihachev, A.S. Voloshin, S. Koptyaev, N.M. Kondratiev, V.E. Lobanov, A.S. Gorodnitskii and M.L. Gorodetsky, «Narrow linewidth diode laser self-injection locked to a high-Q microresonator», AIP Conference Proceedings, vol.1936, №1, 020005, 2018, сборник трудов на сайте <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.5025443>.
2. N.G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyaev, A.S. Voloshin, A.D. Ostapchenko and M.L. Gorodetsky, «Kerr soliton combs with regular multifrequency diode lasers», Conference on Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO/Europe), Munich, Germany 2017, pp. CD_11_5, сборник трудов на сайте <http://ieeexplore.ieee.org/document/8086469>.
3. N.G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyaev, A.S. Voloshin, A.D. Ostapchenko, A.S. Gorodnitskiy and M.L. Gorodetsky, «Kerr soliton combs in crystalline microresonators pumped by regular multifrequency diode lasers», 19th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), Girona, Spain 2017, pp. 1-3, сборник трудов на сайте <http://ieeexplore.ieee.org/document/8025139/>.
4. G. Lihachev, N.G. Pavlov, S. Koptyaev, I.A. Bilenko and M.L. Gorodetsky, «Kerr frequency comb and brillouin lasing in BaF₂ whispering gallery mode resonator», International Conference Laser Optics (LO),

St. Petersburg, Russia 2016, pp. PD-4, сборник трудов на сайте <http://ieeexplore.ieee.org/document/7550032>.

5. N.G. Pavlov, N.M. Kondratyev and M.L. Gorodetsky, «2D and 3D Modeling of Electro-optic Effect in Whispering Gallery Mode Optical Microresonators», Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS), Prague, Czech Republic 2015, сборник трудов на сайте <http://www.piers.org>.

Список литературы

- [1] Braginsky V. B., Gorodetsky M. L., Ilchenko V. S. / Quality-factor and non-linear properties of optical whispering-gallery modes // *Phys. Lett. A*. — 1989. — Vol. 137, no. 7. — Pp. 393–397.
- [2] Herr T., Brasch V., Jost J. D. et al. / Temporal solitons in optical microresonators // *Nat. Photonics*. — 2014. — Vol. 8. — P. 145.
- [3] Hofer J., Schliesser A., Kippenberg T. J. / Cavity optomechanics with ultrahigh-Q crystalline microresonators // *Phys. Rev. A*. — 2010. — Vol. 82.
- [4] Pavlov N. G., Lihachev G., Koptyaev S. et al. / Soliton dual frequency combs in crystalline microresonators // *Opt. Lett.* — 2017. — Vol. 42, no. 3. — Pp. 514–517.
- [5] Suh M.-G., Yang Q., Yang K. Y. et al. / Microresonator soliton dual-comb spectroscopy // *Science*. — 2016.
- [6] Liang W., Ilchenko V. S., Savchenkov A. A. et al. / Whispering-gallery-mode-resonator-based ultranarrow linewidth external-cavity semiconductor laser // *Opt. Lett.* — 2010. — Vol. 35, no. 16. — Pp. 2822–2824.
- [7] Ilchenko V. S., Matsko A. B. / Optical resonators with whispering-gallery modes - Part II: Applications // *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* — 2006. — Vol. 12. — Pp. 15–32.
- [8] Vladimir S. Ilchenko Lute Maleki / Novel whispering-gallery resonators for lasers, modulators, and sensors // *Proc.SPIE*. — 2001. — Vol. 4270. — Pp. 4270 – 4270 – 11.

