

На правах рукописи

Куприянова Екатерина Александровна

**ГРАВИТАЦИОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В  
УЛЬТРАХОЛОДНЫХ КВАНТОВЫХ  
СИСТЕМАХ**

Специальность 01.04.16 —  
«Физика атомного ядра и элементарных частиц»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физическом институте им. П.Н. Лебедева Российской академии наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор  
**Далькаров Олег Дмитриевич**

Официальные оппоненты: **Кербиков Борис Олегович**,  
доктор физико-математических наук,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Институт теоретической и экспериментальной физики имени А. И. Алиханова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»,  
ведущий научный сотрудник

**Лычагин Егор Валерьевич**,  
кандидат физико-математических наук,  
Международная межправительственная организация Объединенный институт ядерных исследований,  
заместитель директора по научной работе Лаборатории Нейтронной Физики им. И. М. Франка

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова», Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына

Защита состоится 21 мая 2018 г. в 12:00 часов на заседании диссертационного совета Д 002.023.04 на базе Физического Института им. П.Н. Лебедева РАН по адресу: 119991, Москва, Ленинский проспект, д.53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического Института им. П.Н. Лебедева РАН или на сайте [www.lebedev.ru](http://www.lebedev.ru).

Автореферат разослан

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Д 002.023.04, д-р физ.-мат. наук

Баранов Сергей Павлович

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Настоящая работа посвящена исследованиям гравитационных квантовых состояний в ультрахолодных квантовых системах, а именно, исследованию гравитационных свойств ультрахолодных атомов антиводорода (антиатомов) над материальной поверхностью в гравитационном поле Земли.

Основные задачи работы включают в себя развитие теоретической модели поведения антиатомов в гравитационном поле, нахождение способов исследования гравитационных свойств антиматерии (в том числе гравитационных состояний атома антиводорода над материальной поверхностью), которые позволят определить величину гравитационной массы антиводорода с высокой точностью. Прикладной аспект работы связан с возможностью использования полученных результатов для исследования взаимодействия антиатомов с поверхностью.

Серия экспериментов по изучению гравитационных свойств различных объектов была начата Галилеем четыреста лет назад, изучение поведения антиатомов в гравитационном поле — это новый, современный шаг в исследованиях. Гравитационные свойства антиматерии являются неизученной областью и, несмотря на косвенные наблюдения, основанные на положениях Стандартной модели и принципе эквивалентности, они до сих пор не исследованы непосредственно. Сложность заключается в слабости гравитационного взаимодействия и малом количестве атомов антиводорода, синтезируемом в лаборатории.

В контексте общей теории относительности принцип эквивалентности Галилея часто называют слабым принципом эквивалентности. Слабый принцип эквивалентности неоднократно проверялся для макроскопических тел. Тем не менее, ввиду сложности объединения квантовой механики с теорией гравитации, огромный интерес представляет исследование гравитационных свойств квантомеханических объектов: проверка принципа проводилась для нейтронов и атомов. Для антиатомов подобные эксперименты являются новыми, и они представляют особый интерес, так как позволяют проверить гравитационную эквивалентность частиц и античастиц.

Задача исследования гравитационных свойств антивещества на теоретическом уровне, как и любое исследование, затрагивающее самые фунда-

ментальные законы природы — в данном случае речь идёт о проверке справедливости слабого принципа эквивалентности для антивещества, — является актуальной сама по себе, но, кроме того, сейчас работы в этом направлении представляются весьма перспективными в связи с недавними успехами в получении и накоплении атомов антиводорода (ЦЕРН, эксперимент ALPHA). В настоящее время в ЦЕРНе реализуются проекты, в программу которых входит изучение гравитационных свойств антивещества и проверка выполнения принципа СРТ-инвариантности с высокой точностью — ATHENA-ALPHA, ATRAP и AEGIS.

Проект ЦЕРНа GBAR (Gravitational Behaviour of Antihydrogen at Rest, «Гравитационное поведение антиводорода в покое») посвящен одному из наиболее актуальных фундаментальных вопросов физики низких энергий — экспериментальному изучению гравитационных свойств антиматерии. Целью проекта GBAR является проведение проверки принципа эквивалентности для антиматерии с помощью измерения ускорения свободного падения ультрахолодных атомов антиводорода. На первом этапе планируется достижение точности измерения выше, чем один процент, в долгосрочной перспективе предполагается достижение более высокой точности с помощью использования гравитационных квантовых состояний антиводорода.

Предметом настоящего исследования является поведение атомов антиводорода в гравитационных квантовых состояниях над материальной поверхностью в гравитационном поле Земли. Существование подобных гравитационных состояний для нейтронов было доказано экспериментально. Что касается атомов антиводорода, то существование гравитационных состояний для них кажется на первый взгляд невозможным из-за аннигиляции на материальной поверхности. Проведение исследования, описанного в работе, становится возможным благодаря явлению квантового отражения, которое препятствует аннигиляции ультрахолодных атомов антиводорода на материальной поверхности и позволяет атомам антиводорода находиться в гравитационных состояниях в течение конечных времен. Квантовое отражение возникает, когда квантовая волна попадает в область, где потенциал (в нашем случае — потенциал притяжения, описывающий взаимодействие антиатома с поверхностью) резко и быстро меняется. Это явление исследовалось теоретически для потенциала Ван-дер-Ваальса, экспериментально оно впервые наблюда-

лось для атомов водорода и гелия, а позже и для ультрахолодных атомов и молекул над поверхностями. В последние годы квантовое отражение изучалось также для антивещества, так как оно должно сыграть ключевую роль в экспериментах с атомами антиводорода. Относительно большое время жизни атомов антиводорода в гравитационных состояниях, обеспечиваемое явлением квантового отражения, открывает новые перспективы в высокоточной спектроскопии этих состояний и в возможности проверки слабого принципа эквивалентности для антиводорода.

**Целями** данной работы являются:

1. Теоретическое исследование методов изучения гравитационных свойств антиматерии. В том числе изучение возможности наблюдения гравитационных квантовых состояний атомов антиводорода при помощи резонансного индуцирования переходов между ними различными способами.
2. Предложение эксперимента по прецизионному определению величины гравитационной массы антиводорода.
3. Исследование особенностей рассеяния антиводорода на проводящей поверхности, а также на других различных поверхностях. Поиск оптимальной отражающей поверхности для исследования гравитационных свойств антиводорода.

