

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

На правах рукописи

Шоркин Роман Андреевич

**Исследование лептонной универсальности в распадах В-мезонов на  
Большом адронном коллайдере**

Специальность 1.3.15 —

«Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
кандидат физико-математических наук  
Холоденко Сергей Анатольевич

Москва — 2025

## Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Редкие распады <math>B</math> мезонов в Стандартной модели</b> . . . . .	12
1.1 Стандартная модель . . . . .	12
1.2 Аромат в Стандартной модели . . . . .	22
1.3 Теоретическое описание нейтральных токов с изменением аромата . . . . .	26
1.4 Описание процессов $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ . . . . .	31
1.5 Адронные распады $B \rightarrow M_1M_2$ . . . . .	38
1.6 Выводы к первой главе . . . . .	40
<b>Глава 2. Обзор актуальных экспериментальных результатов</b> . . . . .	42
2.1 Оптимизированные параметры . . . . .	42
2.2 Исследование $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ . . . . .	42
2.3 Исследование перехода $b \rightarrow s$ в распадах $B \rightarrow M_1M_2$ . . . . .	51
2.4 Выводы ко второй главе . . . . .	53
<b>Глава 3. Эксперимент ЛHCб Большого адронного коллайдера</b> . . . . .	54
3.1 Детектор ЛHCб . . . . .	54
3.2 Трекингвая система ЛHCб . . . . .	55
3.3 Система идентификации частиц ЛHCб . . . . .	58
3.4 Триггер эксперимента ЛHCб . . . . .	62
3.5 Моделирование и программное обеспечение ЛHCб . . . . .	66
3.6 Этапы обработки данных ЛHCб . . . . .	67
<b>Глава 4. Исследование <math>R_K</math> в области высокой инвариантной массы лептонной пары</b> . . . . .	68
4.1 Стратегия анализа . . . . .	69
4.2 Данные и численное моделирование . . . . .	77
4.3 Отбор событий . . . . .	77
4.4 Поправки к результатам численного моделирования . . . . .	89
4.5 Параметризация распределений инвариантных масс . . . . .	97
4.6 Систематические погрешности . . . . .	104
4.7 Перекрестные проверки . . . . .	112
4.8 Результаты . . . . .	112
4.9 Выводы к четвертой главе . . . . .	114

<b>Глава 5. Методические исследования в области анализа данных . . . . .</b>	<b>115</b>
5.1 Исследование ECAL в рамках «Upgrade II» . . . . .	115
5.2 Результаты исследования идентификации при помощи ячейки ECAL . . . . .	120
5.3 Оптимизация отбора редких событий классификатором . . . . .	121
5.4 Результаты исследования оптимизации отбора редких событий при помощи классификатора . . . . .	133
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>Благодарности . . . . .</b>	<b>137</b>
<b>Использованная литература . . . . .</b>	<b>138</b>

## Введение

### Актуальность темы диссертации

Основной теорией физики элементарных частиц и взаимодействий является Стандартная модель (СМ) – квантовая теория поля, описывающая сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия. СМ объединяет две теории – модель электрослабых взаимодействий лептонов и кварков Вайнберга-Глэшоу-Салама и описывающую сильное взаимодействие кварков квантовую хромодинамику (КХД). С обнаружением бозона Хиггса в экспериментах ATLAS и CMS [1; 2] Большого адронного коллайдера (БАК, LHC: Large Hadron Collider) поиск предсказываемых СМ фундаментальных частиц был завершён. В настоящее время попытки обнаружить проявления расширений СМ, включая суперсимметричную теорию, не увенчались успехом. За исключением единичных случаев, экспериментальные измерения согласуются с предсказаниями в рамках СМ.

Однако, некоторые из аспектов СМ, а также определенные экспериментальные наблюдения, указывают на незавершенность теории. К таковым относятся:

- Проблема темной материи. Астрономические наблюдения и их интерпретация в рамках общей теории относительности указывают на наличие гравитационного воздействия невидимого в электромагнитном диапазоне источника массы [3]. Ни одна из частиц СМ не является подходящим кандидатом для объяснения этого феномена.

- Проблема гравитации. СМ объединяет три из четырех фундаментальных взаимодействий и включает в себя их частицы-переносчики – бозоны. Объяснение гравитации как бозонного взаимодействия чрезвычайно затруднительно (или невозможно), а объединение СМ и общей теории относительности является одной из важнейших проблем современной теоретической физики [4; 5].

- Проблема фермионных масс. Массы трех поколений фермионов СМ различаются на много порядков ( $O(10^5)$  для электрона и  $t$ -кварка). СМ не предоставляет объяснений для такой иерархии.

- Проблема нейтринных осцилляций. Наблюдавшиеся осцилляции нейтрино [6] невозможны в СМ, что очевидным образом приводит к необходимости её расширения.

- Проблема барионной асимметрии вселенной. Механизмы СМ не способны объяснить наблюдаемое наличие вещества и отсутствие антивещества во Вселенной. Для объяснения этого факта СМ должна быть расширена тем или иным способом [7; 8].

- Проблема внешних параметров. Внешние параметры СМ включают в себя: 3 элемен-

та диагонализированных юкавских матриц для лептонов и 6 для кварков; 3 угла и 1 фазу матрицы смешивания кварковых ароматов Кабиббо-Кобаяши-Маскавы; вакуумное среднее и массу бозона Хиггса; 3 константы взаимодействия для фундаментальных полей; вакуумный угол КХД – итого 19 параметров. Численное определение их величин возможно только из эксперимента. Более того, наблюдавшиеся осцилляции нейтрино, а также результаты астрономических наблюдений (расширение Вселенной, барионная асимметрия) требуют введения дополнительных экспериментальных параметров. Предполагается, что более полная теория должна объяснять многие из параметров, являющихся внешними для СМ [9].

Все вышперечисленное указывает на возможное существование более полной теории, в рамках которой описанные проблемы имеют решение, а СМ является эффективной моделью в низкоэнергетическом пределе. Спектр моделей, расширяющих СМ, весьма широк (см., например, [10–12]). Определяющим фактором в выборе расширения может служить выполненное на его основе верное предсказание эффектов, невозможных в СМ. Таким образом, поиск проявлений эффектов гипотетической новой физики (НФ) является одной из основных задач современных экспериментов физики частиц.

Такие поиски могут быть осуществлены напрямую: обнаружением распада частиц НФ на частицы СМ. Новые частицы, очень слабо взаимодействующие с частицами СМ, могут быть обнаружены, как потерянная энергия в детекторе с покрытием полного телесного угла. На момент написания текста диссертации подобные поиски не увенчались успехом. Это может указывать на то, что энергетические масштабы НФ лежат за пределами доступной ускорительной техники.

Альтернативно, поиск эффектов физики за пределами СМ может быть осуществлен путём измерения отклонений характеристик осуществляемых в ее рамках процессов от предсказанных теорией. Измерение сдвига амплитуды процесса, вызванного вкладом от новых частиц, рождающихся вне массовой поверхности, позволяет обойти энергетические ограничения современных коллайдеров. Выбор изучаемого процесса при этом играет ключевую роль: для надежного обнаружения вклада тяжелой НФ амплитуда процесса в СМ должна быть значительно подавлена.

К таким процессам относится нейтральный ток с изменением аромата (НТИА). Процессы НТИА запрещены на древесном уровне СМ и подавлены по механизму Глешоу-Иллиопулоса-Майани на уровне однопетлевых поправок. Измерения параметров НТИА-распадов  $B$  мезонов с переходом  $b \rightarrow s$ , проведенные коллаборациями LHCb, Belle и BaBar, указывают на наличие отклонений от предсказаний СМ, объяснимых вкладами НФ [13]. В частности,

интерес представляет отношение вероятностей распадов (branching fraction ratio)  $R_K$ :

$$R_K = \frac{\int_{q^2_{\min}}^{q^2_{\max}} \frac{d\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{dq^2} dq^2}{\int_{q^2_{\min}}^{q^2_{\max}} \frac{d\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{dq^2} dq^2},$$

где  $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)/\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)$  – относительные вероятности распадов  $B^+$  мезонов на состояния  $K^+ \mu^+ \mu^-/K^+ e^+ e^-$ ;  $q^2$  – квадрат инвариантной массы лептонной пары. Здесь и далее при записи частицы и её канала распада подразумеваются также и зарядово-сопряженные состояния, если не сказано обратного.

Дополнительные измерения комплементарных процессов заряженного тока  $b \rightarrow c$  увеличивают статистическую значимость обнаруженных отклонений [14]. Однако, большинство проведенных измерений характеризуются значительными погрешностями и не позволяют сделать однозначный вывод о природе аномалий.

Представленные в тексте данной диссертации исследования полуплептонных НТИА-распадов с переходом  $b \rightarrow s$  нацелены на измерение величины  $R_K$  в кинематической области, ранее не изучавшейся на данных адронных коллайдеров. Их актуальность обуславливается значительным интересом к наблюдавшимся отклонениям [15] и поиску проявлений физики за пределами СМ.

### Цели и задачи исследования

Основной целью диссертационной работы является измерение величины  $R_K$  на данных эксперимента ЛНСб за первый (2011-2012 гг.) и второй (2015-2018 гг.) сеансы работы БАК при энергиях  $pp$ -соударений 7-8 и 13 ТэВ. Были решены следующие задачи: моделирование актуальных данных методом Монте-Карло; введение поправок в моделирование для наилучшего соответствия условиям эксперимента; формулировка и оптимизация критериев отбора сигнальных данных; вычисление эффективности отбора на основе компьютерного моделирования; построение моделей для выделения сигнального вклада путем параметризации распределений инвариантных масс комбинаций треков-кандидатов, составляющих реконструированный  $B$  мезон.

Для достижения цели развития аппаратной и методологической базы эксперимента ЛНСб, были решены задачи исследования влияния удаления модуля адронного калориметра (НСАЛ, hadron calorimeter) при обновлении установки в рамках проекта «ЛНСб Upgrade-II» и возможности использования классификаторов типа BDT (Boosted Decision Tree, дерево решений с бустингом) для отбора редких событий в условиях неопределенного преобладающего фона.

## Объекты и методы исследования

Объектом исследования являются экспериментальные данные LHCb, набранные во время первого и второго сеансов работы БАК, и соответствующие им данные численного моделирования. Исследование выполнялось методом компьютерной обработки при помощи программного пакета ROOT [16], пакетов GAUSS и DAVINCI коллаборации LHCb [17], пакета для моделирования GEANT4 [18] и средств работы с большими данными языка программирования Python: пакетов XGBoost [19], zfit [20], scikit-learn [21] и др. При проведении методологических исследований автором использовались экспериментальные данные, полученные на выведенных пучках Супер-протонного синхротрона (СПС, SPS: Super Proton Synchrotron), а также результаты выполненного автором численного моделирования.

## Научная новизна

Научная новизна работы заключается в следующих положениях:

1. Впервые выполнено измерение параметра  $R_K$  в данных эксперимента на адронном коллайдере (LHCb) в кинематической области  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Полученное значение  $R_K(q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4) = 1,079_{-0,100}^{+0,114}$  является самым точным измерением параметра  $R_K$  в указанной области  $q^2$  на момент написания текста диссертации.
2. Проведено исследование отклика калориметрического модуля на разные типы частиц, на его основе разработан новый метод для анализа состава выведенного пучка.
3. Исследовано влияние вклада ошибочно меченных событий в составе выборок для обучения и оптимизации классификатора BDT для отбора событий. Вычислено изменение эффективностей отбора сигнала и подавления фона для классификаторов с различной добротностью, оцениваемой по площади под кривой ошибок.

## Теоретическая и практическая значимость

Величина отношения лептонной универсальности  $R_K$  является одним из наиболее важных модельно-независимых параметров, определяемых в эксперименте. Полученные результаты её измерений используются в комбинированных исследованиях эффективных постоянных взаимодействия (коэффициентов Вильсона) в формализме SMEFT (Standard Model Effective Field Theory, эффективная теория поля Стандартной модели) [22], посвященных интерпретации аномалий в НТИА-распадах  $B$ -мезонов и проверке гипотез НФ [23]. Разработанные в ходе анализа подходы к измерению величины параметра  $R_K$  будут использованы в последующих анализах полуплептонных распадов (в особенности с электронами в конечном

состоянии) в данных эксперимента ЛHCb третьего сеанса БАК (2022-2026 гг.).

Предложенный метод анализа отклика калориметрического модуля позволяет проводить быстрые измерения состава выведенного адронного пучка, что широко используется для отладки параметров режима работы каналов тестовых пучков при исследованиях новых детекторов.

Проведенное исследование применимости методов классификации актуально в рамках решения задач по поиску прямых проявлений гипотетических процессов НФ. В частности, представлено обоснование для использования классификаторов, обученных на фоновых данных с возможным малым вкладом сигнала, при отборе событий.

### **Достоверность результатов**

Достоверность результатов обеспечивается использованием методов контроля набора данных и работы детекторной установки коллаборации, выполнением калибровочных измерений и использованием стандартных программных пакетов коллаборации. Анализ сопровождался процедурой внутреннего рецензирования внутри коллаборации ЛHCb. Полученные результаты были доложены на международных конференциях и опубликованы в рецензируемых журналах.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Значение параметра  $R_K$  для распадов  $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$  и  $B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$  в области квадрата инвариантной массы лептонной пары  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ , измеренное на данных  $pp$ -соударений при энергиях  $\sqrt{s} = 7, 8$  и  $13 \text{ ТэВ}$  эксперимента ЛHCb, составляет  $R_K(q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4) = 1,079_{-0,100}^{+0,114}$ , что соответствует лептонной универсальности Стандартной модели в пределах  $1\sigma$ .

2. Разработанный метод позволяет осуществить быстрый анализ состава выведенного адронного пучка по откликам в модуле электромагнитного калориметра типа «шашлык», трековой системы и счетчика черенковского излучения.

3. Эффективность отбора, основанного на применении многомерных классификаторов типа BDT, не зависит от абсолютного вклада сигнальных событий в фоновую выборку при уровне относительного смешивания сигнального и фонового наборов данных 1:1000.

### **Апробация работы и публикации**

Результаты работы диссертанта докладывались и обсуждались на рабочих совещаниях группы редких распадов (LHCb Rare Decays Group) и группы модернизации калоримет-

ра ECAL Upgrade II коллаборации LHCb. Автор выступал с докладами на конференциях: Шестой международной конференции по физике частиц и астрофизике «ICPPA-2022», Международных научных конференциях студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2024» и «Ломоносов-2025», а также на XI Всероссийском молодежном научном форуме с международным участием «Open Science 2024». Результаты измерений  $R_K$  были отмечены публикацией в периодическом издании CERN Courier [24].

Основные результаты по теме диссертации были опубликованы в 3 статьях в рецензируемых журналах списка ВАК, индексируемых Scopus:

1. Aaji R., ..., Shorkin R. et al. (LHCb Collaboration), Measurement of the branching fraction ratio  $R_K$  at large dilepton invariant mass // Journal of High Energy Physics. – 2025. – Т. 2025, № 7. – С. 198. doi: 10.1007/JHEP07(2025)198, (SCOPUS, IF: 5.5)

2. Shorkin R. A., Beam Composition Analysis Using a Single SHASHLIK-Type Calorimeter Module // Physics of Atomic Nuclei. – 2023. – Т. 86, № 6. – С. 1421-1425. doi: 10.1134/S1063778823060236, (SCOPUS, IF: 0.4)

3. Shorkin R. A., Optimization of Rare Event Selection in the Presence of Unextractable Dominant Background // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. – 2025. – Т. 52, № 9. – С. 456-465. doi: 10.3103/S1068335625602882, (SCOPUS, IF: 0,7)

Доклады на конференциях:

1. Shorkin R. Beam composition analysis using a single shashlik-type calorimetry module // The 6th international conference on particle physics and astrophysics (ICPPA-2022), постерный доклад. – Москва, 2022.

2. Шоркин Р.А. Современные методы анализа данных в применении к эксперименту LHCb // XXXI Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2024». – Москва, 2024.

3. Шоркин Р.А. Оптимизация отбора в присутствии неопределённого фона // XI Всероссийский молодежный научный форум с международным участием «Open Science 2024». — Гатчина, 2024.

4. Шоркин Р.А. Измерение отношения вероятностей распадов  $R_K$  в области высоких значений инвариантной массы лептонной пары // XXXII Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2025». – Москва, 2025.

Диссертант является соавтором 134 опубликованных работ коллаборации LHCb.

## Личный вклад диссертанта

Автором был разработан и реализован алгоритм введения поправок к моделированным распределениям, учитывающих влияние разрешения детекторной установки на размытие и сдвиг измеряемых импульсов треков. Автор выполнил исследование вклада фона от процессов с неверной идентификацией частиц. Диссертант выполнил работу по изучению вклада фона от резонансной инклюзивной моды  $B^+ \rightarrow \psi(2S)K^+X$  в общую структуру спектра электронных событий: выполнил оценку выхода событий множества каналов, составляющих инклюзивную моду, составил модель для описания формы вклада данной компоненты в спектр инвариантных масс реконструированных  $B$  мезонов, провел оценку связанного с данным вкладом систематического эффекта при параметризации распределения инвариантных масс  $B$ . Автор внес определяющий вклад в работу над измерением величины  $R_K$  и подготовку публикации в составе международной группы.

Автор выполнил моделирование адронных, электронных и мюонных взаимодействий в тестовом модуле электромагнитного калориметра LHCb и провел исследование экспериментальных данных на тестовом пучке H8. Диссертантом была измерена зависимость чистоты адронного пучка от выбранного режима работы канала.

Работа по изучению оптимизации отбора редких событий в присутствии неопределенного преобладающего фона на основе BDT также была выполнена диссертантом.

Автор принимал участие в качестве сменного персонала в контроле над обеспечением работы и сбора данных установкой LHCb в 2022 и 2023 годах на объектах Европейской организации по ядерным исследованиям (ЦЕРН, CERN: Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire) и в сменах при тестировании прототипа будущего электромагнитного калориметра на выведенных пучках СПС в июне 2022 года.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 149 страниц, включая 39 рисунков и 21 таблицу. Библиография содержит 161 наименование.

Во **введении** обоснована актуальность проведенных исследований, их научная новизна и практическая полезность. Сформулированы цели и задачи научной работы. Описаны объекты и методы исследования, приведены обоснования достоверности полученных результатов. Изложены основные положения, выносимые на защиту. Приведена информация о личном вкладе диссертанта.

**Первая глава** диссертации содержит описание теории исследуемых процессов. В ней дано представление о положении физики аромата в общей структуре СМ. Рассмотрены НТИА-процессы на кварковом и адронном уровнях. Представлен аппарат низкоэнергетической эффективной теории для их описания.

Во **второй главе** приведен обзор актуальных для темы диссертации экспериментальных результатов в области. Введено понятие оптимизированных наблюдаемых.

**Третья глава** посвящена описанию детектора ЛНСб Большого адронного коллайдера в период первого и второго сеансов работы.

В **четвертой главе** описан авторский вклад в измерение отношения вероятностей полуплептонных распадов  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  (где  $\ell$  обозначает  $e$  или  $\mu$ )  $R_K$  в данных эксперимента ЛНСб первого и второго сеансов в кинематической области  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ .

**Пятая глава** посвящена описанию проведенных методологических исследований: изучению идентификации частиц при помощи модуля электромагнитного калориметра ЛНСб и оптимизации отбора редких событий при помощи классификаторов в условиях неопределенного фона.

В **заключении** приведены основные результаты диссертационной работы, объявлены благодарности.

## Глава 1. Редкие распады $B$ мезонов в Стандартной модели

### 1.1 Стандартная модель

Стандартная модель (СМ) является квантовой теорией поля, описывающей сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия. СМ выступает в качестве главной теоретической парадигмы в современной физике элементарных частиц и взаимодействий, будучи проверенной в бесчисленных экспериментах физики элементарных частиц. Тем не менее, существует ряд причин, позволяющих утверждать, что СМ не является окончательной теорией. К ним относятся, в частности, проблема темной материи, проблема иерархий, осцилляции нейтрино. По этой причине поиск расширенной, более полной теории, является актуальной задачей физики высоких энергий.

В данном разделе приведено описание актуальных для темы диссертационного исследования компонентов СМ. Изложение основано на классических курсах квантовой теории поля и СМ: [25–28].

Экспериментально наблюдаемые частицы СМ являются квантами фундаментальных полей, лежащих в основе теории. Поля СМ и их динамика описываются плотностью функции Лагранжа (далее просто функцией Лагранжа или лагранжианом)  $\mathcal{L}$ , выражающей действие  $S[\phi]$ :

$$S[\phi] = \int \mathcal{L}[\phi(x)] d^4x \quad (1.1)$$

Лагранжиан СМ может быть рассмотрен в качестве суммы лагранжианов бозонного и фермионного секторов. Бозонные поля являются переносчиками фундаментальных взаимодействий, фермионные поля формируют частицы материи. В свою очередь, каждый из лагранжианов двух секторов разделяется на кинетическое и массовое слагаемые.

$$\mathcal{L}_{\text{СМ}} = \mathcal{L}_{\text{бозон.}} + \mathcal{L}_{\text{фермион.}} = \mathcal{L}_{\text{бозон.}}^{\text{кин.}} + \mathcal{L}_{\text{Хиггс}} + \mathcal{L}_{\text{фермион.}}^{\text{кин.}} + \mathcal{L}_{\text{Юкава}} \quad (1.2)$$

Кинетическое слагаемое описывает динамику и взаимодействие фундаментальных полей. Массовое слагаемое, как следует из названия, ответственно за появление масс фундаментальных частиц. Кинетические и массовые слагаемые основаны на различающихся принципах и механизмах, и потому рассмотрены отдельно.

#### 1.1.1 Кинетические члены СМ

Кинетическое слагаемое лагранжиана СМ может быть построено посредством рассмотрения соответствующих лагранжианов свободных полей и применения калибровочного прин-

ципа. Последний ответственен за возникновение взаимодействия в первоначально свободной теории: если изначальная теория описывается лагранжианом  $\mathcal{L}$ , инвариантным относительно глобальной группы симметрии  $G$ , то локализация глобальной группы требует введения векторных бозонов, взаимодействующих с изначальным свободным полем. Их число и свойства зависят от свойств группы симметрии  $G$ . Теорема Нётер устанавливает однозначную связь между группами симметрии и законами сохранения: инвариантность лагранжиана относительно преобразований группы  $G$  означает сохранение ассоциирующейся величины.

Полезно также рассмотреть лагранжианы свободных полей различных спинов. Лагранжиан свободного поля  $\psi$  спина  $S = 1/2$  имеет дираковский вид:

$$\mathcal{L}_{\text{Дирак}} = \bar{\psi}(x)(i\rlap{-}\not{\partial} - m)\psi(x), \quad (1.3)$$

где по слэш-обозначениям Фейнмана  $\rlap{-}\not{\partial} = \partial_\mu \gamma^\mu$ , поле  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ ,  $\gamma^\mu$  - гамма-матрицы Дирака. Лагранжиан свободного скалярного поля  $\phi$  ( $S = 0$ ) имеет вид Клейна-Гордона:

$$\mathcal{L}_{\text{Клейн-Гордон}} = \partial_\mu \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} m^2 \phi^2. \quad (1.4)$$

Наконец, векторное поле  $A_\mu$  ( $S = 1$ ) описывается лагранжианом Прока:

$$\mathcal{L}_{\text{Прока}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m^2 A_\mu A^\mu, \quad (1.5)$$

где по обозначениям Эйнштейна по повторяющимся индексам производится суммирование. Тензор  $F_{\mu\nu}$  имеет вид  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ .

### Бозонный сектор. Теория Янга-Миллса

Стандартная модель является калибровочной теорией с симметрией  $G = \text{SU}(3)_C \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$ , нарушенной при низких энергиях до  $\text{SU}(3)_C \times \text{U}(1)_{EM}$ . Симметрия  $\text{SU}(3)_C$  соответствует сильному взаимодействию. Подпись  $C$  обозначает цветовой заряд, характеризующий частицы, участвующие в сильном взаимодействии – кварки и глюоны. Группа симметрий  $\text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$  соответствует объединенному электрослабому взаимодействию.  $L$  обозначает левую киральность частиц, участвующих во взаимодействии, а  $Y$  – гиперзаряд. Группа  $\text{U}(1)_{EM}$  соответствует электродинамике, наблюдающейся при низких энергиях.

Поскольку СМ – калибровочная теория со спонтанно нарушенной симметрией, в бозонном секторе должны присутствовать калибровочные поля Янга-Миллса и скалярное поле Хиггса, ответственное за нарушение калибровочной симметрии. Инвариантность по отношению к групповому калибровочному преобразованию  $U(x) \in G$  требует ввода поля для

каждого из генераторов группы  $G$ . Поскольку группа  $G$  – прямое произведение трех групп, лагранжиан теории Янга-Миллса может в общем виде быть введен, как

$$\mathcal{L}_{\text{Я.-М.}} = \frac{1}{2g_s^2} \text{tr}(G_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2g^2} \text{tr}(W_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2, \quad (1.6)$$

где  $G_{\mu\nu}$  – тензор поля  $SU(3)_C$ ,  $W_{\mu\nu}^b$  – тензор поля  $SU(2)_L$ , а  $B_{\mu\nu}$  – тензор поля  $U(1)_Y$ . Коэффициенты  $g_s$  и  $g$  являются соответствующими константами связи. Константа связи  $g'$  не входит в уравнение из-за возможности переопределения тензора  $B_{\mu\nu}$ , являющегося линейным по калибровочному полю для абелевой группы  $U(1)$ :

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (1.7)$$

Тензоры полей  $SU(3)_C$  и  $SU(2)_L$  содержат также квадратичные слагаемые:

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu + [G_\mu, G_\nu] = ig_s G_{\mu\nu}^A t^A \quad (1.8)$$

где  $t^A$  – генераторы фундаментального представления группы  $SU(3)_C$  ( $A = \overline{1,8}$ ). Генераторы  $t^A$  выражаются через восемь матриц Гелл-Мана  $t^A = \frac{\lambda^A}{2}$ .

Аналогично

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + [W_\mu, W_\nu] = ig W_{\mu\nu}^a \frac{\sigma^a}{2}, \quad (1.9)$$

где  $\sigma^a$  – генераторы группы  $SU(2)$  – матрицы Паули для  $a = \overline{1,3}$ :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

С учетом нормировки генераторов  $\text{tr}(t^A t^B) = \frac{1}{2} \delta^{AB}$ , лагранжиан  $\mathcal{L}_{\text{Я.-М.}}$  может быть переписан в виде разложения

$$\mathcal{L}_{\text{Я.-М.}} = -\frac{1}{4}(G_{\mu\nu}^A)^2 - \frac{1}{4}(W_{\mu\nu}^a)^2 - \frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2, \quad (1.11)$$

где в общем виде компоненты тензора поля могут быть записаны через компоненты калибровочного поля:

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A - ef^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C. \quad (1.12)$$

## Фермионный сектор

Фермионы Стандартной модели являются элементарными частицами вещества. К фермионам относятся 6 кварков, 3 заряженных лептона и 3 нейтральных лептона (нейтрино). Все фермионы несут гиперзаряд  $Y$ , что позволяет им участвовать в слабом взаимодействии.

Кварки – это фермионы, имеющие цветовой заряд, и потому участвующие в сильном взаимодействии. Они обладают дробным электрическим зарядом:  $+\frac{2}{3}$  для  $u, c, t$  и  $-\frac{1}{3}$  для  $d, s, b$ . Благодаря конфинменту кварки не могут наблюдаться в свободном состоянии и существуют в виде адронов: комбинаций из трех кварков  $qqq$ , кварка и антикварка  $q\bar{q}$  или более экзотических бесцветных состояний. Лептоны не несут цветовой заряд и не участвуют в сильном взаимодействии. Они делятся на заряженные  $e^\pm, \mu^\pm, \tau^\pm$  и нейтрино  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ . Нейтрино СМ не обладают ни электрическим зарядом, ни массой, и потому могут участвовать только в слабом взаимодействии.

СМ является киральной теорией, и её фермионы могут быть разложены на левые и правые компоненты. Более того, левые и правые фермионы по-разному взаимодействуют с калибровочными бозонами. Вейлевские (киральные) спиноры СМ могут быть получены из дираковских спиноров воздействием соответствующих проекторов:

$$\psi_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi, \quad \psi_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi. \quad (1.13)$$

Здесь индексы  $L$  и  $R$  обозначают левый (left) и правый (right) спинор соответственно.

Фермионы СМ удобно рассмотреть в виде таблицы 1, суммирующей их представление в группах симметрий СМ. Фермионы, лежащие в фундаментальном представлении той или иной группы, взаимодействуют с соответствующим калибровочным полем. Фермионы, лежащие в тривиальном представлении, не участвуют в соответствующем взаимодействии. Следует также обратить внимание, что СМ не включает в себя правые нейтрино, существование которых следует из наблюдавшихся осцилляций [29].

Таблица 1 – Фермионы Стандартной модели

	Поколения			Группы симметрий			
	I	II	III	SU(3)	SU(2)	U(1) <sub>Y</sub>	U(1) <sub>EM</sub>
Кварки	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	Фунд.	Фунд.	$+\frac{1}{6}$	$\begin{pmatrix} +\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$
	$u_R$	$c_R$	$t_R$	Фунд.	Трив.	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{2}{3}$
	$d_R$	$s_R$	$b_R$	Фунд.	Трив.	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
Лептоны	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	Трив.	Фунд.	$-\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
	$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	Трив.	Трив.	$-1$	$-1$

Кинетический член лагранжиана лептонного сектора СМ может быть построен на основе лагранжиана Дирака (1.3). При этом необходимо отметить несколько особенностей:

1. Массовый член дираковского лагранжиана не сохраняет калибровочную инвариантность, и потому не может быть введен в рассматриваемую калибровочную теорию. Существующие массы фермионов должны быть введены иным механизмом.

2. Частная производная в дираковском лагранжиане должна быть заменена на ковариантную производную  $\mathcal{D}_\mu$ . Оператор ковариантной производной позволяет сохранить инвариантность лагранжиана относительно групп симметрии теории путём введения соответствующих калибровочных полей. Таким образом проявляется взаимодействие между свободными бозонными полями, рассмотренными ранее, и полями фермионов СМ.

В общем случае ковариантная производная принимает вид

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + ieT_a A_\mu^a, \quad (1.14)$$

где  $T_a$  – генераторы соответствующей группы симметрии,  $A_\mu^a$  – калибровочные поля,  $e$  – константа взаимодействия.

Учитывая всё вышесказанное, кинетический член лагранжиана лептонного сектора СМ может быть записан в виде

$$\mathcal{L}_{\text{лептон.}}^{\text{кин.}} = i\overline{(\nu, e)}_L^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^I + i\bar{e}_R^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu e_R^I, \quad (1.15)$$

где индекс  $I$  обозначает фермионное поколение и принимает значения  $I = \overline{1,3}$ . Вид ковариантной производной диктуется соображениями симметрии и включает в себя уже рассмотренные поля бозонного сектора. Левые лептоны преобразуются под воздействием генераторов групп  $SU(2)$  и имеют нетривиальный гиперзаряд  $Y$ . Соответственно, ковариантная производная должна обеспечить калибровочную инвариантность лагранжиана по отношению к этим группам симметрии. В то же время, они не преобразуются под воздействием генераторов группы  $SU(3)$ , а соответствующие поля не включены в ковариантную производную. Все эти соображения позволяют записать ковариантную производную в виде:

$$\mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^I = \partial_\mu \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^I + ig \frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^I + ig' Y B_\mu \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^I. \quad (1.16)$$

Ковариантная производная, действующая на правые заряженные лептоны, может быть получена аналогичным образом:

$$\mathcal{D}_\mu e_R^I = \partial_\mu e_R^I + ig' Y B_\mu e_R^I. \quad (1.17)$$

Следует отметить, что в получившейся модели сила взаимодействия между фермионными и бозонными полями не зависит от фермионного поколения  $I$ . Данная спонтанная симметрия лагранжиана СМ носит название лептонной универсальности.

Кинетический член кваркового сектора СМ может быть получен схожим образом. При этом вид ковариантной производной будет отличаться, поскольку все кварковые поля лежат в фундаментальном представлении группы  $SU(3)$ , а левые кварки, дополнительно – в фундаментальном представлении  $SU(2)$ . Таким образом можем сразу записать:

$$\mathcal{L}_{\text{кварк.}}^{\text{кин.}} = i\overline{(u, d)}_L^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^I + i\bar{u}_R^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu u_R^I + i\bar{d}_R^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu d_R^I, \quad (1.18)$$

где для левых кварков:

$$\mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^I = \partial_\mu \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^I + ig_s \frac{\lambda_A}{2} G_\mu^A \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^I + ig \frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^I + ig' Y B_\mu \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^I \quad (1.19)$$

и для правых кварков:

$$\mathcal{D}_\mu q_R^I = \partial_\mu q_R^I + ig_s \frac{\lambda_A}{2} G_\mu^A q_R^I + ig' Y B_\mu q_R^I. \quad (1.20)$$

Здесь  $q_R = u_R, d_R$ , поскольку верхние и нижние правые синглеты различаются только значением гиперзаряда  $Y$ .

Наконец, объединив уравнения (1.11), (1.15) и (1.18), можем записать кинетическое слагаемое лагранжиана СМ:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{СМ}}^{\text{кин.}} = & -\frac{1}{4}(G_{\mu\nu}^A)^2 - \frac{1}{4}(W_{\mu\nu}^a)^2 - \frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2 + i\overline{(\nu, e)}_L^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^I + i\bar{e}_R^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu e_R^I + \\ & + i\overline{(u, d)}_L^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^I + i\bar{u}_R^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu u_R^I + i\bar{d}_R^I \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu d_R^I. \end{aligned} \quad (1.21)$$

### 1.1.2 Массовые слагаемые

#### Спонтанное нарушение симметрии. Механизм Хиггса

Для перехода от лагранжиана Янга-Миллса для калибровочной теории поля с группой симметрии  $G = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  к полному лагранжиану бозонного сектора СМ необходимо осуществить спонтанное нарушение симметрии  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_{EM}$ . Нарушение симметрии обеспечивается скалярным хиггсовским полем.

Поскольку симметрия  $SU(3)_C$  не нарушается, скалярное хиггсовское поле должно лежать в тривиальном представлении группы  $SU(3)$ . Нарушение симметрии  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  означает, что искомое поле должно лежать в нетривиальном представлении группы  $SU(2)$  и иметь ненулевой гиперзаряд  $Y$ . В СМ хиггсовское поле лежит в фундаментальном представлении  $SU(2)$  и имеет гиперзаряд  $Y = 1/2$ .

Для нарушения симметрии используется скалярное поле  $\phi$ , которое имеет вид

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

Лагранжиан, соответствующий скалярному полю, имеет вид Клейна-Гордона (1.4). Как и для рассмотренных выше фермионных полей, обеспечение калибровочной симметрии происходит путем ввода соответствующей ковариантной производной  $\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu$ . Для хиггсовского сектора СМ таким образом можем ввести:

$$\mathcal{L}_{\text{Хиггс}} = \mathcal{D}_\mu \phi^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi - V(\phi^\dagger \phi) = \mathcal{D}_\mu \phi^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi - \lambda(\phi^\dagger \phi - v^2)^2. \quad (1.23)$$

Здесь  $V(\phi^\dagger \phi)$  – потенциал поля Хиггса. Выбор потенциала определяет вакуум  $v$ , соответствующий минимальному значению потенциала:  $\min(V) = V(\phi_0) \rightarrow \phi_0^\dagger \phi_0 = v^2$ . Параметр  $\lambda$  является положительным.

Ковариантная производная для лагранжиана скалярного поля Хиггса может быть получена исходя из его квантовых чисел. Она имеет вид

$$\mathcal{D}_\mu \phi = \partial_\mu \phi + ig \frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a \phi + ig' Y B_\mu \phi. \quad (1.24)$$

Поле Хиггса может быть переопределено в так называемой унитарной калибровке, что позволяет избавиться от безмассовых голдстоуновских мод и рассматривать лагранжиан в терминах малых отклонений от вакуумного состояния:

$$\phi \rightarrow \phi \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

В таком случае потенциал поля Хиггса принимает вид

$$-\lambda(\phi^\dagger \phi - v^2)^2 = -\lambda(2v\phi + \phi^2)^2 \approx -4\lambda v^2 \phi^2 \quad (1.26)$$

в квадратичном приближении. Квадратичное слагаемое соответствует массовому члену лагранжиана свободного скалярного поля, а слагаемые  $\sim \phi^3$  и  $\sim \phi^4$  отвечают за самодействие поля Хиггса.

Ковариантная производная (1.24) в унитарной калибровке с учетом вида матриц Паули  $\sigma^a$  (1.10) принимает следующий вид:

$$\mathcal{D}_\mu \phi = \begin{pmatrix} \partial_\mu + igW_\mu^3 + ig'Y B_\mu & ig(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ ig(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & \partial_\mu + igW_\mu^3 - ig'Y B_\mu \end{pmatrix} \phi \quad (1.27)$$

Как и в случае потенциала поля, рассмотрение кинетического члена хиггсовского лагранжиана  $\mathcal{D}_\mu \phi^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi$  может быть ограничено квадратичным приближением: квадратичных по

полю членов достаточно для иллюстрации общих закономерностей и получения массового спектра бозонов СМ. Величины векторных полей  $A_\mu$  и скалярного поля Хиггса  $\phi$  малы в сравнении с вакуумом  $v$ , поэтому с учетом унитарной калибровки квадратичное приближение:

$$(\mathcal{D}_\mu\phi^+\mathcal{D}^\mu\phi)^{(2)} = (\partial_\mu\phi)^2 + \frac{v^2}{4}(g'B_\mu - gW_\mu^3)^2 + \frac{g^2v^2}{4}[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2] \quad (1.28)$$

Как можно увидеть из приведенного выражения, выбор вакуума  $v$  скалярного поля Хиггса  $\phi$  напрямую приводит к возникновению массовых слагаемых для векторных полей, соответствующих генераторам группы нарушаемой симметрии.

Для иллюстрации полученных результатов полезно выписать полный лагранжиан бозонного сектора в квадратичном приближении.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{бозон.}}^{(2)} = & -\frac{1}{4}(\partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A)^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a)^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 + \\ & + (\partial_\mu\phi)^2 + \frac{v^2}{4}(g'B_\mu - gW_\mu^3)^2 + \frac{g^2v^2}{4}[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2] - 4\lambda v^2\phi^2 \end{aligned} \quad (1.29)$$

Полученный лагранжиан представляет собой сумму лагранжианов Клейна-Гордона (1.4) и Прока (1.5). Восемь калибровочных полей  $G_\mu^A$ , соответствующих симметрии  $SU(3)_C$  оказываются безмассовыми. Это вполне естественно, поскольку поле Хиггса не нарушает калибровочную  $SU(3)_C$ -симметрию. Эти восемь полей соответствуют глюонам СМ – переносчикам сильного взаимодействия. Поле  $\phi$  приобретает массу  $m_\phi = 2v\sqrt{\lambda}$ . Этот массивный скаляр является хиггсовским бозоном. Векторные поля  $W_\mu^{1,2}$  также имеют массовые слагаемые. Их массы одинаковы и равняются  $m_W = gv/\sqrt{2}$ . В отличие от ранее упомянутых частиц, поля  $W_\mu^{1,2}$  не являются прямым эквивалентом заряженных  $W^\pm$  бозонов. Последние вводятся как линейные комбинации  $W_\mu^{1,2}$ :

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2). \quad (1.30)$$

Соответственно, масса  $W^\pm$  бозонов составляет

$$M_W = \frac{gv}{2} = 80,369 \pm 0,013 \text{ ГэВ}/c^2. \quad (1.31)$$

Приведенное численное значение массы следует данным Particle Data Group (PDG) [30].