- [9] Vladimir S. Ilchenko X. Steve Yao Lute Maleki / Microsphere integration in active and passive photonics devices // *Proc.SPIE.* — 2000. — Vol. 3930. — Pp. 3930 – 3930 – 9.
- [10] Hossein-Zadeh M., Levi A. F. J. / Ring resonator-based photonic microwave receiver modulator with picowatt sensitivity // *IET Optoelectron.* — 2011. — Vol. 5, no. 1. — Pp. 36–39.
- [11] Wooten E. L., Kissa K. M., Yi-Yan A. et al. / A review of lithium niobate modulators for fiber-optic communications systems // *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* — 2000. — Vol. 6, no. 1. — Pp. 69–82.
- [12] Udem Th., Holzwarth R., Hansch T. W / Optical frequency metrology // *Nature.* — 2002. — Vol. 416. — P. 233.
- [13] Ycas G. G., Quinlan F., Diddams S. A. et al. / Demonstration of on-sky calibration of astronomical spectra using a 25 GHz near-IR laser frequency comb // *Opt. Express.* — 2012. — Vol. 20, no. 6. — Pp. 6631–6643.
- [14] Swann W. C., Newbury N. R. / Frequency-resolved coherent lidar using a femtosecond fiber laser // *Opt. Lett.* — 2006. — Vol. 31, no. 6. — Pp. 826–828.
- [15] Hansch T. W., Picque N. / Laser Spectroscopy and Frequency Combs // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2013. — Vol. 467, no. 1. — P. 012001.
- [16] Del’Haye P., Schliesser A., Arcizet O. et al. / Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator // *Nature.* — 2007. — Vol. 450. — Pp. 1214–1217.
- [17] Savchenkov A. A., Matsko A. B., Ilchenko V. S. et al. / Tunable optical frequency comb with a crystalline whispering gallery mode resonator // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — P. 093902.
- [18] Xue X., Weiner A. M. / Microwave photonics connected with microresonator frequency combs // *Front. Optoelectron.* — 2016. — Vol. 9, no. 2. — Pp. 238–248.
- [19] Herr T., Hartinger K., Riemensberger J. et al. / Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators // *Nat. Photonics.* — 2012. — Vol. 6. — P. 480.

- [20] DelHaye P., Herr T., Gavartin E. et al. / Octave Spanning Tunable Frequency Comb from a Microresonator // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 063901.
- [21] Okawachi Y., Saha K., Levy J. et al. / Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip // *Opt. Lett.* — 2011. — Vol. 36. — P. 3398.
- [22] Yi Xu, Yang Qi-Fan, Yang Ki Youl et al. / Soliton frequency comb at microwave rates in a high-Q silica microresonator // *Optica*. — 2015. — Vol. 2, no. 12. — Pp. 1078–1085.
- [23] Brasch V., Geiselmann M., Herr T. et al. / Photonic chip-based optical frequency comb using soliton Cherenkov radiation // *Science*. — 2016. — Vol. 351. — Pp. 357–360.
- [24] Schliesser Albert, Brehm Markus, Keilmann Fritz, van der Weide Daniel W. / Frequency-comb infrared spectrometer for rapid, remote chemical sensing // *Opt. Express*. — 2005. — Vol. 13, no. 22. — Pp. 9029–9038.
- [25] Coddington I., Swann W. C., Nenadovic L., Newbury N. R. / Rapid and precise absolute distance measurement at long range // *Nat. Photonics*. — 2009. — Vol. 3. — P. 351.
- [26] Weimann C., Lauermann M., Fehrenbach T. et al. / Silicon Photonic Integrated Circuit for Fast Distance Measurement with Frequency Combs // *CLEO: 2014*. — 2014. — P. STh4O.3.
- [27] Newbury N. R., Coddington I., Swann W. / Sensitivity of coherent dual-comb spectroscopy // *Opt. Express*. — 2010. — Vol. 8. — Pp. 7929–7945.
- [28] Velichanskii V.L., Zibrov A.S., Kargopol'tsev V.S. et al. / Minimum line width of an injection laser // *Sov. Tech. Phys. Lett.* — 1978. — Vol. 4(9). — P. 438.
- [29] Belenov E.M., Velichanskii V. L., Zibrov A. S. et al. / Methods for narrowing the emission line of an injection laser // *Sov. J. of Quantum Electronl.* — 1983. — Vol. 13, no. 6. — P. 792.
- [30] Olesen H., Saito S., Mukai T. et al. / Solitary Spectral Linewidth and Its Reduction with External Grating Feedback for a 1.55 μm InGaAsP BH Laser // *Jpn. J. Appl. Phys.* — 1983. — Vol. 22, no. 10A. — P. L664.