**Научная новизна:**

1. В работе предложен новый подход к исследованию гравитационных свойств антиводорода. Подход основан на резонансной спектроскопии гравитационных состояний атома антиводорода в гравитационном поле Земли над проводящей поверхностью.
2. В работе изучается целый ряд эффектов, приводящих к погрешностям в определении гравитационной массы антиводорода в планируемых прецизионных экспериментах ЦЕРНа, которые до этого не были исследованы. А именно, новыми являются:
  - (а) исследование сдвига резонансной частоты за счет динамического эффекта Штарка, то есть частоты, при которой наблюдается максимум вероятности перехода из одного гравитационного состояния в другое. Сдвиг частоты обусловлен предложенным методом спектроско-

пии (влиянием переменного неоднородного магнитного поля или влиянием вибрации поверхности).

- (b) исследование механизма возможного «разрушения» гравитационных квантовых состояний антиводорода под действием остаточных электрических полей от электрических зарядов, случайно распределенных по поверхности зеркала.
- (c) изучение эффекта зависимости сдвигов гравитационных уровней и ширин гравитационных состояний от энергии (номера) квантовых состояний для атома антиводорода. Впервые получено численное значение эффективного радиуса рассеяния антиводорода на проводящей поверхности.

3. Впервые проведено детальное исследование явления рассеяния антиводорода на проводящей поверхности и на других поверхностях. В частности, проведено исследование рассеяния на проводящей поверхности, покрытой пленкой жидкого гелия, наличие которой приводит к существенному увеличению времени жизни антиатома над поверхностью и повышает точность эксперимента по измерению гравитационной массы.

### **Теоретическая и практическая значимость**

1. Полученные в работе результаты могут служить основой для прецизионного эксперимента по наблюдению квантовых состояний антиводорода в гравитационном поле Земли, получению величины гравитационной массы с высокой точностью (эксперимент GBAR в ЦЕРНе). На основе этих результатов может быть осуществлена проверка слабого принципа эквивалентности, состоящего в том, что гравитационная и инертная массы совпадают. Прецизионный тест принципа эквивалентности представляет фундаментальный интерес. Извлечение как можно более точного значения гравитационной массы антиводорода с помощью данных резонансной спектроскопии состояний антиатома в гравитационном поле Земли позволит провести этот тест. Необходимо отметить, что подобные опыты крайне сложно ставить с антипротонами, поскольку силы, вызванные слу-

чайными электрическими полями, намного превосходят гравитационную силу. Это обстоятельство повышает научную ценность опытов с антиводородом.

2. Исследования антиводорода могут быть интересны с точки зрения возможности объединения квантовой механики с теорией гравитации при создании единой теории взаимодействий, а также в решении проблемы барионной асимметрии Вселенной.
3. Наблюдение гравитационных состояний антиводорода открывает перспективы для исследования дополнительных (кроме ньютоновских) сил взаимодействия между антиатомами и поверхностью (из-за малости энергий состояний  $\sim 10^{-12}$  эВ) на масштабах расстояний от нескольких до 100 микрон (т.н. пятой силы, порождаемой обменом гипотетическими лёгкими бозонами).

**Личный вклад.** Все представленные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором или при его непосредственном участии.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Развитие теоретической модели поведения атома антиводорода в гравитационном поле Земли вблизи проводящей поверхности.
2. Метод наблюдения квантовых гравитационных состояний антиводорода при помощи индуцирования резонансных переходов между ними.
3. Принципиальная схема эксперимента для прецизионного определения гравитационной массы антиводорода.
4. Рассмотрение возможных эффектов, учет которых необходим для оценки точности прецизионного эксперимента ЦЕРНа (GBAR/AD-7) по определению гравитационной массы антиводорода и для возможности наблюдения гравитационных квантовых состояний антиводорода.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается детальностью проведенного исследования и сравнением результатов, полученных различными способами. Проведенные вычисления вклада динамического эффекта Штарка в сдвиг резонансной частоты и соответственно в извлекаемую из неё гравитационную массу антиводорода, а также другие результаты, проверялись сравнением аналитических и численных расчетов.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях [1–4]: Международная сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (Москва, Россия, 2012 г.), V Всероссийская молодежная конференция по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики (Москва, Россия, 2013 г.), 2nd International Workshop on Antimatter and Gravity (WAG 2013, г. Берн, Швейцария, 2013 г.), The 34th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2015, г. Гаага, Нидерланды, 2015 г.). Полученные результаты непосредственно учитываются при постановке эксперимента GBAR/AD-7 (ЦЕРН) по определению гравитационной силы, действующей на антиводород, и проверке слабого принципа эквивалентности.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 печатных изданиях [5–10], 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК и проиндексированных в базах данных Web of Science и SCOPUS [5–8].

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитируемой литературы и трех приложений. Полный объем диссертации составляет **102** страницы текста с **16** рисунками и **6** таблицами. Список литературы содержит **76** наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, приводится обзор научной литературы по тематике диссертационной работы, формулируются цели работы, ставятся задачи диссертации. Показаны научная новизна и практическая значимость работы.

В **первой главе** рассматриваются долгоживущие квантовые гравитационные состояния атома антиводорода над проводящей поверхностью в гравитационном поле Земли.

Гравитационные свойства антиатомов являются предметом анализа. Исследуются ультрахолодные атомы антиводорода при температурах  $T < 10^{-5}$  К вблизи проводящей поверхности в гравитационном поле Земли.

Опишем потенциал взаимодействия антиводорода с проводящей поверхностью. На расстояниях меньше нескольких атомных единиц такой потенциал принципиально отличается от потенциала для водорода. Для анти-



водорода потенциал является потенциалом притяжения даже на расстояниях меньше 1 а.е. от поверхности и переходит в потенциал поглощения на самой поверхности из-за высокой вероятности аннигиляции. Поэтому на малых расстояниях от поверхности  $\simeq 1$  а.е. решение уравнения Шредингера имеет вид квазиклассической падающей волны. Однако, на расстояниях много больших 1 а.е. потенциал для антиатома оказывается тождественным потенциалу для обычного атома водорода и определяется индуцированным диполь-дипольным взаимодействием: для (анти)водорода на расстояниях  $z \gg 1$  а.е. от поверхности потенциал имеет вид потенциала Ван-дер-Ваальса  $\sim -1/z^3$  и переходит по мере увеличения расстояния в потенциал Казимира-Полдера  $\sim -1/z^4$  за счет эффектов запаздывания.