Наконец, лагранжиан также включает в себя массовое слагаемое для поля  $g'B_\mu - gW_\mu^3$ . Для его разложения на два векторных поля необходимо совершить ортогональное преобразование, сохраняющее кинетические слагаемые:

$$Z_\mu \equiv -\frac{1}{\sqrt{g'^2 + g^2}}(g'B_\mu - gW_\mu^3) = -\sin\theta_W B_\mu + \cos\theta_W W_\mu^3, \quad (1.32)$$

$$A_\mu \equiv \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W B_\mu, \quad (1.33)$$

где  $g' \cos \theta_W = g \cos \theta_W \equiv e$ ,  $\theta_W$  – угол Вайнберга (угол смешивания слабого взаимодействия).

Таким образом, ортогональное преобразование позволяет перейти от полей  $W_\mu^3$  и  $B_\mu$  к полям  $Z_\mu$  и  $A_\mu$ . При этом рассматриваемый лагранжиан включает в себя массовое слагаемое для поля  $Z_\mu$ , в то время как поле  $A_\mu$  остается безмассовым. Массивное векторное поле  $Z_\mu$  оказывается  $Z$  бозоном слабого взаимодействия с массой  $M_Z = \sqrt{g'^2 + g^2}v/\sqrt{2}$ . Безмассовое поле  $A_\mu$  соответствует фотону. Масса  $Z$  связана с массой  $W^\pm$  через угол смешивания:

$$M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta_W} = 91,1880 \pm 0,0020 \text{ ГэВ}/c^2 \quad (1.34)$$

### Взаимодействие Юкавы

Фермионные поля приобретают массу за счет юкавского взаимодействия. Массовые слагаемые имеют вид  $\bar{\psi}\psi\phi$ , то есть фермионные спиноры напрямую взаимодействуют со скалярным полем Хиггса. Для лептонов массовое слагаемое может быть написано в виде

$$\mathcal{L}_{\text{лептон}}^{\text{Юкава}} = -(\mathbf{Y}_e)_{IJ} \overline{(\nu, e)}_L^I \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} e_R^J - (\mathbf{Y}^+)_e)_{IJ} \bar{e}_R^I(\phi_1^*, \phi_2^*) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^J. \quad (1.35)$$

Здесь  $\phi$  – хиггсовское скалярное поле;  $I, J = \overline{1, 3}$  – индексы, нумерующие поколения;  $(\mathbf{Y}_e)_{IJ}$  – матрицы юкавских констант.

Данный лагранжиан может быть упрощен переходом между базисами полевых переменных. В частности, возможно выполнить вращение в пространстве поколений, эквивалентное переходу от собственных состояний в базисе ароматов к базису масс:

$$\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^I \rightarrow (A_e)_{IJ} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L^J \quad \text{и} \quad e_R^I \rightarrow (B_e)_{IJ} e_R^J \quad (1.36)$$

При выборе постоянных и унитарных матриц  $A_e$  и  $B_e$  кинетическое слагаемое лагранжиана лептонного сектора не изменяется. Можно показать, что для юкавского слагаемого данное преобразование эквивалентно замене

$$\mathbf{Y}_e \rightarrow A_e^+ \mathbf{Y}_e B_e. \quad (1.37)$$

Таким образом, изменение полевых переменных позволяет произвольно изменять матрицы юкавских констант. Возможно подобрать унитарные матрицы  $A_e$  и  $B_e$  таким образом, чтобы матрица  $\mathbf{Y}_e$  была диагональной, вещественной и положительно определенной. Это означает эквивалентность собственных состояний лептонов в базисе масс и базисе ароматов. Три диагональных параметра юкавской матрицы являются внешними параметрами СМ и определяются из эксперимента.

При переопределении поля Хиггса в унитарной калибровке (1.25) и после нарушения электрослабой  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  симметрии до низкоэнергетической электродинамики  $U(1)_{EM}$  массовое слагаемое лептонного лагранжиана может быть переписано в виде

$$\mathcal{L}_{\text{лептон.}}^{\text{Юкава}} = -(Y_e)_{II} v (\bar{e}_L^I e_R^I + \bar{e}_R^I e_L^I) = -(Y_e)_{II} v \bar{e}^I e^I. \quad (1.38)$$

Здесь учтена диагонализация матрицы юкавских констант. Приведенное выражение имеет вид классического массового слагаемого  $m\bar{\psi}\psi$ . Соответственно, массы заряженных лептонов СМ пропорциональны ожидаемому среднему вакуума поля Хиггса и имеют вид  $m_e^I = v(Y_e)_{II}/\sqrt{2}$ . Отметим, что нейтрино СМ не приобретают массу.

Диагональный вид матриц Юкавы для лептонов имеет важное для нас следствие: симметрия лептонной универсальности по отношению к взаимодействиям с калибровочными полями сохраняется. Единственное различие между тремя поколениями заряженных лептонов состоит в величине соответствующих им элементов диагонализированной юкавской матрицы.

Массовое слагаемое для кваркового сектора выражается схожим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{кварк.}}^{\text{Юкава}} = & -(Y_d)_{IJ} \overline{(u, d)}_L^I \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} d_R^J - (Y_d^+)_{IJ} \bar{d}_R^I(\phi_1^*, \phi_2^*) \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^J - \\ & - (Y_u)_{IJ} \overline{(u, d)}_L^I \begin{pmatrix} \phi_2^* \\ -\phi_1^* \end{pmatrix} u_R^J - (Y_u^+)_{IJ} \bar{u}_R^I(\phi_2, -\phi_1) \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^J \end{aligned} \quad (1.39)$$

При попытке приведения матриц Юкавы  $(Y_u)_{IJ}$  и  $(Y_d)_{IJ}$  к диагональному виду по аналогии с лептонным сектором оказывается, что диагонализация обеих матриц одновременно невозможна. Тем не менее, каждая из матриц может быть диагонализирована отдельно от второй. По этой причине кварковые массы определяются как  $m_q^I = (D_q)_{II} v/\sqrt{2}$ , где матрицы  $D_q$  – диагонализированные юкавские матрицы  $Y_q$  ( $q = u, d$ ).

Из особенностей диагонализации юкавских матриц при переходе от базиса ароматов к базису масс кварков следует, что собственные состояния кварков в базисе масс являются линейными комбинациями их собственных состояний в базисе ароматов. Этот факт ведет к формированию сектора физики ароматов СМ, рассмотрению которого посвящен следующий раздел.

## 1.2 Аромат в Стандартной модели

### 1.2.1 Заряженные и нейтральные токи

Рассмотрим более подробно ковариантные производные (1.19) и (1.20), действующие на кварковые поля в лагранжиане (1.18). При вводе полей  $W^\pm$ ,  $Z$  и  $\gamma$  бозонов ((1.30) и (1.33)), ковариантные производные принимают вид матриц  $2 \times 2$  с общим видом:

$$\begin{pmatrix} A - Z & W^+ \\ W^- & A - Z \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

При применении ковариантных производных на кварковые спиноры в базисе ароматов возникают левые синглеты  $u_L^I$  и  $d_L^I$ . Можно выделить лагранжианы, соответствующие двум токам: заряженному (ЗТ) для  $W^\pm$  бозонов и нейтральному (НТ) для  $Z$ :

$$\mathcal{L}_{\text{ЗТ}}^{\text{кварк.}} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u}_L^I \gamma^\mu d_L^I W_\mu^+ + \bar{d}_L^I \gamma^\mu u_L^I W_\mu^-), \quad (1.41)$$

$$\mathcal{L}_{\text{НТ},Z}^{\text{кварк.}} = -\frac{g}{\cos \theta_W}(\bar{u}_L^I \gamma^\mu u_L^I Z_\mu + \bar{u}_L^I \gamma^\mu u_L^I Z_\mu). \quad (1.42)$$

Диагональные элементы матрицы (1.40), образующие НТ, не перемешивают кварки различных ароматов. Лежащие вне диагонали элементы перемешивают нижние и верхние кварки, но сохраняют индекс поколения.

Осуществим переход от базиса ароматов к базису массовых состояний кварковых полей:

$$q_{L,R}^I \rightarrow (U_{L,R}^{u,d})_{IJ} q_{L,R}^J, \quad (1.43)$$

где  $q = u, d$ .

Как было показано в предыдущем разделе, такое преобразование диагонализует матрицу юкавских констант и позволяет определить массу кварков. Выберем такое преобразование, которое диагонализует матрицу юкавских констант  $Y_u$ . Тогда

$$Y_u \rightarrow U_L^{u+} Y_u U_R^u \equiv D_u, \quad (1.44)$$

$$Y_d \rightarrow U_L^{u+} U_L^d U_L^{d+} Y_d U_R^d \equiv V D_d. \quad (1.45)$$

Здесь введены диагонализированные матрицы Юкавы  $D_q$  и унитарная матрица  $V = U_L^{u+} U_L^d$ .

Можно показать, что при таком вращении базиса вид НТ не изменяется, соответственно НТ всё так же сохраняет аромат кварков. Это является следствием унитарности матрицы  $V$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{НТ},Z}^{\text{кварк.}} &= -\frac{g}{\cos \theta_W}(\bar{u}_L^I \gamma^\mu (U_L^{u+} U_L^u)_{IJ} u_L^J Z_\mu + \bar{d}_L^I \gamma^\mu (U_L^{u+} U_L^u)_{IJ} d_L^J Z_\mu) \\ &= -\frac{g}{\cos \theta_W}(\bar{u}_L^I \gamma^\mu \delta_{IJ} u_L^J Z_\mu + \bar{d}_L^I \gamma^\mu \delta_{IJ} d_L^J Z_\mu). \end{aligned} \quad (1.46)$$

Выражение для ЗТ приобретает вид

$$\mathcal{L}_{\text{ЗТ}}^{\text{кварк}} = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L^I \gamma^\mu V_{IJ} d_L^J W_\mu^+ + \bar{d}_L^I \gamma^\mu V_{IJ}^+ u_L^J W_\mu^-). \quad (1.47)$$

Из этого можно увидеть, что при переходе от базиса ароматов к базису масс, слагаемое, описывающее ЗТ, смешивает кварки разных типов и разных поколений.

Из всех представленных выражений можно сделать вывод, что в СМ на древесном уровне НТ сохраняет ароматы, а ЗТ – смешивает.

### 1.2.2 Матрица Кабиббо-Кобаяши-Маскава

Унитарная матрица  $V$  называется матрицей Кабиббо-Кобаяши-Маскава (или матрицей смешивания кварков, далее ККМ-матрица). Её параметры определяют слабые ЗТ с изменением аромата на древесном уровне СМ. Физическими параметрами матрицы ККМ являются три угла  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  и  $\theta_{23}$  и одна фаза  $\delta$ . Комплексная фаза матрицы ККМ ответственна за нарушение  $CP$ -симметрии в Стандартной модели.

Параметризация матрицы ККМ в терминах углов и фазы имеет следующее представление:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (1.48)$$

где  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  и  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ .

Значения элементов матрицы ККМ определяются из экспериментов. Согласно [30] они составляют

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,97367 \pm 0,00032 & 0,22431 \pm 0,00085 & (3,82 \pm 0,20) \cdot 10^{-3} \\ 0,221 \pm 0,004 & 0,975 \pm 0,006 & (41,1 \pm 1,2) \cdot 10^{-3} \\ (8,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} & (41,5 \pm 0,9) \cdot 10^{-3} & 1,010 \pm 0,027 \end{pmatrix}. \quad (1.49)$$

### 1.2.3 Нейтральные токи с изменением аромата

Как было показано выше (в частности, ур. (1.46)), НТ на древесном уровне СМ не могут изменить аромата кварка. При переходе на уровень квантовых поправок такие процессы становятся возможны. Нейтральные токи с изменением аромата (НТИА) появляются на однопетлевом уровне и существенно подавлены по сравнению с ЗТ с изменением аромата, протекающими на древесном уровне. Подавление петлевых диаграмм обусловлено как увлечением числа вершин, пропорциональных степеням константы связи слабого взаимодействия

$g$ , так и механизмом Глешоу-Иллиопулоса-Майани (ГИМ) за счет вхождения недиагональных элементов матрицы ККМ в амплитуду процесса.

Диаграммы НТИА-процессов могут быть подразделены на три типа [31]:

1. Пингвинные диаграммы;
2. Коробчатые диаграммы;
3. Собственно-энергетические диаграммы.

Их общий вид представлен на Рис. 1.1.

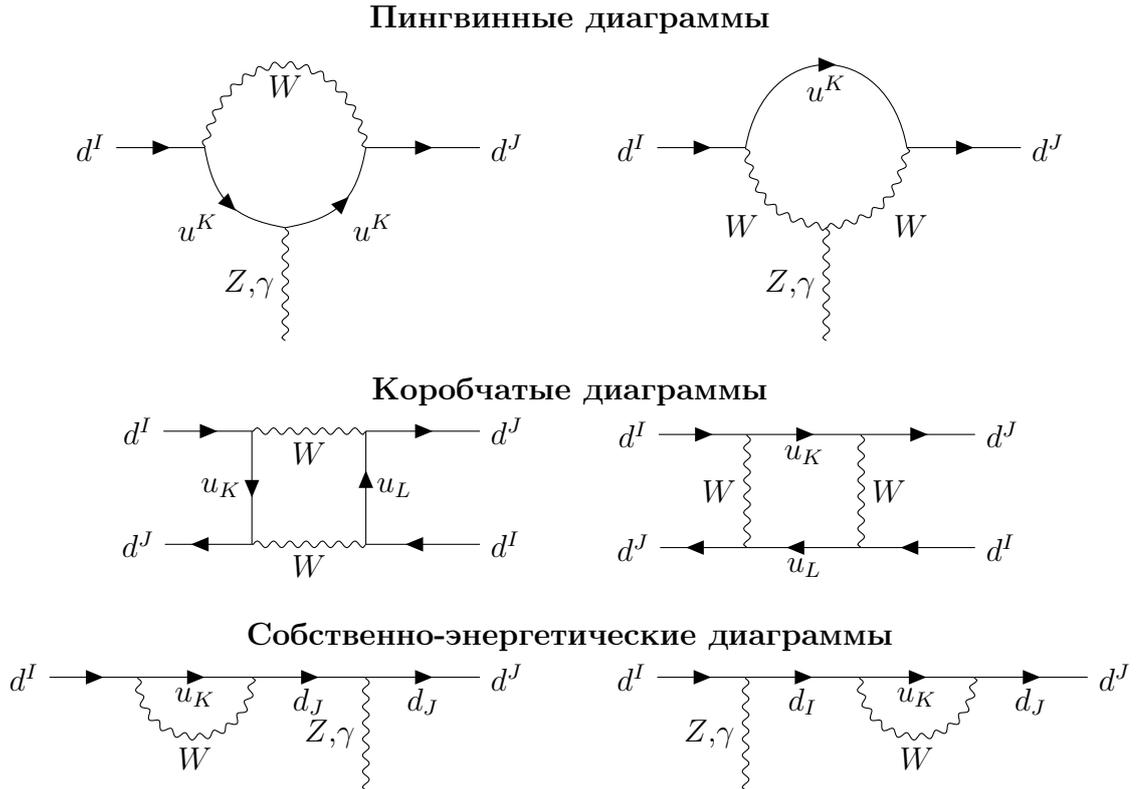


Рисунок 1.1 – Однопетлевые диаграммы НТИА-процессов для кварков нижнего типа в СМ

Физические процессы, порождаемые НТИА, могут быть классифицированы на основе приведенных диаграмм. Сумма пингвинных и собственно-энергетических диаграмм на массовой поверхности для  $V = Z$  описывает недиагональные распады  $Z^0$ . При  $V = \gamma$  диаграммы описывают редкие распады мезонов  $M \rightarrow M'\gamma$ . Коробчатые диаграммы описывают смешивание в системах нейтральных мезонов  $M^0 - \bar{M}^0$ . Совмещение всех трех диаграмм позволяет конструировать процессы, соответствующие редким лептонным  $M \rightarrow \ell^+\ell^-$ , полулептонным  $M \rightarrow M'\ell^+\ell^-$  и адронным  $M \rightarrow hadrons$  распадам мезонов.

Для определенности рассмотрим НТИА для кварков нижнего типа  $d^I \rightarrow d^J$ . Амплитуду-

ды НТИА процессов рода  $q_1 \rightarrow q_2 + X$  в общем случае пропорциональны сумме вида

$$\mathcal{M}_{\text{НТИА}} \sim \sum_{q=\{u, c, t\}} V_{qq_1} V_{qq_2}^* F\left(\frac{m_q^2}{M_W^2}\right). \quad (1.50)$$

Здесь  $q_1, q_2 \in \{d_L\}$ ,  $\{d_L\} = \{d, s, b\}$ .

Унитарность матрицы  $V_{\text{ККМ}}$  математически может быть выражена, как набор условий

$$\begin{aligned} VV^+ &= \sum_{q=\{u, c, t\}} V_{qq_i} V_{qq_j}^* = \delta_{ij}, \\ V^+V &= \sum_{q=\{u, c, t\}} V_{q_iq}^* V_{q_jq} = \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

где  $q_i, j = \{d, s, b\}$ . Аналогичные выражения могут быть записаны для кварков верхнего типа.

Условия унитарности (1.51) означают, что в случае равенства масс  $u$ ,  $c$  и  $t$  кварков механизм ГИМ полностью запрещает НТИА-процессы (выражение для амплитуды (1.50) становится равным нулю). Различия в массах кварков разрушают механизм ГИМ и делают НТИА-процессы возможными. При этом входящее в амплитуду отношение  $m_q^2/M_W^2$  обеспечивает подавление порядка  $\mathcal{O}(10^{-8})$  для диаграмм с  $u$ -кварковой линией в петле и  $\mathcal{O}(10^{-4})$  для диаграмм с виртуальным  $c$ -кварком. Таким образом, в первом приближении процессы с  $t$ -кварком являются доминирующими: благодаря разнице масс  $t$ -кварка и  $W$  бозона множитель  $m_t^2/M_W^2$  увеличивает амплитуду в  $\sim 4$  раза. Однако входящий в амплитуду множитель  $V_{tq_1} V_{tq_2}^*$  обеспечивает дополнительное подавление порядка от  $\mathcal{O}(10^{-2})$  для перехода  $b \rightarrow s$  до  $\mathcal{O}(10^{-4})$  для  $s \rightarrow d$ .

НТИА верхних кварков (к примеру, очарованного) оказывается еще более подавлен: отношение квадратов масс самого тяжелого верхнего кварка –  $b$ -кварка – и  $W$  бозона составляет  $m_b^2/M_W^2 \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ . По этой причине экспериментальное исследование НТИА-процессов с нижними кварками ( $b, s$ ) является более привлекательным.

#### 1.2.4 Поиск новой физики в НТИА-процессах

Сильное подавление НТИА-процессов в СМ делает их изучение особенно интересным. Ввиду очень малой амплитуды, распады, проходящие посредством НТИА, называют редкими. Их вероятности обыкновенно имеют значения порядка  $\mathcal{O}(10^{-6}) \div \mathcal{O}(10^{-12})$ . Так, относительная ширина электронной моды лептонного распада короткоживущего нейтрального каона составляет  $\mathcal{B}(K_S^0 \rightarrow e^+e^-) < 9 \cdot 10^{-9}$  [30]. Полулептонный распад  $B^+$  мезона с каоном в конечном состоянии, соответствующий НТИА переходу  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  на кварковом уровне,

характеризуется вероятностью  $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-) = (4.7 \pm 0.5) \cdot 10^{-7}$ . Измеренный верхний предел вероятности адронного распада нейтрального  $B$  мезона с кварковым переходом  $b \rightarrow s$  равен  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{K}^0 K^{*0}(892) + K^0 \bar{K}^{*0}(892)) < 9.6 \cdot 10^{-7}$ . На фоне редкости данных распадов, вклад процессов физики за пределами СМ в амплитуды НТИА-переходов может быть достаточно значительным. Особый интерес представляют модели новой физики (НФ), разрешающие НТИА-переход на древесном уровне. Примерами таких моделей могут служить теории с лептокварком [32] и  $Z'$  бозоном [12]. Соответствующие диаграммы древесного уровня представлены на Рис. 1.2.

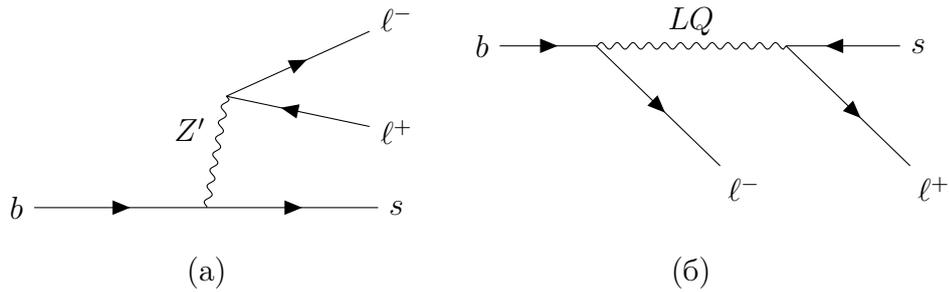


Рисунок 1.2 – Древесные диаграммы перехода  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  в моделях с вкладами частиц вне СМ:  $Z'$  бозоном (а) и лептокварком  $LQ$  (б)

Чувствительность поиска эффектов НФ в НТИА-процессах в значительной степени определяется как экспериментальными погрешностями, так и точностью теоретических расчетов амплитуд СМ. При этом большая точность измерений может позволить установить ограничения на энергетические масштабы пропагаторов частиц НФ, массы которых лежат далеко за пределами современной ускорительной техники. Основным источником экспериментальных погрешностей является ограниченная статистика измерений. Теоретические расчеты, в свою очередь, ограничены систематическими погрешностями, вызванными КХД-эффектами при вычислении амплитуд.

### 1.3 Теоретическое описание нейтральных токов с изменением аромата

#### 1.3.1 Эффективный лагранжиан. Операторное разложение амплитуд

Диаграммы НТИА-процессов, приведенные на Рис. 1.1, описывают процессы, происходящие на кварк-лептонном уровне. Ввиду эффектов конфайнмента, данные процессы не могут наблюдаться напрямую. При переходе на адронный уровень теоретического описания НТИА-процессов необходимо учесть пертурбативные и непертурбативные КХД-поправки (см. Рис. 1.3). К первым относятся так называемые эффекты малых расстояний – описание

асимптотически свободных глюонов и кварков. Ко вторым – эффекты больших расстояний: константы распадов, форм-факторы переходов, волновые функции адронов.

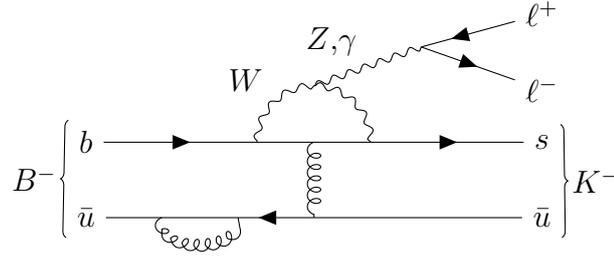


Рисунок 1.3 – Обобщенный пример диаграммы распада  $B^- \rightarrow K^- \ell^+ \ell^-$  на адронном уровне

Теоретические расчеты слабых распадов адронов в целом и НТИА-процессов в частности производятся в формализме низкоэнергетичной эффективной теории поля (ЭТП). ЭТП используют иерархические различия в энергетических масштабах физических взаимодействий для уменьшения числа степеней свободы посредством интегрирования по тяжелым внутренним линиям. Полный набор слагаемых, входящих в эффективное действие конкретной теории, определяется из соображений симметрий системы. Выбор степеней свободы, требуемых для описания процесса, осуществляется посредством ввода параметра разложения, обыкновенно в виде отношения  $E/\Lambda$ , где  $E$  – характеристическая энергия процесса, а  $\Lambda$  – энергетический масштаб, физическое описание которого может быть сведено к эффективной вершине. При построении эффективного действия ЭТП каждое слагаемое должно быть пропорционально параметру разложения. Это позволяет производить пертурбативные расчеты с требуемой точностью.

Представленное в настоящем разделе изложение теоретических конструкций ЭТП для НТИА основано на работах [33–37].

Эффективный лагранжиан ЭТП может быть записан в общем виде

$$\mathcal{L}_{\text{эфф.}} = - \sum_i V_{\text{ККМ}}^i C_i(\mu) \mathcal{O}_i(\mu), \quad (1.52)$$

где  $\mathcal{O}_i$  – локальные операторы, описывающие конкретный рассматриваемый процесс;  $C_i$  – коэффициенты Вильсона, характеризующие силу взаимодействия (эффективные константы взаимодействия) [38]. Параметр  $\mu$  задает энергетический масштаб теории. Эта форма лагранжиана называется операторным разложением.

Обыкновенно ЭТП формулируется в терминах эффективных гамильтонианов. Для слабого взаимодействия в общем виде можем записать:

$$\mathcal{H}_{\text{эфф.}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_{\text{ККМ}}^i C_i(\mu) Q_i(\mu). \quad (1.53)$$

Следует обратить внимание на некоторый произвол выбора энергетического масштаба  $\mu$  для определения коэффициентов Вильсона. Коэффициенты  $C_i(\mu)$  описывают все эффекты, связанные с физическими взаимодействиями на энергетических масштабах  $E > \mu$ , то есть эффекты малых расстояний. Выбор масштаба  $\mu$ , таким образом, соответствует выбору границы применимости пертурбативных методов. Записав амплитуду слабого распада мезона  $M$  в конечное состояние  $F$  в общем виде

$$\mathcal{A}(M \rightarrow F) = \langle F | \mathcal{H}_{\text{эфф.}} | M \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_{\text{ККМ}}^i C_i(\mu) \langle F | Q_i(\mu) | M \rangle \quad (1.54)$$

можем увидеть, что адронные матричные элементы эффективных операторов  $\langle F | Q_i(\mu) | M \rangle$  также зависят от энергетического масштаба  $\mu$ . Они включают в себя физические взаимодействия на энергетическом масштабе  $E < \mu$ , то есть эффекты больших расстояний.

Таким образом, методология операторного разложения амплитуд позволяет разделить задачи вычисления эффектов малых расстояний в коэффициентах  $C_i(\mu)$  и эффектов больших расстояний в матричных элементах  $\langle F | Q_i(\mu) | M \rangle$ . Поскольку полная амплитуда не может зависеть от выбора  $\mu$ , зависимости эффективных констант взаимодействия и матричных элементов должны взаимно сокращаться.

В общем случае расчет матричных элементов  $\langle F | Q_i(\mu) | M \rangle$  производится пертурбативными методами. Они включают в себя цветовое разложение  $1/N$ , правила сумм КХД, правила адронных сумм, расчеты КХД на решетке и киральную теорию возмущений. Отдельного упоминания заслуживает эффективная теория тяжелых кварков (Heavy Quark Effective Theory, HQET). Ограниченность пертурбативных методов является доминирующим источником теоретических неопределенностей в расчете амплитуд НТИА-процессов.

Расчет коэффициентов Вильсона  $C_i(\mu)$  производится на масштабе перенормировки  $\mu_W \approx \mathcal{O}(M_W)$ . Поскольку данный масштаб превосходит энергетический масштаб КХД процессов  $\Lambda_{\text{КХД}}$ , вычисление  $C_i$  производится в рамках теории возмущений до необходимой точности по постоянной связи теории  $\alpha_s$ . В основе вычислений лежит то обстоятельство, что эффективные амплитуды процессов на данном масштабе перенормировки должны совпадать с амплитудами, рассчитанными на основе полной теории (в данном случае, СМ). Математически это означает приравнивание амплитуд:

$$\mathcal{A}_{\text{эфф}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_{\text{ККМ}}^i C_i(\mu) \langle F | Q_i(\mu) | M \rangle = \langle F | \mathcal{H}_{\text{СМ}} | M \rangle = \mathcal{A}_{\text{СМ}}, \quad (1.55)$$

после чего следует вычисление матричных элементов и измерение эффективных констант связи.

Вычисленные на масштабе  $\mu_W$  эффективные постоянные взаимодействия  $C_i$  должны быть перенормированы для адекватного описания теории на масштабах адронных распадов. Для спуска к энергетическим масштабам  $\mu \sim m_b \ll M_W$  необходимо составить и решить уравнения Каллана-Симанчика для коэффициентов Вильсона  $C_i$ . Выразив голые коэффициенты  $\vec{C}^{(0)} = Z_c \vec{C}$ , где  $Z$  – постоянные перенормировки, определив матрицу аномальных размерностей  $\gamma$

$$\gamma = Z^{-1} \frac{d}{d \ln \mu} Z \quad (1.56)$$

и учтя  $Z_c^T = Z^{-1}$ , получаем для коэффициентов Вильсона

$$\frac{d}{d \ln \mu} \vec{C}(\mu) = \gamma^T(g) \vec{C}(\mu). \quad (1.57)$$

Решение имеет общий вид

$$C_i(\mu) = \sum_j U_{ij}(\mu, \mu_W) C_j(\mu_W), \quad (1.58)$$

где  $U_{ij}(\mu, \mu_W)$  – эволюционная матрица

$$\begin{aligned} U_{ij}(\mu, \mu_W) &= T_g \exp \int_{g(\mu_W)}^{g(\mu)} dg' \frac{(\gamma(g'))^T}{\beta(g')} = \\ &= U_{ij}^{(0)}(\mu, \mu_W) + \frac{\alpha_s(\mu_W)}{4\pi} U_{ij}^{(1)}(\mu, \mu_W) + \frac{\alpha_s^2(\mu_W)}{16\pi^2} U_{ij}^{(2)}(\mu, \mu_W) + \dots \end{aligned} \quad (1.59)$$

Важно отметить, что в общем случае перенормировка матричных элементов операторов  $\langle F | Q_i(\mu) | M \rangle$  с учетом поправок следующих за ведущим порядком (next-to-leading order, NLO) ведет к смешиванию операторов. Это выражается в недиагональности матрицы эволюции  $U_{ij}(\mu, \mu_W)$ . Данное свойство операторного разложения приводит к значительному усложнению вычислений адронных матричных элементов пингвинных диаграмм СМ (более подробно описано в разделе 1.4.1).

### 1.3.2 Низкоэнергетическая эффективная теория для НТИА-процессов

Для описания НТИА-процессов с характерными энергиями  $\mu \sim m_b \ll M_W$  возможно использование низкоэнергетичной ЭТП, в рамках которой производится интегрирование по внутренним линиями тяжелых векторных бозонов  $W^\pm$ ,  $Z$ , бозона Хиггса  $H$  и  $t'$ -кварка. Данная теория носит название слабой эффективной теории (WET, Weak Effective Theory). В базисе, описанном в работе [33], операторы эффективного гамильтониана, описывающего слабые распады в рамках физики СМ, подразделяются на шесть классов.

1. К классу ток-ток относятся два оператора, соответствующие диаграмме с обменом виртуальным  $W$  бозоном в полной теории. В качестве примера приведены операторы для

распада с изменением странности  $\Delta S = 1$ , однако аналогичные операторы могут быть записаны для любой флейворной конфигурации  $\Delta F = 1$ .

$$Q_1 = (\bar{s}_i u_j)_{V-A} (\bar{u}_j d_i)_{V-A} \quad Q_2 = (\bar{s} u)_{V-A} (\bar{u} d)_{V-A} \quad (1.60)$$

2. Класс КХД-пингвинов объединяет четыре оператора вида

$$Q_3 = (\bar{s} d)_{V-A} \sum_q (\bar{q} q)_{V-A} \quad Q_4 = (\bar{s}_i d_j)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_j q_i)_{V-A} \quad (1.61)$$

$$Q_5 = (\bar{s} d)_{V-A} \sum_q (\bar{q} q)_{V+A} \quad Q_6 = (\bar{s}_i d_j)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_j q_i)_{V+A} \quad (1.62)$$

3. Включение электрослабых пингвинных диаграмм полной теории требует ввода двух дополнительных операторов  $Q_7$  и  $Q_9$ . По отношению к цветовой структуре они являются аналогами  $Q_5$  и  $Q_3$  соответственно. При рассмотрении эффектов КХД, условия перенормировки приводят к введению операторов  $Q_8$  и  $Q_{10}$ , аналогов  $Q_6$  и  $Q_4$ . Таким образом, полный набор операторов для описания распадов с изменением аромата  $\Delta F = 1$  состоит из 10 операторов.

$$Q_7 = \frac{3}{2} (\bar{s} d)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q} q)_{V+A} \quad Q_8 = \frac{3}{2} (\bar{s}_i d_j)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_j q_i)_{V+A} \quad (1.63)$$

$$Q_9 = \frac{3}{2} (\bar{s} d)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q} q)_{V-A} \quad Q_{10} = \frac{3}{2} (\bar{s}_i d_j)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_j q_i)_{V-A} \quad (1.64)$$

Здесь заряд  $e_q$  – заряд кварка, связанного с нижней вершиной пропагатора  $\gamma$  или  $Z$ .

4. Магнитно-пингвинные операторы характерны для НТИА-процессов с внешней линией  $b$ -кварка. В полной теории они соответствуют электрослабым и глюонным пингвинным диаграммам процессов  $b \rightarrow s\gamma$  и  $b \rightarrow sg$ . Эффективный гамильтониан процесса  $B \rightarrow X_s \gamma$ , включающий операторы  $Q_{7\gamma}$  и  $Q_{8G}$  может таким образом быть рассмотрен, как обобщение гамильтониана для  $\Delta B = 1$  НТИА-процессов.

$$Q_{7\gamma} = \frac{e}{8\pi^2} m_b \bar{s}_i \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) b_i F_{\mu\nu} \quad (1.65)$$

$$Q_{8G} = \frac{g}{8\pi^2} m_b \bar{s}_i \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) T_{ij}^A b_j G_{\mu\nu}^A \quad (1.66)$$

5. Класс коробчатых операторов соответствует коробчатым диаграммам СМ. Один из операторов описывает процесс с изменением странности  $\Delta S = 2$ , второй - с изменением прелести  $\Delta B = 2$ .

$$Q(\Delta S = 2) = (\bar{s} d)_{V-A} (\bar{s} d)_{V-A} \quad Q(\Delta B = 2) = (\bar{b} d)_{V-A} (\bar{b} d)_{V-A} \quad (1.67)$$

6. Полулептонные операторы возникают при описании процессов  $B \rightarrow X_{s,d} \ell^+ \ell^-$ ,  $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ ,  $K_L \rightarrow \ell^+ \ell^-$ ,  $B \rightarrow \ell^+ \ell^-$  и пр. Для процессов  $\Delta B = 1$  гамильтониан с полулептонными

операторами обобщает гамильтониан для  $B \rightarrow X_s \gamma$ .

$$Q_{7V} = (\bar{s}d)_{V-A}(\bar{e}e)_V \quad Q_{7A} = (\bar{s}d)_{V-A}(\bar{e}e)_A \quad (1.68)$$

$$Q_{9V} = (\bar{b}s)_{V-A}(\bar{e}e)_V \quad Q_{10A} = (\bar{b}d)_{V-A}(\bar{e}e)_A \quad (1.69)$$

$$Q(\bar{\nu}\nu) = (\bar{s}d)_{V-A}(\bar{\nu}\nu)_{V-A} \quad Q(\bar{\mu}\mu) = (\bar{s}d)_{V-A}(\bar{\mu}\mu)_{V-A} \quad (1.70)$$

#### 1.4 Описание процессов $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$

Работы, посвященные теоретическим расчетам амплитуд полулептонных НТИА-распадов  $b$ -адронов, широко распространены в литературе. К ним относятся, например, [39–43]. В общем случае, переход  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  описывается эффективным гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{\text{эфф.}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}V_{tb}V_{ts}^* \sum_{i=1}^{12} C_i(\mu)\mathcal{O}_i(\mu). \quad (1.71)$$

Операторы, входящие в разложение, включают в себя

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_1^q &= (\bar{s}_L\gamma_\mu T^A q_L)(\bar{q}_L\gamma_\mu T^A b_L), & \mathcal{O}_2^q &= (\bar{s}_L\gamma_\mu q_L)(\bar{q}_L\gamma_\mu b_L), \\ \mathcal{O}_3 &= (\bar{s}_L\gamma_\mu b_L) \sum_p (\bar{q}\gamma^\mu q), & \mathcal{O}_4 &= (\bar{s}_L\gamma_\mu T^A b_L) \sum_p (\bar{q}\gamma^\mu T^A q), \\ \mathcal{O}_5 &= (\bar{s}_L\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\lambda b_L) \sum_p (\bar{q}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda q), & \mathcal{O}_6 &= (\bar{s}_L\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\lambda T^A b_L) \sum_p (\bar{q}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda T^A q), \\ \mathcal{O}_7^{(\prime)} &= \frac{e}{16\pi^2}m_b(\bar{s}_{L(R)}\sigma_{\mu\nu}b_{R(L)})F^{\mu\nu}, & \mathcal{O}_8^{(\prime)} &= \frac{g_s}{16\pi^2}m_b(\bar{s}_{L(R)}\sigma_{\mu\nu}b_{R(L)})G_{\mu\nu}^\alpha, \\ \mathcal{O}_{9l}^{(\prime)} &= \frac{e^2}{16\pi^2}(\bar{s}_{L(R)}\gamma_\mu b_{L(R)})(\bar{l}\gamma^\mu l), & \mathcal{O}_{10l}^{(\prime)} &= \frac{e^2}{16\pi^2}(\bar{s}_{L(R)}\gamma_\mu b_{L(R)})(\bar{l}\gamma^\mu\gamma_5 l), \\ \mathcal{O}_S^{(\prime)} &= \frac{e^2}{16\pi^2}(\bar{s}_{R(L)}\gamma_\mu b_{L(R)})(\bar{l}l), & \mathcal{O}_P^{(\prime)} &= \frac{e^2}{16\pi^2}(\bar{s}_{R(L)}\gamma_\mu b_{L(R)})(\bar{l}\gamma_5 l). \end{aligned} \quad (1.72)$$

Здесь  $\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$  – коммутаторы дираковских матриц;  $p$  – пять действующих в низкоэнергетичной теории ароматов кварков  $p = u, d, s, c, b$ ;  $m_b$  – бегущая масса  $b$ -кварка в модифицированной схеме минимального вычитания  $\overline{MS}$  [44]  $m_b \equiv m_b(\mu)$ . Для четырехкварковых операторов  $\mathcal{O}_{(1,2)}^q$  индекс  $q$  обозначает верхние кварки эффективной теории  $q = u, c$ . Ввиду значительного подавления вкладов, пропорциональных  $V_{ub}V_{us}^*$ , операторы  $\mathcal{O}_{(1,2)}^u$  обыкновенно не рассматриваются. По этой причине далее введено обозначение  $\mathcal{O}_{(1,2)} \equiv \mathcal{O}_{(1,2)}^c$ .

При ближайшем рассмотрении число операторов, вносящих значимый вклад в амплитуду процесса, может быть ограничено. Коэффициенты Вильсона при операторах, соответствующих правому току  $\mathcal{O}'_i$  подавлены по отношению к коэффициентам при  $\mathcal{O}_i$  на уровне юкавских констант [45]  $C'_i \sim \frac{m_s}{m_b}C_i$ . Вклады процессов СМ в скалярный и псевдоскалярный операторы посредством обмена виртуальным хиггсом также пренебрежимо малы даже для

$\tau$ -лептонов в конечном состоянии:  $C_{S,P}^{\text{CM}} \sim \frac{m_l m_b}{m_W^2}$ . Численные значения остальных коэффициентов Вильсона на масштабе  $\mu = 4,2$  ГэВ согласно [40] представлены в таблице 2. Погрешности определены из варьирования масштаба  $\mu$  в пределах  $m_b/2 \leq \mu \leq 2m_b$ .