- [31] Ricci L., Weidemuller M., Esslinger T. et al. / A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics // *Opt. Commun.* — 1995. — Vol. 117, no. 5. — Pp. 541 – 549.
- [32] Li H., Telle H. R. / Efficient frequency noise reduction of GaAlAs semiconductor lasers by optical feedback from an external high-finesse resonator // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1989. — Vol. 25, no. 3. — Pp. 257–264.
- [33] Hollberg L., Ohtsu M. / Modulatable narrow-linewidth semiconductor lasers // *Appl. Phys. Lett.* — 1988. — Vol. 53, no. 11. — Pp. 944–946.
- [34] Patrick H., Wieman C. E. / Frequency stabilization of a diode laser using simultaneous optical feedback from a diffraction grating and a narrowband Fabry–Perot cavity // *Rev. Scient. Instrum.* — 1991. — Vol. 62, no. 11. — Pp. 2593–2595.
- [35] Il'chenko V. S., Gorodetskii M. L. / Thermal nonlinear effects in optical whispering gallery microresonators // *Laser Phys.* — 1992. — Vol. 2. — Pp. 1004–1009.
- [36] Vasiliev V. V., Velichansky V.L., Gorodetskii M.L. et al. / High-coherence diode laser with optical feedback via a microcavity with 'whispering gallery' modes // *Quantum Electron.* — 1996. — Vol. 26(8). — P. 657.
- [37] Liang W., Ilchenko V. S., Eliyahu D. et al. / Compact stabilized semiconductor laser for frequency metrology // *Appl. Opt.* — 2015. — Vol. 54, no. 11. — Pp. 3353–3359.
- [38] Borri S., Siciliani de Cumis M., Insero G. et al. / Whispering gallery mode stabilization of quantum cascade lasers for infrared sensing and spectroscopy // *Proc. SPIE.* — 2017. — Vol. 10090. — P. 1009008.
- [39] Sprenger B., Schwefel H. G. L., Wang L. J. / Whispering-gallery-mode-resonator-stabilized narrow-linewidth fiber loop laser // *Opt. Lett.* — 2009. — Vol. 34, no. 21. — Pp. 3370–3372.
- [40] Ilchenko V. S., Dale E., Liang W. et al. / Compact tunable kHz-linewidth semiconductor laser stabilized with a whispering-gallery mode microresonator // *Proc. SPIE.* — Vol. 7913. — 2011. — Pp. 1G–1.

- [41] Liang W., Eliyahu D., Ilchenko V. S. et al. / High spectral purity Kerr frequency comb radio frequency photonic oscillator // *Nat. Commun.* — 2015. — Vol. 6. — P. 7957.
- [42] Knight J. C., Cheung G., Jacques F., Birks T. A. / Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper // *Opt. Lett.* — 1997. — Vol. 22, no. 15. — Pp. 1129–1131.
- [43] Spillane S. M., Kippenberg T. J., Painter O. J., Vahala K. J. / Ideality in a Fiber-Taper-Coupled Microresonator System for Application to Cavity Quantum Electrodynamics // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 91, no. 4. — P. 043902.
- [44] Ward J. M., O'Shea D. G., Shortt B. J. et al. / Heat-and-pull rig for fiber taper fabrication // *Rev. Sci. Instrum.* — 2006. — Vol. 77, no. 8. — P. 083105.
- [45] Gorodetsky M.L., Ilchenko V.S. / High-Q optical whispering-gallery microresonators: precession approach for spherical mode analysis and emission patterns with prism couplers // *Opt. Commun.* — 1994. — Vol. 113, no. 1. — Pp. 133 – 143.
- [46] Mazzei A., Gotzinger S., Menezes L.de S. et al. / Optimization of prism coupling to high-Q modes in a microsphere resonator using a near-field probe // *Opt. Commun.* — 2005. — Vol. 250, no. 4. — Pp. 428 – 433.
- [47] Pan Y., Chang R. K. / Highly efficient prism coupling to whispering gallery modes of a square cavity // *Appl. Phys. Lett.* — 2003. — Vol. 82. — Pp. 487–489.
- [48] Savchenkov A.A., Mahalingam H., Ilchenko V. S. et al. / Polymer Waveguide Couplers for Fluorite Microresonators // *IEEE Photonics Technol. Lett.* — 2017. — Vol. 29, no. 8. — Pp. 667–670.
- [49] Soltani M., Ilchenko V., Matsko A. et al. / Ultrahigh Q whispering gallery mode electro-optic resonators on a silicon photonic chip // *Opt. Lett.* — 2016. — Vol. 41, no. 18. — Pp. 4375–4378.
- [50] Zhang X., Armani A. M. / Silica microtoroid resonator sensor with monolithically integrated waveguides // *Opt. Express.* — 2013. — Vol. 21, no. 20. — Pp. 23592–23603.