Быстроменяющийся характер притягивательного потенциала Ван-дер-Ваальса-Казимира-Полдера  $V_{CP}(z)$  приводит к явлению надбарьерного квантового отражения, которое препятствует аннигиляции ультрахолодных атомов антиводорода на поверхности. Квантовое отражение возникает в том случае, когда атом попадет в область, где потенциал быстро меняется по сравнению с длиной волны атома. В результате вероятность упругого отражения антиводорода в пределе нулевых энергий стремится к единице. Основной вклад в надбарьерное отражение дают области  $z \gg 1$  а.е., т.е. асимптотика потенциала взаимодействия антиводорода с проводящей поверхностью.

На Рис. 1 представлен вид потенциала, в котором оказывается локализован атом антиводорода, движущийся над проводящей поверхностью в гравитационном поле Земли. На малых расстояниях над поверхностью ключевую роль играет потенциал взаимодействия с поверхностью Ван-дер-Ваальса-Казимира-Полдера  $V_{CP}(z)$ , на больших расстояниях доминирует линейный гравитационный потенциал Земли.

Атомы антиводорода оказываются в долгоживущих гравитационных квантовых состояниях, аналогичных состояниям нейтронов, благодаря эффекту квантового отражения на потенциале  $V_{CP}(z)$  со стороны поверхности и удержанию гравитационным полем.

Из-за различия в характерной длине волны антиатома в гравитационном поле  $l_g = 5.87$  мкм и масштабе действия потенциала Ван-дер-Ваальса-Казимира-Полдера  $l_{CP} = 0.03$  мкм гравитационное поле слабо влияет на взаимодействие антиатома с поверхностью. Действие поверхности на анти-

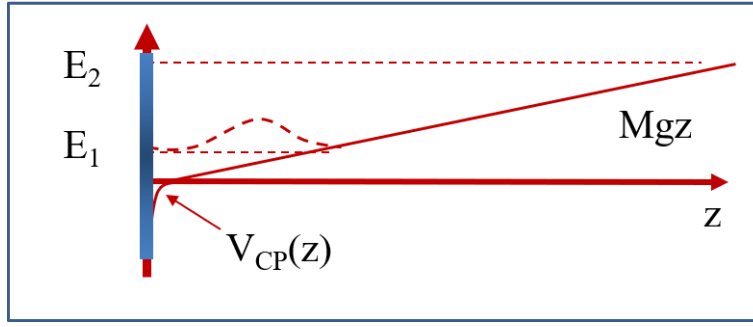


Рис. 1 — Составной потенциал для атома антиводорода: на малых расстояниях  $z$  от проводящей поверхности доминирует потенциал  $V_{CP}(z)$ , на больших расстояниях существенен гравитационный потенциал Земли  $Mgz$ .

атом в пределе низких энергий можно характеризовать с помощью введения длины рассеяния на потенциале Казимира-Полдера — константы  $a_{CP} = -0.0041 - 0.029i$  мкм. В результате, в потенциале  $V_{CP}(z)$  в первом порядке теории возмущений все состояния приобретают одинаковый сдвиг энергий, и таким образом, потенциал Казимира-Полдера не будет влиять на частоты переходов между гравитационными состояниями. За счет комплексности длины рассеяния  $a_{CP}$  гравитационные состояния антиводорода над проводящей поверхностью становятся квазистационарными с определенными временами жизни. Для нижних квантовых состояний над идеально проводящей поверхностью время жизни будет составлять порядка 0.1 с. У всех состояний появляется одинаковая конечная ширина.

Ниже приведены формулы (1), по которым были вычислены гравитационные энергии  $E_n$  и ширины уровней  $\Gamma$ , а также классические точки поворота  $z_n$  для гравитационных состояний над проводящей поверхностью. Они выражаются через характерные значения энергии  $\epsilon_g = 0.602 \cdot 10^{-12}$  эВ и длины  $l_g = 5.87$  мкм в гравитационном поле.

$$E_n = \epsilon_g \left( \lambda_n + \text{Re} \frac{a_{CP}}{l_g} \right), \quad \Gamma = 2\epsilon_g \text{Im} \frac{a_{CP}}{l_g} = 5.98 \cdot 10^{-3} \text{ пэВ}, \quad z_n = l_g \lambda_n, \quad (1)$$

где  $\lambda_n$  — нули функции Эйри  $\text{Ai}(-\lambda_n) = 0$ .

В Таблице 1 приведены собственные значения (нули функции Эйри с обратным знаком), энергии гравитационных состояний и классические точки поворота для антиводорода в гравитационном поле Земли над зеркалом для первых шести состояний.

Таблица 1

Собственные значения, энергии гравитационных состояний и классические точки поворота для атома антиводорода в гравитационном поле Земли над зеркалом

$n$	$\lambda_n$	$E_n$ , пэВ	$z_n$ , мкм
1	2.338	1.406	13.73
2	4.088	2.459	24.00
3	5.521	3.320	32.42
4	6.787	4.082	39.85
5	7.944	4.778	46.65
6	9.023	5.427	52.98

Относительно большое время жизни атомов антиводорода в гравитационных состояниях, обеспечиваемое явлением квантового отражения, открывает новые перспективы в высокоточной спектроскопии этих состояний. Гравитационные состояния антиводорода обладают малыми энергиями «связи» и при этом мезоскопическими характерными пространственными размерами, что позволяет использовать их как инструмент для высокоточных измерений. На основе изучения спектра гравитационных состояний антиводорода можно развить новый подход к прецизионным исследованиям гравитационных свойств антиатомов.

**Вторая глава** посвящена проблеме наблюдения квантовых гравитационных состояний антиводорода при помощи возбуждения резонансных переходов между ними и определению частоты перехода. Такие переходы предлагается индуцировать переменным неоднородным магнитным полем или при помощи вибрации поверхности и наблюдать по интенсивности аннигиляционных событий. Подбрав частоту осцилляций поля или поверхности таким образом, чтобы она совпала с частотой перехода между гравитационными уровнями, можно будет зарегистрировать резонансный переход. Изучаются возможные эксперименты по определению частот переходов между гравитационными уровнями антиводорода. Показано, как знание частоты перехода между гравитационными уровнями позволит получить гравитационную массу антиводорода с высокой точностью. Подбирается интенсивность магнитного поля или амплитуда колебаний поверхности, которые обеспечат максимальную вероятность переходов в нужный момент времени.