Таблица 2 – Численные значения коэффициентов Вильсона [40]

Коэффициент	Значение	Коэффициент	Значение
$C_1(\mu_b)$	$-0,291 \pm 0,009$	$C_2(\mu_b)$	$1,010 \pm 0,001$
$C_3(\mu_b)$	$-0,0062 \pm 0,0002$	$C_4(\mu_b)$	$-0,0873 \pm 0,0010$
$C_5(\mu_b)$	$0,0004 \pm 0,0010$	$C_6(\mu_b)$	$0,0012 \pm 0,0001$
$C_7^{\text{эфф.}}(\mu_b)$	$-0,450 \pm 0,050$	$C_8^{\text{эфф.}}(\mu_b)$	$-0,1829 \pm 0,0006$
$C_9(\mu_b)$	$0,0004 \pm 0,0010$	$C_{10}(\mu_b)$	$0,0012 \pm 0,0001$

Эффективные коэффициенты Вильсона  $C_i^{\text{эфф.}}$  вводятся как линейные комбинации из начальных коэффициентов  $C_i$  для удобства вычислений ввиду их независимости от схемы перенормировки [34]. Они определяются согласно выражению

$$C_i^{\text{эфф.}}(\mu) = \begin{cases} C_i(\mu) & \text{для } i = 1, \dots, 6, 9, 10; \\ C_7(\mu) + \sum_{i=1}^6 y_i C_i(\mu) & \text{для } i = 7; \\ C_8(\mu) + \sum_{i=1}^6 z_i C_i(\mu) & \text{для } i = 8. \end{cases} \quad (1.73)$$

Числа  $y_i$  и  $z_i$  выбираются таким образом, чтобы ведущие порядки матричных элементов операторов  $b \rightarrow s\gamma$  и  $b \rightarrow sg$  эффективного гамильтониана были пропорциональны слагаемым ведущего порядка в разложении  $C_7^{\text{эфф.}}$  и  $C_8^{\text{эфф.}}$  соответственно. Согласно [34], разложение коэффициентов Вильсона при этом приобретает вид

$$C_i^{(\text{эфф.})}(\mu) = C_i^{(0)(\text{эфф.})}(\mu) + \frac{\alpha_S(\mu)}{4\pi} C_i^{(1)(\text{эфф.})}(\mu) + \dots \quad (1.74)$$

Далее для удобства записи далее используется переобозначение  $C_i(\mu) \equiv C_i^{\text{эфф.}}(\mu)$ .

НТИА-процессы СМ вносят заметный вклад в коэффициенты Вильсона при операторах  $\mathcal{O}_{7,9l,10l}$  (также существует небольшой вклад в  $\mathcal{O}'_7$ ). Процессы физики за пределами СМ могут вносить вклад в коэффициенты при всех операторах в форме  $C_i = C_i^{\text{СМ}} + C_i^{\text{НФ}}$  [15].

В используемом базисе оператор  $\mathcal{O}_7$  соответствует полулептонной пингвинной диаграмме СМ (переход  $b \rightarrow s\gamma[\rightarrow \ell^+\ell^-]$  с фотонным пропагатором). Оператор  $\mathcal{O}_{9l}$  описывает прямой переход  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  и включает в себя векторный ток заряженных лептонов, который также может быть связан с фотонным пропагатором. Это приводит к их смешению с операторами ( $\mathcal{O}_1, \dots, \mathcal{O}_6$ ) и появлению вклада от соответствующих диаграмм [33]. Оператор  $\mathcal{O}_{10l}$ , описывающий прямой переход  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ , не подвергается воздействию диаграмм с фотонными пропагаторами и не смешивается с операторами ( $\mathcal{O}_1, \dots, \mathcal{O}_6$ ).

### 1.4.1 Адронные эффекты в амплитуде распада

Смешивание операторов при спуске по шкале перенормировки до  $\mu \sim m_b$  порождает эффект, ограничивающий точность теоретических расчетов амплитуд полуплептонных распадов вида  $B \rightarrow M_s \ell^+ \ell^-$  [46]. В то время как тяжелые внутренние линии, принадлежащие  $t$ -кварку и  $W^\pm/Z$  бозонам, сводятся к вершинам эффективной теории, пропагаторы  $c$ -кварков остаются динамической степенью свободы. Это приводит к возникновению нелокальных (или бислокальных) эффектов: эффективная вершина перехода  $b \rightarrow s$  и вершина с испусканием виртуального фотона оказываются разделены, причем характерные интервалы в общем случае не малы.

Наиболее значительные нелокальные эффекты вызваны операторами ток-ток  $\mathcal{O}_1$  и  $\mathcal{O}_2$  с очарованными кварками, формирующими  $c$ -кварковые петли. При величине передачи четырехимпульса  $q^2 \geq m_{J/\psi}^2$   $c$ -кварковые петли становятся промежуточными векторными чармониевыми состояниями ( $J/\psi$ ,  $\psi(2S)$  и пр.), рождающимися на массовой поверхности и распадающимися на лептонную пару  $\ell^+ \ell^-$  [40; 46]. Соответственно, при экспериментальном изучении процессов  $B \rightarrow M_s \ell^+ \ell^-$  в области близ полюсов  $q^2 = m_\psi^2$ , где  $m_\psi$  – масса чармониевых резонансов, НТИА-процесс  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$  оказывается незначительной добавкой к последовательному распаду  $B \rightarrow M_s \psi (\rightarrow \ell^+ \ell^-)$ . Область  $4m_D^2 < q^2 < (m_B - m_{M_s})^2$  также характеризуется присутствием широких чармониевых резонансов. По этой причине экспериментальные исследования  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$  производятся в областях инвариантных масс лептонной пары  $q^2$ , исключая чармониевые резонансы.

Амплитуда распада  $B \rightarrow M_s \ell^+ \ell^-$  может быть разложена как сумма локальных и нелокальных адронных вкладов. Локальные адронные вклады соответствуют эффективным диаграммам операторов  $\mathcal{O}_{7, 9l, 10l}$  (Рис. 1.4), в то время как нелокальные вклады вызваны эффективными четырехкварковыми операторами  $\mathcal{O}_{1, 2}$  и эффективными КХД-пингвинными операторами  $\mathcal{O}_{3-6, 8}$  (Рис. 1.5 и 1.6).

Амплитуда распада  $B \rightarrow M_s \ell^+ \ell^-$  на адронном уровне в рассмотрении доминирующих операторов представима в виде [15; 40; 41; 46]

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(B \rightarrow M_s \ell^+ \ell^-) = & \frac{G_F \alpha_e V_{tb} V_{ts}^*}{\sqrt{2}\pi} \times \{ (C_9 L_V^\mu + C_{10} L_A^\mu) \mathcal{F}_\mu^{B \rightarrow M_s} - \\ & - \frac{L_V^\mu}{q^2} [2im_b C_7 \mathcal{F}_{T, \mu}^{B \rightarrow M_s} + 16\pi^2 \mathcal{H}_\mu^{B \rightarrow M_s}] \}, \end{aligned} \quad (1.75)$$

где  $q^2$  – квадрат инвариантной массы лептонной пары;  $L_{V(A)}^\mu$  – векторный и аксиальный лептонные токи  $L_{V(A)}^\mu \equiv \bar{u}_l(q_1) \gamma^\mu (\gamma_5) v_l(q_2)$ ;  $\mathcal{F}_{(T), \mu}^{B \rightarrow M_s}$  и  $\mathcal{H}_\mu^{B \rightarrow M_s}$  – локальные и нелокальные матричные элементы:

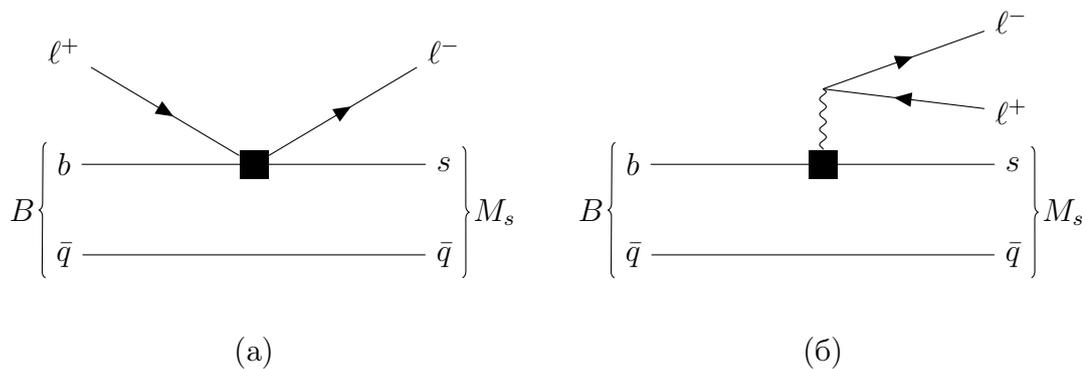


Рисунок 1.4 – Диаграммы с НТИА-вкладами эффективных операторов (черные квадраты)  $\mathcal{O}_{9l,10l}$  (а) и  $\mathcal{O}_7$  (б)

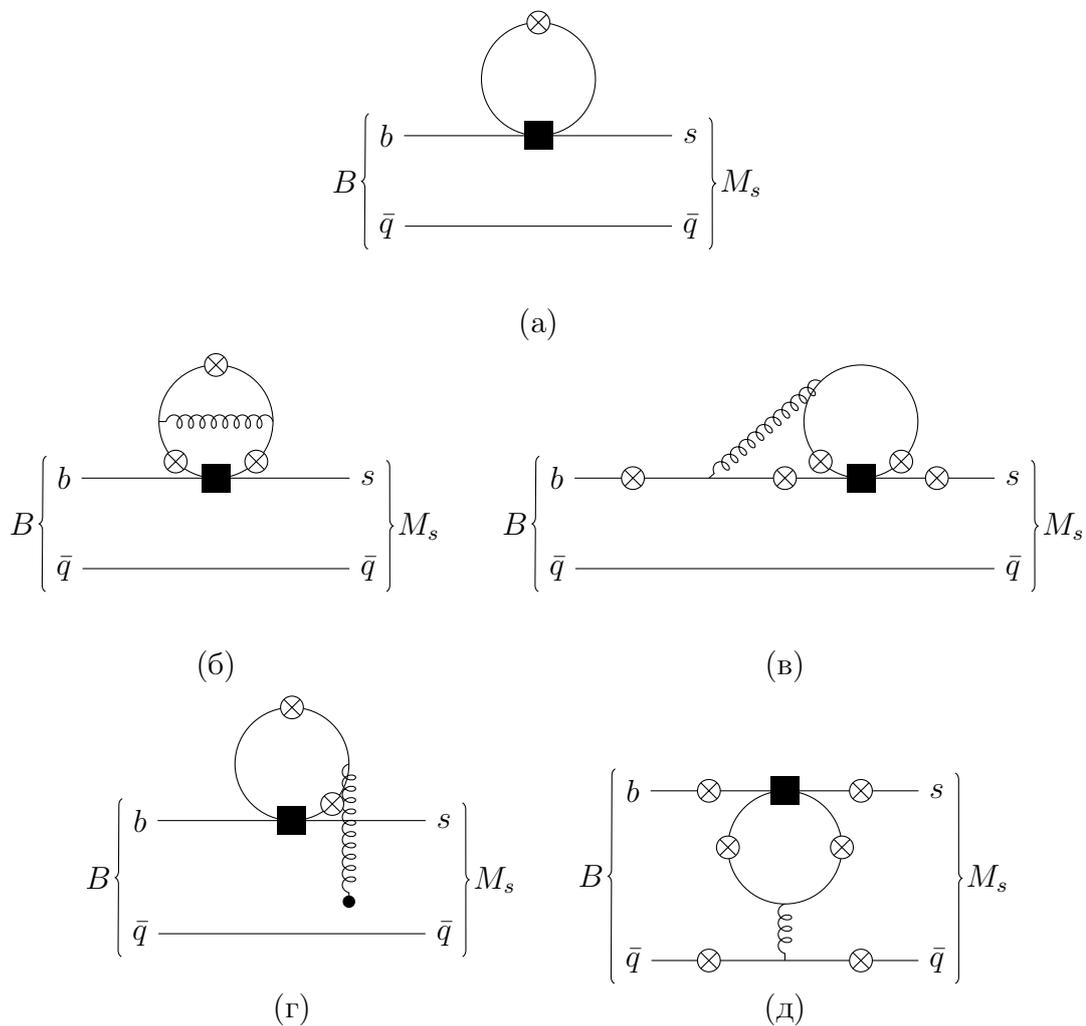


Рисунок 1.5 – Диаграммы с  $s$ -кварковыми петлями, вносящие вклад в амплитуду процесса  $B \rightarrow K l^+ l^-$ . Символы  $\otimes$  соответствуют возможным вершинам испускания виртуального фотона  $\gamma \rightarrow l^+ l^-$ . Представлены операторы  $\mathcal{O}_{1,2}$  (а) и  $\mathcal{O}_{3-6}$  (б-д). Глюонная линия (г) обозначает мягкий глюон

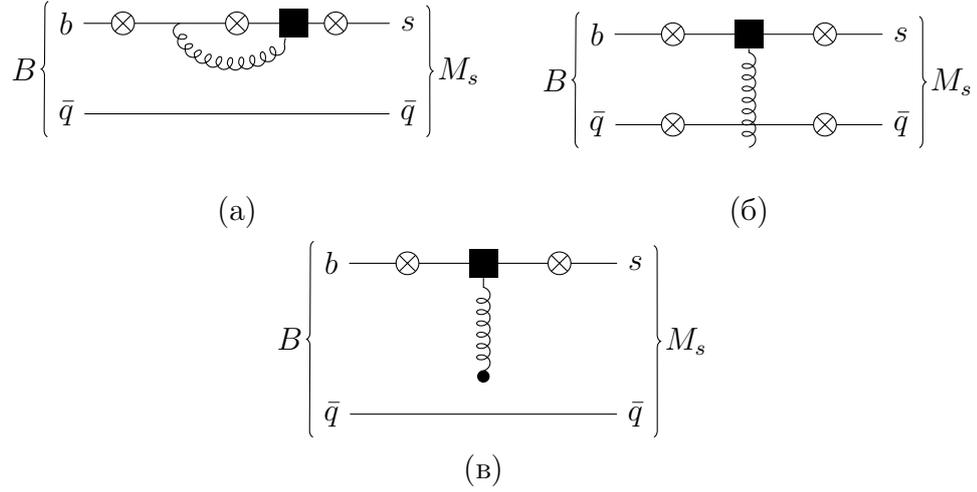


Рисунок 1.6 – Диаграммы эффективного оператора  $\mathcal{O}_8$ , вносящие вклад в амплитуду процесса  $B \rightarrow K\ell^+\ell^-$ . Символы  $\otimes$  соответствуют возможным вершинам испускания виртуального фотона. Глюонная линия (в) обозначает мягкий глюон

$$\mathcal{F}_\mu^{B \rightarrow M_s}(k, q) \equiv \langle M_s(k) | \bar{s}_L \gamma_\mu b_L | \bar{B}(q+k) \rangle, \quad (1.76)$$

$$\mathcal{F}_{T, \mu}^{B \rightarrow M_s}(k, q) \equiv \langle M_s(k) | \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} q^\nu b_R | \bar{B}(q+k) \rangle, \quad (1.77)$$

$$\mathcal{H}_\mu^{B \rightarrow M_s}(k, q) \equiv \sum_{p=u, d, s, c, b} \mathcal{H}_{p, \mu}^{B \rightarrow M_s}(k, q), \quad (1.78)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{p, \mu}^{B \rightarrow M_s}(k, q) &\equiv iQ_p \int d^4x e^{iq \cdot x} \times \\ &\times \langle M_s(k) | \mathcal{T} \left\{ \bar{p} \gamma_\mu p(x), \left( \sum_{i=1}^6 C_i \mathcal{O}_i + C_8 \mathcal{O}_8 \right) (0) \right\} | \bar{B}(q+k) \rangle. \end{aligned} \quad (1.80)$$

Здесь  $\mathcal{T}$  – оператор хронологического упорядочения;  $p$  – пять кварков эффективной теории  $p = u, d, c, s, b$ ;  $k$  – четырехимпульс  $M_s$ .

Как было показано выше, адронные матричные элементы описывают непертурбативные эффекты КХД. Их вычисление производится путём разложения на форм-факторы – скалярные функции квадрата передающегося четырехимпульса  $q^2$ , параметризующие адронные распады. Разложение имеет вид

$$\mathcal{F}_{(T), \mu}^{B \rightarrow M_s}(k, q) \sim \sum_\lambda \mathcal{F}_{(T), \mu}^{B \rightarrow M_s}(q^2) \mathcal{S}_\mu^\lambda(k, q), \quad (1.81)$$

где  $\mathcal{S}_\mu^\lambda(k, q)$  – лоренц-структуры, составленные из четырехимпульсов мезонов (их явный вид представлен, например, в работе [41]).

Метод вычисления локальных форм-факторов зависит от рассматриваемой области  $q^2$ . Как правило, в области малых значений  $q^2$  метод правил сумм на световом конусе КХД даёт

более надежный результат [41]. С другой стороны, форм-факторы при больших  $q^2$  вычисляются методом КХД на решетке [47]. В работах [41; 48] было показано, что для обеспечения наибольшей точности теоретических измерений результаты двух методов могут быть объединены параметризацией

$$\mathcal{F}_{(T), \lambda}^{B \rightarrow M_s}(q^2) = \frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_{JP}^2}} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k^{\mathcal{F}} [z(q^2) - z(0)]^k, \quad (1.82)$$

где  $m_{JP}$  – масса наиболее легкого состояния  $\bar{b}s$  с квантовыми числами  $J^P$ , соответствующего форм-фактору  $\mathcal{F}_{(T), \lambda}^{B \rightarrow M_s}(q^2)$ ;

$$z(q^2) \equiv \frac{\sqrt{s_+ - q^2} - \sqrt{s_+ - s_0}}{\sqrt{s_+ - q^2} + \sqrt{s_+ - s_0}}, \quad (1.83)$$

$$s_+ \equiv (M_B + M_{M_s})^2, \quad (1.84)$$

$$s_0 \equiv (M_B + M_{M_s})(\sqrt{M_B} - \sqrt{M_{M_s}})^2. \quad (1.85)$$

Аналогично, нелокальные матричные элементы  $\mathcal{H}_{p, \mu}^{B \rightarrow M_s}(k, q)$  могут быть разложены по нелокальным форм-факторам  $\mathcal{H}_{p, \lambda}^{B \rightarrow M_s}(q^2)$ :

$$\mathcal{H}_{p, \lambda}^{B \rightarrow M_s} \sim \sum_{\lambda} \mathcal{H}_{p, \lambda}^{B \rightarrow M_s}(q^2) \mathcal{S}_{\mu}^{\lambda}(k, q), \quad (1.86)$$

Вычисление нелокальных форм-факторов  $\mathcal{H}_{p, \lambda}^{B \rightarrow M_s}$  является значительно более сложной задачей. Теоретические предсказания нелокальных форм-факторов выполняются в рамках КХД-факторизации [49–51], которая позволяет выполнить пертурбативные расчеты чармониевой петли. Однако данный подход не позволяет получить корректные результаты для области выше  $q^2 \geq 4 \text{ ГэВ}^2/c^4$  и упускает потенциально значимые поправки для области  $q^2 < 4 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . В качестве альтернативы выступают расчеты, основанные на экспериментальных измерениях парциальных ширин и угловых характеристик распадов  $B \rightarrow M_s J/\psi$  и их интерполяции в рамках различных параметризаций [52]. Каждый из подходов характеризуется значительными систематическими погрешностями, ограничивающими прецизионность теоретических предсказаний амплитуд НТИА-процессов.

#### 1.4.2 $B \rightarrow M_s \ell^+ \ell^-$ в области высоких значений $q^2$

В кинематических областях  $q^2 \geq 15 \text{ ГэВ}^2/c^4$  и  $q^2 \leq 4 \text{ ГэВ}^2/c^4$ , то есть вдали от чармониевых резонансов  $J/\psi$  и  $\psi(2S)$  (но ниже континуума  $D$ -мезонных пар), теоретическое описание упрощается. Далее будут представлено описание расчетов для случая  $q^2 \geq 15 \text{ ГэВ}^2/c^4$ , однако положения справедливы и для области малых значений  $q^2$ . Здесь вычисления форм-факторов

в рамках КХД на решетке представляет собой наиболее эффективный подход [53]. Дополнительно, энергетический масштаб  $q^2 \sim m_b^2 \gg 1 \text{ ГэВ}^2/c^4$  обеспечивает возможность производить интегрирование по кварковым линиям «легких» кварков в петлевых диаграммах. Согласно авторам [54], соответствующие нелокальные адронные матричные элементы могут быть заменены поправками к эффективному коэффициенту  $\hat{C}_9$  и универсальным сдвигом  $\hat{C}_7$ :

$$\begin{aligned}\hat{C}_9 &= C_9 + Y(q^2)_{q\bar{q}} + Y(q^2)_{b\bar{b}} + Y(q^2)_{c\bar{c}} \\ &\approx C_9 + h(q^2, m_c) \left( \frac{4}{3}C_1 + C_2 \right),\end{aligned}\tag{1.87}$$

$$\hat{C}_7 \approx 1,33C_7.\tag{1.88}$$

При этом эффекты от хвостов чармониевых резонансов продолжают оказывать влияние на амплитуду, увеличивающееся с приближением к полюсу  $q^2 = m_{\psi(2S)}^2$ . Однако интегрирование по внутренним линиям  $c$ -кварков позволяет «перенести» петлевые эффекты из операторных матричных элементов в эффективные коэффициенты Вильсона, описывающие эффекты коротких расстояний. Так, в работе [55] авторы показали, что вклад непертурбативных вкладов  $c\bar{c}$ -резонансов может быть учтен в поправке  $Y_{c\bar{c}}^\lambda(q^2)$  в виде разложения по амплитудам Брейта-Вигнера:

$$Y_{c\bar{c}}^\lambda(q^2) = -\frac{4}{9} \left( \frac{4}{3}C_1 + C_2 \right) \left[ 1 + \ln \left( \frac{m^2}{\mu^2} \right) \right] + \frac{16\pi^2}{\mathcal{F}_\lambda(q^2)} \sum_V \eta_V^\lambda e^{i\delta_V^\lambda} \frac{q^2}{m_V^2} A_V^{\text{res}}(q^2),\tag{1.89}$$

где  $\mathcal{F}_\lambda(q^2)$  - линейные комбинации форм-факторов, соответствующих матричному элементу оператора  $\mathcal{O}_9$ , для продольной, поперечной и круговой поляризации; параметры  $\eta_V^\lambda$  и  $\delta_V^\lambda$  - экспериментальные величина и фаза амплитуды перехода  $B \rightarrow KV \rightarrow K\ell^+\ell^-$ ;  $V = J/\psi, \psi(2S), \dots$  - чармониевые резонансы; величина  $A_V^{\text{res}}(q^2)$  - релятивистская брейт-вигнеровская амплитуда.

В области выше порога рождения  $K\pi$  инклюзивный канал  $B \rightarrow M_s\ell^+\ell^-$  вырождается до эксклюзивного  $B \rightarrow K\ell^+\ell^-$ . Малый импульс каона позволяет использовать формализм киральной пертурбативной теории тяжелых адронов (HChPT, heavy hadron chiral perturbation theory) для вычисления форм-факторов с хорошей точностью [56].

Альтернативный подход подразумевает использование операторного разложения амплитуд полной КХД теории. Авторы [55] провели вычисления адронных амплитуд  $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$  распадов в рамках описанного формализма и продемонстрировали отличный контроль над систематическими погрешностями. Таким образом, теоретические расчеты области  $q^2 > 15 \text{ ГэВ}^2/c^4$  менее подвержены влиянию систематических погрешностей, и потому могут быть осуществлены с дополнительной точностью.

Как было показано в работе [57], расчеты форм-факторов в модели Godfrey-Isgur [58] также хорошо согласуются со значениями, вычисленными в методологии КХД на решетке.

В той же работе авторы продемонстрировали дополнительное преимущество области высоких значений  $q^2$ : теоретические расчеты асимметрии продольной поляризации лептонов  $P_L(B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-)$ , зависящие от коэффициентов Вильсона  $C_{9V}$  и  $C_{10A}$ , не подвержены эффектам больших расстояний в данной кинематической области (для  $P_L(B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-)$  это утверждение распространяется на всю доступную область  $q^2$ ).

Следует также заметить, что, согласно авторам работы [59], область высоких  $q^2$  может характеризоваться пониженной чувствительностью к некоторым моделям НФ. Так, рассчитанные авторами значения зарядовой асимметрии вперед-назад  $A_{FB}$  в рамках СМ и её минимального суперсимметричного расширения (MSSM, Minimal Supersymmetric Standard Model) оказались совпадающими в области высоких значений  $q^2$ .

### 1.5 Адронные распады $B \rightarrow M_1 M_2$

Нейтральный ток с изменением аромата на кварковом уровне может проявляться как полностью адронный распад. Пример соответствующей диаграммы адронного распада  $B \rightarrow M_1 M_2$  приведен на Рис. 1.7. Очевидно, не все адронные распады  $B$  мезона являются НТИА-процессами, однако в этом разделе и далее при обсуждении адронных распадов  $B$  подразумеваются именно переходы  $b \rightarrow s$  и  $b \rightarrow d$ .

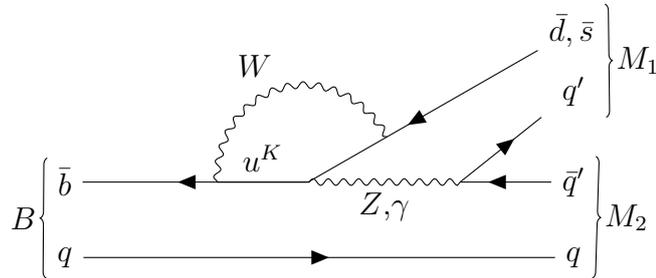


Рисунок 1.7 – Пример диаграммы Фейнмана адронного распада  $B$ -мезона с кварковым НТИА-переходом  $b \rightarrow d, s$  в СМ

Адронные двухчастичные распады  $B$  мезонов на состояния  $VV$ ,  $PV$  и  $PP$ , где  $P$  и  $V$  – псевдоскалярный и векторный мезоны соответственно, рассматриваются в формализме факторизации амплитуд распада в КХД [60–63]. Эффективный гамильтониан, описывающий распад, аналогичен (1.71). Набор операторов полностью определен выражениями (1.60), (1.62), (1.64) и (1.66).

Амплитуда распада таким образом параметризуется в виде

$$\mathcal{A}(B \rightarrow M_1 M_2) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_{ib} V_{is}^* C_i(\mu) \langle M_1 M_2 | Q_i | B \rangle(\mu) \quad (1.90)$$

Каждое слагаемое разложения включает в себя произведение элементов матрицы ККМ; коэффициент Вильсона  $C_i$ , описывающий эффекты коротких расстояний; и матричный элемент оператора  $Q_i$ . Как и в случае полуплептонных распадов, основное затруднение при вычислении амплитуды состоит в расчете матричных элементов или их сведению к пертурбативным объектам.

Расчет матричного элемента  $\langle M_1 M_2 | Q_i | B \rangle$  в КХД на решетке очень сложен, поэтому он заменяется аппроксимацией – факторизацией на эффекты длинных и коротких расстояний. Эффекты коротких расстояний могут быть рассчитаны пертурбативными методами в разложении по степеням константы связи сильного взаимодействия  $\alpha_s(m_b)$ . Эффекты больших расстояний рассчитываются нептурбативно или вычисляются на основе экспериментальных данных.

В формализме КХД-факторизации матричные элементы каждого оператора эффективного гамильтониана выражаются в предложенной авторами [62] форме

$$\begin{aligned} \langle M'_1 M'_2 | Q_i | \bar{B} \rangle = & \sum_{\{M_1, M_2\} \in \{M'_1, M'_2\}} (F_j^{B \rightarrow M_1} T_{ij}^I * f_{M_2} \Phi_{M_2} + \\ & + T_i^{II} * f_B \Phi_B * f_{M'_1} \Phi_{M'_1} * f_{M'_2} \Phi_{M'_2}), \end{aligned} \quad (1.91)$$

где  $F_j^{B \rightarrow M_1}$  – форм-фактор перехода;  $\Phi_M$  – амплитуды распределения ведущего твиста на световом конусе;  $f_M$  – постоянная распада мезона; произведение (\*) подразумевает интегрирование по долям импульса конститuentных кварков мезонов на световом конусе. Функции жесткого рассеяния  $T_{ij}^I$  и  $T_i^{II}$  вычислимы пертурбативными методами [61].

Величина постоянной распада мезона определяется из соотношения

$$\langle M(q) | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q | 0 \rangle = -i f_M q_\mu \quad (1.92)$$

Формула факторизации сводит вычисление адронных матричных элементов четырехкварковых операторов к более простым нептурбативным величинам и рассчитываемым функциям жесткого рассеяния  $T_{ij}^I$  и  $T_i^{II}$ . Ее применимость была обоснована в работах [60; 64; 65].

Вклады операторов, входящих в эффективный гамильтониан, могут быть переопределены в формате переходных операторов  $\mathcal{T}_A$  и  $\mathcal{T}_B$ :

$$\langle M'_1 M'_2 | \mathcal{H}_{\text{эфф.}} | \bar{B} \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} V_{pb} V_{ps}^* \langle M'_1 M'_2 | \mathcal{T}_A^p + \mathcal{T}_B^p | \bar{B} \rangle \quad (1.93)$$

Вклад оператора  $\mathcal{T}_B$  приводит к возникновению амплитуд слабой аннигиляции, в то время как амплитуда оператора  $\mathcal{T}_A$  несет вклады от диаграмм ток-ток  $Q_{1,2}$  (1.60), КХД-

пингвинов  $Q_{3-6}$  (1.62) и электрослабых пингвинов  $Q_{7-10}$  (1.64). Переходные операторы в общем случае пропорциональны структурам

$$\mathcal{T}_A^p \sim \sum_i \alpha_i^p(M_1 M_2) A([\bar{q}_{M_1} q_{M_1}][\bar{q}_{M_2} q_{M_2}]), \quad (1.94)$$

$$\mathcal{T}_B^p \sim \sum_i b_i^p(M_1 M_2) \frac{B_{M_1 M_2}}{A_{M_1 M_2}} A([\bar{q}_{M_1} q_{M_1}][\bar{q}_{M_2} q_{M_2}]). \quad (1.95)$$

Коэффициенты  $\alpha_i^p(M_1 M_2)$  и  $b_i^p(M_1 M_2)$  включают в себя всю информацию о динамике системы, в то время как операторы  $A$  определяют композицию аромата конечного состояния:

$$\langle M'_1 M'_2 | \alpha_i^p(M_1 M_2) A([\bar{q}_{M_1} q_{M_1}][\bar{q}_{M_2} q_{M_2}]) | \bar{B} \rangle = \alpha_i^p(M'_1 M'_2) A_{M'_1 M'_2}, \quad (1.96)$$

Параметры  $A_{M_1 M_2}$  и  $B_{M_1 M_2}$  определяются из непертурбативных величин - форм-факторов и постоянных распада:

$$A_{M_1 M_2} = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \begin{cases} m_B^2 F_0^{B \rightarrow M_1}(0) f_{M_2} & \text{если } M_1 = M_2 = P, \\ -2m_B^2 A_0^{B \rightarrow M_1}(0) f_{M_2} & \text{если } M_1 = V, M_2 = P, \\ -2m_B^2 F_+^{B \rightarrow M_1}(0) f_{M_2} & \text{если } M_1 = P, M_2 = V. \end{cases} \quad (1.97)$$

$$B_{M_1 M_2} = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \begin{cases} f_{B_q} f_{M_1} f_{M_2} & \text{если } M_1 = M_2 = P, \\ -f_{B_q} f_{M_1} f_{M_2} & \text{если } M_{1(2)} = P, M_{2(1)} = V. \end{cases} \quad (1.98)$$

Коэффициенты  $\alpha_i^p$  и  $b_i^p$  могут быть разложены на вклады от эффектов коротких расстояний – коэффициенты Вильсона – и непертурбативные поправки, выражающихся в форме нелокальных форм-факторов.

Таким образом, процессы  $B \rightarrow M_1 M_2$  могут быть описаны в рамках общего формализма низкоэнергетичной эффективной теории методологией КХД-факторизации. Нелокальные форм-факторы являются основным источником систематических погрешностей, ограничивающим точность расчетов амплитуд процессов. При этом набор коэффициентов Вильсона, дающий наибольший вклад в адронные переходы  $B \rightarrow M_1 M_2$  в общем случае отличается от набора, актуального для полулептонного распада  $B \rightarrow M_s \ell^+ \ell^-$ . Это приводит к комплементарности исследований  $b \rightarrow sq\bar{q}$  и  $b \rightarrow s\ell^+ \ell^-$ : различные наблюдаемые могут быть чувствительны к разным вкладам  $\Delta C_i^{\text{НФ}} = C_i^{\text{эксп.}} - C_i^{\text{СМ}}$ .

## 1.6 Выводы к первой главе

Несмотря на успехи СМ, её проблемы заставляют вести поиск более полной теории. Поскольку модели, расширяющие СМ, включают в себя новые частицы или взаимодействия,

измерение связанных с ними эффектов является наиболее очевидным методом обнаружения НФ.

Такие измерения могут быть осуществлены напрямую: как распад частиц НФ на регистрируемые экспериментальной установкой частицы СМ. Частицы, слабо взаимодействующие со СМ, также могут быть обнаружены как потерянная энергия в детекторе с покрытием полного телесного угла.

Альтернативно, поиск эффектов физики за пределами СМ может быть осуществлен путём измерения отклонений измеренных амплитуд процессов от предсказанных теорией. Для надежного обнаружения вклада тяжелой НФ амплитуда процесса в СМ должна быть значительно подавлена.

Нейтральный ток с изменением аромата удовлетворяет указанным требованиям. Процессы НТИА запрещены на древесном уровне СМ и подавлены по механизму ГИМ в однопетлевых диаграммах. Среди НТИА-процессов выделяются переходы с измерением аромата нижних кварков  $\Delta B, S = 1, 2$ . Эффективная низкоэнергетическая теория, описывающая процессы НТИА, позволяет определить вклад НФ модельно-независимым способом: как поправку к эффективным коэффициентам Вильсона. Однако точности теоретических расчетов для НТИА-переходов ограничены систематическими погрешностями, связанными с непертурбативными эффектами КХД. По этой причине экспериментальный поиск отклонений от СМ сосредоточен на так называемых «оптимизированных наблюдаемых» – величинах, теоретический расчет которых подвержен наименьшему влиянию сложновычислимых эффектов. Обзор таких экспериментальных исследований приведен в следующей главе.

## Глава 2. Обзор актуальных экспериментальных результатов

### 2.1 Оптимизированные параметры

Поскольку экспериментальные исследования физики частиц требуют больших временных и финансовых затрат, возникает естественный вопрос: какой НТИА-процесс (или класс процессов) является наиболее перспективным для исследования? Ответ определяется как доступностью конечного состояния для измерений, так и соотношением погрешностей экспериментальных результатов и теоретических расчетов. Как было показано в прошлой главе (раздел 1.4.1), точность расчетов амплитуд НТИА-процессов ограничена систематическими погрешностями, связанными с эффектами больших расстояний. Ввиду этого имеет смысл выбрать такие параметры, чье вычисление наименьшим образом зависело бы от непертурбативных эффектов. В этой главе приведен краткий обзор наблюдаемых, имеющих непосредственное отношение к теме диссертационного исследования. Рассмотрены наиболее актуальные результаты экспериментальных исследований связанных процессов, демонстрирующие отклонения от предсказаний СМ. Разбиение главы на разделы осуществлено по принципу классификации процесса. Заинтересованный в более подробной информации читатель может ознакомиться с работами [66; 67].

### 2.2 Исследование $b \rightarrow sl^+\ell^-$

Кварковому переходу  $b \rightarrow sl^+\ell^-$  соответствуют полулептонные распады  $B$  мезонов и  $\Lambda_b$  барионов. Они чувствительны к гипотетическим эффектам НФ, выражающимся в поправках к коэффициентам Вильсона  $C_7$ ,  $C_{9l}$  и  $C_{10l}$  [66]. Измерения полулептонных распадов комплементарны измерениям лептонных распадов, чувствительных к вкладам НФ в  $C_7$  и  $C_{10l}$ . Ввиду эффектов от рождения  $c\bar{c}$ -резонансов близ полюсов  $q^2 = m_{J/\psi, \psi(2S), \dots}^2$ , измерения параметров в полулептонных распадах производятся в исключаяющих их областях, после чего результаты экстраполируются на всю доступную область  $q^2$ . Современные данные по полулептонным распадам  $B$  мезонов и  $\Lambda_b$  барионов получены В-фабриками BaBar [68], Belle [69] и Belle II [70] и экспериментами LHCb [71], ATLAS [72] и CMS [73] Большого адронного коллайдера.

#### 2.2.1 Измерения вероятностей распадов $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$

Вероятности полулептонных распадов  $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$  измерены экспериментами Belle и BaBar в процессах  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$  и LHCb в протонных соударениях  $pp \rightarrow BX$ . Основ-

ные экспериментальные результаты по определению вероятностей для распадов заряженных  $B^+$  мезонов приведены в таблицах 3 и 4. Здесь и далее первая погрешность – статистическая, последующие – систематические.

Из приведенных данных следует, что прецизионность экспериментальных измерений вероятностей  $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$  определяется статистическими погрешностями, то есть объемом обрабатываемых данных. Точность расчетов СМ также ограничена ввиду обсуждаемых в первой главе систематических эффектов. На момент написания текста диссертации редкие распады с  $\tau$ -лептонами в конечном состоянии не были зарегистрированы. Для дифференциальных вероятностей распада  $d\mathcal{B}/dq$  (помечены \*) указана область интегрирования  $\int \frac{d\mathcal{B}}{dq} dq$ .

Таблица 3 – Избранные измерения вероятностей распадов  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$

Канал	Вероятность распада	Область $q^2$ , ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup>	Источник
$B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$	$(4,03 \pm 0,04) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Расчет СМ [74]
* $B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$	$(1,56_{-0,15}^{+0,19+0,06} \pm 0,04) \cdot 10^{-7}$	[1,1; 6,0]	ЛНЦб [75] (2014)
$B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$	$(5,75_{-0,61}^{+0,64} \pm 0,15) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Belle [76]
$B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$	$(5,1_{-1,1}^{+1,2} \pm 0,2) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	BaBar [77]
$B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$	$(4,03 \pm 0,04) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Расчет СМ [74]
* $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$	$(12,24 \pm 0,68) \cdot 10^{-8}$	[1,1; 6,0]	CMS [78]
$B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$	$(4,29 \pm 0,07 \pm 0,21) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	ЛНЦб [79]
$B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$	$(6,24_{-0,61}^{+0,65} \pm 0,16) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Belle [76]
$B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$	$(4,1_{-1,5}^{+1,6} \pm 0,2) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	BaBar [77]

Таблица 4 – Избранные результаты измерений вероятностей распадов  $B^+ \rightarrow K^+(892)^*\ell^+\ell^-$

Канал	Вероятность распада	Область $q^2$ , ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup>	Источник
$B^+ \rightarrow K^*(892)^+e^+e^-$	$(13,26 \pm 1,15) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Расчет СМ [74]
$B^+ \rightarrow K^*(892)^+e^+e^-$	$(13,8_{-4,2}^{+4,7} \pm 0,8) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	BaBar [77]
$B^+ \rightarrow K^*(892)^+e^+e^-$	$(13,4_{-4,2}^{+5,0} \pm 2,0) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Belle [80]
$B^+ \rightarrow K^*(892)^+\mu^+\mu^-$	$(13,26 \pm 1,15) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Расчет СМ [74]
$B^+ \rightarrow K^*(892)^+\mu^+\mu^-$	$(9,24 \pm 0,93 \pm 0,67) \cdot 10^{-7}$	экстраполяция	ЛНЦб [81]
$B^+ \rightarrow K^*(892)^+\mu^+\mu^-$	$(14,6_{-7,5}^{+7,9} \pm 1,2) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	BaBar [77]
$B^+ \rightarrow K^*(892)^+\mu^+\mu^-$	$(11,1_{-2,7}^{+3,2} \pm 1,0) \cdot 10^{-7}$	исключая $c\bar{c}$	Belle [80]

### 2.2.2 Отношения лептонной универсальности $R_M$

Измерения вероятностей распадов могут быть скомбинированы в отношение  $R_M$ , определенное в общем случае, как

$$R_M[q_{min}^2, q_{max}^2] \equiv \frac{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} dq^2 \frac{d\Gamma(B \rightarrow M\mu^+\mu^-)}{dq^2}}{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} dq^2 \frac{d\Gamma(B \rightarrow Me^+e^-)}{dq^2}}, \quad (2.1)$$

где  $M$  – мезон в конечном состоянии ( $K, K^*, \phi$  и пр.).