Переходы между гравитационными состояниями антиводорода возможно индуцировать при помощи переменного неоднородного магнитного поля  $\vec{B}$ , градиент которого  $\beta$  направлен вдоль вертикальной оси  $z$ , перпендикулярной поверхности (связывает магнитное поле с движением центра масс в гравитационном поле). Подходящее магнитное поле, удовлетворяющее уравнению Максвелла, имеет вид:

$$\vec{B} = \beta \cos(\omega t)(x\vec{e}_x - z\vec{e}_z), \quad (2)$$

где  $\omega$  — частота магнитного поля.

Ведущее постоянное магнитное поле  $B_0\vec{e}_z$  позволит исключить спиновые переходы в системе (фиксирует направление магнитного момента антиатома вдоль оси  $z$ ).

При соответствующем значении градиента магнитного поля можно добиться максимума вероятности перехода антиатома из основного гравитационного состояния в возбужденные за время жизни гравитационного состояния антиатома при совпадении частоты внешнего поля с частотой перехода. Для возбуждения переходов между нижними гравитационными уровнями с наибольшей вероятностью градиент магнитного поля по порядку величины должен равняться  $\beta \sim (1 - 10)$  Гс/м, соответствующее постоянное магнитное поле, гарантирующее адиабатичность изменения магнитного момента, должно иметь величину  $B_0 \sim 10$  Гс.

Наряду с магнитным полем, наблюдения квантовых гравитационных состояний антиводорода можно осуществить, возбуждая резонансные переходы между ними при помощи периодических колебаний поверхности, над которой расположен антиатом, по закону  $z = A \sin(\omega t)$ , где  $A$  — амплитуда колебаний поверхности.

Для иллюстрации работы предложенного метода приведем формулу для вычисления вероятности перехода антиатома из гравитационного состояния  $n_0$  в состояние  $n_1$  в приближении двухуровневой системы (формула Раби):

$$P_{n_0 n_1}^R = \frac{V_{n_0 n_1}^2}{(E_{n_1} - E_{n_0} - \hbar\omega)^2 + V_{n_0 n_1}^2} \sin^2 \left( \frac{\sqrt{(E_{n_1} - E_{n_0} - \hbar\omega)^2 + V_{n_0 n_1}^2} t}{2\hbar} \right) e^{-\frac{\Gamma t}{\hbar}}, \quad (3)$$

где  $V_{n_0 n_1}$  — матричный элемент возмущения, различный для возбуждения переходов магнитным полем и с помощью вибрации поверхности.

Видно, что в случае резонанса ( $\hbar\omega = E_{n_1} - E_{n_0}$ ), величина вероятности перехода  $P_{n_0 n_1}^R$  станет максимальной.

Также во второй главе изучается возможный эксперимент, который позволит потенциально очень точно определить частоты переходов между гравитационными уровнями антиводорода.

Можно предложить такую принципиальную схему измерения, аналогичную предложенной для спектроскопии гравитационных состояний нейтронов: в начальный момент времени атом антиводорода помещается в основное гравитационное состояние над зеркалом. Это достигается установкой поглотителя на нужной высоте над поверхностью. Далее на антиатом, движущийся вдоль зеркала, действуют переменным неоднородным магнитным полем. При этом возбужденное гравитационное состояние резонансно заселяется. Затем антиатомы в возбужденном состоянии регистрируют по числу аннигиляционных событий на высоте, большей высоты основного состояния и меньшей высоты конечного состояния над зеркалом с помощью установленного детектора. При резонансной частоте внешнего магнитного поля детектор будет регистрировать максимум событий, т.е. резонансное заселение возбужденного состояния. Отсюда может быть определена частота перехода между состояниями.

Знание частоты перехода между гравитационными состояниями  $n_0$  и  $n_1$  —  $\omega_{n_0 n_1}$  позволяет определить гравитационную массу антиводорода  $M$  при условии равенства гравитационной и инертной масс антиатома:

$$M = \frac{2\hbar\omega_{n_0 n_1}^3}{g^2 (\lambda_{n_1} - \lambda_{n_0})^3}, \quad (4)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения в поле Земли.

Относительная погрешность определения гравитационной массы антиводорода над идеально проводящей поверхностью в предложенном эксперименте для  $N = 100$  зарегистрированных переходов  $1 \rightarrow 6$  составляет:

$$\delta M \sim \frac{\Gamma}{\sqrt{N}\epsilon_g} \sim 10^{-3}. \quad (5)$$

В третьей главе исследуется эффект сдвига резонансной частоты (динамический эффект Штарка), обусловленный используемым спектроскопическим методом, и его влияние на определение гравитационной массы антиводорода. Величина описанного эффекта оценена численно с помощью решения временного уравнения Шредингера и аналитически с помощью формализма квазиэнергий.

В разделе 3.1 освещено явление сдвига резонансной частоты в результате динамического эффекта Штарка, то есть частоты, при которой наблюдается максимум вероятности перехода из одного гравитационного состояния в другое. Показывается, что резонансная частота не совпадает с разностью частот невозмущенных состояний. Сдвиг частоты обусловлен самим методом спектроскопии (влиянием переменного неоднородного магнитного поля или вибрации поверхности) и должен быть учтен для получения правильного значения разности частот в эксперименте.

Причина сдвига кроется в том, что магнитное поле возбуждает переходы не только между двумя резонансными состояниями, а также и между состояниями с другими энергиями. В магнитном поле понятие стационарных гравитационных состояний как таковых теряет смысл, в определенном приближении спектр можно рассматривать как спектр квазиэнергий, в котором и будут осуществляться переходы.

При вычислении вероятности перехода между гравитационными уровнями как функции частоты магнитного поля или вибрации поверхности с помощью численного решения временного уравнения Шредингера с учетом более чем двух гравитационных состояний в системе можно наблюдать эффект сдвига резонансной частоты  $\Delta\omega$ , т.е. несовпадение частоты внешнего поля, дающей максимум вероятности  $\omega_{res}$ , с разностью частот невозмущенных уровней  $\omega_{n_0n_1}$ .

Результаты программы, ищущей максимум вероятности перехода между гравитационными состояниями  $n_0$  и  $n_1$  в момент времени 0.1 с как функции частоты магнитного поля приведены в Таблице 2. Резонансные частоты  $\omega_{res}$  сравниваются с частотами переходов  $\omega_{n_0n_1}$  между невозмущенными уровнями.

Периодичность действия возмущения по времени позволяет вводить квазиэнергии и квазигармоники и с помощью теоремы Флоке получить ана-

Таблица 2

Переход $n_0 \rightarrow n_1$	Число уровней в системе	$\omega_{res}$ , Гц	$\omega_{n_0 n_1}$ , Гц	$\Delta\omega =$ $\omega_{res} - \omega_{n_0 n_1}$ , Гц
1 → 2	11	254.732	254.493	$0.239 \pm 0.006$
1 → 3	15	462.810	462.848	$-0.038 \pm 0.006$
1 → 4	16	647.162	646.994	$0.168 \pm 0.006$
1 → 5	18	815.028	815.327	$-0.298 \pm 0.006$
1 → 6	22	972.159	972.184	$-0.025 \pm 0.006$

литическую формулу для величины сдвига резонансной частоты  $\Delta\omega$  во втором порядке теории возмущений.

$$\begin{aligned} \hbar\Delta\omega = & \sum_{n \neq n_0} \frac{V_{n_1 n} V_{n n_1}}{4} \frac{1}{E_{n_0} - E_n} + \sum_{n=1} \frac{V_{n_1 n} V_{n n_1}}{4} \frac{1}{2E_{n_1} - E_{n_0} - E_n} - \\ & - \sum_{n=1} \frac{V_{n_0 n} V_{n n_0}}{4} \frac{1}{2E_{n_0} - E_{n_1} - E_n} - \sum_{n \neq n_1} \frac{V_{n_0 n} V_{n n_0}}{4} \frac{1}{E_{n_1} - E_n}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $V_{n_0 n_1}$  — матричный элемент возмущения, различный для возбуждения переходов магнитным полем и с помощью вибрации поверхности.

В Таблице 3 аналитические расчеты для сдвигов частот по формуле (6) сравниваются с численными, полученными при решении уравнения Шредингера для возбуждения переходов с помощью магнитного поля. В пределах погрешности аналитический и численный результаты для сдвигов резонансной частоты очень близки.

Таблица 3

Переход $n_0 \rightarrow n_1$	Аналитический расчет		Численный расчет	
	Число уровней в системе	$\Delta\omega$ , Гц	Число уровней в системе	$\Delta\omega$ , Гц
1 → 2	40	0.289	11	$0.239 \pm 0.006$
1 → 3	40	-0.031	15	$-0.038 \pm 0.006$
1 → 4	40	0.162	16	$0.168 \pm 0.006$
1 → 5	40	-0.295	18	$-0.298 \pm 0.006$
1 → 6	40	-0.019	22	$-0.025 \pm 0.006$

Для возбуждения переходов при помощи вибрации поверхности можно получить аналогичные результаты.

В разделе 3.2 проведена оценка влияния сдвига резонансной частоты за счет динамического эффекта Штарка на точность измерения гравитационной массы в эксперименте. Эффект сдвига резонансной частоты приводит к появлению у гравитационной массы относительной погрешности  $\delta M \sim (6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-3})$ , что сравнимо с ожидаемой погрешностью эксперимента (5), следовательно вклад динамического эффекта Штарка в точность определения гравитационной массы достаточно существенен и данный эффект необходимо внимательно учитывать при постановке эксперимента.

В четвертой главе подробно рассматривается явление квантового отражения, которое препятствует аннигиляции ультрахолодных атомов антиводорода на материальной поверхности и позволяет хранить антиатомы в гравитационных состояниях в течение конечных времен. Квантовое отражение играет ключевую роль в экспериментах с антиатомами, так как точность спектроскопических измерений гравитационной массы существенно повышается для больших времен жизни гравитационных состояний антиводорода. Подбирается оптимальный материал поверхности, который будет отражать атомы антиводорода наиболее эффективно, увеличивая времена жизни состояний. Изучаются различные ложные эффекты, которые необходимо учесть для правильного анализа результатов эксперимента по определению гравитационной массы антиводорода. Проводится теоретическая оценка точности измерения гравитационной массы в эксперименте с учетом различных источников ошибок.

В разделе 4.1 исследуется важнейший механизм возможного «разрушения» гравитационных квантовых состояний антиводорода под действием остаточных электрических полей от электрических зарядов, случайно распределенных по поверхности зеркала. Рассматривается «разрушение» квантовых состояний как за счет индуцированной аннигиляции, так и за счет индуцированных переходов в возбужденные состояния. Оценка механизма принципиальна для возможности наблюдения гравитационных состояний в эксперименте.

Будем рассматривать заряды, локализованные на поверхности в области с характерным размером много меньшим, чем длина рассеяния на потенциале Казимира-Полдера  $a_{CP}$ . Таким образом, на расстояниях порядка  $a_{CP}$  от поверхности (там, где формируется отраженная волна) поле от за-



рядов можно рассматривать как поле точечного заряда  $Q$ . Взаимодействие антиатома с точечным зарядом описывается потенциалом вида:

$$V_{pol}(z, \rho) = -\frac{\alpha_p Q^2}{2(z^2 + \rho^2)^2}, \quad (7)$$

где  $z$  — высота антиатома над поверхностью,  $\rho$  — расстояние от антиатома до заряда  $Q$  в плоскости поверхности,  $\alpha_p$  — поляризуемость атома антиводорода.

Так как характерный масштаб действия потенциала Казимира-Полдера  $V_{CP}(z)$  много меньше, чем характерная длина волны антиводорода в гравитационном поле, а также мы рассматриваем такие величины зарядов на поверхности ( $Q \ll 10^4 e$ ), что характерная длина рассеяния на потенциале взаимодействия с зарядом много меньше, чем характерная длина волны антиводорода в гравитационном поле, то взаимодействие с поверхностью с зарядами может быть описано при помощи новой комплексной длины рассеяния  $a(\rho)$  на суммарном потенциале  $V_{CP}(z) + V_{pol}(z, \rho)$ .

Существуют два основных механизма разрушения гравитационных состояний за счет взаимодействия антиатома с зарядами на поверхности. Для антиатома в основном гравитационном состоянии это индуцированные переходы в возбужденные состояния и индуцированная аннигиляция.

Для характеристики взаимодействия антиатома с зарядами вводятся эффективный зарядовый радиус перехода  $d_{tr}$  и эффективный зарядовый радиус индуцированной аннигиляции  $d_{in}$ .

Эффективная ширина  $\Gamma_t$ , которая появляется у основного гравитационного состояния за счет индуцированных переходов в возбужденные состояния, может быть охарактеризована с помощью эффективного зарядового радиуса перехода (аналога сечения рассеяния)  $d_{tr}$ , выражаемого через  $a(\rho)$ , и поверхностную плотность зарядов  $\sigma$ , величину которой необходимо оценить.

$$\Gamma_t = \hbar d_{tr} \sigma v, \quad (8)$$

где  $v$  — скорость движения атома антиводорода параллельно поверхности.