Как было показано в разделах 1.1.1 и 1.1.2, сила взаимодействия лептонов СМ с бозонами электрослабого взаимодействия не зависит от аромата лептона – эта спонтанная симметрия носит название лептонной универсальности. Соответственно, отношение  $R_M$  в СМ может быть однозначно предсказано:

$$R_M^{\text{СМ}} = 1 + O(m_\mu^2/m_b^2). \quad (2.2)$$

при интегрировании по всему пространству  $q^2$  [51]. Лептонная универсальность может нарушаться в моделях НФ [82; 83].

Основное преимущество параметра  $R_M$  заключается в том, что при его строгом вычислении в любой области  $q^2$  все пертурбативные и непертурбативные вклады КХД (за исключением тривиальных кинематических факторов) сокращаются. Величина систематических погрешностей, связанных с КЭД-поправками, мала и составляет  $O(1\%)$  [84].

Аналогичный эффект – сокращение погрешностей ввиду использования отношения – проявляется в экспериментальном измерении  $R_M$ . Для того, чтобы проиллюстрировать это утверждение, рассмотрим обобщенную формулу параметра с позиции экспериментального измерения:

$$R_M^{\text{эксп.}} = \frac{\mathcal{N}(B \rightarrow M\mu^+\mu^-)}{\mathcal{N}(B \rightarrow Me^+e^-)} \cdot \frac{\varepsilon_{B \rightarrow Me^+e^-}}{\varepsilon_{B \rightarrow M\mu^+\mu^-}}. \quad (2.3)$$

Здесь  $\mathcal{N}(B \rightarrow M\ell^+\ell^-)$  – выход канала  $B \rightarrow M\ell^+\ell^-$  (обыкновенно получаемый посредством аппроксимации распределения отобранных событий математическими моделями и подгонкой их параметров), а  $\varepsilon_{B \rightarrow M\ell^+\ell^-}$  – полная эффективность отбора событий  $B \rightarrow M\ell^+\ell^-$ .

Основными источниками систематических погрешностей являются выбор полной модели параметризации и расчет эффективностей, измеряемых, как правило, на основе моделирования. Поскольку состояния  $Me^+e^-$  и  $M\mu^+\mu^-$  в общем случае регистрируются различными способами и характеризуются разными источниками погрешностей в определении эффективностей, последние не обязаны сокращаться в отношении  $R_M$ . Однако, возможно составить

двойное отношение:

$$R_M^{\text{эксп.}} \rightarrow \frac{R_M^{\text{эксп.}}}{r_{J/\psi}} = \frac{\mathcal{N}(B \rightarrow M\mu^+\mu^-)}{\mathcal{N}(B \rightarrow Me^+e^-)} \cdot \frac{\varepsilon_{B \rightarrow Me^+e^-}}{\varepsilon_{B \rightarrow M\mu^+\mu^-}} \times \frac{\mathcal{N}(B \rightarrow MJ/\psi(\rightarrow e^+e^-))}{\mathcal{N}(B \rightarrow MJ/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-))} \cdot \frac{\varepsilon_{B \rightarrow MJ/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-)}}{\varepsilon_{B \rightarrow MJ/\psi(\rightarrow e^+e^-)}}, \quad (2.4)$$

где величина  $r_{J/\psi}$  является аналогом  $R_M$  для моды распада с промежуточным чармониевым резонансом.

Резонансный рост амплитуд процессов с промежуточным чармонием в областях близ полюсов  $q^2 = m_\psi^2$  приводит к значительному избытку регистрируемых распадов  $B \rightarrow MJ/\psi(\rightarrow \ell^+\ell^-)$ . Как следствие, этот процесс хорошо измерен, а равенство  $r_{J/\psi} = 1$  надежно установлено. Поэтому эта величина может играть роль «стандартной свечи» для измерения соотношения лептонной универсальности  $R_M$  в редких распадах. Более того, ввод  $r_{J/\psi}$  в формулу (2.4) не должен приводить к изменениям значения  $R_M$ . В то же время, появившиеся отношения эффективностей прямого и резонансного каналов одной лептонной моды позволяют сократить или подавить значительную часть систематических погрешностей, связанных с эффектами, проявляющимися в равной степени в обоих каналах.

Измерение величины  $R_K$  в распадах  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$ , опубликованное коллаборацией LHCb в 2014 г. [75] продемонстрировало заметное отклонение от предсказаний СМ:

$$R_K^{\text{LHCb 2014}} = 0,745_{-0,074}^{+0,090} \pm 0,036 \quad q^2 \in [1,0; 6,0] \text{ ГэВ}^2/c^4$$

Статистическая значимость отклонения составила  $2,6\sigma$ . Полученный результат вызвал значительный интерес ввиду возможного указания на эффекты НФ (см., например, [84]). Впоследствии измерения параметров лептонной универсальности неоднократно повторялись и уточнялись. Последние результаты LHCb [85] указывают на сохранение лептонной универсальности в области  $q^2 \in [1,0; 6,0] \text{ ГэВ}^2/c^4$  с высокой точностью, однако необходимы дальнейшие исследования.

Актуальные на момент написания текста диссертации значения параметров  $R_M$  представлены в таблицах 5 и 6.

Как можно увидеть, экспериментальные результаты Belle, BaBar и CMS указывают на отклонение отношения  $R_K$  от единицы в области  $q^2 \in [1,0; 6,0] \text{ ГэВ}^2/c^4$ , при этом большинство измерений демонстрируют избыток распадов на электронную моду по сравнению с мюонной. Это согласуется с измерениями вероятностей электронных мод распадов, проведенными Belle и BaBar, оказавшимися выше предсказанных значений (см. таблицу 3). Данное наблюдение может быть указанием на проявление эффектов НФ, нарушающих лептонную

Таблица 5 – Избранные результаты измерений отношения  $R_K$ 

Параметр	Значение	Область $q^2$ , ГэВ <sup>2</sup> /с <sup>4</sup>	Источник
$R_K^{\text{CM}}$	$1,00 \pm 0,01$	[0,1; 1,1]	Расчеты СМ [84]
$R_{K^+}$	$0,994^{+0,090+0,029}_{-0,082-0,027}$	[0,1; 1,1]	ЛHCб [85]
$R_K^{\text{CM}}$	$1,00 \pm 0,01$	[1,1; 6,0]	Расчеты СМ [84]
$R_{K_S^0}$	$0,55^{+0,46}_{-0,34} \pm 0,01$	[1,0; 6,0]	Belle [76]
$R_{K^+}$	$1,39^{+0,36}_{-0,33} \pm 0,02$	[1,0; 6,0]	Belle [76]
$R_{K^+}$	$0,949^{+0,042+0,022}_{-0,041-0,022}$	[1,1; 6,0]	ЛHCб [85]
$R_{K^+}$	$0,78^{+0,47}_{-0,23}$	[1,1; 6,0]	CMS [78]
$R_K$	$0,74^{+0,40}_{-0,31} \pm 0,06$	[0,1; 8,12]	BaBar [86]
$R_K^{\text{CM}}$	$1,00 \pm 0,04$	$> 14,8$	Расчеты СМ [84]
$R_{K_S^0}$	$1,57^{+1,28}_{-1,00} \pm 0,02$	$> 14,8$	Belle [76]
$R_{K^+}$	$1,13^{+0,31}_{-0,28} \pm 0,01$	$> 14,8$	Belle [76]
$R_K$	$1,43^{+0,65}_{-0,44} \pm 0,12$	$> 10,11$	BaBar [86]
$R_K$	$1,03 \pm 0,19 \pm 0,06$	$> 0,1$	Belle [80]
$R_K$	$1,00^{+0,31}_{-0,25} \pm 0,07$	$> 0,1$	BaBar [86]
$R_{K_S^0}$	$1,29^{+0,52}_{-0,45} \pm 0,01$	$> 0,1$	Belle [76]
$R_{K^+}$	$1,08^{+0,16}_{-0,15} \pm 0,02$	$> 0,1$	Belle [76]

универсальность. Так, например, константы связи  $Z'$  бозона или  $LQ$  лептокварка, обеспечивающего распад на древесном уровне в НФ, могут различаться в зависимости от поколения лептона в вершине.

Результаты Belle и BaBar в области  $q^2 > 14,8$  ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>4</sup> наоборот превышают единицу, но при этом характеризуются значительными погрешностями. Наиболее актуальные результаты ЛHCб в области  $q^2 \in [1,0; 6,0]$  ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>4</sup> соответствуют гипотезе сохранения лептонной универсальности, а их точность на порядок превышает точность измерений В-фабрик. Величина  $R_K$  в области  $q^2 > 14,8$  ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>4</sup> ранее не была измерена ЛHCб. Это актуализирует задачу измерения  $R_K$  в области высоких значений  $q^2$  на ЛHCб. Данное измерение было выполнено в ходе диссертационного исследования, его описание приведено в главе 4.

Измерения параметра  $R_{K^*}$  на Belle, BaBar и ЛHCб в области  $q^2 \in [1,0; 6,0]$  ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>4</sup> согласуются между собой и с предсказанием СМ. Область высоких значений  $q^2 > 15,0$  исследована менее прецизионно.

Измеренные коллаборацией ЛHCб дифференциальные вероятности распадов  $d\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow$

Таблица 6 – Избранные результаты измерений отношения  $R_{K^*}$ 

Параметр	Значение	Область $q^2$ , ГэВ <sup>2</sup> /с <sup>4</sup>	Источник
$R_{K^*}^{\text{CM}}$	$0,906 \pm 0,028$	[0,1; 1,1]	Расчеты СМ [84]
$R_{K^{*0}}$	$0,927^{+0,093+0,036}_{-0,087-0,035}$	[0,1; 1,1]	ЛHCb [85]
$R_{K^*}^{\text{CM}}$	$1,00 \pm 0,01$	[1,1; 6,0]	Расчеты СМ [84]
$R_{K^{*0}}$	$1,06^{+0,63}_{-0,38} \pm 0,14$	[1,1; 6,0]	Belle [87]
$R_{K^{*+}}$	$0,72^{+0,99}_{-0,44} \pm 0,15$	[1,1; 6,0]	Belle [87]
$R_{K^{*0}}$	$1,027^{+0,072+0,027}_{-0,068-0,026}$	[1,1; 6,0]	ЛHCb [85]
$R_{K^*}$	$1,06^{+0,48}_{-0,33} \pm 0,08$	[0,1; 8,12]	BaBar [86]
$R_{K^*}^{\text{CM}}$	$1,00 \pm 0,04$	[15; 19]	Расчеты СМ [84]
$R_{K^{*0}}$	$1,12^{+0,61}_{-0,36} \pm 0,10$	[15; 19]	Belle [87]
$R_{K^{*+}}$	$1,40^{+1,99}_{-0,68} \pm 0,12$	[15; 19]	Belle [87]
$R_{K^*}$	$1,18^{+0,55}_{-0,37} \pm 0,11$	$> 10,11$	BaBar [86]
$R_{K^*}$	$1,13^{+0,34}_{-0,26} \pm 0,10$	$> 0,1$	BaBar [86]
$R_{K^*}$	$0,83 \pm 0,17 \pm 0,08$	$> 0,1$	Belle [80]
$R_{K^{*0}}$	$1,12^{+0,27}_{-0,21} \pm 0,09$	$> 0,045$	Belle [87]
$R_{K^{*+}}$	$0,70^{+0,24}_{-0,19} \pm 0,06$	$> 0,045$	Belle [87]

$\phi\mu^+\mu^-)/dq^2$  оказались ниже предсказаний СМ на величину, достигающую  $3,6\sigma$  в стандартных отклонениях [88]. С учетом общей неопределенности в измерениях параметров лептонной универсальности, исследование отношения  $R_\phi$  представляет особый интерес.

Следует также упомянуть измерения отношений  $R_{D^{(*)}}$  (измеряемого по аналогии с  $R_{K^{(*)}}$ ) в заряженном токе  $b \rightarrow c\ell\nu$ , где  $\ell = \mu, \tau$ ). Опубликованные в 2013-2016 годах работы по измерению  $R_{D^{(*)}}$ , выполненные коллаборациями Belle [89], BaBar [90] и LHCb [91], согласуются друг с другом и указывают на отклонения от СМ. Тем не менее, последние результаты, опубликованные авторскими коллективами Belle [92] и LHCb [93], указывают на сохранение лептонной универсальности СМ в заряженном токе  $b \rightarrow c\ell\nu$  (см. таблицу 7).

### 2.2.3 Оптимизированные угловые параметры

Дифференцированная по кинематическим переменным ширина распада  $B \rightarrow K^*\ell^+\ell^-$  может быть описана с использованием квадрата инвариантной массы лептонной пары  $q^2$  и углов  $\vec{\Omega} = (\theta_l, \theta_K, \phi)$ . Переменная  $\theta_l$  обозначает угол между  $\ell^+(\ell^-)$  и противоположным вектору импульса  $B(\bar{B})$  в системе покоя лептонной пары. Переменная  $\theta_K$

Таблица 7 – Избранные результаты измерений отношения  $R_{D^{(*)}}$ 

Параметр	Значение	Источник
$R_D^{\text{CM}}$	$0,304 \pm 0,003$	Расчеты CM [94]
$R_{D^*}^{\text{CM}}$	$0,259 \pm 0,011$	Расчеты CM [94]
$R_{D^*}$	$0,302 \pm 0,030 \pm 0,011$	Belle (2015) [89]
$R_D$	$0,440 \pm 0,058 \pm 0,042$	BaBar (2013) [90]
$R_{D^*}$	$0,332 \pm 0,024 \pm 0,018$	BaBar (2013) [90]
$R_{D^*}$	$0,336 \pm 0,027 \pm 0,030$	LHCb (2015) [91]
$R_D$	$0,307 \pm 0,037 \pm 0,016$	Belle [92]
$R_{D^*}$	$0,283 \pm 0,018 \pm 0,014$	Belle [92]
$R_{D^*}$	$0,291 \pm 0,019 \pm 0,026 \pm 0,013$	LHCb [93]

обозначает угол между вектором импульса каона в системе покоя  $K^*(\bar{K}^*)$  и вектором импульса  $K^*(\bar{K}^*)$  в системе покоя  $B(\bar{B})$ . Наконец,  $\phi$  – это угол между плоскостью, в которой лежат вектора импульсов продуктов распада  $K^*(\bar{K}^*)$  и плоскостью векторов лептонной пары в системе покоя  $B(\bar{B})$  [95; 96]. Обозначив дифференциальные ширины распадов для  $B$  и  $\bar{B}$  как  $\Gamma$  и  $\bar{\Gamma}$  и проведя их усреднение, можем записать для данной области  $q^2$  в конфигурации  $P$ -волны

$$\begin{aligned}
\frac{1}{d(\Gamma + \bar{\Gamma})/dq^2} \frac{d^4(\Gamma + \bar{\Gamma})}{dq^2 d\vec{\Omega}} = & \frac{9}{32\pi} \left[ \frac{3}{4}(1 - F_L) \sin^2 \theta_K + F_L \cos^2 \theta_K + \right. \\
& + \frac{1}{4}(1 - F_L) \sin^2 \theta_K \cos 2\theta_l - \\
& - F_L \cos^2 \theta_K \cos 2\theta_l + S_3 \sin^2 \theta_K \sin^2 \theta_l \cos 2\phi + \\
& + S_4 \sin 2\theta_K \sin 2\theta_l \cos \phi + S_5 \sin 2\theta_K \sin \theta_l \cos \phi + \\
& + \frac{4}{3} A_{\text{FB}} \sin^2 \theta_K \cos \theta_l + S_7 \sin 2\theta_K \sin \theta_l \sin \phi + \\
& \left. + S_8 \sin 2\theta_K \sin 2\theta_l \sin \phi + S_9 \sin^2 \theta_K \sin^2 \theta_l \sin 2\phi \right]. \tag{2.5}
\end{aligned}$$

Здесь  $F_L$  – доля продольно поляризованных  $K^*$  мезонов,  $A_{\text{FB}} \equiv S_6$  – асимметрия вперед-назад лептонной пары, базис  $CP$ -усредненных угловых коэффициентов  $S_i$  построен на основе восьми поперечных амплитуд  $A_{\perp, \parallel, 0}^{L,R}$ ,  $A_t$  и  $A_S$ . Доля продольно поляризованных  $K^*$  также может быть выражена в терминах амплитуд  $A_{\perp, \parallel, 0}^{L,R}$ . Подробное описание базиса поперечных амплитуд и угловых коэффициентов приведено в работах [39; 97; 98].

При рассмотрении угловой ширины распада следует учесть, что системы продуктов распада  $K^* K_S^0 \pi^+$  и  $K^+ \pi^-$  (для заряженных и нейтральных  $B$  мезонов соответственно) могут находиться в состоянии  $S$ -волны. Угловая ширина распада в таком случае должна быть

модифицирована:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{d(\Gamma + \bar{\Gamma})/dq^2} \frac{d^4(\Gamma + \bar{\Gamma})}{dq^2 d\vec{\Omega}} (P + S) = & (1 - F_S) \frac{1}{d(\Gamma + \bar{\Gamma})/dq^2} \frac{d^4(\Gamma + \bar{\Gamma})}{dq^2 d\vec{\Omega}} (P) + \\
& + \frac{3}{16\pi} F_S \sin^2 \theta_l + \\
& + \frac{9}{32\pi} (S_{11} + S_{13} \cos 2\theta_l) \cos \theta_K + \\
& + \frac{9}{32\pi} (S_{14} \sin 2\theta_l + S_{15} \sin \theta_l) \sin \theta_K \cos \phi + \\
& + \frac{9}{32\pi} (S_{16} \sin \theta_l + S_{17} \sin 2\theta_l) \sin \theta_K \sin \phi.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Здесь  $F_S$  обозначает долю вклада  $S$ -волны, а коэффициенты  $S_{1i}$  описывают интерференцию между  $S$ - и  $P$ -амплитудами.

На основе базиса  $F_L, S_i, A_{\text{FB}}$  возможно построение набора оптимизированных параметров, теоретические расчеты которых не подвержены влиянию больших систематических погрешностей от непертурбативных адронных форм-факторов перехода  $B \rightarrow K^*$  [99]. В базисе, используемом коллаборацией LHCb, набор оптимизированных параметров включает в себя следующие величины:

$$P_1 = \frac{2S_3}{(1 - F_L)} = A_{\text{T}}^{(2)}, \quad P_2 = \frac{2}{3} \frac{A_{\text{FB}}}{(1 - F_L)}, \tag{2.7}$$

$$P_3 = -\frac{S_9}{(1 - F_L)}, \quad P'_{4,5,8} = \frac{S_{4,5,8}}{\sqrt{F_L(1 - F_L)}}, \tag{2.8}$$

$$P'_6 = \frac{S_7}{\sqrt{F_L(1 - F_L)}}, \tag{2.9}$$

где  $A_{\text{T}}^{(2)}$  – одна из поперечных симметрий, введенных в работе [98].

Согласно [100], в СМ штрихованные параметры  $P'_{4,5,6}$  эквивалентны нештрихованным  $P_{4,5,6}$ , поскольку для них  $P'_i = P_i \sqrt{1 \pm P_1}$  (здесь  $i = 4,5,6$ , знак «плюс» в корне ставится для  $P'_5$ , знак «минус» – в остальных случаях), а  $P_1^{\text{CM}} \simeq 0$ . Штрихованные переменные при этом более просты для экспериментального измерения.

Измеренные в 2013 году в эксперименте LHCb значения оптимизированных угловых параметров для канала  $B^0 \rightarrow K^*(892)^0 \mu^+ \mu^-$  продемонстрировали локальное расхождение с предсказанием СМ со статистической значимостью  $3.7\sigma$  для величины  $P'_5$  в области малых значений  $q^2$  [101]. Последующие измерения также указали на наличие локальных расхождений, объяснимых сдвигом в значении коэффициента Вильсона  $C_9$  [102; 103]. В таблицах 8 и 9 приведены величины актуальных измерений параметров  $P'_5$  и  $P_2$ , характеризующихся заметными отклонениями и потому представляющих наибольший интерес.

Таблица 8 – Избранные результаты измерений параметра  $P'_5$ 

Параметр	Значение	Область $q^2$ , ГэВ <sup>2</sup> /с <sup>4</sup>	Источник
$P'_5, B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$	$-0,43 \pm 0,12$	[1,1; 6,0]	Расчет СМ [67]
$P'_5, B^+ \rightarrow K^{*+} \mu^+ \mu^-$	$-0,07 \pm 0,25 \pm 0,04$	[1,1; 6,0]	ЛHCб [104]
$P'_5, B^0 \rightarrow K^{*0} e^+ e^-$	$-0,16 \pm 0,11 \pm 0,11$	[1,1; 6,0]	ЛHCб [105]
$P'_5, B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$	$-0,049 \pm 0,110 \pm 0,014$	[1,1; 6,0]	ЛHCб [97]
$P'_5, B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$	$0,01 \pm 0,21 \pm 0,08$	[1,1; 6,0]	ATLAS [106]
$P'_5, B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$	$-0,15 \pm 0,11 \pm 0,03$	[1,1; 6,0]	CMS [107]
$P'_5, B \rightarrow K^* e^+ e^-$	$-0,22^{+0,39}_{-0,41} \pm 0,03$	[1,0; 6,0]	Belle [108]
$P'_5, B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$	$0,43^{+0,26}_{-0,28} \pm 0,10$	[1,0; 6,0]	Belle [108]

Таблица 9 – Избранные результаты измерений параметра  $P_2$ 

Параметр	Значение	Область $q^2$ , ГэВ <sup>2</sup> /с <sup>4</sup>	Источник
$P_2, B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$	$0,12 \pm 0,12$	[1,1; 6,0]	Расчет СМ [67]
$P_2, B^+ \rightarrow K^{*+} \mu^+ \mu^-$	$-0,13 \pm 0,13 \pm 0,05$	[1,1; 6,0]	ЛHCб [104]
$P_2, B^0 \rightarrow K^{*0} e^+ e^-$	$-0,23 \pm 0,11 \pm 0,11$	[1,1; 6,0]	ЛHCб [105]
$P_2, B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$	$-0,162 \pm 0,072 \pm 0,010$	[1,1; 6,0]	ЛHCб [97]
$P_2, B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$	$-0,14^{+0,18}_{-0,14} \pm 0,05$	[1,1; 6,0]	CMS [107]

### 2.2.4 Глобальные подгонки параметров

Экспериментальные исследования переходов  $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$  и  $b \rightarrow s \gamma$  используются для вычисления коэффициентов Вильсона  $\mathcal{C}_7^{(\prime)}$ ,  $\mathcal{C}_9^{(\prime)}$  и  $\mathcal{C}_{10}^{(\prime)}$  [67; 109–111]. Они указывают на общую тенденцию отклонений, а именно – на сдвиг коэффициента  $\mathcal{C}_9$  или комбинации коэффициентов  $\mathcal{C}_9$  и  $\mathcal{C}_{10}$  от теоретических предсказаний СМ. На Рис. 2.1 [23] представлены контуры  $1\sigma$  и  $2\sigma$  глобальной подгонки коэффициентов Вильсона  $\mathcal{C}_9$  и  $\mathcal{C}_{10}$  на основе всех проведенных измерений (оранжевый), данных по угловым параметрам (желтый) и комбинированных измерений  $R_K$  и  $R_{K^*0}$  (синий) для а) независимых коэффициентов и б) связи  $\Delta\mathcal{C}_9 = -\mathcal{C}_{10}$ . Экспериментальные измерения согласуются между собой, но демонстрируют небольшие отклонения от предсказаний СМ.

Следует подчеркнуть, что статистическая значимость данной интерпретации недостаточна для однозначном утверждении об открытии НФ. Основные ограничения определяются систематическими погрешностями в теоретических расчетах угловых параметров и вероятностей НТИА-распадов  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ . При этом расчеты оптимизированного параметра  $R_K$

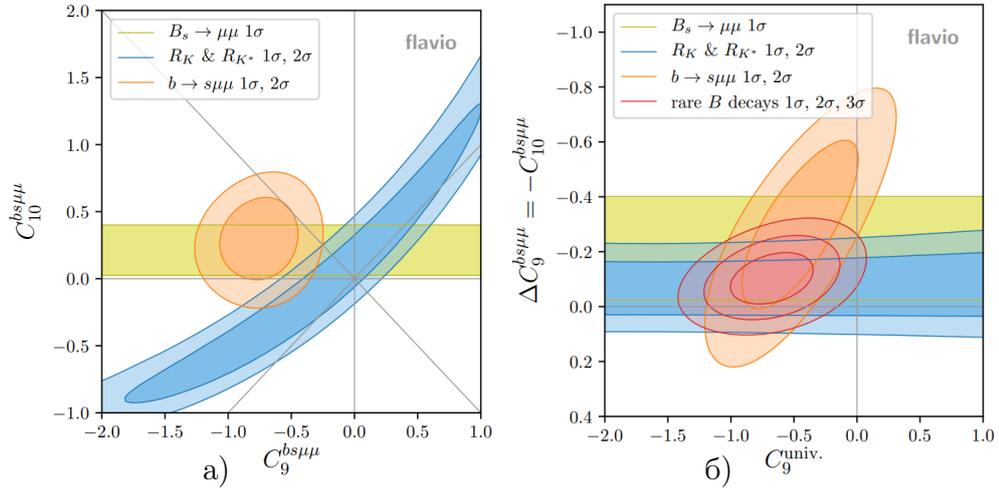


Рисунок 2.1 – Результаты глобальных подгонок коэффициентов  $C_9$  и  $C_{10}$  на основе  $R_K$ ,  $R_{K^*}$  и  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  а) для независимых коэффициентов и б) для  $\Delta C_9 = -C_{10}$  [23]

исключают подобные источники погрешностей.

### 2.3 Исследование перехода $b \rightarrow s$ в распадах $B \rightarrow M_1 M_2$

Аномалии в измерениях отношений лептонной универсальности  $R_{K^{(*)}}$  и  $R_{D^{(*)}}$ , а также угловых параметров  $P_2$ ,  $P_5'$  в переходах  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  привлекли большое внимание ко всем процессам, способным подтвердить или опровергнуть гипотезу НФ в распадах  $B$  мезонов. Среди перспективных процессов можно выделить адронные распады  $B$  мезонов с кварковым переходом  $b \rightarrow s(d)$ . Примеры диаграмм этих распадов приведены на Рис. 2.2.

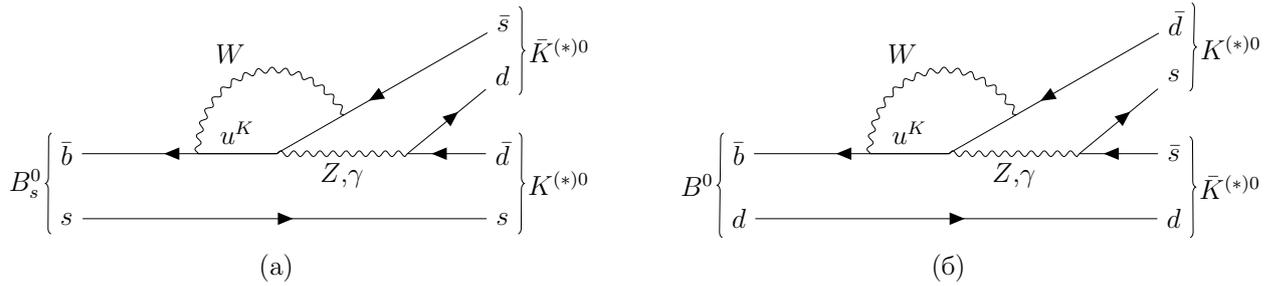


Рисунок 2.2 – Примеры диаграмм Фейнмана для распадов  $B_s^0 \rightarrow K^{(*)0} \bar{K}^{(*)0}$  (а) и  $B^0 \rightarrow K^{(*)0} \bar{K}^{(*)0}$  (б)

По сравнению с полулептонными распадами, эти процессы подвержены более значительным погрешностям при вычислении теоретических амплитуд [63]. Однако, как и в случае  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ , эти погрешности могут быть сокращены при рассмотрении относительных величин.

В работе М. Algueró и др. [112] авторы ввели определение  $L$ -параметров для распадов

$B_{d,s}^0 \rightarrow K^{*0} \bar{K}^{*0}$ . Эта величина состоит из произведения отношений вероятностей и параметров продольной поляризации двух распадов. Обобщив на любое конечное состояние из двух векторных мезонов, авторы определили параметр  $L_{V_1 V_2}$  как

$$L_{V_1 V_2} = \frac{\mathcal{B}_{b \rightarrow s} g_{b \rightarrow d} f_L^{b \rightarrow s}}{\mathcal{B}_{b \rightarrow d} g_{b \rightarrow s} f_L^{b \rightarrow d}}, \quad (2.10)$$

где  $\mathcal{B}_{b \rightarrow q}$  – вероятность распада  $B_Q \rightarrow V_1 V_2$ , соответствующего переходу  $b \rightarrow q$  на кварковом уровне;  $f_L^{b \rightarrow q}$  – доля его продольно поляризованной компоненты;  $g_{b \rightarrow q}$  – множитель фазового пространства соответствующего распада.

Величина  $L_{V_1 V_2}$  связана с амплитудами распада  $B_Q$  в продольно поляризованную пару векторных мезонов  $V_1 V_2$ :

$$L_{V_1 V_2} = \frac{|A_0^s|^2 + |\bar{A}_0^s|^2}{|A_0^d|^2 + |\bar{A}_0^d|^2}. \quad (2.11)$$

Авторы показали, что это отношение может вычислено с хорошей точностью.

Продолжив разработку  $L$ -параметров, в статье [113] А. Biswas и др. предложили аналогичные величины для случаев  $B_Q \rightarrow VP$  и  $B_Q \rightarrow PP$  (здесь  $P$  – псевдоскалярный мезон). В случае двух псевдоскаляров оптимизированный параметр имеет вид

$$L_{P_1 P_2} = \rho(m_{P_1}, m_{P_2}) \frac{\mathcal{B}_{b \rightarrow s}}{\mathcal{B}_{b \rightarrow d}} = \frac{|A^s|^2 + |\bar{A}^s|^2}{|A^d|^2 + |\bar{A}^d|^2} \quad (2.12)$$

(здесь введена функция  $\rho(m_1, m_2)$  – отношение множителей фазовых пространств).

Для конечного состояния «вектор-псевдоскаляр» можно ввести пять параметров. В порядке уменьшения их чувствительности к НФ это:

$$\hat{L}_{V(P)} = \rho(m_P, m_V) \frac{\mathcal{B}(\bar{B}_s \rightarrow V(P) \bar{P}(\bar{V}))}{\mathcal{B}(\bar{B}_d \rightarrow \bar{V}(\bar{P}) P(V))} = \frac{|A^s|^2 + |\bar{A}^s|^2}{|A^d|^2 + |\bar{A}^d|^2}, \quad (2.13)$$

$$L_{V(P)} = 2\rho(m_P, m_V) \frac{\mathcal{B}(\bar{B}_s \rightarrow V(P) \bar{P}(\bar{V}))}{\mathcal{B}(\bar{B}_d \rightarrow \bar{V}(\bar{P}) P(V)) + \mathcal{B}(\bar{B}_d \rightarrow \bar{P}(\bar{V}) P(V))}, \quad (2.14)$$

$$L_{\text{total}} = \rho(m_P, m_V) \frac{\mathcal{B}(\bar{B}_s \rightarrow V \bar{P}) + \mathcal{B}(\bar{B}_s \rightarrow P \bar{V})}{\mathcal{B}(\bar{B}_d \rightarrow \bar{V} P) + \mathcal{B}(\bar{B}_d \rightarrow \bar{P} V)}. \quad (2.15)$$

Проведя анализ  $L$ -параметров в рамках операторного базиса ЭТП, А. Biswas и др. продемонстрировали их чувствительность ко вкладам НФ, изменяющим коэффициент Вильсона  $C_{4q}$  (при глюонном пингвинном операторе) и  $C_{8q}^{\text{эфф.}}$  (при хромомагнитном операторе). Вычисленные в рамках СМ и полученные из экспериментов значения  $L$ -параметров для процессов  $\bar{B}_{s,d} \rightarrow \bar{K}^*(892)^0 K^*(892)^0$ ,  $B_{s,d} \rightarrow K^0 K^*(892)^0$  и  $\bar{B}_{s,d} \rightarrow \bar{K}^0 K^0$  приведены в таблице 10. Все величины взяты из работы [113].

Как можно увидеть, экспериментальная половина таблицы полна белых пятен. Это вызвано тем, что распад  $B^0 \rightarrow K^0 K^*(892)^0$  не наблюдался в эксперименте: самое актуальное на момент написания текста диссертации измерение ЛНСб [114] лишь устанавливает

Таблица 10 – Оптимизированные  $L$ -параметры для распадов  $B_{s,d}^0 \rightarrow K^{(*)0} K^{(*)0}$  [113]

Параметр	Эксперимент	Расчет СМ
$L_{K^* \bar{K}^*}$	$4,43 \pm 0,92$	$19,53_{-6,64}^{+9,14}$
$L_{K \bar{K}}$	$14,58 \pm 3,37$	$26,00_{-3,59}^{+3,88}$
$\hat{L}_K$	— — —	$25,01_{-4,07}^{+4,21}$
$\hat{L}_{K^*}$	— — —	$21,30_{-6,30}^{+7,19}$
$L_K$	— — —	$29,16_{-5,25}^{+5,49}$
$L_{K^*}$	— — —	$17,44_{-5,82}^{+6,59}$
$L_{\text{total}}$	— — —	$23,48_{-3,82}^{+3,95}$

верхний предел его вероятности. В то же время, имеющиеся экспериментальные величины  $L$ -параметров демонстрируют отклонения от предсказаний СМ, но характеризуются погрешностями в  $\sim 20\%$ .

## 2.4 Выводы ко второй главе

Несмотря на значимые трудности теоретических расчетов амплитуд НТИА-распадов с одним или несколькими адронами в конечном состоянии, возможно выявить набор оптимизированных величин, вычисляемых с хорошей точностью. Эти параметры тщательно исследовались коллаборациями LHCb, Belle, BaBar, CMS и ATLAS. Некоторые из полученных результатов демонстрируют отклонения от предсказаний СМ. Общая структура аномалий указывает на гипотетический вклад процессов НФ, изменяющих величины коэффициентов Вильсона  $C_4$ ,  $C_8$ ,  $C_9$  и  $C_{10}$  [15; 67]. Однако точность экспериментальных измерений, ограниченная статистическими погрешностями, не позволяет сделать однозначный вывод о природе аномалий. Дополнительные измерения заряженного тока  $b \rightarrow c \ell^- \nu_\ell$  усиливают общую значимость отклонений и могут сыграть значимую роль в их дальнейшем исследовании. Последние измерения находятся в лучшем согласии со СМ, однако необходимы дальнейшие проверки.

Для разрешения проблемы аномальных измерений необходимо проведение новых исследований и уточнение имеющихся данных. Среди приведенных оптимизированных параметров можно выделить несколько, чьи измерения могут быть обновлены. Это величины  $R_{K^{(*)}}$  в области высоких значений  $q^2$ , угловые параметры  $P_2$  и  $P'_5$ , а также  $L$ -параметры для системы  $PV$  в конечном состоянии. Наиболее подходящим экспериментом для их исследования является детектор LHCb Большого адронного коллайдера, чье описание приведено в следующей главе.

### Глава 3. Эксперимент LHCb Большого адронного коллайдера

Большой адронный коллайдер (БАК) является дуокольцевым ускорителем и коллайдером адронов, установленным в туннеле длиной 26,7 км на границе Швейцарии и Франции [115]. Основным режимом работы экспериментальных установок – протон-протонные взаимодействия, также проводится изучение протон-ионных и ион-ионных столкновений.

БАК соединен с ускорительным комплексом СПС, играющим роль инжектора частиц, двумя туннелями длиной 2,5 км. Четыре большие экспериментальные установки комплекса расположены на точках пересечения встречных пучков. Максимальная энергия протонов в БАК составляет 7 ГэВ. Один пучок включает в себя 2808 ускоряемых сгустков протонов, с  $1,15 \times 10^{11}$  протонами на сгусток. Частота пересечения сгустков составляет 40 МГц (каждые 25 нс).

#### 3.1 Детектор LHCb

Эксперимент LHCb [71] является специализированным детектором, направленным на изучение процессов с прелестными фермионами SM. Основной целью эксперимента является прецизионное измерение параметров нарушения комбинированной  $CP$  четности, характеристик редких распадов  $b$ - и  $c$ -адронов и поиск косвенных проявлений НФ.

Детектор LHCb представляет собой спектрометр с угловой областью регистрации событий в  $10 < \theta < 250$  мрад (соответствует псевдобыстроте  $2 < \eta < 5$ ). Выбор геометрии детектора вызван тем, что при высоких энергиях БАК кинематически предпочтительная область рождения пар  $b\bar{b}$  кварков представляет собой конус вдоль направления движения протонных пучков. Схематическое изображение детектора LHCb на период 2011-2018 годов представлено на Рис. 3.1. Заметим, что детекторная установка была модифицирована для набора данных в сеансе 3 [116]. Более того, ведется работа над проектированием модификации подсистем установки «LHCb Upgrade II» [117] для работы в условиях БАК Повышенной Светимости (High Luminosity Large Hadron Collider, HL-LHC). Однако, поскольку данные сеанса 3 не были задействованы в представленных в данной работе исследованиях, последующее описание детекторных систем будет соответствовать состоянию на первый и второй сеансы. Исключение составляет описание исследований, произведенных в рамках работы над «LHCb Upgrade II» в области калориметрии, приведенное в разделе 5.1.