Гравитационное состояние является квазистационарным и без учета зарядов на поверхности, так как длина рассеяния на идеальной проводящей поверхности  $a_{CP}$  имеет мнимую часть, которая приводит к появлению у состояния ширины. Пролетая область вблизи каждого заряда на поверхности,

антиатом приобретает дополнительную ширину состояния. Выражение для полной эффективной ширины распада гравитационного состояния антиатома  $\Gamma_{in}$  имеет вид:

$$\Gamma_{in} = \Gamma_d + \Gamma_{CP} = \hbar d_{in} \sigma v + 2Mg |\text{Im } a_{CP}|, \quad (9)$$

где  $d_{in}$  — эффективный зарядовый радиус индуцированной аннигиляции.

Из численных оценок критических плотностей остаточных зарядов на поверхности следует, что эффективная ширина гравитационного состояния за счет взаимодействия антиатома с поверхностью без зарядов  $\Gamma_{CP}$  становится сравнимой с эффективной шириной состояния, приобретаемой за счет взаимодействия с зарядом  $\Gamma_d$ , при зарядах  $Q = 30e$ , распределенных с поверхностной плотностью  $\sigma_c = 10^{12} \text{ м}^{-2}$ . До тех пор, пока  $\sigma < \sigma_c$ , заряды фактически не будут влиять на время жизни гравитационных состояний. На основании этих оценок можно с уверенностью сказать, что «опасные» для эксперимента остаточные заряды на поверхности могут быть легко контролируемы и ложный эффект будет легко исключен.

**Раздел 4.2** посвящен исследованию влияния вариаций электростатического потенциала проводящей поверхности, возникающих из-за шероховатостей реальной поверхности, на положение и ширину гравитационных уровней антиводорода над проводящей поверхностью.

С помощью компьютерного моделирования была воссоздана типичная реальная случайная шероховатая поверхность, подобная экспериментальным поверхностям. Полученное численно модельное распределение электростатического потенциала на поверхности служит граничным условием для уравнения Лапласа для нахождения электростатического потенциала  $\phi(x, y, z)$ , действующего на атом антиводорода на высоте  $z$  над поверхностью. С помощью найденного электростатического потенциала  $\phi(x, y, z)$  может быть определена потенциальная энергия атома антиводорода над шероховатой поверхностью  $V_{sur}(x, y, z)$ .

$$V_{sur}(x, y, z) = -\frac{1}{2} \alpha_p (\nabla \phi)^2, \quad (10)$$

где  $\alpha_p$  — поляризуемость атома антиводорода.

Потенциальная энергия антиатома над реальной шероховатой поверхностью  $\langle V_{sur}(z) \rangle_{xy}$ , усредненная по направлениям  $x$  и  $y$ , должна быть до-

бавлена к потенциалу Казимира-Полдера  $V_{CP}(z)$ , действующему на антиатом над идеальной поверхностью, при решении уравнения Шредингера. Такая добавка приводит к изменению длины рассеяния антиводорода на поверхности, что вызывает сдвиг гравитационных уровней энергии и изменение их ширины по сравнению с уровнями энергии антиатома над идеальной поверхностью, что необходимо учесть при проведении эксперимента с реальными шероховатыми поверхностями.

Величина сдвига уровней энергии и изменения их ширины по сравнению с идеальной проводящей поверхностью для рассмотренной модели составила:  $\Delta E_n = -1.2 \cdot 10^{-6}$  пэВ,  $\Delta \Gamma = 2.5 \cdot 10^{-6}$  пэВ.

Таким образом, относительная погрешность частоты перехода за счет взаимодействия атома антиводорода с шероховатой поверхностью может иметь величину не более, чем  $\delta\omega_{surf} < 10^{-6}$ , и, соответственно, погрешность гравитационной массы не превышает  $\delta M_{surf} < 3 \cdot 10^{-6}$ . Влияние шероховатостей реальной поверхности на точность определения гравитационной массы невелико, этот эффект дает наименьший вклад по сравнению со всеми, исследованными в работе.

В **разделе 4.3** освещается эффект зависимости сдвигов гравитационных уровней и ширин гравитационных состояний от энергии (номера) квантовых состояний для атома антиводорода.

В главе 1 действие поверхности на антиатом в пределе низких энергий описывалось с помощью введения постоянной длины рассеяния  $a_{CP}$  на потенциале Казимира-Полдера. При таком способе описания все состояния испытывали одинаковый сдвиг энергий за счет взаимодействия с поверхностью в первом порядке теории возмущений, под действием поверхности у состояний появлялась конечная ширина, одинаковая для всех состояний. Таким образом, взаимодействие с поверхностью не проявлялось при определении частот переходов и гравитационной массы антиводорода.

Тем не менее, более точный учет взаимодействия антиатома с поверхностью приведет к появлению зависимости величины сдвига энергии (за счет взаимодействия с поверхностью) от номера гравитационного состояния. Используя известное разложение фазы рассеяния  $\delta_0(k)$  при низких энергиях для потенциала  $\sim -1/z^4$ , можно ввести модифицированную длину рассея-

ния  $a(k)$ , зависящую от волнового вектора  $k$ :

$$a(k) = -\frac{\delta_0(k)}{k} = a_{CP} + \frac{\pi}{3}l_{CP}(l_{CP}k) + \frac{4}{3}a_{CP}\ln\left(\frac{l_{CP}k}{4}\right)(l_{CP}k)^2 + \left(\frac{\pi a_{CP}^2}{3l_{CP}} + \frac{20a_{CP}}{9} - \frac{\pi l_{CP}}{3} + \frac{a_{CP}^2 r_e}{2l_{CP}^2} - \frac{8a_{CP}\psi(3/2)}{3}\right)(l_{CP}k)^2, \quad (11)$$

где  $r_e$  — константа, называемая эффективным радиусом,  $l_{CP}$  — характерный масштаб действия потенциала Казимира-Полдера,  $\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$  — пси-функция.

Коэффициенты перед степенями волнового вектора  $k$  в разложении можно установить из спектроскопического эксперимента и исключить вклад поверхности в более высоких порядках по  $a_{CP}/l_g$ , а значит точность определения гравитационной массы в эксперименте может быть существенно повышена.

Интерес представляет численная оценка величины эффективного радиуса  $r_e$ . Она может быть осуществлена двумя способами. Первый состоит в нахождении эффективного радиуса через интеграл вида:

$$r_e = 2 \int_0^\infty (v_0^2(z) - u_0^2(z)) dz, \quad (12)$$

где функция  $v_0(z)$  является решением уравнения Шредингера с потенциалом  $-C_4/z^4$  в пределе нулевой энергии и с граничным условием на бесконечности  $v_0(z \rightarrow \infty) = 1 - z/a_{CP}$ . Функция  $u_0(z)$  является решением уравнения Шредингера с точным потенциалом взаимодействия с поверхностью  $V_{CP}(z)$  в пределе нулевой энергии и с тем же самым граничным условием. В результате численное значение эффективного радиуса равняется  $r_e = -451.5 - 354.5i$  а.е.

Второй способ получения величины эффективного радиуса состоит в использовании метода наименьших квадратов для численного нахождения эффективного радиуса. Решая численно уравнение Шредингера с точным потенциалом  $V_{CP}(z)$  и сшивая решение на бесконечности с асимптотикой вида  $\sim \sin(kz + \delta_0(k))$ , можно найти численно функцию  $\delta_0(k)/k$ , разложение которой по степеням  $k$  представлено формулой (11). Используя метод наименьших квадратов и находя коэффициенты при различных степенях  $k$ , получаем численно значение  $r_e = -460 - 360i$  а.е.

Метод наименьших квадратов дает менее устойчивое и точное значение эффективного радиуса по сравнению с первым методом.

Используя полученное значение эффективного радиуса, с учетом разложения (11) частоту перехода между двумя гравитационными состояниями можно представить в виде:  $\omega_{n_0 n_1}^{mod} = \omega_{n_0 n_1} + \Delta\omega_{n_0 n_1}^{mod}$ , где  $\omega_{n_0 n_1} = \epsilon_g(\lambda_{n_1} - \lambda_{n_0})/\hbar$  и  $\Delta\omega_{n_0 n_1}^{mod} = \epsilon_g(a(k_{n_1}) - a(k_{n_0}))/l_g\hbar$ ,  $k_n = \sqrt{2m\epsilon_g\lambda_n}/\hbar$ . Тогда относительная погрешность частоты перехода за счет более точного учета взаимодействия антиводорода с поверхностью составит, например, для перехода  $1 \rightarrow 2$ :  $\delta\omega_{12}^{mod} \sim 6 \cdot 10^{-6}$ , а для перехода  $1 \rightarrow 6$ :  $\delta\omega_{16}^{mod} \sim 5 \cdot 10^{-6}$ . Соответственно, относительная погрешность гравитационной массы составит  $\delta M \sim 2 \cdot 10^{-5}$ . Данный эффект точного учета взаимодействия антиводорода с поверхностью дает относительно малый вклад при постановке эксперимента по измерению гравитационной массы антиводорода.

В разделе 4.4 подбирается оптимальный материал поверхности, который будет отражать атомы антиводорода наиболее эффективно, существенно увеличивая времена жизни гравитационных состояний. Таким материалом оказывается жидкий гелий, помещенный на подложку. Интересные явления также возникают при рассеянии антиводорода на пленке гелия конечной небольшой толщины на подложке. Изменение толщины пленки гелия приводит к изменению длины рассеяния антиводорода и возникновению интерференционной картины.

Рассматривается рассеяние антиводорода на идеальной проводящей поверхности, покрытой пленкой жидкого гелия. Получена зависимость длины рассеяния антиводорода на поверхности с пленкой гелия  $a(d)$  как функции толщины пленки  $d$ . Длина рассеяния для атома антиводорода на проводящей поверхности, покрытой пленкой жидкого гелия толщины  $d$ , определялась с помощью решения уравнения Шредингера с потенциалом  $V(z, d) = V_{CP}(z + d) + U(z) - U(z + d)$  и граничным условием полного поглощения на поверхности, где  $U(z)$  — это потенциал взаимодействия атома антиводорода с полубесконечным объемом жидкого гелия. Полученная зависимость длины рассеяния от толщины пленки жидкого гелия, помещенной на металлическую подложку, представлена на Рис. 2, 3.

Для толщины пленки больше нескольких десятков нанометров длина рассеяния выходит на константу, она стремится к своему значению для объе-

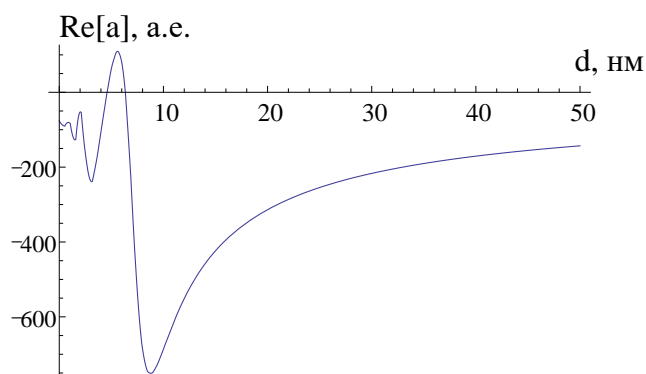


Рис. 2 — Действительная часть длины рассеяния антиводорода  $a(d)$  на проводящей поверхности, покрытой пленкой жидкого гелия, как функция толщины пленки гелия  $d$ .

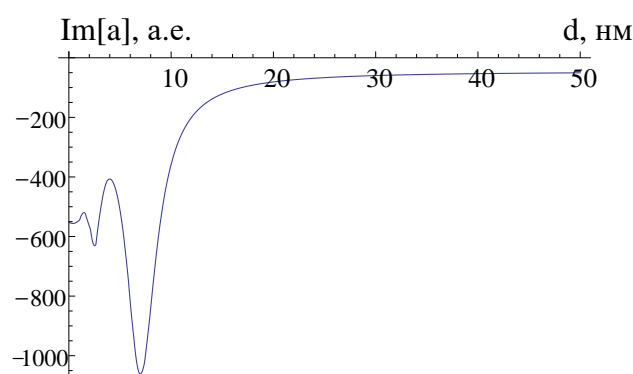


Рис. 3 — Мнимая часть длины рассеяния антиводорода  $a(d)$  на проводящей поверхности, покрытой пленкой жидкого гелия, как функция толщины пленки гелия  $d$ .

ма гелия. По данным графикам можно оценить, какой должна быть толщина пленки гелия, чтобы время жизни антиатома над такой пленкой стало почти столь же продолжительным, как в предельном случае для объема гелия.