За первый и второй сеансы работы экспериментом LHCb была набрана статистика в  $9 \text{ фб}^{-1}$  интегральной светимости при энергиях  $pp$ -столкновений в системе центра масс  $\sqrt{s} = 7$ ,

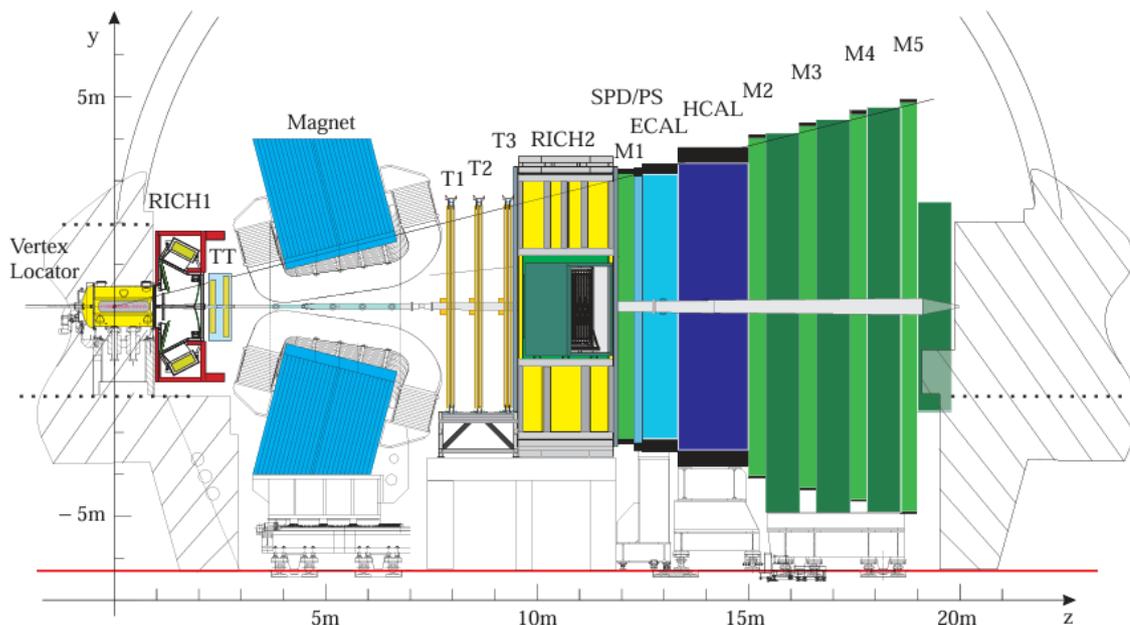


Рисунок 3.1 – Детектор LHCb Большого адронного коллайдера в конфигурации первого и второго сеансов [118]

8 и 13 ТэВ. Интегральная светимость  $\mathcal{L}$  и энергия столкновения протонов  $\sqrt{s}$  для каждого из годов набора данных первых двух сеансов представлены в таблице 11. Для учета возможных систематических эффектов, связанных с полем дипольного магнита трекинговой системы LHCb, в каждый из периодов набора данные были получены при двух конфигурациях поля: вверх (далее MU, magnet up) и вниз (MD, magnet down).

Таблица 11 – Интегральная светимость  $\mathcal{L}$  первого и второго сеансов эксперимента LHCb

Год	Сеанс 1				Сеанс 2							
	2011	2012	2015	2016	2017	2018						
$\sqrt{s}$ , ТэВ	7		8		13							
Полярность магнита	MU	MD	MU	MD	MU	MD	MU	MD	MU	MD	MU	MD
$\mathcal{L}$ , [аб <sup>-1</sup> ]	475,31	592,94	996,20	987,52	122,23	162,37	777,71	842,21	818,38	862,09	1107,48	1024,40

### 3.2 Трекинговая система LHCb

Спектрометр LHCb состоит из дипольного магнита, вершинного детектора VELO (Vertex Locator) [119], внутреннего трекера TT перед магнитом и трекинговыми станциями T1-T3 [120] после. Трекинг заряженных частиц осуществляется в магнитном поле 4 Т, позволяющем проводить измерение импульса.

### 3.2.1 Вершинный детектор VELO

Вершинный детектор VELO является кремниевым микростриповым детектором, расположенным непосредственно вблизи точки пересечения пучков. Он измеряет координаты треков вблизи точки соударения, которые используются для параметризации положений первичных и вторичных вершин взаимодействий. Детектор регистрирует треки в геометрической области  $15 \div 300$  мрад, что соответствует 27 % всех рожденных  $b\bar{b}$  пар [121]. Восстановление первичной вершины и сопутствующих вторичных вершин применяется при фильтрации потока событий программным триггером высшего уровня (HLT, High Level Trigger) [122]. Информация с VELO обеспечивает возможность реконструкции прицельного параметра трека (наименьшего расстояния между треком и первичной вершиной), что, в свою очередь, позволяет производить эффективный отбор сигнальных событий. Также VELO позволяет реконструировать распады тяжелых короткоживущих частиц, происходящие в апертуре детектора.

VELO включает в себя 42 полукруглых модуля, расположенных вдоль оси пучка  $z$ . Модули состоят из  $R$ -сенсоров и  $\Phi$ -сенсоров [119], определяющие соответствующую координату хита трека в цилиндрической системе. Ближайший сенсор расположен в 7 мм от точки пересечения пучков. Пространственное разрешение детектора по отношению к треку варьируется в зависимости от проекции угла трека и составляет  $15 \div 35$  % от наклона кремниевых микрострипов. Разрешение по отношению к первичной вершине зависит от числа треков, используемых для ее восстановления, и составляет  $10 \div 35$  мкм в плоскости, перпендикулярной пучку  $xy$ , и  $50 \div 300$  мкм вдоль оси пучка  $z$ . Разрешение по отношению к прицельному параметру треков обратно пропорционально поперечному импульсу частицы  $p_T$  и составляет  $(15 + 29/p_T)$  мкм.

### 3.2.2 Трековые станции

Трековые станции включают в себя внутренний кремниевый трекер ТТ (Tracker Tigrisensis) и три внешние станции Т1-Т3. Последние состоят из кремниевых микрострипов в секции близ пучка (внутренний трекер, IT) и газотрубочных детекторов во внешней области (внешний трекер, OT) [120]. Основным требованием к трекинговой системе является высокое пространственное разрешение в условиях значительной множественности заряженных треков в детекторе. Его исполнение обеспечивают как высокую эффективность реконструкции событий, так и качество работы триггера эксперимента.

Размер кремниевых микрострипов станции ТТ и внутреннего трекера составляет 183

мкм и 198 мкм соответственно. Станция ТТ имеет размеры  $150 \times 130$  см, что соответствует площади в  $\approx 8$  м<sup>2</sup>. Внутренний трекер покрывает область  $120 \times 40$  см близ трубы пучка с полной площадью 4 м<sup>2</sup>. Микрострипы расположены слоями под углами  $0^\circ$ , «минус»  $5^\circ$  и «плюс»  $5^\circ$  относительно поверхности.

Внешний трекер ЛНСб выполнен в технологии дрейфовых трубок. Как и в случае внутреннего трекера и ТТ, внешний трекер каждой из станций состоит из четырех слоев модулей, расположенных под углами  $0^\circ$ , «минус»  $5^\circ$  и «плюс»  $5^\circ$ . Каждый из модулей включает в себя два слоя дрейфовых трубок.

Площадь внешнего трекера составляет  $5 \times 6$  м<sup>2</sup>. Каждая трубка имеет длину 2,4 м и внутренний диаметр 4,9 мм. В качестве газового наполнителя используется смесь Ar/CO<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> в пропорции 70/28,5/1,5 %, что обеспечивает время дрейфа менее 50 нс. Средняя эффективность регистрации хитов внешним трекером составляет 99,2 %. Пространственное разрешение детектора не превышает 200 мкм.

Поскольку трекинг-система ЛНСб в основном находится вне магнитного поля, восстановление треков заряженных частиц представляет собой параметризацию и сложение фрагментов прямых в областях до и после магнита [123]. Вводится пять категорий треков:

- VELO-треки, имеющие ассоциированные хиты в VELO;
- предмагнитные (upstream) треки, имеющие хиты в VELO и ТТ (то есть в подсистемах, расположенных до дипольного магнита);
- Т-треки, имеющие хиты только в станциях Т1-Т3;
- послемагнитные (downstream) треки, имеющие хиты в ТТ и станциях Т1-Т3;
- длинные (long) треки, имеющие хиты хотя бы в VELO и Т1-Т3. Треки, имеющие хиты в ТТ в дополнение к указанным, также относятся к длинным трекам.

Схема, иллюстрирующая подразделение треков в системе ЛНСб, представлена на Рис. 3.2.

Реконструкция треков осуществляется путем комбинирования фрагментов траекторий набором алгоритмов, специализированных по категории трека и станциям. Завершающим этапом реконструкции является применение фильтра Калмана [124] для подгонки трека, учитывающее эффекты множественного рассеяния и ионизационных потерь. Качество трека оценивается в единицах  $\chi^2$  на число степеней свободы параметризации. Процедура экстраполяции треков между различными подсистемами детекторной установки может ошибочно создать ложную комбинацию, так называемой «трека-духа» (ghost). Доля духов составляет порядка  $6,5 \div 20$  % от полного числа треков в событии и сильно зависит от множественности заряженных частиц [125]. Подавление духов осуществляется применением нейронной сети.

Средняя эффективность реконструкции треков составляет  $> 96$  % для треков с импуль-

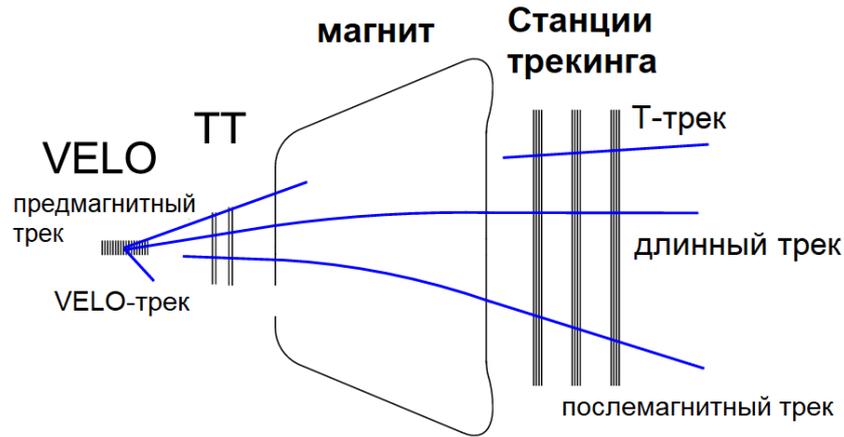


Рисунок 3.2 – Классификация треков в LHCb

сом  $5 \text{ ГэВ}/c < p < 200 \text{ ГэВ}/c$  и зависит от множественности заряженных частиц [123]. Разрешение измеренного трекинговой системой импульса составляет  $\approx 0,5 \div 0,8\%$  для частиц с импульсами  $5 \text{ ГэВ}/c < p < 200 \text{ ГэВ}/c$ . Следует подчеркнуть, что данная оценка разрешения импульса действительна только для трекинговой системы и не учитывает возможное изменение импульса частицы при прохождении материала детектора за счет испускания фотонов тормозного излучения.

### 3.3 Система идентификации частиц LHCb

Система идентификации частиц эксперимента LHCb предназначена для определения типа (или, эквивалентно, инвариантной массы) нейтральных и заряженных частиц. Она включает в себя детектор колец излучения Вавилова-Черенкова RICH, калориметрическую систему и мюонные станции. Последние также используются для трекинга мюонов. Каждый из детекторов системы измеряет специализированный набор характеристик реконструируемой частицы-кандидата. Окончательная идентификация производится методом применения обученных многомерных классификаторов, использующих комбинацию всей доступной информации [126].

#### 3.3.1 Детектор колец излучения Вавилова-Черенкова RICH

Система RICH эксперимента LHCb позволяет производить определение рода частицы для широкой области импульсов:  $2 \text{ ГэВ}/c < p < 100 \text{ ГэВ}/c$  [127]. Основной задачей системы является идентификация заряженных адронов:  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ . Информация, получаемая RICH, также косвенно используется при идентификации электронов и мюонов.

Идентификация частиц системой RICH основана на пороговом характере возникнове-

ния излучения Вавилова-Черенкова. Для возникновения излучения, проходящая через среду заряженная частица должна иметь скорость, превышающую скорость света в данной среде  $v > c/n$ . В импульсном представлении это требование может быть выражено, как

$$p > \frac{mc}{\sqrt{n^2 - 1}}. \quad (3.1)$$

Угол конуса, в котором испускается излучение  $\theta_C$ , равен

$$\theta_C = \frac{\sqrt{m^2 c^2 + p^2}}{pn}. \quad (3.2)$$

Измерение угла распространения черенковского излучения при известном импульсе позволяет однозначно определить массу частицы, то есть провести идентификацию.

Поскольку точная регистрация угла  $\theta_C$  ограничена возможностями детектора, идентификация частицы производится путем сравнения логарифмической функции правдоподобия гипотезы принадлежности измеренного угла  $\theta_{reco}$  треку частицы  $X$  с массой  $m_X$ :  $\mathcal{L}(\theta_{reco}; \theta_C | m_X)$ . Базовой гипотезой о природе частицы  $X$  является пион  $\pi$ . После вычисления правдоподобия для всех рассматриваемых гипотез по оптимизированному алгоритму, вычисляется разница логарифмических функций правдоподобия для максимизирующей  $\mathcal{L}(\theta_{reco}; \theta_C | m_X)$  частицы  $X$  и пионной гипотезы  $\mathcal{L}(\theta_{reco}; \theta_C | m_\pi)$   $DLL_X$ :

$$DLL_X = \mathcal{L}(\theta_{reco}; \theta_C | m_X) - \mathcal{L}(\theta_{reco}; \theta_C | m_\pi). \quad (3.3)$$

Данный параметр может быть напрямую использован в качестве переменной идентификации. Дополнительно, использование полученного  $DLL_X$  вкупе с прочими характеристиками трека позволяет обучить эффективный многомерный классификатор или нейронную сеть для задач идентификации частиц.

Система включает в себя два детектора: RICH1 и RICH2. Первый из них обеспечивает покрытие полного геометрического диапазона спектрометра ( $25 \div 300$  мрад) и специализирован на частицах, обладающих низким импульсом  $2 \div 40$  ГэВ/с. Второй – RICH2 – покрывает область телесных углов  $15 \div 120$  мрад и кинематическую область  $15 \div 100$  ГэВ/с. Система RICH1 расположена сразу после локатора вершин VELO. Система RICH2 расположена после дипольного магнита, поскольку частицы-кандидаты с высоким импульсом менее подвержены отклонению в магнитном поле.

В качестве радиатора RICH1 используется аэрогель с показателем преломления  $n = 1,03$  и  $C_4F_{10}$  с показателем преломления  $n = 1,0014$ . Пороговый импульс рождения черенковского излучения для каонов в  $C_4F_{10}$  составляет  $9,3$  ГэВ/с. Частицы с более низким импульсом

могут быть идентифицированы как каоны только в режиме вето, то есть по отсутствию регистрируемого излучения. Радиатор из аэрогеля используется для позитивной идентификации каонов с низким импульсом и разделения каонов и протонов.

В RICH2 используется газ  $\text{CF}_4$  с 5%-ой добавкой углекислого газа; показатель преломления радиатора составляет  $n = 1,0005$ . Излучение Вавилова-Черенокова, вызванное прохождением заряженных частиц через радиатор, фокусируется в кольцевые изображения на гибридных фотодетекторах [128].

### 3.3.2 Калориметрическая система

Калориметрическая система включает в себя сцинтиляционно-падовый детектор (Scintillating Pad Detector, SPD), предливневой детектор (Pre-Shower, PS), электромагнитный (ECAL) и адронный (HCAL) калориметры. Система позволяет проводить идентификацию электронов, фотонов и адронов, уточнять измерения их энергии и импульса, производить отбор кандидатов с большой поперечной энергией  $E_T$  для триггера нулевого уровня L0 [129].

#### Сцинтиляционно-падовый детектор SPD и предливневой детектор PS

Системы SPD и PS являются стенами из ячеек сцинтиллятора со встроенными спектросмещающими волокнами и фотоэлектронными умножителями (ФЭУ). Стены сцинтиллятора разделены свинцовым поглотителем с толщиной в 2,5 радиационной длины  $X_0$ . Каждый из детекторов состоит из 6016 ячеек. Каждая ячейка SPD предоставляет бинарный сигнал, определяемый результатом сравнения выделенной в ячейке энергии с пороговым значением. Это позволяет различить нейтральные и заряженные частицы, а также, совместно с сигналом с соответствующей ячейки PS, улучшает идентификацию электронов и фотонов.

#### Электромагнитный калориметр ECAL

Электромагнитный калориметр ECAL представляет собой гетерогенную структуру типа «шашлык». Он состоит из ячеек – стопок последовательно расположенных слоев сцинтиллятора толщиной 4 мм и свинцового поглотителя (2 мм), «нанизанных» на спектросмещающие волокна, выходящие на ФЭУ. Общая толщина ECAL составляет 25 радиационных длин  $X_0$ , что позволяет осуществить полное поглощение электромагнитного ливня и обеспечивает оптимальное разрешение. Конструкция детектора подразделяется на три секции по расстоянию от ионовода БАК – внутреннюю, среднюю и внешнюю. Сегментация калориметра зависит от секции: линейный размер основания ячейки составляет 4,04 см для внутренней, 6,06 см

для средней и 12,12 см для внешней секции. Эти размеры превышают эффективный радиус Мольера для ECAL (3,5 см) и позволяют оптимизировать конструкцию детектора в условиях неравномерного распределения множественности треков. Схема ячейки электромагнитного калориметра LHCb представлена на Рис. 3.3.

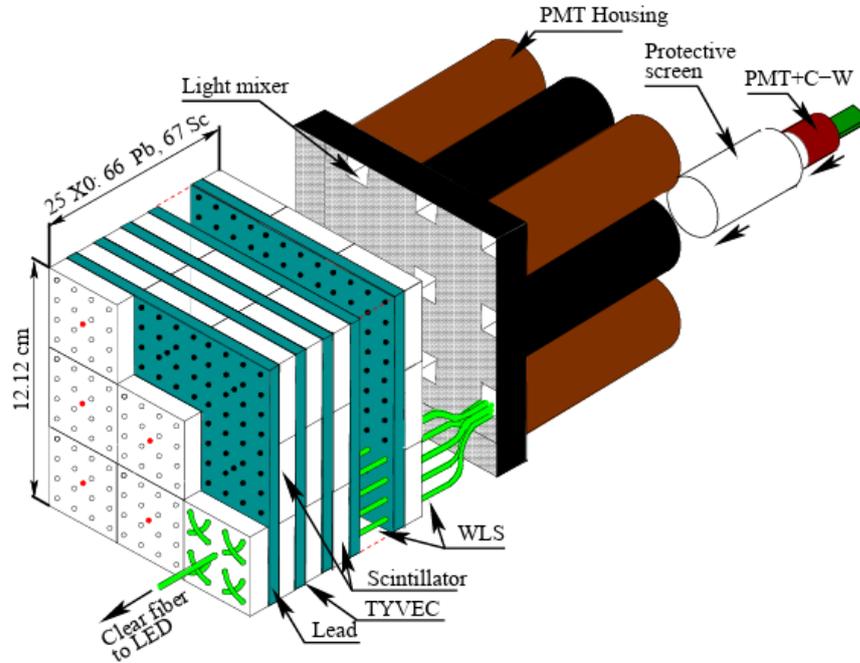


Рисунок 3.3 – Ячейка электромагнитного калориметра LHCb [129]

При реконструкции энергетических выделений в ECAL используется группирующий алгоритм. Ячейки с энерговыведениями группируются в кластеры  $3 \times 3$  с центром, соответствующим локальному максимуму энерговыведения. Каждый кластер характеризуется полной энергией, положением, и двумерным распределением энергии.

Для определения принадлежности кластера заряженной или нейтральной частице, каждый трек событий экстраполируется к калориметру. Для каждой потенциальной пары «трек-кластер» измеряется двумерная метрика  $\chi_{2D}^2$ . Все кластеры с  $\chi_{2D}^2$  выше порогового значения относятся к нейтральным (то есть вызванным фотонами), ниже - ассоциированным с наилучшим экстраполированным треком. Измерение энергии фотонных кластеров учитывает энерговыведения в соответствующей ячейке PS. Нейтральные пионы  $\pi^0$  реконструируются как пары хорошо разделенных фотонов.

Разрешение ячейки электромагнитного калориметра, измеренное на электронах, может быть параметризовано в виде [129]

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{(9,0 \pm 0,5) \%}{\sqrt{E}} \oplus (0,8 \pm 0,2) \% \oplus \frac{0,003 \%}{E \sin \theta}, \quad (3.4)$$

где  $E$  – энергия частицы в ГэВ,  $\theta$  – угол между осью пучка и вектором от точки взаимодействия к центру ячейки калориметра.

### Адронный калориметр HСAL

Как и ЕСAL, адронный калориметр эксперимента LHCb имеет гетерогенную структуру. Он состоит из ячеек, собранных из чередующихся пластин поглощающего и активного вещества. В качестве поглотителя используется железо, активным веществом является сцинтиллятор. Особенностью гетерогенной структуры адронного калориметра является расположение пластин параллельно оси пучка. Выбранная конфигурация пластин позволяет улучшить сбор света к ФЭУ по сравнению с перпендикулярной ориентацией [129].

Ввиду ограничений доступного размера детектора, толщина HСAL составляет 5,6 ядерных длин взаимодействий  $\lambda_i$ . Информация с HСAL используется в качестве дополнительной к измерениям ЕСAL, а также для фильтрующего триггера нулевого уровня L0. Согласно [130], разрешение HСAL составляет

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{(69 \pm 5) \%}{\sqrt{E}} \oplus (9 \pm 2) \%, \quad (3.5)$$

где энергия  $E$  выражается в ГэВ.

### 3.3.3 Мюонная система

Мюонная система [131] осуществляет идентификацию мюонных треков и является важным компонентом триггера аппаратного уровня L0. Он состоит из пяти станций M1-M5.

Станция M1 спроектирована с использованием технологии газовых электронных умножителей (Gas Electron Multiplier, GEM). Станции M2-M5 представляют собой многопроволочные пропорциональные камеры (Multi Wire Proportional Chambers, MWPC). Станция M1 находится перед калориметрами и используется для улучшения качества измерения поперечного импульса  $p_T$ , задействованного в триггере. Остальные станции располагаются за калориметрами и разделяются слоями железного поглотителя толщиной 80 см.

Каждая из станций подразделяется на четыре секции R1-R4 в зависимости от удаленности от оси пучка. Относительные размеры секций составляют 1 : 2 : 4 : 8, что обеспечивает сравнительное равенство заполненности каналов считывания.

## 3.4 Триггер эксперимента LHCb

Система онлайн-отбора событий эксперимента LHCb [122; 132] позволяет снизить поток данных, получаемой детектором, за счет быстрой оценки информации и вето событий,

не предусмотренных в поставленных физических задачах коллаборации. Проект триггера ЛHCб развивается за счет оптимизации алгоритмов и систем считывания данных, что проявляется в ряде различий между триггером, использованном во время первого и второго сеансов работы БАК. Общая схема триггера эксперимента ЛHCб представлена на Рис. 3.4.

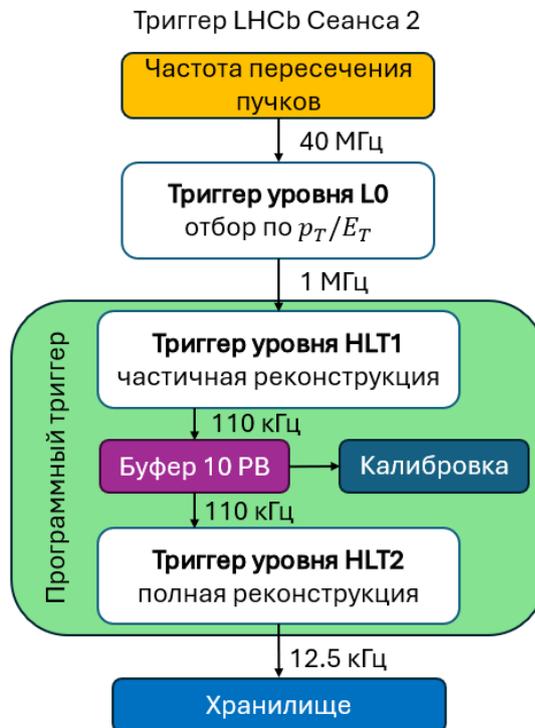


Рисунок 3.4 – Схема триггера ЛHCб для сеанса 2

Фильтры отбора событий в эксперименте ЛHCб реализуются в виде «триггерных линий» (trigger lines). Они включают в себя требования к частицам-кандидатам и алгоритмы реконструкции и отбора. Событие получает положительное решение триггера и сохраняется для дальнейшей обработки в случае, если оно отвечает хотя бы одной из триггерных линий соответствующей стадии. Каждой комбинации триггерных линий соответствует 32-битный ключ конфигурации триггера (Trigger Configuration Key, ТСК). Сохраненное для дальнейшей обработки событие включает ТСК, что позволяет получить полную информацию о пройденном событием триггере.

Положительные решения триггера по отношению к событию подразделяются на две категории:

1. Категория «триггер на сигнал» (Trigger On Signal, TOS) включает в себя события, в которых присутствует сигнальный кандидат, удовлетворяющий триггерной линии;
2. Категория «триггер независимо от сигнала» (Trigger Independent of Signal, TIS) включает в себя события, в которых присутствуют прочие (не сигнальные) кандидаты, про-

шедшие отбор триггера.

Категории не являются взаимоисключающими: события с комбинацией сигнальных и не-сигнальных кандидатов, удовлетворяющих триггеру, также сохраняются для дальнейшей обработки.

### 3.4.1 Триггер аппаратного уровня L0 (сеансы 1 и 2)

Триггер ЛНСб состоит из двух этапов. Первый этап – триггер нулевого уровня L0–осуществляется на аппаратном уровне. Триггер L0 позволяет уменьшить поток информации с 40 МГц до 1 МГц. Он подразделяется на триггеры L0-Calorimeter, L0-Muon и L0-PileUp. Последний используется для определения светимости. Триггер L0-Calorimeter использует информацию, предоставляемую системами SPD, PS, ECAL и HCAL. Для его работы производится вычисление поперечной энергии  $E_T$  кластеров, состоящих из  $2 \times 2$  ячеек калориметров. Поперечная энергия кластера выражается согласно

$$E_T = \sum_{i=1}^4 E_i \sin \theta_i, \quad (3.6)$$

где  $E_i$  – энерговыделение в ячейке  $i$ ,  $\theta_i$  – угол между осью пучка и вектором от точки взаимодействия до центра веса кластера. Из набора кластеров в событии составляются три категории кандидатов:

1. Адронный кандидат (L0Hadron) – кластер в адронном калориметре с наибольшим значением  $E_T$  (или суммы  $E_T$  кластеров в адронном и электромагнитном калориметрах при условии совпадения ячеек)

2. Фотонный кандидат (L0Photon) – кластер в электромагнитном калориметре с наибольшим значением  $E_T$ , одним или двумя ассоциированными хитами в ячейках PS, отсутствием хитов в соответствующих ячейках SPD и нулевым энерговыделением в HCAL.

3. Электронный кандидат (L0Electron) – то же, что и L0Photon, но с хотя бы одним хитом в соответствующих ячейках SPD.

Энергия кандидатов сравнивается с пороговым значением. Если хотя бы один из кандидатов проходит фильтрацию, событие сохраняется и продолжает обрабатываться.

Реализация мюонного аппаратного триггера L0 отличается от прочих и задействует только мюонные станции M1-M5 в режиме совпадений. Для прохождения фильтра событие должно иметь один (L0Muon) или два (L0DiMuon) мюонных кандидата с реконструированным поперечным импульсом  $p_T$  (или произведением  $p_{T1} \cdot p_{T2}$  для L0DiMuon), превышающим установленное пороговое значение, и трековыми хитами во всех пяти станциях.

Во втором сеансе набора данных было введено дополнительное пороговое требование к множественности треков в событии для уменьшения сложности сохраняемых событий и более быстрой реконструкции на онлайн уровне. Фильтр реализован в виде ограничения на число сработавших ячеек детектора SPD.

### 3.4.2 Триггер программного уровня HLT

Триггер программного (или верхнего) уровня (High Level Trigger, HLT) состоит из двух стадий – HLT1 и HLT2. Этот этап обработки принимает события, прошедшие триггер L0, и уменьшает поток информации с 1 МГц до 110 кГц (43 кГц для сеанса 1) на первом этапе и 12,5 кГц (3 кГц для сеанса 1) на втором. Триггер HLT осуществляется на компьютерной ферме Event Filter Farm (EFF), параллельно исполняющей 26110 копий программы.

Первый уровень триггера HLT1 включает в себя частичную реконструкцию события: производится обнаружение, восстановление и подгонка длинных треков и первичных вершин *pp* взаимодействий. Пороговое значение поперечных импульсов треков, восстанавливаемых HLT1, составляет 1,2 ГэВ/с для сеанса 1 и 500 МэВ/с для сеанса 2. Ввиду требований к времени обработки события, HLT1 применяет упрощенные алгоритмы реконструкции, что уменьшает качество измерения характеристик треков по сравнению с оффлайн-реконструкцией.

Второй уровень программного триггера HLT2 включает в себя полную реконструкцию события. Он может быть подразделен на три шага: восстановление треков заряженных частиц, восстановление нейтральных частиц и идентификация частиц. Восстановление треков использует полный набор доступной информации со всех детекторных подсистем, что позволяет производить реконструкцию длинных и послемагнитных треков с лучшей доступной точностью. Восстановление нейтральных частиц выполняется путем комбинации кластеров энерговыделений в ECAL, HCAL и PS и измерения их изоляции по отношению к заряженным трекам, реконструированным на прошлом этапе. Идентификация частиц производится методом проверок гипотез принадлежности зарегистрированных детектором RICH колец излучения Вавилова-Черенокова частицам той или иной массы. В первом сеансе реконструкция данных RICH производилась только для доли избранных треков кандидатов, в то время как во время сеанса 2 полная реконструкция производилась для всех треков события. Информация из ECAL, HCAL и PS также используется при идентификации.

### 3.5 Моделирование и программное обеспечение LHCb

Схема последовательности обработки экспериментальных и моделированных данных приведена на 3.5.

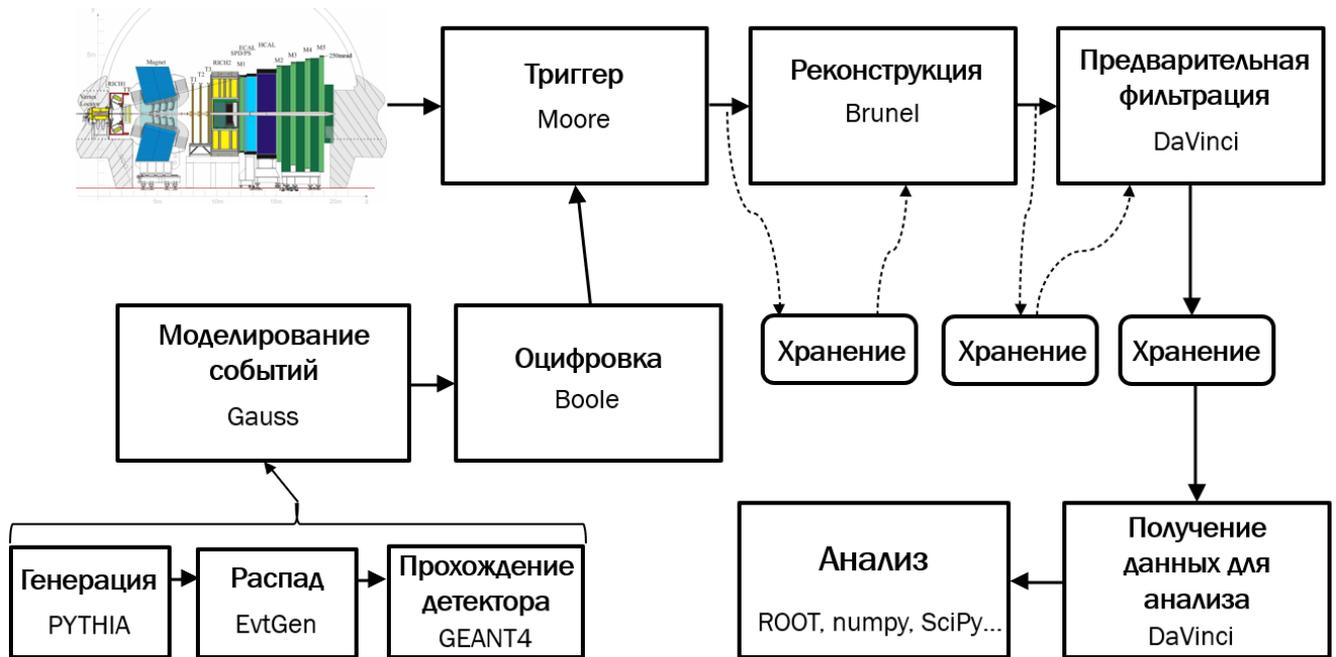


Рисунок 3.5 – Схема последовательности обработки данных эксперимента LHCb сеансов 1 и 2 с указанием используемого программного обеспечения

Моделирование событий  $pp$  соударений и работы детекторных подсистем является необходимым элементом любого эксперимента физики высоких энергий. В эксперименте LHCb моделирование событий контролируется независимыми программными пакетами GAUSS [17] и BOOLE [133]. Приложение GAUSS ответственно за генерацию первичных частиц и их прохождение через детектор LHCb. BOOLE производит моделирование работы различных подсистем детектора и оцифровку передаваемой ими информации в тот же формат, в котором считывается информация с реального детектора. После оцифровки, экспериментальные (настоящие) и моделированные данные подвергаются одинаковым процедурам триггерной фильтрации, реконструкции событий и, наконец, физического анализа.

Работа приложения GAUSS состоит из двух независимых фаз:

- генерация первичного события;
- моделирование прохождения частиц через экспериментальную установку.

Первая фаза начинается с моделирования  $pp$ -взаимодействий пучков БАК, осуществляемого генератором PYTHIA [134]. Распад короткоживущих частиц выполняется пакетом EVTGEN

[135], разработанным коллаборацией ВаВаг специально для описания распадов  $B$ -мезонов. Для генерации излучения в конечном состоянии используется PHOTOS [136]. Возможно использование альтернативных пакетов для генерации и описания распада частиц, к примеру HERWIG++ [137] и SHERPA [138]. Генерация моделированных событий осуществляется методом Монте-Карло. Моделирование детекторной установки ЛНСб во второй фазе осуществлено при помощи программного пакета GEANT4 [18; 139].

### 3.6 Этапы обработки данных ЛНСб

Экспериментальные и моделированные данные, получаемые подсистемами детекторной установки ЛНСб, обрабатываются в несколько этапов. Оцифрованные BOOLE продукты моделирования и настоящие данные с детекторных АЦП подвергаются фильтрации триггером. Следующим шагом является полная оффлайн реконструкция событий приложением BRUNEL [133]. Предварительная фильтрация реконструированных событий алгоритмами Stripping с целью отбора физически интересных процессов осуществляется приложением DAVINCI [133]. Фильтрованные наборы данных доступны для анализа конечным пользователем. Анализ может осуществляться как при помощи DAVINCI, так и с помощью пакета ROOT [16] для C++, PYROOT для Python и др. Моделированные события на уровне численной генерации генерации (до оцифровки BOOLE, не включают моделирование работы детектора), данные до предварительной фильтрации и другие промежуточные наборы данных могут быть запрошены или самостоятельно произведены конечным пользователем.

## Глава 4. Исследование $R_K$ в области высокой инвариантной массы лептонной пары

Результаты приведенного в данной главе исследования опубликованы в работе [140] коллаборации LHCb, в подготовку которой автор внес определяющий вклад.

Напомним, что введенная в главе 2 величина  $R_K$  определяется как отношение вероятностей распадов

$$R_K = \frac{\int_{q^2_{\min}}^{q^2_{\max}} \frac{d\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{dq^2} dq^2}{\int_{q^2_{\min}}^{q^2_{\max}} \frac{d\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{dq^2} dq^2}, \quad (4.1)$$

где  $q^2$  является квадратом инвариантной массы лептонной пары. Это отношение точно вычисляемо в рамках СМ и равно  $R_K = 1,0000 \pm 0,0001$  при интегрировании по всему пространству  $q^2$  [51].

При измерении  $R_K$  в ограниченной области по  $q^2$  необходимо учитывать электромагнитные поправки [84]. Эти поправки включены в моделирование LHCb благодаря программному пакету PHOTOS [136]. Остаточная погрешность теоретического предсказания  $R_K$  ввиду возможных неточностей PHOTOS была исследована в работе [84] и составляет  $\sim 1\%$ . Таким образом, любое значимое отклонение измеренного значения  $R_K$  от единицы может являться указанием на НФ.

В предыдущем анализе коллаборации LHCb [85] значения  $R_K$  и  $R_{K^*0}$  измерялись в области инвариантной массы лептонной пары  $q^2 \in [1,1; 6,0] \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Полученные значения

$$R_K = 0,949_{-0,041}^{+0,042}(\text{стат.})_{-0,022}^{+0,022}(\text{сист.}),$$

$$R_{K^*0} = 1,027_{-0,068}^{+0,072}(\text{стат.})_{-0,026}^{+0,027}(\text{сист.})$$

соответствуют теоретическим предсказаниям СМ (первая погрешность – статистическая, вторая – систематическая).

Однако, в последние годы в измерениях вероятностей распадов и угловых параметров в процессах, проходящих по каналу  $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$ , наблюдались незначительные расхождения между экспериментальными результатами и теоретическими предсказаниями по СМ. К таковым относятся измерения дифференциальных вероятностей распадов  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  и  $B^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ , экспериментальные значения которых ниже теоретических предсказаний в области низкого значения  $q^2$  [79; 141], и экспериментальное измерение угловой величины  $P'_5$ , отличающееся от теоретического предсказания СМ на  $3,5\sigma$  стандартных отклонений [97].

В представленной работе проведено измерение параметра  $R_K$  в области инвариантных масс лептонной пары  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$  (Рис. 4.1).

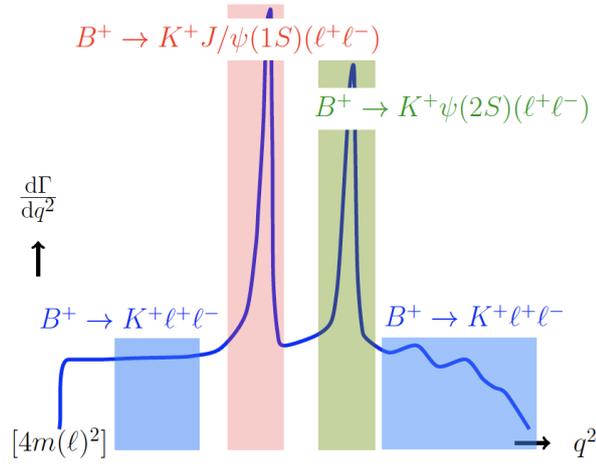


Рисунок 4.1 – Спектр канала  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  по инвариантной массе лептонной пары  $q^2$

Выбор области измерения продиктован следующими факторами. Наиболее низкая область по  $q^2$  характеризуется фотонным полюсом, где кварковый переход сопровождается  $\gamma$ -пропагатором и отклонение от СМ отсутствует. Выше в спектре  $q^2$  расположена область чармониевых резонансов  $J/\psi$  и  $\psi(2S)$ , распады которых также не подвержены эффектами физики за пределами СМ. Данные области используются в качестве контрольных и нормировочных каналов. Экспериментальные данные, соответствующие области  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ , ранее не рассматривались в исследованиях коллаборации LHCb, что делает новое измерение комплементарным к представленному в работе [85]. Подразумевается комплементарность экспериментальных измерений, поскольку теоретическое значение  $R_K$  не зависит от  $q^2$ .

#### 4.1 Стратегия анализа

Общая стратегия анализа основана на стремлении к максимизации чистоты исследуемого набора данных (т. е. минимизации фоновых вкладов), а не оптимизации максимального числа сигнальных событий. Данное решение обусловлено сложностью параметризации распределения инвариантных масс трех треков-кандидатов  $K^+e^+e^-$  ввиду формы вклада от комбинаторного фона и процессов с промежуточным резонансом  $\psi(2S)(\rightarrow e^+e^-)$ . В случае оптимизации отбора для максимизации числа сигнальных событий в исследуемых данных, указанные источники фонов могут привести к значительной систематической погрешности измерения  $R_K$ , что нивелирует любые достигнутые сокращения статистической погрешности. Следовательно, чистота набора сигнальных данных обеспечивает наиболее прецизионное измерение наблюдаемой величины.

### 4.1.1 Экспериментальные особенности исследования распадов $K^+e^+e^-$ и $K^+\mu^+\mu^-$ в LHCb

Экспериментальное измерение наблюдаемой  $R_K$  требует исследование и контроль над различиями между реконструкцией конечных состояний  $B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$  и  $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$  в эксперименте LHCb. Наиболее значительная разница между ними обусловлена тормозным излучением, испускаемым электронами при их прохождении через вещество детектора. Испускание тормозного излучения электронами и его последующая реконструкция приводит к разнице в разрешении измерений импульса треков электронов и мюонов и, следовательно, к разнице в разрешении измерений инвариантных масс реконструированных кандидатов  $B$ -мезонов.