Для малых толщин пленки гелия (порядка нескольких нанометров) действительная и мнимая части длины рассеяния испытывают сильные осцилляции как функции толщины пленки. Осцилляции длины рассеяния представляют из себя интересное физическое явление и могут быть объяснены с помощью помощью явления интерференции и резонансов.

Время жизни антиводорода в гравитационном состоянии над объемом гелия составляет 1.4 с, что на порядок превышает время жизни над идеальной проводящей поверхностью, которое равнялось 0.1 с.

Увеличение времени жизни гравитационных состояний антиводорода открывает возможности для эффективной спектроскопии этих состояний

и высокоточного измерения гравитационной массы. Предполагаемая относительная погрешность измерения гравитационной массы антиводорода над проводящей поверхностью в эксперименте составляла (5)  $\delta M \sim 10^{-3}$ . Увеличение на порядок времени жизни антиводорода над жидким гелием на порядок уменьшит погрешность определения гравитационной массы  $\delta M \sim 10^{-4}$ , что является значимым результатом.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Предложен новый подход к исследованию гравитационных свойств антиводорода, основанный на спектроскопии гравитационных квантовых состояний атомов антиводорода в гравитационном поле Земли над проводящей поверхностью с помощью индуцирования резонансных переходов между состояниями под действием переменного неоднородного магнитного поля или под действием вибрации поверхности.
2. Проведена теоретическая оценка точности измерения гравитационной массы антиводорода в планируемом эксперименте ЦЕРНа по исследованию поведения атомов антиводорода над материальной поверхностью в гравитационном поле Земли и оценка точности проверки слабого принципа эквивалентности.
3. Изучен наиболее существенный эффект, приводящий к ошибке в получении гравитационной массы — эффект сдвига резонансной частоты (динамический эффект Штарка), обусловленный выбранным спектроскопическим методом, и его влияние на определение гравитационной массы антиводорода в эксперименте. Величина описанного эффекта оценена численно с помощью точного решения временного уравнения Шредингера и аналитически с помощью формализма квазиэнергий.
4. Проведена оценка принципиальной для возможности наблюдения гравитационных состояний эффекта возможного «разрушения» гравитационных квантовых состояний антиводорода под действием остаточных электрических полей от электрических зарядов, случайно распределенных по поверхности зеркала. Рассмотрено «разрушение» квантовых состояний как за счет индуцированной анни-

гиляции, так и за счет индуцированных переходов в возбужденные состояния. Показан относительно малый вклад описанных эффектов, не влияющий на предполагаемую точность измерения гравитационной массы антиводорода.

5. Исследовано влияние вариаций электростатического потенциала проводящей поверхности, возникающих из-за шероховатостей реальной поверхности, на положение и ширину гравитационных уровней антиводорода над проводящей поверхностью. Показано, что вклад рассматриваемого эффекта мал, что позволит измерить гравитационную массу в эксперименте с предполагаемой точностью.
6. Описан эффект влияния взаимодействия с поверхностью на частоты переходов между квантовыми гравитационными состояниями антиводорода. Впервые получено численное значение эффективного радиуса рассеяния антиводорода на проводящей поверхности.
7. Исследовано рассеяние антиводорода на различных поверхностях с целью поиска наилучшей поверхности для проведения экспериментов с антиводородом. Выбрана оптимальная отражающая поверхность — жидкий гелий, которая на порядок увеличивает время жизни антиводорода, по сравнению с идеально проводящей поверхностью. Изучено рассеяние на идеальной проводящей поверхности, покрытой пленкой жидкого гелия конечной толщины.

## Публикации и доклады автора по теме диссертации

1. *Куприянова Е. А., Далькаров О. Д., Воронин А. Ю.* Гравитационные состояния ультрахолодного атома антиводорода над материальной поверхностью // Международная сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», Москва, Россия, 12-16 ноября. — 2012.
2. *Куприянова Е. А., Далькаров О. Д., Воронин А. Ю.* Поведение ультрахолодных атомов в гравитационном поле Земли вблизи материальной поверхности // V Всероссийская молодежная конференция по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики, Москва, Россия, 10-15 ноября. — 2013.



3. Voronin A. Yu., Nesvizhevsky V. V., Froelich P., Dalkarov O. D., Kupriyanova E. A. Gravitational quantum states of antihydrogen // 2nd International Workshop on Antimatter and Gravity (WAG 2013), Bern, Switzerland, 13-15 November. — 2013.
4. Dalkarov O. D., Kupriyanova E. A. On the gravitational quantum states of helium atoms in the gravitational field of a cold neutron star // The 34th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2015), The Hague, The Netherlands, July 30 to August 6. — 2015.
5. Voronin A. Yu., Nesvizhevsky V. V., Dalkarov O. D., Kupriyanova E. A., Froelich P. Resonance spectroscopy of gravitational states of antihydrogen // *Hyperfine Interactions*. — 2014. — Vol. 228. — Pp. 133–139.
6. Baeßler S., Nesvizhevsky V. V., Pignol G., Protasov K. V., Rebreyend D., Kupriyanova E. A., Voronin A. Yu. Frequency shifts in gravitational resonance spectroscopy // *Phys. Rev. D*. — 2015. — Vol. 91. — P. 042006.
7. Voronin A. Yu., Kupriyanova E. A., Lambrecht A., Nesvizhevsky V. V., Reynaud S. Quenching of antihydrogen gravitational states by surface charges // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2016. — Vol. 49, no. 20. — P. 205003.
8. Crépin P.-P., Kupriyanova E. A., Guérout R., Lambrecht A., Nesvizhevsky V. V., Reynaud S., Vasiliev S., Voronin A. Yu. Quantum reflection of antihydrogen from a liquid helium film // *EPL (Europhysics Letters)*. — 2017. — Vol. 119, no. 3. — P. 33001.
9. Voronin A. Yu., Nesvizhevsky V. V., Dufour G., Debu P., Lambrecht A., Reynaud S., Dalkarov O. D., Kupriyanova E. A., Froelich P. A spectroscopy approach to measure the gravitational mass of antihydrogen // *International Journal of Modern Physics: Conference Series*. — 2014. — Vol. 30. — P. 1460266.
10. Dalkarov O. D., Kupriyanova E. A. On the gravitational quantum states of helium atoms in the gravitational field of a cold neutron star // *in proceedings of «The 34th International Cosmic Ray Conference (ICRC2015) - Cosmic Ray Physics: Theory, Models and Simulations» PoS(ICRC2015)487*. — 2015.