Для иллюстрации особенностей реконструкции, связанных с тормозным излучением, рассмотрим электронный трек от распада  $B^+ \rightarrow K^+J/\psi(e^+e^-)$ . Такой трек может потерять значительную долю своего импульса посредством тормозного излучения еще до достижения калориметрической системы детектора. Для компенсации этих потерь в эксперименте LHCb применяется специально разработанный алгоритм восстановления тормозного излучения [142; 143], который устанавливает связь между подходящими энергетическими кластерами в электромагнитном калориметре ECAL и соответствующем им электронным треком. Однако, ввиду неидеальности данной процедуры, тормозные фотоны могут быть как потеряны (неучтенные кластеры), так и неверно приписаны к треку (образовавший кластер фотон испущен другим источником). Последнее приводит к завышенной оценке импульса электрона. В результате в распределении инвариантных масс трех треков  $m_{K^+e^+e^-}$  наблюдаются хвосты, занимающие области ниже и выше инвариантной массы материнской частицы ( $B$  мезона), соответственно.

Различие в разрешении проиллюстрировано двумерными распределениями по инвариантной массе трех треков  $m(K^+\ell^+\ell^-)$  и квадрату переданного четырехимпульса  $q^2$  (Рис. 4.2). Данные распределения соответствуют полному набору данных первого и второго сеанса работы эксперимента LHCb с наложенными требованиями предварительной фильтрации и выбором подходящих конфигураций триггера. Рассматривая Рис. 4.2, следует отметить следующие особенности:

- Резонансный пик с центром в  $m(K^+\ell^+\ell^-) \approx 5,28 \text{ ГэВ}/c^2$  и  $q^2 \approx 9,6 \text{ ГэВ}^2/c^4$ , соответствующий распаду  $B^+ \rightarrow K^+J/\psi$ . Связанные с излучением хвосты принимают форму диагонального удлинения;
- Другой резонансный пик с центром в  $m(K^+\ell^+\ell^-) \approx 5,28 \text{ ГэВ}/c^2$  и  $q^2 \approx 13,6 \text{ ГэВ}^2/c^4$

соответствующий распаду  $B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)$ ;

— В области слева от пиков расположены удлинненные горизонтальные структуры, соответствующие частично-реконструированным распадам;

— Резонансный редкий распад  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$ , соответствующий вертикальной полосе со значением  $m(K^+\ell^+\ell^-) \approx 5,28 \text{ ГэВ}/c^2$  и проходящей через все значения  $q^2$ .

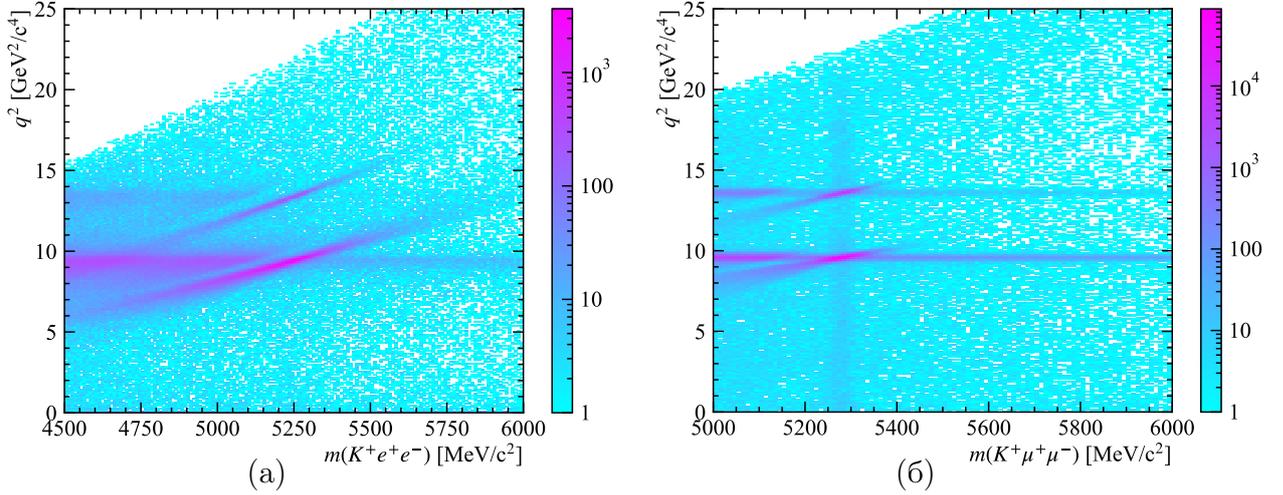


Рисунок 4.2 – Распределения  $(m_{K+\ell+\ell^-} \times q^2)$  для а) электронной и б) мюонной моды

### 4.1.2 Стратегия отбора по параметру $q^2$

Ошибки в ассоциации кластеров энерговыделений с электронными треками при восстановлении тормозного излучения могут привести к появлению хвоста в распределении инвариантных масс  $m_{K^+e^+e^-}$  в области выше реконструированного сигнального пика. Этот эффект также вызывает смещение измеряемого значения инвариантной массы электронной пары  $q^2$  в сторону больших значений, что является проблемой для анализа событий в рассматриваемой области  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ .

Наглядная иллюстрация возникающих сложностей представлена на Рис. 4.3а. Резонанс  $\psi(2S)$  обладает массой в  $13,59 \text{ ГэВ}^2/c^4$  и узкой естественной шириной в  $0,3 \text{ МэВ}/c^2$ . Однако, реконструированное распределение по  $q^2$  для распада  $B^\pm \rightarrow K^\pm\psi(2S)(\rightarrow e^+e^-)$  характеризуется низким разрешением и значительным хвостом, уходящим в область значений  $q^2 > 14 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Для исследуемого распада  $B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$  данный хвост указывает на значительный источник фона: события канала  $K^+\psi(2S)(e^+e^-)$  и частично-реконструированных распадов с промежуточным чармонием  $\psi(2S)$  оказываются в области сигнала  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . При этом в случае последних возникают дополнительные осложнения, связанные с трудностями использования моделирования для точной количественной оценки

фона. Поскольку часть фоновых вкладов формирует пик в массовом  $m(B^+)$  распределении событий канала  $K^+e^+e^-$ , систематические эффекты, связанные с выбором модели параметризации распределения инвариантных масс и расчетом эффективности реконструкции фоновых вкладов могут значительно понизить чувствительность анализа к наблюдаемой  $R_K$ .

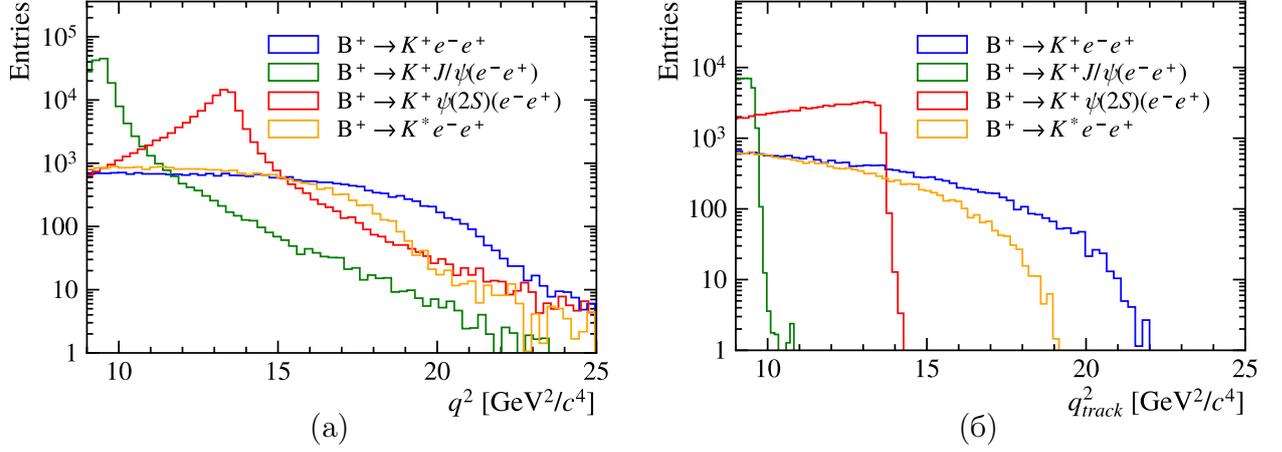


Рисунок 4.3 – Сравнение моделированных распределений инвариантной массы лептонной пары для различных каналов. а) Распределение по переменной  $q^2$ . б) Распределение по  $q_{\text{track}}^2$

Относительно небольшой эффект разрешения детектора ЛНСб по импульсу компенсировать невозможно, но эффект от ошибки при восстановлении тормозного излучения может быть полностью нивелирован. Для этого в представленном исследовании вводится параметр  $q_{\text{track}}^2$ : квадрат инвариантной массы лептонной пары  $q^2$ , определенный из информации, связанной с лептонными треками (то есть реконструкция тормозного излучения из калориметрических кластеров полностью отключена). Распределение данной переменной для некоторых из исследованных каналов распада представлено на Рис. 4.3б. Поскольку смещение оценки  $q_{\text{track}}^2$ , и, как следствие, миграция событий в область высоких значений  $q_{\text{track}}^2$ , невозможна, стратегия анализа основывается на применении критериев отбора по отношению к переменной  $q_{\text{track}}^2$  вместо  $q^2$ . Эффект от наложения данных критериев будет рассмотрен в разделе 4.3.3.

Наложение критерия отбора по переменной  $q_{\text{track}}^2$  является основополагающей особенностью данного исследования и обеспечивает чистоту анализируемого набора данных. Его применение обосновывается следующими постулатами:

- Тормозное излучение электронов не имеет сильной корреляции с переменной  $q^2$ , что было подтверждено численным моделированием.

- Моделирование событий достаточно точно передаёт корреляцию между переменными  $q^2$  и  $q_{\text{track}}^2$ . Анализ включает в себя цепочку процедур поправок к продуктам модели-

рования для обеспечения выполнения этого утверждения, включая размытие переменных, описанное в 4.4.1. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных наборов данных в контрольных каналах подтверждает данный постулат.

Отрицательный эффект от отбора по  $q_{\text{track}}^2$  (в сравнении с отбором по нормальному  $q^2$ ) состоит в значительном понижении эффективности: по сравнению с отбором по  $q^2$  потери составляют порядка 50 % эффективности. Несмотря на это, данный подход был признан оптимальным. Исследования по возможности восстановления событий с высоким  $q^2$ , не проходящих отбор по  $q_{\text{track}}^2$  при помощи методов многомерной классификации (в частности, деревьев решений), показали, что при отходе от строгого следования отбору по  $q_{\text{track}}^2$  чистота набора данных значительно ухудшается.

При реконструкции событий с мюонами в конечном состоянии эквивалентная процедура восстановления тормозного излучения не применяется, потому что  $q_{\text{track}}^2 \equiv q^2$ . Введение отбора по  $q_{\text{track}}^2$  приводит к зависимости эффективности отбора электронных каналов от  $q^2$ . Мюонные каналы не подвержены подобному эффекту, что приводит к дополнительным различиям между процедурами анализа двух конечных состояний. В данном анализе применялась разработанная процедура удаления этого эффекта и установления одинаковой зависимости эффективности отбора от  $q^2$  для электронной  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$  и мюонной  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  мод.

### 4.1.3 Нормировочные и контрольные каналы

Вероятности распадов  $J/\psi \rightarrow e^+ e^-$  и  $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$  равны с точностью до доли процента [30]:

$$\frac{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow e^+ e^-)}{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = 0,9983 \pm 0,0078. \quad (4.2)$$

Эти процессы, проходящие на древесном уровне в СМ, не подвержены возможному эффекту нарушения лептонной универсальности на сколь-либо заметном уровне. К тому же, вероятности резонансных распадов  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\ell^+ \ell^-)$  и  $B^+ \rightarrow K^+ \psi(2S)(\ell^+ \ell^-)$  на порядок выше, чем относительные ширины соответствующих редких мод. Всё это позволяет использовать их в качестве контрольных каналов. Дополнительно, каналы  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+ e^-)$  и  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+ \mu^-)$  используются в качестве нормировочных для вычисления наблюдаемой  $R_K$  в виде двойного отношения:

$$R_K = \frac{\int_{14,3\Gamma\mathfrak{B}^2/c^4}^{\infty} \frac{d\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{dq^2} dq^2}{\int_{14,3\Gamma\mathfrak{B}^2/c^4}^{\infty} \frac{d\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{dq^2} dq^2} \cdot \frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+ e^-))}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+ \mu^-))} \quad (4.3)$$

$$= \frac{N(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)} \cdot \frac{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{N(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)} \times \\ \times \frac{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+ \mu^-))}{N(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+ \mu^-))} \cdot \frac{N(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+ e^-))}{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+ e^-))}, \quad (4.4)$$

где  $N(X)$  – ожидаемое количество событий распада  $X$  (выход распада  $X$ ), вычисляемое посредством параметризации распределения инвариантной массы  $m(K^+ \ell^+ \ell^-)$  с соответствующим отбором по  $q^2$ ;  $\varepsilon(X)$  – эффективность отбора событий распада  $X$ , вычисляемая с использованием численного моделирования со внесенными поправками (см. раздел 4.4).

Далее НТИА-распад  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  называется «редким каналом», распад  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\ell^+ \ell^-)$  – «нормировочным каналом» или «контрольным каналом».

Критерии отбора событий нормировочных и редких каналов идентичны, за исключением отбора по  $q^2$ . Таким образом, двойное отношение в определении  $R_K$  приводит к сокращению множества систематических погрешностей между редким и нормировочным каналами. Более того, благодаря применению двойного отношения в определении  $R_K$ , знание абсолютных значений эффективностей (например, трекинга, идентификации частиц или триггера) не является необходимым для данного анализа: величины отношений эффективностей между редким и соответствующим нормировочным каналами достаточны.

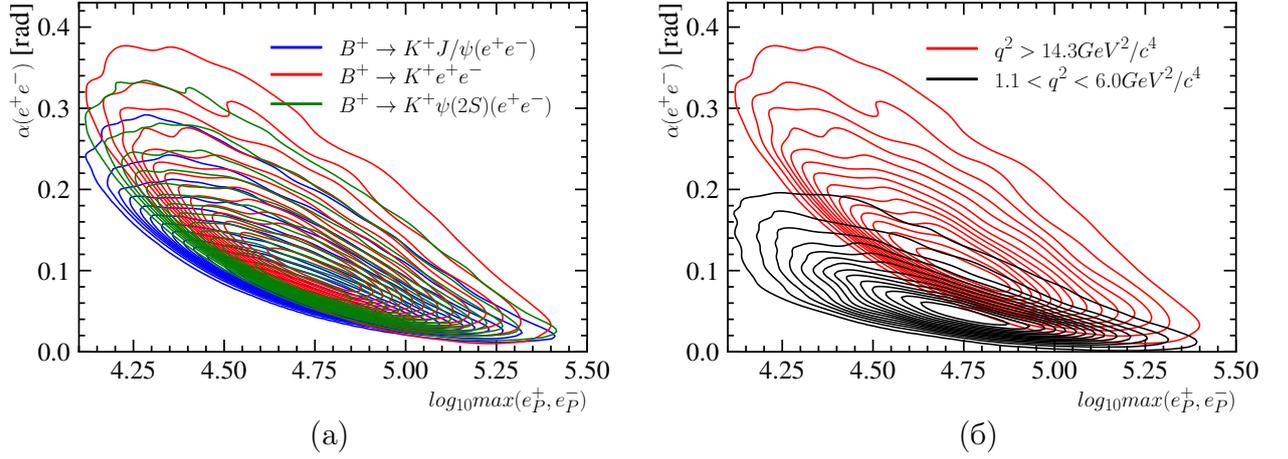
Если бы кинематические распределения переменных, связанных с редким и нормировочным каналами, были идентичны, все отношения эффективностей (помимо отбора по  $q^2$ ) были бы равны единице и вклад систематических погрешностей от вычисления эффективностей в измерение  $R_K$  был равен нулю. Остаточные систематические погрешности вызваны разницей в кинематических распределениях между редким и нормировочным каналами.

Двумерное сравнительное распределение для максимального импульса лептона в конечном состоянии и угла между двумя лептонами представлено на Рис. 4.4. Оно демонстрирует, что отношения эффективностей

$$\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-) / \varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+ e^-)) \quad \text{и} \quad \varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-) / \varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+ \mu^-))$$

не равны единице. То же можно наблюдать в распределениях поперечного импульса  $p_T$  всех треков и угла лептонной пары  $\alpha_{K^+}$ . Функция зависимости эффективности отбора от данных переменных была подробно исследована.

Для контроля над измеренными значениями эффективностей и подтверждением достоверности измерения  $R_K$  был выполнен набор контрольных измерений.



Распределения получены численным моделированием с настройками, соответствующими условиям набора данных 2018 г. Применена предварительная фильтрация (см. раздел 4.3.2)

Рисунок 4.4 – Распределения кинематических переменных в сравнении а) для каналов  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-)$ ,  $B^+ \rightarrow K^+ \psi(2S)(e^+e^-)$ ,  $B^+ \rightarrow K^+ e^+e^-$  и б) для двух областей  $q^2$

Первой проверкой является измерение однократного отношения вероятностей распадов по нормировочным каналам  $r_{J/\psi}$ , которое обязано равняться единице в соответствие с расчетами СМ и ранее проведенными измерениями (4.2):

$$r_{J/\psi} = \frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+\mu^-))}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-))} \quad (4.5)$$

$$= \frac{N(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+\mu^-))}{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+\mu^-))} \cdot \frac{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-))}{N(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-))}. \quad (4.6)$$

Поскольку  $r_{J/\psi}$  является однократным отношением, входящие в него эффективности отбора для мюонного и электронного каналов должны быть точно известны по отношению друг к другу. Так как при измерении  $r_{J/\psi}$  систематические эффекты, связанные с эффективностями, не сокращаются, как это происходит в двойном отношении  $R_K$ , данная проверка может считаться более строгой. Поскольку выходы сигнальных каналов  $N(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-))$  и  $N(B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+\mu^-))$  на порядки превышают соответствующие выходы редких каналов, статистическая погрешность измерения  $r_{J/\psi}$  мала, и в полной погрешности преобладают систематические эффекты.

В качестве дополнительной проверки было выполнено измерение отношения  $r_{J/\psi}$  в зависимости от одной или нескольких кинематических переменных, позволяющее оценить адекватность понимания зависимости эффективностей отбора по соответствующим кинематическим переменным и их сокращения в двойном отношении  $R_K$ . Это особенно важно для переменных, демонстрирующих неидеальное согласие между нормировочным и редким канала-

ми. Редкий канал описывается четырьмя кинематическими переменными, в то время как нормировочный канал описывается тремя (возникает условие связи  $m(\ell^+\ell^-) = \sqrt{q^2} = m(J/\psi)$ ).

В качестве третьей проверки было выполнено измерение параметра  $R_{\psi(2S)}$  двойного отношения вероятностей распадов  $B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(\ell^+\ell^-)$  и  $B^+ \rightarrow K^+J/\psi(\ell^+\ell^-)$ :

$$R_{\psi(2S)} = \frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(\mu^+\mu^-))}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(e^+e^-))} \cdot \frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+J/\psi(e^+e^-))}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+J/\psi(\mu^+\mu^-))} \quad (4.7)$$

$$= \frac{N(B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(\mu^+\mu^-))}{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(\mu^+\mu^-))} \cdot \frac{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(e^+e^-))}{N(B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(e^+e^-))} \times \\ \times \frac{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+J/\psi(\mu^+\mu^-))}{N(B^+ \rightarrow K^+J/\psi(\mu^+\mu^-))} \cdot \frac{N(B^+ \rightarrow K^+J/\psi(e^+e^-))}{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+J/\psi(e^+e^-))}. \quad (4.8)$$

Поскольку это двойное отношение, измерение  $R_{\psi(2S)}$  является независимым способом проверки сокращения систематических эффектов, связанных с вычислением эффективностей, в двойном отношении  $R_K$ .

#### 4.1.4 Стратегия исследования вслепую

На протяжении всего исследования сигнальная область данных, реконструируемых в гипотезе трех треков  $K^+e^+e^-$ , оставалась скрытой для обеспечения непредвзятости анализа. Под «скрытием области» (или проведением исследования «вслепую») подразумевается:

- Выход сигнального канала  $N(B^+ \rightarrow K^+e^+e^-)$  и зависящие от него параметры остаются неизвестными для работающей над измерением группы.
- Исключается визуальное рассмотрение области распределения инвариантных масс трех треков, включающей сигнальные события.
- Значение наблюдаемой  $R_K$  и зависящих от него параметров также остаются неизвестными.

Раскрытие сигнальной области данных  $K^+e^+e^-$  осуществляется после формирования стратегии анализа и выполнения всех проверок.

Область распределения инвариантной массы трех треков  $K^+e^+e^-$  справа от сигнального пика ( $m(Kee) > 5400 \text{ МэВ}/c^2$ ) не скрывается, поскольку в ней преобладает вклад от комбинаторного фона (фона от случайной комбинации треков частиц при реконструкции события). Данная область используется для оценки числа событий комбинаторного фона и формы его массового распределения.

Область распределения инвариантной массы трех треков  $K^+e^+e^-$  слева от сигнального пика ( $m(Kee) < 4900 \text{ МэВ}/c^2$ ) также не скрыта. Она используется для проверки ожидаемой формы массового распределения комбинаторного фона.

Распад на три трека с мюонами в конечном состоянии  $K^+\mu^+\mu^-$  не скрывается, поскольку распад  $K^+\mu^+\mu^-$  является более чистым и сравнительно легко реконструируемым.

Ввиду процедуры исследования вслепую, все систематические погрешности рассчитываются дважды: при формировании анализа (до получения результатов) и вновь после получения значения наблюдаемой  $R_K$ .

## 4.2 Данные и численное моделирование

### 4.2.1 Данные

Измерение  $R_K$  основывается на комбинации трех заряженных треков: одного трека, идентифицированного как каон, и двух треков, идентифицированных как противоположно заряженные электроны или мюоны, т. е.  $K^+e^+e^-$  или  $K^+\mu^+\mu^-$ . Треки реконструируются в событиях объединенного набора данных, полученного экспериментом LHCb на протяжении первого (2011 и 2012 года) и части второго (2016-2018 гг.) сеансов работы БАК. Данные, набранные в 2015 г., не используются ввиду низкой общей статистики и низкой эффективности отбора сигнальных событий. Суммарная интегральная светимость сеанса 1 составляет  $3 \text{ фб}^{-1}$ , сеанса 2 –  $6 \text{ фб}^{-1}$ . Интегральная светимость данных, набранных LHCb для каждого года (включая неиспользованные данные 2015 г.) и для различных магнитных конфигураций представлена в таблице 11.

### 4.2.2 Численное моделирование

Для оптимизации отбора сигнала и расчета эффективностей отбора используется численное моделирование. Моделирование производилось методом Монте-Карло с использованием программного пакета GAUSS версии SIM09 коллаборации LHCb.

Моделирование событий редких распадов  $B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$  и  $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$  были произведено с использованием переходных форм-факторов, описанных в работе [144]. Форм-факторы, используемые при моделировании редкого распада, не оказывают значительного эффекта на измерение  $R_K$ , поскольку измерение исходит из модельно-независимого подхода, предполагающего выполнение лептонной универсальности.

## 4.3 Отбор событий

В данном разделе описывается отбор, используемый для подавления фоновых событий и получения чистого сигнального набора. Выделяются два основных типа фона: распределенные (не всегда равномерно) по всей рассматриваемой области инвариантных масс  $m(K^+\ell^+\ell^-)$

(комбинаторный фон) и концентрирующиеся в ограниченной области  $m(K^+\ell^+\ell^-)$  близ сигнального пика (далее «пиковые фоны»; все, кроме комбинаторного).

### Случайные комбинации заряженных треков

Первый вид фона представляет собой случайные комбинации треков заряженных частиц, попавших в область отбора. Далее в данной работе этот тип фона называется «комбинаторным». Комбинаторный фон вносит вклад в распределение по инвариантной массе для нормировочного и редкого распадов электронной и мюонной мод. Для подавления комбинаторного фона используется специально обученный многомерный классификатор BDT.

### Частично-реконструированные события от распадов $b$ -адронов

К данному виду фона относятся события, при реконструкции которых были пропущены (потеряны) один или несколько треков дочерних частиц от распадов  $b$ -адронов. Далее в данной работе этот тип фона называется «частично-реконструированным».

К первому роду частично реконструированных фонов были отнесены распады  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ , где  $s$ -кварк адронизируется в возбужденный  $s$ -резонанс. Примером является распад  $B^0 \rightarrow K^{*0}(K^+\pi^-)\ell^+\ell^-$ , где трек  $\pi^-$  не был реконструирован. Этот род частично-реконструированного фона далее называется «странным».

Для нормировочных каналов характерен дополнительный вид частично-реконструированного фона, связанный с адронным переходом  $V_{cb} \cdot V_{cs} b \rightarrow c\bar{c}s$ , где система  $c\bar{c}$  адронизируется в возбужденный чармониевый резонанс. Данный вид фона далее называется «чармониевым». Примером является распад  $B^+ \rightarrow \psi(2S)(\ell\ell)K^{*+}(K^+\pi^0)$ , где кандидат  $\pi^0$  не был реконструирован.

В связи с упущением массивных частиц при реконструкции, эти фоны формируют пики в области более низких масс, чем пики от редких/нормирующих каналов. При этом ввиду низкого разрешения в электронных каналах эти источники фона могут достигать области сигнала в распределении инвариантной массы  $m(K^+e^+e^-)$ .

### Каскадные распады $b$ -адронов

В данном анализе частично-реконструированные полулептонные распады  $V_{cb}$ , за которыми следуют полу-лептонные распады  $V_{cs}$  названы «каскадным фоном». Пример:

$$H_b \rightarrow H_c(K^+\ell^-\bar{\nu}_\ell X)\ell^+\nu_\ell Y,$$

где  $H_b$  – адрон с  $b$ -кварком,  $H_c$  – очарованный адрон,  $X, Y$  – частицы, чьи треки были упущены. Поскольку при их реконструкции теряется не менее двух нейтрино, данные каналы распадов формируют пики в области инвариантных масс ниже сигнала. При этом каскадные каналы могут иметь вероятности порядка нескольких процентов, то есть на четыре порядка выше редких распадов.

### Каскадные фоны с ошибочной идентификацией типов частиц

К этой категории относятся распады с промежуточным  $c$ -адроном, где один или несколько кандидатов в конечном состоянии идентифицированы с ошибкой. Примеры:

$$H_b \rightarrow H_c(K^+ \pi^- \rightarrow e^- X) \ell^+ \nu_\ell Y, \quad (4.9)$$

$$H_b \rightarrow H_c(K^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell X) \pi^+ \rightarrow e^+ Y, \quad (4.10)$$

$$H_b \rightarrow H_c(K^+ \pi^- \rightarrow e^-) \pi^+ \rightarrow e^+ Y, \quad (4.11)$$

$$H_b \rightarrow H_c(K^+ \rightarrow e^+ \pi^- \rightarrow e^-) X^+_{\rightarrow K^+}, \quad (4.12)$$

где запись  $a_{\rightarrow b}$  обозначает истинную частицу  $a$ , идентифицированную при реконструкции как кандидат  $b$ .

Источники фона от полуплептонных распадов  $V_{ub}$  имеют значительно более низкие вероятности (порядка  $\mathcal{O}(10^{-4})$ ), а их реконструкция должна включать в себя неверную идентификацию треков. Более того, преобладающие распады  $B^+$  должны обладать не одним, а двумя неверно идентифицированными треками. К таковым относятся  $B^+ \rightarrow \rho e^+ \nu$ ,  $B^+ \rightarrow \omega e^+ \nu$ ,  $B^+ \rightarrow \eta e^+ \nu$ , где  $\rho, \omega$  и  $\eta$  мезоны распадаются на пару противоположно заряженных пионов, регистрируемую детектором. Для оценки вклада данного фона необходимо рассмотреть случай, когда один из пионов идентифицируется как электрон  $\pi^-_{\rightarrow e^-}$ , а второй – как каон  $\pi^+_{\rightarrow K^+}$ . Также были исследованы распады странного  $B$ -мезона  $B_s$  с одним неверно идентифицированным треком в конечном состоянии. Это распады рода  $B_s \rightarrow H_s^- e^+ \nu$ , где  $H_s^-$  – странный резонанс, распадающийся на  $K^-$  и пионы с одной ошибкой  $\pi^-_{\rightarrow e^-}$ .

### Пиковые фоны с двумя ошибочно идентифицированными частицами

Наиболее проблематичными источниками фона среди полностью реконструированных распадов с двумя неверно идентифицированными кандидатами являются  $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+_{\rightarrow \ell^+} \pi^-_{\rightarrow \ell^-}$  и  $B^+ \rightarrow K^+ K^+_{\rightarrow \ell^+} K^-_{\rightarrow \ell^-}$ , где два адронных трека неверно идентифицируются как электронные. Вероятности данных распадов имеют порядок  $\mathcal{O}(10^{-5})$ . Также возможен процесс  $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+_{\rightarrow \ell^+} K^-_{\rightarrow \ell^-}$ , однако его вероятность составляет порядка  $\mathcal{O}(10^{-6})$  [30]. Частично

реконструированные фоны с неверной идентификацией треков могут возникнуть при ошибочной реконструкции процессов распада  $B$  мезона на более, чем три адрона. Для того, чтобы такой процесс был подобен сигналу, необходимо, чтобы один или более адронных треков был потерян при реконструкции, что приводит к более широкому пику в распределении инвариантной массы  $B$ -кандидата с более низким центральным значением в сравнении с полностью реконструированным распадом с ошибочной идентификации. Подавление фонов такого рода обеспечивается наложением критериев на параметры идентификации частиц. Интегральный вклад и форма распределения остаточного фона от распадов с неверной идентификацией определены методом «прошел-не прошел», описанным в разделе 4.5.2.

Для нормировочных каналов аналоги полностью реконструированных фонов с неверной идентификацией треков отсутствуют, поскольку распады  $J/\psi \rightarrow h^+h^-$  и  $\psi(2S) \rightarrow h^+h^-$  запрещены.

К этой категории фона также относятся распады  $B^+ \rightarrow X_{\rightarrow K^+}^+ D^0(K_{\rightarrow e^+}^+ \pi_{\rightarrow e^-}^-)$ , где  $X^+ \in [K^+, \pi^+]$ . Несмотря на условие неверной идентификации трех треков, данный фон может иметь ощутимый вклад ввиду своей значительной вероятности. Поскольку пик его распределения расположен при более низких значениях квадрата инвариантной массы лептонной пары  $q^2$ , он не проходит критерии отбора, примененные в данном анализе. Несмотря на это, для обеспечения полноты анализа и возможности сравнения процедуры с предыдущими исследованиями при отборе данных используется дополнительный критерий подавления данного источника фона.

В качестве особого типа фона с неправильной идентификацией двух частиц рассматриваются так называемые распады с «обменом» идентификации. Примером распадов с обменом является  $B^+ \rightarrow K^+_{\rightarrow \ell^+} J/\psi(\ell^+_{\rightarrow K^+} \ell^-)$ . Такой распад может достичь области высоких значений  $q^2$  и влиять на чувствительность исследования к редкому каналу.

### **Пиковые фоны с ошибкой идентификации $\pi \rightarrow K$**

Для редкого и нормировочного каналов существует по одному полностью реконструированному источнику фона с единственной ошибкой  $\pi \rightarrow K$ :  $B^+ \rightarrow \ell^+ \ell^- \pi^+_{\rightarrow K^+}$  и  $B^+ \rightarrow J/\psi \pi^+_{\rightarrow K^+}$  соответственно. В распределении инвариантной массы пик от данного фона находится близ области сигнала. При этом его интегральный вклад подавлен на множитель  $|V_{cd}/V_{cs}|^2$  по отношению к нормировочному каналу и на множитель  $|V_{td}/V_{ts}|^2$  по отношению к редкому.

### Распад $B_s^0 \rightarrow \phi(\rightarrow K^+K^-)e^+e^-$

В области высоких значений  $q^2$  распад  $B_s^0 \rightarrow K^+K^-e^+e^-$  подавлен ввиду ограничения доступного фазового пространства. Для резонансного вклада  $B_s^0 \rightarrow f_2'(1525)(\rightarrow K^+K^-)e^+e^-$  доступное фазовое пространство пренебрежимо мало уже при  $q^2 \sim 16 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Влияние на сигнальную область  $q_{\text{track}}^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$  оказывает только нерезонансный вклад от  $S$ -волны и резонансный вклад с  $\phi(\rightarrow K^+K^-)$ .

### Распад $\Lambda_b^0 \rightarrow p^+K^-e^+e^-$

Распад  $\Lambda_b^0 \rightarrow p^+K^-e^+e^-$  относится к частично-реконструированным источникам фона. Это редкий распад с вероятностью порядка  $\sim 3 \cdot 10^{-7}$  (сравнимо с исследуемым редким каналом:  $\mathcal{B} \sim 5 \cdot 10^{-7}$ ). В области высоких значений  $q^2$  вклад данного фона крайне незначителен ввиду ограничения доступного ему фазового пространства порогом  $q^2 \approx 17 \text{ ГэВ}^2/c^4$  [145]. Требование к потере протонного трека при реконструкции приводит к тому, что данный канал выпадает из области сигнальных значений. Ввиду всего вышесказанного данный распад не рассматривается в описанном исследовании.

#### 4.3.1 Последовательность отбора

Отбор сигнальных событий состоит из следующих шагов:

1. Реконструкция и предварительная фильтрация (Stripping). Предварительная фильтрация используется для значительного уменьшения размеров набора данных эксперимента LHCb и обеспечения возможности проведения анализа с имеющимися вычислительными мощностями.
2. Применение специфических для анализа критериев:
  - а) Отбор области по квадрату инвариантной массы  $q^2$  (различается для редких и контрольных каналов);
  - б) Фидуциарные требования для упрощения расчета эффективностей и вето-требования для подавления каскадных фонов;
  - в) Требования к параметрам идентификации частиц (PID) для подавления фонов от распадов с неверной идентификацией при реконструкции;
3. Выбор оптимальных конфигураций триггера;
4. Отбор при помощи методов многомерного анализа для подавления комбинаторного и частично-реконструированного фона;
5. Наложение требований на инвариантную массу трех треков  $m(K^+\ell^+\ell^-)$  для отбора

области параметризации массового распределения.

### 4.3.2 Предварительная фильтрация

Критерии предварительной фильтрации для электронной и мюонной моды схожи. Отборные треки должны удовлетворять смягченным требованиям на качество и идентификацию частиц. Комбинация из трех треков должна иметь хорошо определенную вершину. Эта вершина должна быть на значительном удалении от любой первичной вершины протон-протонного взаимодействия.

Реализация линий фильтрации в виде набора требований к параметрам кандидатов и событий описана в таблице 12.

Требования отбора включают себя условия на качество подгонки  $\chi^2$  трека  $B^+$ -мезона по отношению к первичной вершине взаимодействия (ПВ, PV, primary vertex)  $\chi_{to\ PV}^2$ ; разницу качества подгонки ПВ с учетом и без учета трека  $B$  мезона  $\chi_{IP}^2$ ; отношение качества подгонки вершины распада (BP, DV, decay vertex) трека к числу степеней свободы (ndof, number of degrees of freedom)  $\chi_{DV}^2/\text{ndof}$ . Трек кандидата  $B^+$ -мезона должен удовлетворять требование на инвариантную массу  $m$  и угол  $DIRA$  между направлением трека и направлением векторной суммы треков частиц-продуктов распада  $B^+$ . Система пары лептонных треков-кандидатов  $\ell\ell$  должна удовлетворять требованиям по разнице качества подгонки трека в предположении единой вершины взаимодействия и различных ПВ и BP  $\chi_{DV\leftrightarrow PV}^2$  (т.е. требуется, чтобы система из треков пары лептонов должна исходить из BP  $B$ -мезона, а не из вершины  $pp$  взаимодействия), а также условию на  $\chi_{DV}^2/\text{ndof}$ . Треки индивидуальных лептонов должны удовлетворять условиям на значимость  $\chi_{IP}^2$ , быть идентифицированы как электрон и мюон (для  $e^-$  и  $\mu^-$  кандидатов соответственно), а также в случае  $e^-$ -кандидатов иметь поперечный импульс  $p_T > 300$  МэВ/с. Наконец, все треки должны пройти отбор по нейросетевым классификатором для идентификации ложных треков  $\text{prob}_{\text{ghost}}$ , а само событие должно характеризоваться ограниченным значением числа хитов в детекторе SPD  $n\text{SPDHits}$  (характеризует множественность треков в событии).

### 4.3.3 Отбор сигнальных событий

Требования к отбору сигнальных событий представлены в таблице 13. Кандидаты электронного и мюонного каналов редкой и резонансной моды должны соответствовать требованиям по качеству. Число хитов в детекторе SPD не должно превышать 600 для событий первого сеанса и 450 для второго. Значение параметра  $\text{prob}_{\text{ghost}}$  для каонного и лептонных треков-кандидатов должно быть меньше 0,3. Каждый из треков конечного состояния не дол-

Таблица 12 – Список требований двух линий алгоритма фильтрации Stripping, используемых для отбора электронных и мюонных событий в данных первого и второго сеансов

Кандидат	Параметр	Bu2LLKeeLine2	B2XMuMuLine
$B^+$	$\chi_{to\ PV}^2$	$> 100$	$> 121$
	$\cos(\text{DIRA})$	$< 0,995$	$< 0,9999$
	$\chi_{\text{IP}}^2$	$< 25$	$< 16$
	$\chi_{\text{DV}}^2/\text{ndof}$	$< 9$	$< 8$
	$m$ (ГэВ/ $c^2$ )	$> 4,28$ (Сеанс 1)	$> 4,9$
		$> 3,78$ (Сеанс 2)	
		$< 6,28$ (Сеанс 1)	$< 7,0$
		$< 6,78$ (Сеанс 2)	
$\ell\ell$	$\chi_{\text{DV}\leftrightarrow\text{PV}}^2$	$> 16$	$> 9$
	$\chi_{\text{DV}}^2/\text{ndof}$	$< 9$	$< 12$
$\ell$	$\chi_{\text{IP}}^2$	$> 9$	$> 9$
	$p_T$ (МэВ/ $c$ )	$> 300$	—
	$\text{PID}_{e,\mu}$	$> 0$	$> -3$
	isMuon	—	<b>true</b>
все треки	$\text{prob}_{\text{ghost}}$	—	$< 0,35$ (Сеанс 1)
			$< 0,5$ (Сеанс 2)
	$\chi_{\text{TrackFit}}^2$	$< 3$ (Сеанс 2)	—
$K$	$\chi_{\text{IP}}^2$	$> 9$	$> 6$
	$p_T$ (МэВ/ $c$ )	$> 400$	—
событие	nSPDHits	$< 600$	$< 600$

жен иметь треков-дубликатов, что обеспечивается требованием на минимальное значение угла между любой парой треков  $\cos(\theta_{\text{clone}}) < 0,9999998$ . Для выделения сигнальных событий и упрощения расчета эффективностей, а также обеспечения нахождения всех треков-кандидатов в чувствительном объеме актуальных детекторных систем, применяется набор доверительных критериев, различающийся для электронного и мюонного каналов.

## Доверительные критерии

Для того, чтобы фазовое пространство сигнального набора данных совпадало с фазовым пространством набора данных для калибровки систем идентификации частиц, поперечный импульс электронных треков-кандидатов  $p_T(e)$  должен превышать  $0,5 \text{ ГэВ}/c^2$ , а полный импульс –  $p(e) > 3 \text{ ГэВ}/c^2$ . Поперечный импульс мюонных треков-кандидатов  $p_T(\mu)$  должен превышать  $0,8 \text{ ГэВ}/c^2$ . Обеспечивается попадание треков в чувствительную область детектора: все треки должны иметь ассоциирующиеся кольца черенковского излучения, зарегистрированные детектором RICH ( $\text{hasRich}(K, e, \mu)$ ); электронные треки должны иметь ассоциирующиеся кластеры в ECAL ( $\text{hasCalo}(e)$ ); мюонные треки должны находиться в чувствительной области мюонных камер  $\text{inMuonAcc}(\mu)$ .

Дополнительно, при обработке электронов-кандидатов применяется обрезание на расстояние от центра ливня до ближайшей мертвой ячейки или вакуумной камеры ECAL  $x_{ECAL}(e) < 363 \text{ мм}$  или  $y_{ECAL}(e) < 282 \text{ мм}$ . Данное требование обеспечивает лучшее согласие между экспериментальными данными и моделированием и не оказывает большого влияния на эффективность: для контрольного канала  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-)$  потери событий составляют менее 1 %.

## Идентификация кандидатов

Для обеспечения корректной идентификации кандидатов используются три параметра:  $\text{probNN}$ ,  $\text{PID}$  и  $\text{isMuon}$ . Весовой параметр  $\text{probNN}_a(B)$  представляет собой выходной классификатор нейронной сети, обученной для оценки гипотезы частицы  $a$  для трека кандидата  $B$  на основе данных с калориметрической системы, детектора RICH и мюонных камер детектора LHCb. Параметр  $\text{PID}_a(B)$  представляет собой разницу логарифмов правдоподобия гипотезы о принадлежности трека  $B$  частице  $a$  и пиону. Наконец, параметр  $\text{isMuon}$  является бинарным селектором мюонов, вычисляемым по числу хитов в мюонных станциях в области вокруг экстраполированного трека.

Для электронной и мюонной мод редкого и нормировочного каналов трек каона-кандидата должен обладать  $\text{probNN}_K > 0,2$ . Для каонного трека в случае электронной моды дополнительное условие представляет собой  $\text{PID}_e < 0$ , а в случае мюонной моды – селектор  $\text{isMuon}$  должен быть ложным. Электронный трек-кандидат должен характеризоваться значением параметра  $\text{PID}_e > 4$ . Мюонный трек должен удовлетворять условию  $\text{PID}_\mu > 0$  при истинном  $\text{isMuon}$ .

Таблица 13 – Критерии отбора, наложенные на события электронного (слева) и мюонного (справа) каналов.

Качество событий	Качество событий
nSPDHits < 600 (Сеанс 1)	nSPDHits < 600 (Сеанс 1)
< 450 (Сеанс 2)	< 450 (Сеанс 2)
prob <sub>ghost</sub> (K,e) < 0,3	prob <sub>ghost</sub> (K,μ) < 0,3
cos(θ <sub>clone</sub> ) < 0,9999998	cos(θ <sub>clone</sub> ) < 0,9999998
Каскадные вето	Каскадные вето
$m(K^+e^-) > 1885 \text{ МэВ}/c^2$	$m(K^+\mu^-) > 1885 \text{ МэВ}/c^2$
$m_{e \rightarrow \pi}^{Track}(K^+e^-) \notin m(D^0) \pm 40 \text{ МэВ}/c^2$	$m_{\mu \rightarrow \pi}(K^+\mu^-) > 1885 \text{ МэВ}/c^2$
$m_{ee \rightarrow K\pi}^{Track}(e^+e^-) \notin m(D^0) \pm 40 \text{ МэВ}/c^2$	$m_{K \rightarrow \mu}(K^+\mu^-) \notin m(J/\psi) \pm 60 \text{ МэВ}/c^2$
Область чувствительности	Область чувствительности
$p_T(e) > 0,5 \text{ ГэВ}/c$	inMuonAcc(μ) = true
$p(e) > 3 \text{ ГэВ}/c$	hasRich(K,μ) = true
hasRich(K,e) = true	$p_T(\mu) > 0,8 \text{ ГэВ}/c$
hasCalo(e) = true	
$x_{ECAL}(e) > 363 \text{ мм}$	Идентификация кандидатов
or $y_{ECAL}(e) > 282 \text{ мм}$	probNN <sub>K</sub> (K) > 0,2
Идентификация кандидатов	isMuon(K) = false
probNN <sub>K</sub> (K) > 0,2	PID <sub>μ</sub> (μ) > 0
PID <sub>e</sub> (K) < 0	isMuon(μ) = true
PID <sub>e</sub> (e) > 4	

### Подавление каскадных фонов

Для подавления каскадных фонов были наложены дополнительные требования на инвариантную массу трека или трековой комбинации. Накладывается вето-требование  $m(K\ell) > 1885 \text{ МэВ}/c^2$ , удаляющее область инвариантных масс с потенциальными событиями  $D^0 \rightarrow K\ell$ . Для подавления фона от процессов вида  $H_b \rightarrow H_c(K^+\pi^- \rightarrow \ell^-)\ell^+\nu_{\ell}y$  накладвается сходное вето с заменой массовой гипотезы лептонного трека на пион. В случае мюонов это вето

$m_{\mu \rightarrow \pi}(K^+ \mu^-) > m(D^0)$ . В случае электронов при наложении критериев дополнительно отключается алгоритм восстановления тормозного излучения, соответственно вето имеет вид  $|m_{\text{track}}(K^+ e^-)_{e \rightarrow \pi} - m(D^0)| > 40 \text{ МэВ}/c^2$ . Наконец, в обоих случаях накладывается дополнительное требование для удаления фона от распадов рода  $B^+ \rightarrow X^+_{\rightarrow K^+} D^0(K^+_{\rightarrow e^+} \pi^-_{\rightarrow e^-})$ , где  $X^+ \in [K^+, \pi^+]$ . Вето имеет вид  $m^{\text{Track}}(e^+_{\rightarrow K^+} e^-_{\rightarrow \pi^-}) \notin m(D^0) \pm 40 \text{ МэВ}/c^2$ .

### Выделение области инвариантных масс

Используемые в анализе окна отбора редких и нормировочных каналов в по значению квадрата инвариантной массы лептонной пары  $q^2$  представлены в таблице 14. Выходы нормировочных каналов были измерены параметризацией распределений подогнанных масс  $m_{\text{DTF}}^{J/\psi}(K^+ \ell^+ \ell^-)$  и  $m_{\text{DTF}}^{\psi(2S)}(K^+ \ell^+ \ell^-)$  (где DTF – Decay Tree Fitter, подгонка дерева распада). Подогнанные массы рассчитываются, используя такую параметризацию лептонных треков и их вершин, что их инвариантная масса удовлетворяет требованию происхождения треков от распада соответствующего чармониевого резонанса [146].

Таблица 14 – Наборы событий редких и контрольных каналов и соответствующие им области отбора по  $q^2$  и инвариантной массе трех треков

	Параметр	$ee$ мода	$\mu\mu$ мода	единицы
Редкие каналы	$q^2$	–	14,3 – 23,0	$\text{ГэВ}^2/c^4$
	$q_{\text{track}}^2$	14,3 – 23,0	–	$\text{ГэВ}^2/c^4$
	$m(K^+ \ell^+ \ell^-)$	4,30 – 6,70	5,18 – 5,60	$\text{ГэВ}/c^2$
$J/\psi$ -резонанс	$q^2$	6,00 – 12,96	8,68 – 10,09	$\text{ГэВ}^2/c^4$
	$q_{\text{track}}^2$	7,1 – 10,0	–	$\text{ГэВ}^2/c^4$
	$m_{\text{DTF}}^{J/\psi}(K^+ \ell^+ \ell^-)$	5,08 – 5,68	5,18 – 5,60	$\text{ГэВ}/c^2$
$\psi(2S)$ -резонанс	$q^2$	9,92 – 16,40	12,5 – 14,2	$\text{ГэВ}^2/c^4$
	$q_{\text{track}}^2$	10,5 – 14,2	–	$\text{ГэВ}^2/c^4$
	$m_{\text{DTF}}^{\psi(2S)}(K^+ \ell^+ \ell^-)$	5,08 – 5,68	5,18 – 5,60	$\text{ГэВ}/c^2$

Как упоминалось в разделе 4.1.2, в анализе используется параметр  $q_{\text{track}}^2$ , которая представляет собой квадрат инвариантной массы лептонной пары  $q^2$ , полученный на основе трековой информации. Данный параметр не подвергается воздействию алгоритма восстановления тормозного излучения, потому её использование обеспечивает невозможность миграции фоновых событий в сигнальную область.

Для редкого канала критерий по параметру  $q_{\text{track}}^2$  составляет  $q_{\text{track}}^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Его

применение приводит к статистическому ожиданию в 0,49 событий резонансного канала  $K^+\psi(2S)(e^+e^-)$  во всем рассматриваемом наборе данных. Применение более мягкого критерия  $q_{\text{track}}^2 > 14,0 \text{ ГэВ}^2/c^2$  приводит к ожиданию в  $3 \pm 1$  событий, что соответствует  $\sim 1\%$  от выхода сигнала.

Отбор по  $q^2$  является одним из исключений из общей стратегии применения одинаковых критериев для редких и нормировочных каналов. Для мюонных и электронных контрольных каналов  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\ell^+\ell^-)$  и  $B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(\ell^+\ell^-)$  отбор по  $q^2$  различается. В частности, в то время как для отбора мюонных каналов используется параметр  $q^2$ , электронные события фильтруются при помощи параметра  $q_{\text{track}}^2$  для лучшего совпадения эффективностей редкого и нормировочного каналов.

Для измерения проверочного параметра  $R_{\psi(2S)}$  используется отбор по  $q_{\text{track}}^2$ , обеспечивающий лучшее соответствие данных по  $B^+ \rightarrow K^+\psi(2S)(e^+e^-)$  и  $B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$ . К тому же, такой отбор позволяет достичь лучшего подавления фона от событий с промежуточным  $J/\psi$ .

#### 4.3.4 Выбор конфигурации триггера

##### Триггер аппаратного уровня L0

В зависимости от настроек триггера аппаратного уровня L0, которому удовлетворяет событие с электронным сигнальным кандидатом, событие может быть отнесено к одной из трех взаимоисключающих категорий:

- $e\text{TOS}$ : событие было отобрано триггерной линией (далее просто триггером) уровня L0, основываясь на одном из двух электронных треков (требуется, чтобы триггер `L0Electron` был в состоянии «триггер на сигнал» по отношению к одному из двух электронов);

- $h\text{TOS}!$ : событие было отобрано триггером L0, основываясь на каонном треке (триггер `L0Hadron` должен быть в состоянии TOS по отношению к каону), исключая события из предыдущей категории;

- $\text{TIS}!$ : событие было отобрано триггером L0, основываясь на любом другом треке, принадлежащем событию, исключая события из предыдущих двух категорий (это означает, что хотя бы один из триггеров `L0Electron`, `L0Hadron`, `L0Muon` или `L0Photon` сработал независимо от сигнала).

В области высоких значений  $q^2$  категория  $h\text{TOS}!$  включает в себя очень малое число сигнальных событий, поскольку импульс каонного трека сравнительно мал. В категории  $\text{TIS}!$  также преобладает фон, поскольку сигнальные события с электронной парой с высоким значением импульса должны автоматически удовлетворять  $e\text{TOS}$ . По этим причинам более 90 %

редких распадов электронной моды находятся в категории  $e$ TOS. Соответственно, категории  $h$ TOS! и TIS! далее не рассматриваются.

Поскольку мюонный триггер значительно более эффективен, чем линии, использующие калориметрическую информацию, для отбора событий моды  $K^+\mu^+\mu^-$  используется только он. В представлении описанных категорий, события относятся к  $\mu$ TOS, требующей сигнального состояния TOS триггера L0Muon по отношению к одному из двух мюонных треков.

Триггеры L0Muon и L0Electron накладывают ограничения на поперечную энергию  $E_T^{L0}$  и поперечные импульсы  $p_T^{L0}$  соответствующих треков, вычисленных в онлайн-режиме. Импульсы рассчитываются исходя из отсчетов аналого-цифровых преобразователей калориметрической системы и мюонных камер. Для обеспечения согласия между экспериментальными данными и моделированными событиями при отборе сигнальных событий применяются более строгие критерии на соответствующие переменные, полученные после оффлайн-реконструкции.

### Триггер программного уровня HLT

Триггеры HLT основаны на онлайн реконструкции и отборе событий с использованием мультивариативных алгоритмов. Для сеанса 1 производимая реконструкция отличается по качеству от оффлайн-реконструкции; для сеанса 2 они идентичны. Используемые алгоритмы типичны для анализов распадов с электронами и мюонами в конечном состоянии.

#### 4.3.5 Мультивариативные алгоритмы

Для эффективного подавления фона от комбинаторных событий и частично-реконструированных распадов вида

$$B^0 \rightarrow K^{*0}(\rightarrow K^+\pi^-)e^+e^-, \quad (4.13)$$

$$B^+ \rightarrow K^{*+}(\rightarrow K^+\pi^0)e^+e^-, \quad (4.14)$$

$$B_s^0 \rightarrow \phi(\rightarrow K^+K^-)e^+e^-, \quad (4.15)$$

используется специализированная процедура, основанная на применении методов многомерного анализа. В ходе анализа были обучены, проверены и оптимизированы классификаторы типа BDT. Для подавления фона используется критерий на минимальное значение данной оценки. Параметр классификатора, обученного против комбинаторного фона – CombBDT (combinatorial). Классификатор, обученный против частично-реконструированного фона – prcBDT (partially reconstructed).

#### 4.4 Поправки к результатам численного моделирования

Полная эффективность отбора сигнальных событий может быть разложена на следующие независимые множители:

$$\varepsilon^{\text{tot}} = \varepsilon^{\text{geom}} \cdot \varepsilon^{\text{track}} \cdot \varepsilon^{\text{rec,strip}} \cdot \varepsilon^{\text{sel}} \cdot \varepsilon^{\text{PID}} \cdot \varepsilon^{\text{trig}} \cdot \varepsilon^{\text{BDT}} \cdot \varepsilon^{\text{fit range}}, \quad (4.16)$$

где

—  $\varepsilon^{\text{geom}}$  – геометрическое покрытие области чувствительности детектора (полярный угол треков от 10 до 400 мрад);

—  $\varepsilon^{\text{track}}$  – эффективность трекинговой системы;

—  $\varepsilon^{\text{rec,strip}}$  – эффективность реконструкции вершин и первоначального отбора (кроме предварительной идентификации треков)

—  $\varepsilon^{\text{sel}}$  – эффективность оффлайн отбора сигнальных событий, включая требование по области  $q^2$  для отбора событий, относящихся к нормировочному и редкому каналам, исключая требования по идентификации треков;

—  $\varepsilon^{\text{PID}}$  – эффективность всей идентификации треков;

—  $\varepsilon^{\text{trig}}$  – эффективность условий триггера;

—  $\varepsilon^{\text{BDT}}$  – эффективность критериев отбора методом многомерных классификаторов;

—  $\varepsilon^{\text{fit range}}$  – эффективность отбора области инвариантной массы для параметризации.

Каждый множитель – это условная эффективность, рассчитанная по отношению к событиям, удовлетворяющим предыдущим требованиям отбора. Расчет полной эффективности  $\varepsilon^{\text{tot}}$  выполняется на основе численного моделирования с поправками. В общем виде расчет поправок состоит в сравнении характерных распределений параметров моделированных и экспериментальных событий контрольных каналов и вычислении максимально согласующих их весов (веса применяются исключительно к продуктам моделирования).

Каждому моделированному событию приписываются веса четырех типов:

1.  $w^{\text{track}}$  – весовые коэффициенты, отвечающие за поправки к трекингу электронов;
2.  $w^{\text{PID}}$  – поправки к переменным идентификации частиц:  $w^{\text{PID}} = \varepsilon_{K^+}^{\text{PID}} \cdot \varepsilon_{\ell^-}^{\text{PID}} \cdot \varepsilon_{\ell^+}^{\text{PID}}$ , где  $\varepsilon_{K^+}^{\text{PID}}$  и  $\varepsilon_{\ell^\pm}^{\text{PID}}$ , где эффективности определены из калибровочных наборов;
3.  $w^{\text{trig}}$  – поправки к триггеру;
4.  $w^{\text{kin}}$  – поправки к кинематическим характеристикам  $B$ -мезонов, включающие в себя  $w_{\text{gen}}^{\text{kin}}$  – поправки к распределениям импульса и быстроты  $B$ -мезонов на уровне генерации и  $w_{\text{rec}}^{\text{kin}}$  – поправки к распределениям кинематических переменных на уровне реконструкции.

Таким образом, полная эффективность может быть выражена, как

$$\varepsilon^{tot} = \frac{\sum_{rec} w_{gen}^{kin}}{\underbrace{\sum_{gen} w_{gen}^{kin}}_{\varepsilon_{geom, \varepsilon_{rec, strip}}}} \cdot \frac{\sum_{sel} w_{rec}^{kin} \cdot w^{track} \cdot w^{PID} \cdot w^{trig}}{\underbrace{\sum_{rec} w_{rec}^{kin}}_{\varepsilon_{track, \varepsilon_{sel}, \varepsilon_{PID}, \varepsilon_{trig}, \varepsilon_{BDT}, \varepsilon_{fit\ range}}}}, \quad (4.17)$$

где  $\sum_{gen}$  – число моделированных событий на уровне генерации;  $\sum_{rec}$  – число реконструированных моделированных событий, удовлетворяющих критериям предварительного отбора, помимо идентификации частиц;  $\sum_{sel}$  – число моделированных событий, прошедших всю цепочку отбора, исключая отбор по критериям идентификации частиц.

Измеряемые вероятности редких распадов определяются в области истинных значений  $14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4 < q^2_{true}$ . Для вычисления вероятностей распадов требуется рассчитать параметр  $\mathcal{N}_{in}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)$  – выход распада  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  с поправкой на эффективность. Значение  $\mathcal{N}_{in}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)$  соответствует полному числу сигнальных распадов  $B$  мезонов, рожденных в  $pp$  взаимодействиях (т. е. до любых эффектов, связанных с детектированием). Данный параметр пропорционален числу отобранных сигнальных событий  $N^{sel}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)$  из области  $14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4 < q^2$ , получаемому путем интегрирования параметризации распределения инвариантных масс.  $\mathcal{N}_{in}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)$  и  $N^{sel}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)$  связаны соотношением

$$\begin{aligned} N^{sel}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-) &= \mathcal{N}_{all}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-) \cdot \varepsilon^{tot}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-) = \\ &= \mathcal{N}_{in}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-) \cdot \frac{1}{f^{q^2}} \cdot \varepsilon^{tot}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-), \end{aligned} \quad (4.18)$$

где  $\mathcal{N}_{all}$  – число событий во всем спектре  $q^2$ ;  $f^{q^2}$  – доля событий  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  в области  $14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4 < q^2_{true}$ . Значение  $f^{q^2}$  может быть вычислено при помощи численного моделирования на уровне генерации:

$$f^{q^2} = \frac{\sum_{gen, 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4 < q^2_{true}} w_{gen}^{kin}}{\sum_{gen, all} w_{gen}^{kin}}. \quad (4.19)$$

Заметим, что несмотря на зависимость данного отношения от моделированного спектра  $q^2$ , и, следовательно, заложенных в моделирование форм-факторов, эффективность отбора событий имеет множитель, сокращающийся с данной зависимостью в условии идеального разрешения по  $q^2$ .

Таким образом, отношение вероятностей распадов для редкого канала в области значений  $14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4 < q^2_{true}$  и нормировочного канала  $B^+ \rightarrow K^+J/\psi$  может быть выражено, как:

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)_{in}}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+J/\psi)} &= \frac{\mathcal{N}_{in}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)}{\mathcal{N}(B^+ \rightarrow K^+J/\psi)} = \\ &= \frac{\mathcal{N}_{all}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)}{\mathcal{N}(B^+ \rightarrow K^+J/\psi)} \cdot f^{q^2} = \\ &= \frac{N^{sel}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)}{N^{sel}(B^+ \rightarrow K^+J/\psi)} \cdot \frac{\varepsilon^{tot}(B^+ \rightarrow K^+J/\psi)}{\varepsilon^{tot}(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)} \cdot f^{q^2} \end{aligned} \quad (4.20)$$

где подпись «in» обозначает определение в области  $14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4 < q^2_{\text{true}}$ , а подпись «all» обозначает определение во всем спектре  $q^2$ .

#### 4.4.1 Поправки к разрешению детектора

Моделированное разрешение эксперимента LHCb относительно инвариантной массы электронной пары оказывается более качественным, чем наблюдаемое в эксперименте. Для проводимого измерения это означает, что использование результатов численного моделирования может привести к завышенной оценке эффективностей отбора кандидатов в избранной области инвариантных масс двух ( $q^2_{\text{track}}, q^2$ ) или трех ( $m(K^+e^+e^-)$ ) треков, а также к различиям в форме распределения реконструированной инвариантной массы  $B$ -кандидата.

Для осуществления поправок к разрешению в численном моделировании были использованы две специализированные процедуры размытия распределений. Первая из них была разработана в данном исследовании и применяется для размытия распределения по  $q^2_{\text{track}}$ . Вторая процедура ставит целью размытие распределений по  $q^2$  и  $m(K^+e^+e^-)$ ; в ней используются подходы, изложенные в описании измерения  $R_K$  в центральной области  $q^2$ .

Выделяются два источника ошибок в моделировании разрешения детектора для систем с электронными треками. Во-первых, разница в количестве вещества детектора в модели и действительности приводит к разнице в числе испущенных фотонов тормозного излучения. Это, в свою очередь, оказывает эффект на разрешение по импульсу электронных треков. Во-вторых, неидеальное моделирование множественности треков (и, следовательно, загрузки детектора) и работы ECAL влияет на эффективность процедуры восстановления фотонов тормозного излучения. Неидеальности в моделировании процедуры восстановления проявляют себя в изменении формы массового распределения  $B$  мезона и энергии электронных треков.

#### Размытие $q^2_{\text{track}}$

Для введения поправок к вышеописанным эффектам была применена специализированная процедура на основе свертки распределений. Свертка размывает распределения и ухудшает моделированное разрешение до наблюдаемого в эксперименте. Процедура размытия распределений кандидатов без восстановленных фотонов тормозного излучения, отличается от процедуры, применяемой к событиям с одним и более фотоном. По этой причине события были подразделены на три категории:

$0\gamma$ : Ни один из треков электронов-кандидатов не получил фотона при процедуре восстановления, эквивалентность  $q^2 \equiv q^2_{\text{track}}$ ;

1 $\gamma$ : Ровно один электронный треk получил один или несколько фотонов;

2 $\gamma$ : Оба электронных трека получили хотя бы один фотон каждый.

Различие процедуры для трех категорий отражено в разном выборе моделей параметризации распределений. Процедура размытия распределения состоит из следующих шагов:

1. Все наборы данных, используемых в процедуре, проходят полный отбор, включающий введение поправок для моделирования и отбор при помощи многомерных классификаторов. На массу  $B$  кандидата с подгонкой промежуточного резонанса  $J/\psi$  накладывается более строгий критерий  $5200 < m_{\text{DTF}}^{J/\psi}(K^+e^+e^-) < 5680$  МэВ/ $c^2$  для дополнительного подавления частично-реконструированных фонов.

2. Для каждой отдельной категории по числу треков с восстановленными фотонами выполняется параметризация моделированного распределения инвариантной массы пары электронных треков, рассчитанной без процедуры восстановления тормозного излучения  $m_{\text{track}}(ee)$ . Для категорий 1 $\gamma$  и 2 $\gamma$  распределение  $m_{\text{track}}(ee)$  параметризуется взвешенной суммой логарифмически-нормального распределения и двух моделей Crystal Ball [147]. Математическое выражение функции Crystal Ball:

$$f(x, \mu, \sigma, \alpha_L, n_L, \alpha_R, n_R) = \begin{cases} A_L \cdot \left(B_L - \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-n_L} & \text{для } \frac{x-\mu}{\sigma} < \alpha_L, \\ \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) & \text{для } \alpha_R \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \alpha_L, \\ A_R \cdot \left(B_R - \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-n_R} & \text{для } \frac{x-\mu}{\sigma} > \alpha_R, \end{cases} \quad (4.21)$$

где

$$A_{L(R)} = \left(\frac{n_{L(R)}}{|\alpha_{L(R)}|}\right)^{n_{L(R)}} \exp\left(-\frac{|\alpha_{L(R)}|^2}{2}\right), \quad (4.22)$$

$$B_{L(R)} = \frac{n_{L(R)}}{|\alpha_{L(R)}|} - |\alpha_{L(R)}|. \quad (4.23)$$

Асимметричное логнормальное распределение позволяет учесть широкий хвост в левой части распределения  $m_{\text{track}}(ee)$ , связанный с испущенными фотонами. Если же событие относится к категории 0 $\gamma$ , распределение параметризуется парной функцией Crystal Ball. Результаты параметризации моделированных распределений набора 2018 года представлены в верхнем ряду Рис. 4.5.

3. Полученная параметризующая модель затем свертывается с функцией Гаусса, описывающей разрешение детектора. Выбор функции для осуществления свертки основан на том, что хотя само распределение  $m_{\text{track}}(ee)$  и является асимметричным, эффекты разрешения, в основе которых лежат физические процессы рассеяния, симметричны и описываются нормальным распределением. Полученная в результате свертки модель применяется для параметризации соответствующих экспериментальных распределений. При подгонке парамет-

ры формы изначальных логнормальных распределений и моделей Crystal Ball фиксируются; варьируются лишь параметры формы нормального распределения и нормировочный коэффициент (число событий в распределении). Результат параметризации экспериментальных распределений набора данных 2018 года представлен в нижнем ряду на Рис. 4.5.

4. Наконец, производится размытие моделированного распределения инвариантной массы  $m_{\text{track}}(ee)$ . Для этого к значениям  $m_{\text{track}}(ee)$  каждого моделированного события прибавляется случайное число, полученное выборкой из полученного распределения Гаусса для разрешения.

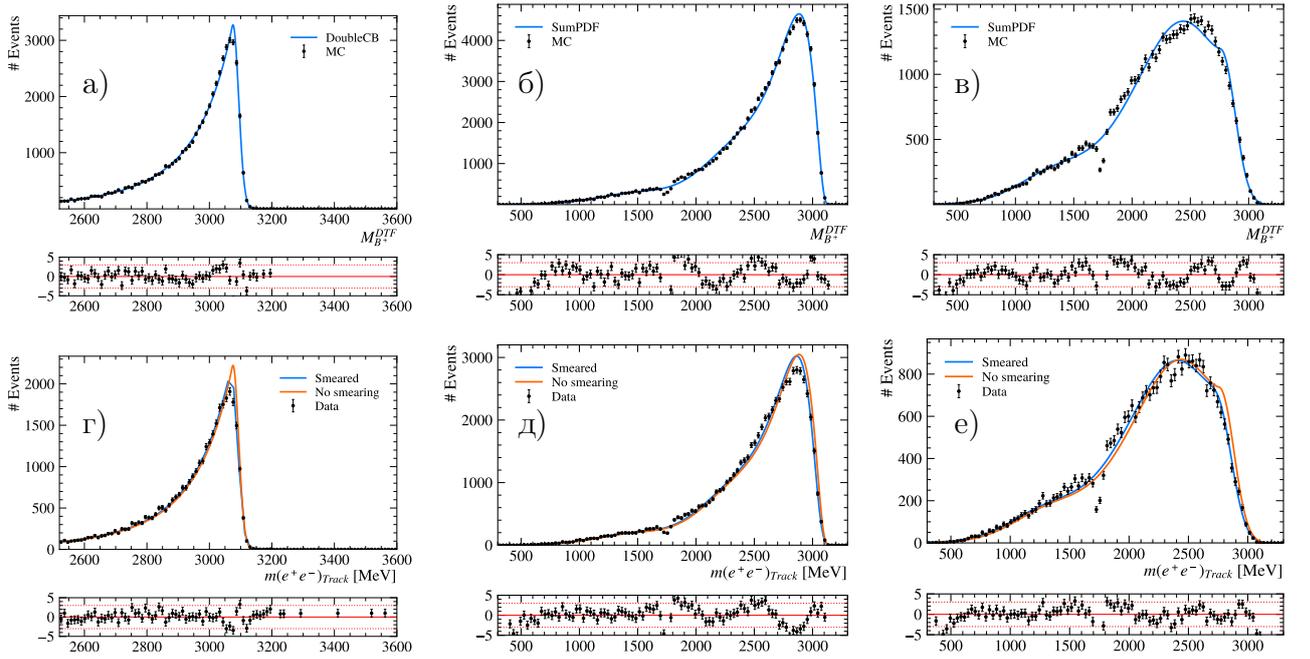


Рисунок 4.5 – Параметризации моделированных (а, б, в) и экспериментальных (г, д, е) распределений инвариантной массы пары электронных треков для  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-)$  (2018) в категориях  $0\gamma$  (а, г),  $1\gamma$  (б, д) и  $2\gamma$  (в, е)

Получившиеся новые распределения  $m_{\text{track}}(ee)$  затем используются для вычисления эффективности отбора по  $q_{\text{track}}^2$ . Процедура размытия распределений применяется отдельно к каждому из периодов набора данных экспериментом. Параметры распределения Гаусса для введения разрешения представлены в таблице 15.

Для категорий  $1\gamma$  и  $2\gamma$  параметризация производится в области  $m_{\text{track}}(ee) \in [300; 3600]$  МэВ/ $c^2$ , выбранной с целью полностью уловить особенности хвоста распределения. В районе массы  $\approx 1750$  МэВ/ $c^2$  в хвосте наблюдается локальный провал – следствие применения ветотребования  $m^{\text{Track}}(e^+ \rightarrow K^+ e^- \rightarrow \pi^-) \notin m(D^0) \pm 40$  МэВ/ $c^2$  для подавления фонового вклада от распадов рода  $B^+ \rightarrow X^+_{\rightarrow K^+} D^0(K^+_{\rightarrow e^+} \pi^-_{\rightarrow e^-})$ , где  $X^+ \in [K^+, \pi^+]$ .

Таблица 15 – Параметры  $\mu_{smear}$  и  $\sigma_{smear}$  для размытия распределения  $q_{\text{track}}^2$  для каждой категории данных

	$\mu_{smear}$			$\sigma_{smear}$		
	$0\gamma$	$1\gamma$	$2\gamma$	$0\gamma$	$1\gamma$	$2\gamma$
2018	-6,7	-17,2	-31,2	6,0	21,3	43,1
2017	-7,7	-20,3	-36,1	5,0	22,9	45,4
2016	-7,3	-20,9	-37,9	5,5	25,9	39,3
2012	1,45	-8,5	-23,4	0,85	18,7	44,6
2011	-3,6	-9,1	-17,7	10,1	13,5	17,6

Качество параметризации экспериментальных и моделированных распределений ограничено вследствие сложности формы распределения вызванной упомянутым вето  $D^0$ . По этой причине вводится специальная систематическая погрешность, ассоциированная с поправкой моделированного разрешения. Расчет систематического эффекта производится путем вычисления варьирования  $R_K$  в случаях применения и отсутствия процедуры размытия распределений. Более подробно систематический эффект обсуждается в разделе 4.6.4.

Единственный аспект выражения для наблюдаемой  $R_K$ , изменяющийся в зависимости от присутствия или отсутствия процедуры размытия распределений, это отношение эффективностей между редким и нормировочным каналами  $\varepsilon_{\text{rare}}/\varepsilon_{J/\psi}$ . Соответственно, изменение этого отношения  $\Delta(\varepsilon_{\text{rare}}/\varepsilon_{J/\psi})$ , выраженное в процентной доле, позволяет провести количественную оценку систематической погрешности, вызванной размытием  $q_{\text{track}}^2$ . Эта переменная изображена на Рис. 4.6 для случаев отбора нормировочного канала путем выделения области по  $q^2$  и по  $q_{\text{track}}^2$  (процедура размытия переменной  $q^2$  описывается далее в разделе 4.4.1). Отбор редкого канала в обоих случаях осуществляется наложением критерия на  $q_{\text{track}}^2$ . Как можно увидеть, изменения величины  $\Delta(\varepsilon_{\text{rare}}/\varepsilon_{J/\psi})$  значительно меньше (на уровне  $O(1\%)$ ), когда отбор событий обоих каналов осуществляется наложением соответствующих критериев на  $q_{\text{track}}^2$ . Данное обстоятельство указывает на целесообразность отбора событий нормировочного канала посредством выделения области  $q_{\text{track}}^2$  для уменьшения систематических погрешностей, связанных с поправками к моделированию разрешения детектора.

### Размытие распределений $m(K^+e^+e^-)$ и $q^2$

Процедура для введения поправок к моделированию разрешения детектора по отношению к полностью реконструированным инвариантным массам  $m(K^+e^+e^-)$  и  $q^2$  основывается на симметрии соответствующих распределений в контрольном канале  $B^+ \rightarrow K^+J/\psi(e^+e^-)$ . Вме-

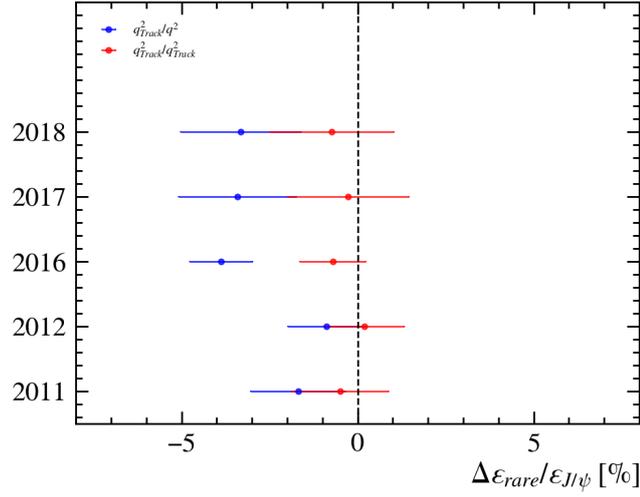


Рисунок 4.6 – Процентный сдвиг величины  $\varepsilon_{rare}/\varepsilon_{J/\psi}$  при выполнении процедуры размытия моделированного распределения

сто введения добавочного эффекта размытия моделированных распределений, как в случае  $q^2_{track}$ , осуществляется прямая поправка заниженной оценки разрешения: предполагая, что все эффекты размытия описываются нормальным распределением, и, соответственно, параметризуются средним значением и шириной, эффекты разлагаются на сумму сдвигов среднего значения и произведение множителей ширины, согласно формуле (4.25).

Введение поправок выполняется по следующему алгоритму:

1. Как и в случае поправок к разрешению по  $q^2_{track}$ , все задействованные наборы экспериментальных данных и продуктов моделирования подвергаются полной цепочке отбора и введения поправок. Наборы подразделяются на категории по количеству треков с восстановленными фотонами тормозного излучения.

2. Моделированное распределение инвариантных масс  $m(K^+e^+e^-)$  контрольного канала  $B^+ \rightarrow K^+J/\psi(e^+e^-)$  параметризуется парой функций Crystal Ball с противоположно направленными хвостами и общими средним значением и шириной.

3. Параметры формы модели распределения фиксируются. Среднее значение выражается через подогнанный параметр функции и сдвиг  $\Delta\mu$ , а ширина – через подогнанный параметр и множитель  $s_\sigma$ , так, что новые параметры представляют собой

$$\mu^{data} = \mu^{MC} + \Delta\mu \quad \text{и} \quad \sigma^{data} = s_\sigma \cdot \sigma^{MC}.$$

Для моделей, относящихся к категориям  $1\gamma$  и  $2\gamma$ , вводится дополнительный параметр  $s_\alpha$ , используемый для варьирования параметров хвоста распределения  $n$  и  $\alpha$ :

$$\alpha^{data} = s_\alpha \cdot \alpha^{MC} \quad \text{и} \quad n^{data} = \frac{1}{s_\alpha} \cdot n^{MC}.$$

Ввиду незначительности хвостов параметризующей модели Crystal Ball в случае категории  $0\gamma$ , связанными с ними эффектами можно пренебречь.

4. После этого модель с новыми параметрами используется для параметризации экспериментального распределения  $m(K^+e^+e^-)$  контрольного канала  $B^+ \rightarrow K^+J/\psi(e^+e^-)$ . Варьируются только число событий (масштабного множителя распределения, не влияющего на форму) и параметры  $\Delta\mu$ ,  $s_\sigma$  и, в случае  $1\gamma$  и  $2\gamma$ ,  $s_\alpha$ .

5. Наконец, распределения  $m(K^+e^+e^-)$  и  $q^2$  размываются согласно формулам:

$$m^{\text{разм}} = m^{\text{ист}} + s_\sigma \cdot (m - m^{\text{ист}}) + \Delta\mu + (1 - s_\sigma) \cdot (\mu^{MC} - m(B^+)), \quad (4.24)$$

$$q^2_{\text{разм}} = q^2_{\text{ист}} + s_\sigma \cdot (q^2 - q^2_{\text{ист}}) + \Delta\mu + (1 - s_\sigma) \cdot (\mu^{MC} - m(J/\psi)), \quad (4.25)$$

где  $m^{\text{ист}}$  и  $m$  – индивидуальные для каждого события истинная и реконструированная инвариантные массы трех треков  $K^+e^+e^-$ ;  $s_\sigma$ ,  $\Delta\mu$  и  $\mu^{MC}$  – параметры подгоночной модели, причем  $\mu^{MC}$  – среднее значение моделей Crystal Ball, полученное подгонкой к моделированным распределениям;  $m(B^+)$  – измеренная масса  $B^+$  мезона из PDG [30].

Формула (4.25) получена из предположения, что если величина  $m$  описывается нормальным распределением с шириной  $\sigma$  и средним значением  $\mu$ , величина  $m^{\text{разм}}$  будет описываться нормальным распределением с шириной  $\sigma \cdot s_\sigma$  и средним значением  $\mu + \Delta\mu$ . Параметризованные формы распределений инвариантной массы моделированных спектров до  $m^{MC}(K^+e^+e^-)$  и после  $m^{\text{разм}}(K^+e^+e^-)$  введения поправок к разрешению, также соответствующего экспериментального распределения  $\mu^{\text{data}}(K^+e^+e^-)$  представлены на Рис. 4.7. Отдельно следует обратить внимание на различие в правом хвосте распределения, вызванные тем, что формула (4.25) не учитывает асимметричные особенности распределений.

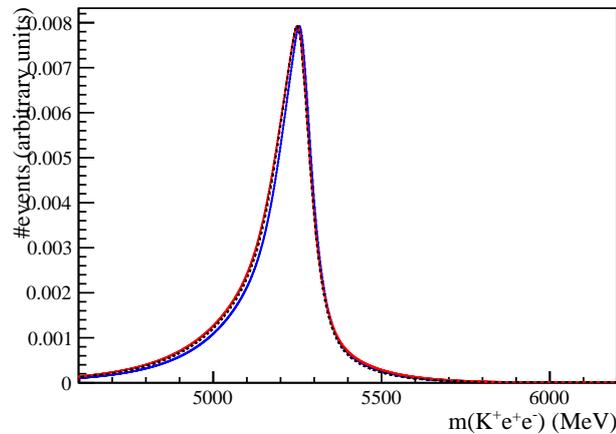


Рисунок 4.7 – Параметризации экспериментального распределения  $m(K^+e^+e^-)$  (пунктир) и моделированного распределения  $m(K^+e^+e^-)$  до (синий) и после размыва (красный)

#### 4.4.2 Суммарный список эффективностей

Результаты расчета эффективностей для данных, набранных при условиях 2018 года представлены в таблице 16. Наибольшее различие эффективностей редкого и нормировочного канала на этапе отбора вызвано определяющим отбором по  $q^2$ . Представленные в таблице 16 эффективности рассчитаны для двух случаев: без каких-либо поправок к моделированию и со всеми поправками. Последний подход используется в качестве номинального. В частности, в случае электронных треков в конечном состоянии, эффективности идентификации кандидатов и триггерного отбора сильно различаются в зависимости от того, были ли применены поправочные веса. В таблице также представлена доля  $f^{q^2}$ , рассчитанная согласно формуле (4.19) с использованием моделирования генераторного уровня.

#### 4.5 Параметризация распределений инвариантных масс

Для измерения наблюдаемой  $R_K$  необходимо получение выходов редких каналов  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$  и  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  и нормировочных каналов  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+ e^-)$  и  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+ \mu^-)$ . Выходы каналов измеряются путем параметризации распределений инвариантных масс по методу расширенного максимального правдоподобия [148] с разделением сигнального и фоновых вкладов. Определение значения  $R_K$  производится при параметризации канала  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ . Информация, полученная из рассмотрения других каналов, выступает в роли внешних ограничений параметров. Для вычисления контрольной наблюдаемой  $R_{\psi(2S)}$  требуется знание выходов каналов  $B^+ \rightarrow K^+ \psi(2S)(e^+ e^-)$  и  $B^+ \rightarrow K^+ \psi(2S)(\mu^+ \mu^-)$ . В данном разделе описаны модели параметризации исследованных автором фоновых компонентов.

##### 4.5.1 Параметризация частично-реконструированного фона электронной моды

Наборы данных, реконструированных и отобранных в гипотезе редкого распада  $B$ -кандидата с электронами в конечном состоянии, включают в себя распады  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$  и фоновые вклады. Среди них выделяются фоны с неверной идентификацией частиц и множество частично-реконструированных распадов с промежуточным чармонием  $\psi(2S)(\rightarrow e^+ e^-)$ . Результаты параметризации численного моделирования фона с  $\psi(2S)$  представлены на Рис. 4.8.

Параметризация выполнялась методом ядерной оценки плотности. Моделированные наборы событий разных распадов рода  $\psi(2S)X$  были скомбинированы для получения модели описания всего фона. Весовые коэффициенты разных вкладов при комбинировании определялись произведением вероятностей адронизации  $b$ -кварков в различные мезонные

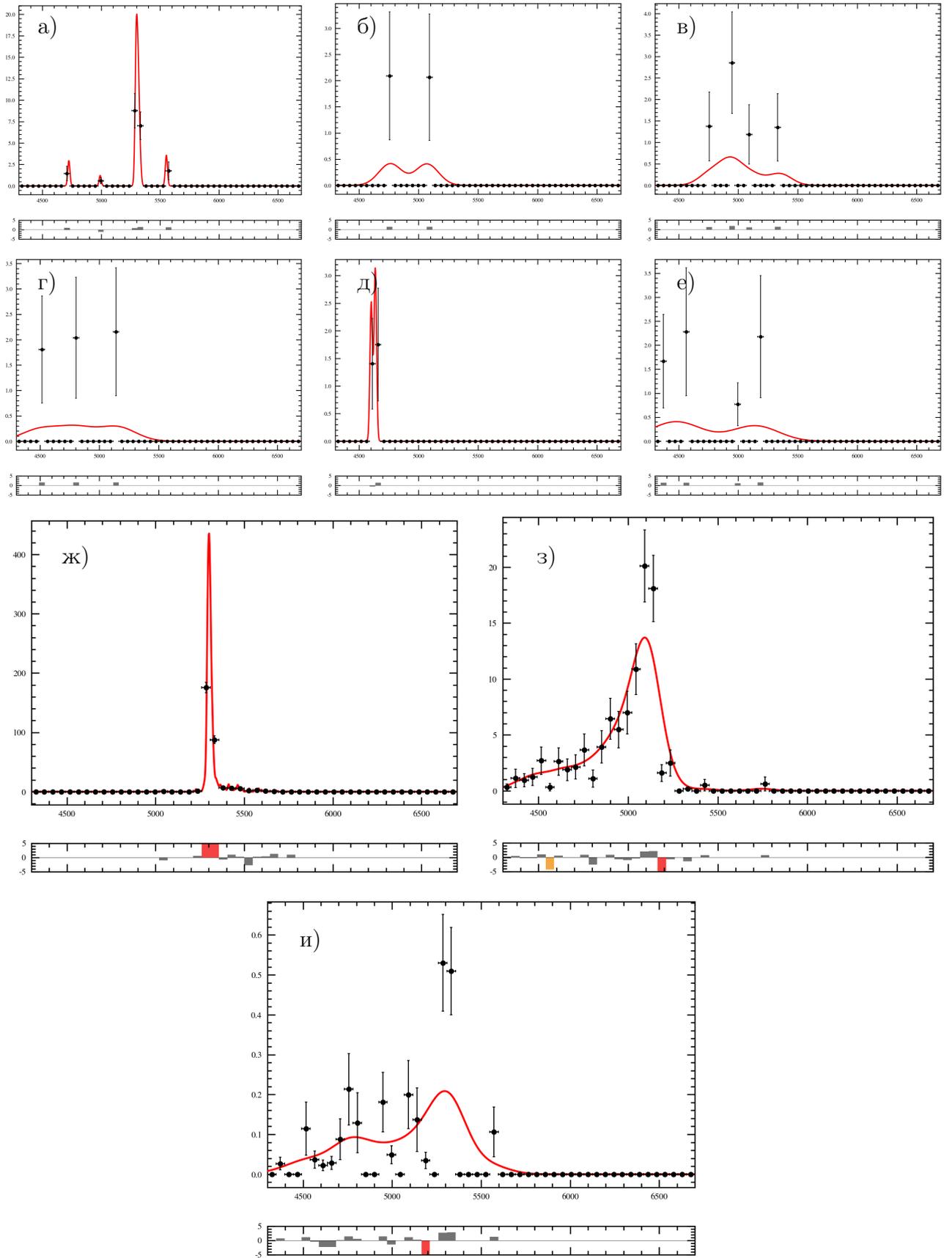


Рисунок 4.8 – Параметризация каналов: а)  $B^+ \rightarrow \psi(2S)X$ , б)  $B^+ \rightarrow \psi(2S)X$  с ошибкой  $\pi \rightarrow K$ , в)  $B^0 \rightarrow \psi(2S)X$ , г)  $B^0 \rightarrow \psi(2S)X$  с ошибкой  $\pi \rightarrow K$ , д)  $B_s^0 \rightarrow \psi(2S)X$ , е)  $B_s^0 \rightarrow \psi(2S)X$  с ошибкой  $\pi \rightarrow K$ , ж)  $B^\pm \rightarrow \psi(2S)K^\pm$ , з)  $B^0 \rightarrow \psi(2S)K^{*0}$ , и) суммарно  $B \rightarrow \psi(2S)X$

Таблица 16 – Эффективности отбора  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(e^+e^-)$ ,  $B^+ \rightarrow K^+ e^+e^-$ ,  $B^+ \rightarrow K^+ \psi(2S)(e^+e^-)$ ,  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\mu^+\mu^-)$ ,  $B^+ \rightarrow K^+ \psi(2S)(\mu^+\mu^-)$ , и  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+\mu^-$  для набора 2018 г.

$\varepsilon$ [%]	Электронные моды			Мюонные моды		
	$J/\psi$	$\psi(2S)$	редкая	$J/\psi$	$\psi(2S)$	редкая
	Без поправок					
$\varepsilon^{\text{geom}}$	$17,31 \pm 0,03$	$17,60 \pm 0,03$	$17,58 \pm 0,03$	$17,40 \pm 0,03$	$17,66 \pm 0,03$	$17,68 \pm 0,03$
$\varepsilon^{\text{rec,strip}}$	$14,32 \pm 0,01$	$14,50 \pm 0,02$	$13,74 \pm 0,02$	$27,68 \pm 0,01$	$27,57 \pm 0,02$	$26,93 \pm 0,03$
$\varepsilon^{\text{sel}}$	$80,82 \pm 0,03$	$76,84 \pm 0,06$	$59,46 \pm 0,37$	$53,27 \pm 0,03$	$55,78 \pm 0,03$	$50,52 \pm 0,13$
$\varepsilon^{\text{PID}}$	$77,49 \pm 0,04$	$77,67 \pm 0,07$	$74,01 \pm 0,42$	$93,90 \pm 0,02$	$94,08 \pm 0,02$	$93,15 \pm 0,09$
$\varepsilon^{\text{trig}}$	$34,84 \pm 0,05$	$40,71 \pm 0,09$	$63,83 \pm 0,54$	$77,82 \pm 0,04$	$80,91 \pm 0,04$	$82,09 \pm 0,15$
$\varepsilon^{\text{fit range}}$	$99,25 \pm 0,02$	$99,75 \pm 0,01$	$100,00 \pm 0,00$	$99,49 \pm 0,01$	$99,66 \pm 0,01$	$97,49 \pm 0,07$
$\varepsilon^{\text{CombBDT}}$	$83,42 \pm 0,06$	$80,84 \pm 0,11$	$78,64 \pm 0,55$	$93,55 \pm 0,02$	$92,98 \pm 0,02$	$91,96 \pm 0,11$
$\varepsilon^{\text{tot}}$	$0,418 \pm 0,001$	$0,438 \pm 0,002$	$0,035 \pm 0,001$	$1,716 \pm 0,003$	$1,877 \pm 0,004$	$0,440 \pm 0,002$
	С номинальными поправками к идентификации, триггеру и кинематике					
$\varepsilon^{\text{geom}}$	$17,59 \pm 0,03$	$17,90 \pm 0,03$	$17,87 \pm 0,03$	$17,68 \pm 0,03$	$17,96 \pm 0,03$	$17,97 \pm 0,03$
$\varepsilon^{\text{rec,strip}}$	$13,60 \pm 0,01$	$13,80 \pm 0,02$	$13,02 \pm 0,02$	$26,99 \pm 0,01$	$26,91 \pm 0,02$	$26,22 \pm 0,03$
$\varepsilon^{\text{sel}}$	$80,91 \pm 0,03$	$76,92 \pm 0,06$	$59,45 \pm 0,37$	$52,85 \pm 0,03$	$55,48 \pm 0,03$	$50,30 \pm 0,13$
$\varepsilon^{\text{PID}}$	$69,02 \pm 0,05$	$69,19 \pm 0,09$	$64,65 \pm 0,53$	$91,08 \pm 0,03$	$91,24 \pm 0,03$	$89,77 \pm 0,15$
$\varepsilon^{\text{trig}}$	$30,78 \pm 0,04$	$36,20 \pm 0,08$	$58,39 \pm 0,51$	$75,34 \pm 0,04$	$78,87 \pm 0,04$	$80,30 \pm 0,16$
$\varepsilon^{\text{fit range}}$	$99,15 \pm 0,02$	$99,69 \pm 0,02$	$100,00 \pm 0,00$	$99,43 \pm 0,01$	$99,61 \pm 0,01$	$97,37 \pm 0,07$
$\varepsilon^{\text{CombBDT}}$	$82,30 \pm 0,06$	$79,70 \pm 0,10$	$76,74 \pm 0,53$	$92,35 \pm 0,03$	$91,73 \pm 0,03$	$90,58 \pm 0,12$
$\varepsilon^{\text{tot}}$	$0,306 \pm 0,001$	$0,320 \pm 0,001$	$0,025 \pm 0,000$	$1,561 \pm 0,003$	$1,725 \pm 0,004$	$0,401 \pm 0,002$
$f^{q^2}$			$24,60 \pm 0,07$			$26,33 \pm 0,08$

состояния  $B$ , вероятностей распадов соответствующих каналов и эффективностей их отбора.

#### 4.5.2 Параметризация фона с ошибкой идентификации частиц электронной моды

Несмотря на то, что номинальный отбор с критерием на переменную идентификации  $PID_e > 4$  для каждого из электронных кандидатов значительно подавляет вклады от процессов с ошибкой идентификации, необходимо провести оценку формы распределения и выхода остаточных событий данного фона. Для описания вклада от данных фонов в распределение по инвариантным массам был использован основанный на экспериментальных данных

подход «прошел-не прошел» (pass-fail) [85].

Были рассмотрены три источника фона с ошибкой идентификации, способных внести вклад в набор данных  $K^+e^+e^-$  после проведения полного отбора. Два из них –  $B^+ \rightarrow K^+\pi^+\rightarrow\ell^+\pi^-\rightarrow\ell^-$  и  $B^+ \rightarrow K^+K^+\rightarrow\ell^+K^-\rightarrow\ell^-$  – имеют формы распределения с пиком в той же области, что и сигнал  $B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$ . Форма распределения плотности данных событий вычисляется при помощи моделирования, а их выход – на основе калибровочных экспериментальных данных.

Третий вид фона с ошибкой идентификации представляет собой сумму всех частично реконструированных распадов, где один или два кандидата неверно идентифицируются как электронные. Распределение событий этого вида фона, называемого далее остаточным, представляет собой более широкий пик с центральным значением ниже массы  $B^+$  мезона. Ввиду большого количества индивидуальных распадов, вносящих небольшие вклады в данную компоненту, оценка её формы распределения и выхода может быть проведена только на основе экспериментальных данных. В анализе использовался эвристический подход, основанный на предположении, что распределение событий по инвариантной массе может описываться функцией фазового пространства, разработанной для описания распределения событий комбинаторного фона. Её общий вид:

$$\gamma(x, \sqrt{q^2_{\min}}, \lambda) = \Gamma(x, x - m_K, \lambda) - \Gamma(x, \sqrt{q^2_{\min}}, \lambda), \quad (4.26)$$

где

$$\Gamma(x, |q|, \lambda) = \int \frac{d\Gamma}{dx d|q|} d|q| \quad (4.27)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dx d|q|} &= \frac{1}{2x} e^{-\lambda x} d\phi_3(x; p_K, q) \\ &= \frac{1}{4x|q|} e^{-\lambda x} \frac{\sqrt{x^2 - (m_K + |q|)^2}}{x} \frac{\sqrt{x^2 - (m_K - |q|)^2}}{x}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Параметры модели:  $q^2_{\min}$  – нижний порог рассматриваемой области по  $q^2$ ;  $\lambda$  – коэффициент в степени экспоненты;  $x = m(Kee)$  – инвариантная масса трех треков.

Величины параметров модели определялись при подгонке к распределениям, полученных по методу «прошел-не прошел» (описан далее в этом разделе) и не изменялись при параметризации экспериментального распределения событий сигнальной моды.

### Оценки с использованием метода «прошел-не прошел»

Для подготовки наборов данных к применению метода «прошел-не прошел» был произведен обращенный отбор по переменным идентификации частиц. Таким образом были полу-

чены наборы, обогащенные событиями с ошибочной идентификацией и не пересекающиеся с рассматриваемыми сигнальными данными. Поскольку требование предварительной фильтрации данных  $PIDe > 0$  не может быть удалено, в качестве обращенного отбора был выбран критерий  $0 < PIDe < 2$ . Большая строгость критерия по сравнению с формальным  $0 < PIDe < 4$  подавляет события с электронными треками от распада  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ . Ввиду малого объема отобранной таким образом выборки данных (в области высоких значений  $q^2$ ), наборы первого и второго сеансов были объединены.

Поскольку каждое событие-кандидат должно включать в себя два трека электронов, набор с обращенным требованием по идентификации может быть разложен на три взаимоисключающие категории:

- «не прошел-не прошел»: оба трека не прошли номинальные требования к идентификации в качестве электронов;
- «прошел-не прошел»: трек  $e$ , не прошедший идентификацию, имеет заряд, противоположный кандидату каону. Трек  $e$  с зарядом, совпадающим с каоном, проходит требования идентификации.
- «не прошел-прошел»: обратно предыдущему. Заряд трека  $e$ , провалившего идентификацию, совпадает с зарядом кандидата каона. Трек  $e$  с противоположным зарядом проходит требования идентификации.

Для экстраполяции данных из трех категорий в область номинального отбора по параметрам идентификации частиц, каждому треку был приписан индивидуальный вес переноса:

$$w_{transfer}^{h \rightarrow e} = \frac{\varepsilon(PIDe > 4|p, \eta, L0e, h)}{\varepsilon(0 < PIDe < 2|p, \eta, L0e, h)}, \quad (4.29)$$

где в числителе – эффективность прохождения номинального отбора по критериям идентификации для адрона  $h$  с импульсом  $p$ , псевдобыстротой  $\eta$  и решением L0e триггерной линии L0Electron; в знаменателе – эффективность прохождения обращенного отбора для того же адрона. События-кандидаты в категории «не прошел-не прошел» получают вес, равный произведению весов обоих треков. События из остальных категорий получают вес, равный весу не прошедшего отбор трека.

Эффективности ошибочной идентификации  $h \rightarrow e$  были получены с использованием пакета PIDCalib2. Таблицы эффективности составлялись с той же схемой группирования, что и для номинального отбора. Следовательно, для каждой ячейки гистограммы веса переноса могут быть рассчитаны, как отношение количеств событий, прошедших номинальный и обращенный отбор.

Для принятия решения о том, получит ли трек вес переноса для ошибки  $K \rightarrow e$  или

$\pi \rightarrow e$ , использовался отбор по классификатору ProbNNk. Треки с ProbNNk  $> 0,1$  получали вес, соответствующий случаю  $K \rightarrow e$ , остальные –  $\pi \rightarrow e$ . Введение этого бинарного отбора означает на практике дополнительный критерий для таблиц весов переноса:

$$w_{transfer}^{\pi \rightarrow e} = \frac{N(PIDe > 4 \ \& \ ProbNNk < 0,1 | P, \eta, L0e)}{N(0 < PIDe < 2 \ \& \ ProbNNk < 0,1 | P, \eta, L0e)} \quad (4.30)$$

для каонов и

$$w_{transfer}^{K \rightarrow e} = \frac{N(PIDe > 4 \ \& \ ProbNNk > 0,1 | P, \eta, L0e)}{N(0 < PIDe < 2 \ \& \ ProbNNk > 0,1 | P, \eta, L0e)}, \quad (4.31)$$

для пионов. Здесь  $N$  – число событий, прошедших отбор по переменным идентификации. Пример таблицы весов переноса для пионов 2018 года представлен на 4.9.

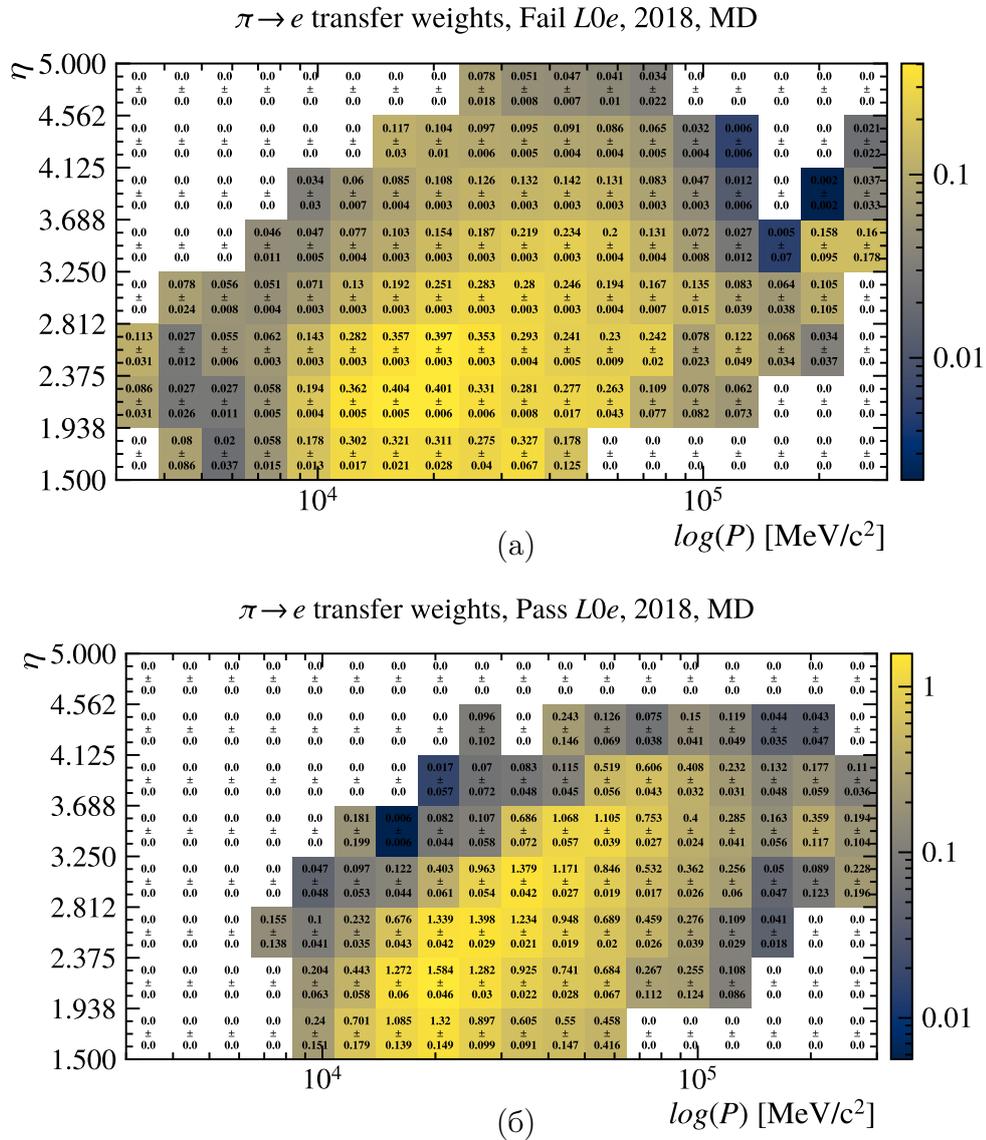


Рисунок 4.9 – Двумерные карты распределений весов переноса для пиона а) не прошедшего и б) прошедшего отбор линии триггера L0Electron

Перенесенные при помощи весов события «не прошел-прошел» и «прошел-не прошел»

позволяют получить оценку формы распределения инвариантных масс и выхода двух видов фонов с однократной ошибкой идентификации кандидата. Оба класса событий (в областях после переноса) также включают в себя кандидаты с двойной ошибкой. Для избежания двойного учета этих событий при суммировании перенесенных кандидатов, события класса «не прошел-не прошел» должны быть вычтены. Таким образом, в качестве оценки суммарного выхода фонов с ошибкой идентификации одного и двух кандидатов для номинального отбора по переменным идентификации частиц используется следующая комбинация кандидатов с весами переноса:

$$\begin{aligned} \text{«прошел-прошел»} = & \text{«прошел-не прошел»} + \text{«не прошел-прошел»} - \\ & - \text{«не прошел-не прошел»} \end{aligned} \quad (4.32)$$

где для анализа с группированием событий сумма вычисляется по ячейкам, а для по-событийного анализа кандидаты «не прошел-не прошел» получают отрицательные веса.

Наборы данных, полученные обращенным отбором, также включают в себя вклады от сигнальных событий  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ , частично реконструированных распадов рода  $B^{0(+)} \rightarrow K^{*0(+)} (\rightarrow K^+ \pi^-) e^+ e^-$  и комбинаторный фон. Вклад первых двух типов событий значительно подавлен в наборе «не прошел-не прошел». Поэтому выход фонов с ошибкой идентификации двух кандидатов  $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+_{\rightarrow \ell^+} \pi^-_{\rightarrow \ell^-}$  и  $B^+ \rightarrow K^+ K^+_{\rightarrow \ell^+} K^-_{\rightarrow \ell^-}$  оценивается с использованием набора «не прошел-не прошел». При этом для увеличения чувствительности выполняется параметризация распределения масс  $m(K^+ \pi^+ \pi^-)$  и  $m(K^+ K^+ K^-)$  кандидатов с примененными весами переноса.

Форма распределения и выход остаточных компонентов фонов с ошибкой идентификации могут быть получены на основании подгонки модели к данным набора «прошел-прошел» (4.32). При этом параметризуется инвариантная масса  $m(K^+ e^+ e^-)$ .

Так как число событий с ошибкой идентификации обоих кандидатов в наборах «прошел-прошел» и «не прошел-не прошел» должно быть одинаковым, подгонка параметризующей модели к распределениям  $m(K^+ \pi^+ \pi^-)$ ,  $m(K^+ K^+ K^-)$  и  $m(K^+ e^+ e^-)$  выполняется одновременно. Форма каждого компонента с двумя ошибками идентификации описывается ядерной оценкой плотности. Выходы частично-реконструированных фонов и сигнального распада оцениваются из эффективностей и парциальных ширин распадов по отношению к контрольным каналам. Формы распределения комбинаторных и частично-реконструированных фонов, а также остаточных событий с одной ошибкой идентификации описывались функцией фазового пространства. Результат одновременной параметризации представлен на Рис. 4.10.

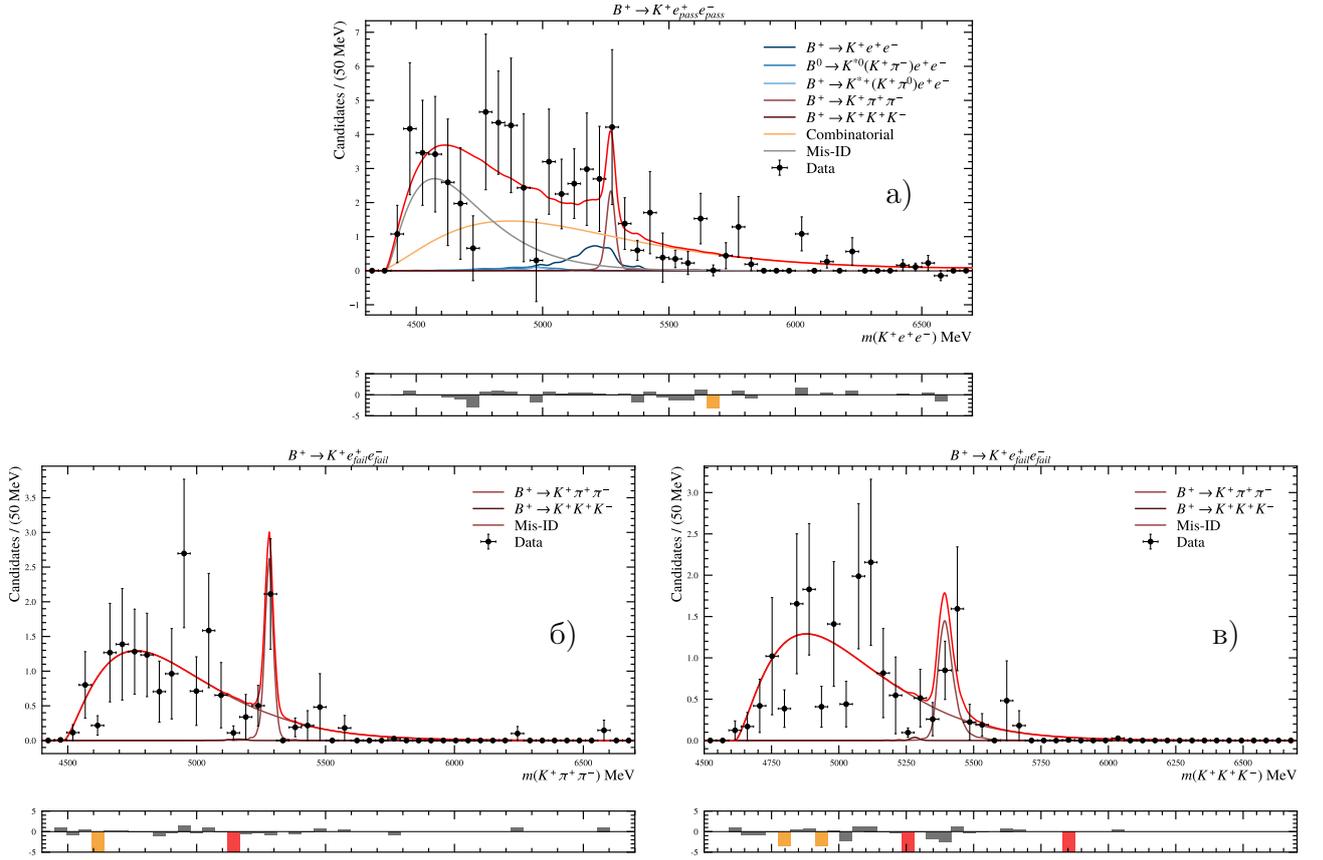


Рисунок 4.10 – Параметризация распределения весов переноса по инвариантной массе а)  $m(K^+ e^+ e^-)$  «прошел-прошел»; б)  $m(K^+ \pi^+ \pi^-)$  и в)  $m(K^+ K^+ K^-)$  «не прошел-не прошел»

#### 4.6 Систематические погрешности

Все систематические погрешности, связанные с параметризацией распределений, изложены в таблице 17. Систематические погрешности, связанные с измерением эффективности отбора и используемым в анализе модельно независимым алгоритмом измерения  $R_K$  представлены в разделе 4.6.4. Краткое изложение этих погрешностей представлено в таблице 18.

Систематические погрешности параметризации изучались с использованием метода повторной выборки. Выборка генерировалась на основе функции плотности вероятности, подгоночные параметры которой определялись при параметризации экспериментальных данных. Параметризация распределений событий в каждой из выборок производилась дважды: сначала согласно номинальной стратегии параметризации, затем с вариацией данной стратегии. В результате каждой выборке соответствуют два значения  $R_K$ , которые могут быть использованы для вычисления относительной невязки измерения, определенной как

$$\frac{R_K^{\text{nominal}} - R_K^{\text{alternative}}}{\sigma_{R_K}},$$

Таблица 17 – Список всех систематических погрешностей параметризации

Статистическая погрешность $R_K$	
0,0967	
Источник систематической погрешности	Величина (в ед. стат. погр. $R_K$ )
Ошибка смещения	0,120
Выбор комбинаторной модели	0,010
Эффективности отбора по CombBDT	0,129
Ограниченность выборки для «п.-не п.»	0,131
Определение области обращенного отбора для «п.-не п.»	0,037
Варьирование ProbNNK для метода «п.-не п.»	0,045
KDE-параметризация «п.-не п.» (альтернатива)	0,166
Ч.-р. фон – $S$ -волна	0,011
Ч.-р. фон – ограниченность выборки моделирования	0,036
Ч.-р. фон – использование формы $K^{*+}$	0,215
Ч.-р. фон - сдвиг массы	0,096
Пренебрежение каскадными фонами без ошибки идентификации	0,008
Пренебрежение вкладом резонансного распада с $\psi(2S)$	0,067
Модель параметризации сигнала	0,099
Промежуточное отношение сист./стат. погр.	
0,388	
Промежуточная погрешность $R_K$	
0,104	

Использованы сокращения: «ед.» – единица, «стат.» – статистический, «сист.» – систематический, «погр.» – погрешность, «п.-не п.» – «прошел-не прошел», «ч.-р.» – частично-реконструированный

где  $\sigma_{R_K}$  – статистическая погрешность в определении  $R_K$ . Для каждого источника систематических погрешностей было построено распределение относительных невязок. На его основе выбиралось наибольшее по модулю число из среднего значения и стандартного отклонения распределения в единицах статистической погрешности значения  $R_K$ . Далее выбранное число умножалось на среднюю статистическую погрешность выборки. Результирующее произведение является систематической погрешностью по отношению к  $R_K$ . Корень суммы квадратов

всех систематических погрешностей затем был добавлен в функцию правдоподобия для  $R_K$ , профиль которой использовался для вычисления полной погрешности  $R_K$  (см. раздел 4.8).

#### 4.6.1 Систематические погрешности обработки фонов с ошибкой идентификации

##### Статистическая значимость выборки с обращенным отбором по переменным идентификации

Для вычисления систематической погрешности  $R_K$ , связанной с размером выборок, используемых для оценки компонентов с неверной идентификацией были совершены повторные выборки на основе номинальной функции плотности распределения. Повторные выборки затем были параметризованы двумя моделями: номинальной и альтернативной. Альтернативная модель генерировалась на основе повторных выборок контрольных наборов, полученных бустраповским методом. Повторная выборка осуществлялась на каждом шаге подготовки наборов, включая вывод калибровочных таблиц эффективности идентификации и вычисление весов перевода. Распределение относительных невязок для альтернативных моделей представлено на Рис. 4.11.

##### Определение области обращенного отбора

Номинальный метод измерения фона с ошибочной идентификацией частиц включает в себя требование обращенного отбора  $0 < \text{PIDe} < 2$ . Оно обеспечивает эффективное подавление сигнальных событий в обогащенной фоном выборке. Однако выбор данного требования не является единственно возможным: любой критерий, ортогональный к номинальному отбору сигнала  $\text{PIDe} > 4$  позволяет получить выборку с обращенным отбором. Для оценки систематической погрешности, связанной с выбором критерия, было выполнено альтернативное изучение модели параметризации спектра, а также выхода фона с неверной идентификацией. В качестве альтернативного определения области выборки был использован критерий  $0 < \text{PIDe} < 4$ , позволяющий получить выборку с большей статистической значимостью, но также большим числом сигнальных событий. Распределение относительных невязок  $R_K$  для случая альтернативной выборки представлено на Рис. 4.11.

##### Выбор модели параметризации фона с ошибкой идентификации

Номинальная модель параметризации перевзвешанных событий из выборки, обогащенной фоном с неверной идентификацией была построена на основе ряда предположений. Так, на-

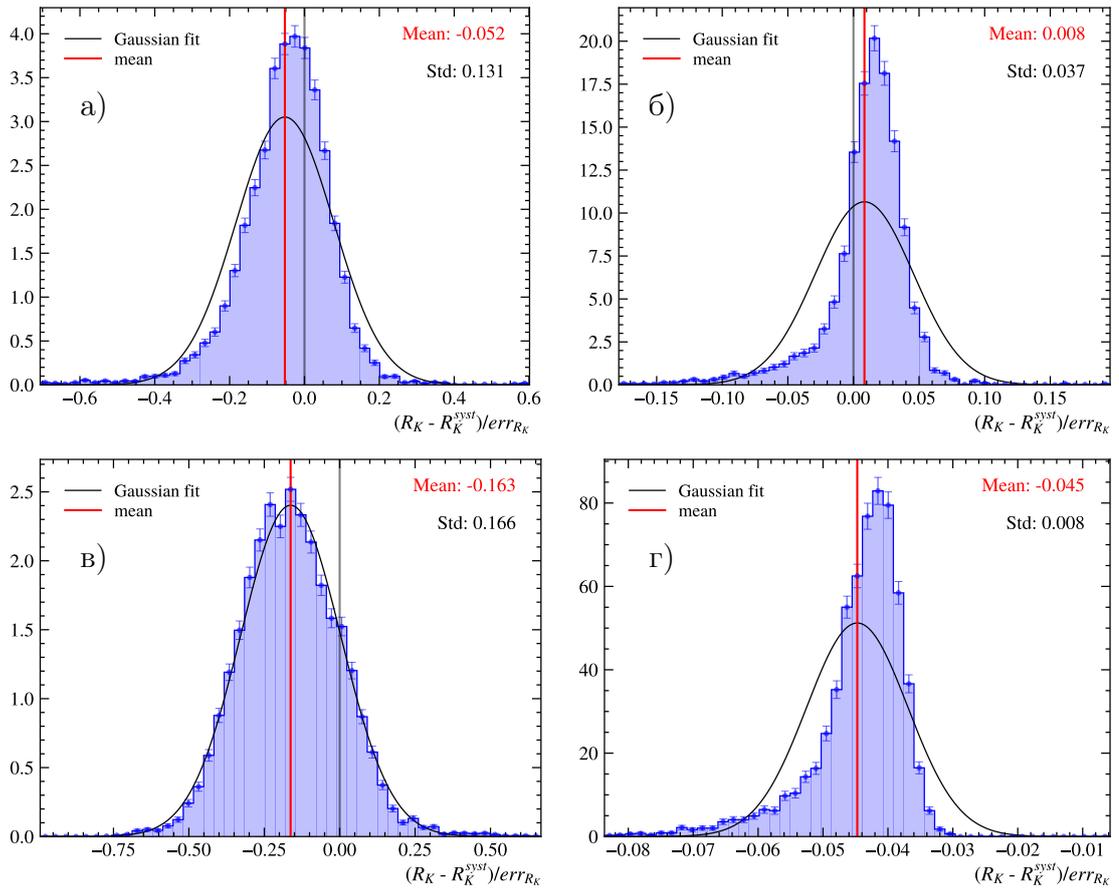


Рисунок 4.11 – Распределение относительных невязок  $R_K$  для случаев а) построения альтернативной модели варьированием параметров моделей-компонентов, б) варьированием определения области обращенного отбора, в) с использованием альтернативной KDE-модели и г) варьированием критерия отбора по ProbNNk

пример, предполагается, что фон от событий со случайной комбинацией треков может быть описан той же моделью, что и в случае сигнального набора данных. Помимо этого, вводится предположение о наличии остаточного компонента фона с неверной идентификацией, форма распределения событий которого по инвариантной массе может быть описана той же функцией фазового объема. Наконец, предполагается, что распределения событий с двумя неверно идентифицированными частицами могут быть описаны функциями, полученными путем параметризации моделированных распределений.

В случае ошибочности любого из представленных предположений, определение фонового компонента с неверной идентификацией частиц могло быть смещено. Данный эффект, в свою очередь, приводит к смещению измеренного значения  $R_K$ . Для оценки потенциальной систематической погрешности, вызванной описанными предположениями, была использована альтернативная модель, описывающая плотность распределения интересующих фоновых

событий и не требующая предположений априори: ядерная оценка плотности. Распределение относительных невязок  $R_K$  для описанного альтернативного подхода представлено на Рис. 4.11 слева снизу.

### Выбор критерия отбора на основе нейронного классификатора ProbNNk

С целью определения, какой из весов переноса (каонный или пионный) должен быть приписан каждому данному треку в событиях обращенной выборки, использовался отбор на основе предсказательной переменной нейронного классификатора ProbNNk. В качестве порогового значения в номинальном подходе было выбрано  $\text{ProbNNk} = 0,1$ . Данное значение позволяет эффективно разделить реконструированные треки на те, что были вызваны прохождением пиона и те, что были вызваны прохождением каона. Однако использование другого порогового значения может привести к другой функции, описывающей распределение событий с неверной идентификацией, и, следовательно, к другому значению  $R_K$ . В качестве альтернативного значения было выбрано  $\text{ProbNNk} = 0,9$ . Распределение относительных невязок  $R_K$  для описанного альтернативного подхода представлено на 4.11 справа снизу.

Результаты альтернативных параметризаций представлены на Рис. 4.12.

#### 4.6.2 Систематические погрешности обработки пренебрегаемых фонов

В номинальной стратегии параметризации сигнального набора данных два компонента – каскадные фоны с очарованными адронами и резонансный канал с чармонием  $\psi(2S)$  – исключаются из рассмотрения ввиду пренебрежимо малого числа событий. В данном разделе рассмотрены систематические эффекты, вызванные данным решением.

#### Пренебрежение распадом $B \rightarrow \psi(2S)[\rightarrow e^+e^-]X$

Ввиду плохого разрешения при измерении основанной на трековой информации  $q_{\text{track}}^2$  для электронных каналов пренебрежимо небольшое число событий  $B \rightarrow \psi(2S)[\rightarrow e^+e^-]X$  может попасть в сигнальную область. Число событий рассчитано на основе численного моделирования  $B^+ \rightarrow \psi(2S)K^+$ , измеренных вероятностей распадов для частично реконструированных каналов и долей рождения  $B$  мезонов  $f_{(u,d,s)}$ . Количественная оценка, произведенная указанным методом, составляет 5 ожидаемых событий на весь сигнальный набор данных. Для уменьшения числа степеней свободы параметризующей распределение по инвариантным массам функции данный компонент был исключен из рассмотрения в номинальной стратегии. Альтернативная стратегия для оценки систематического эффекта данного подхода включает

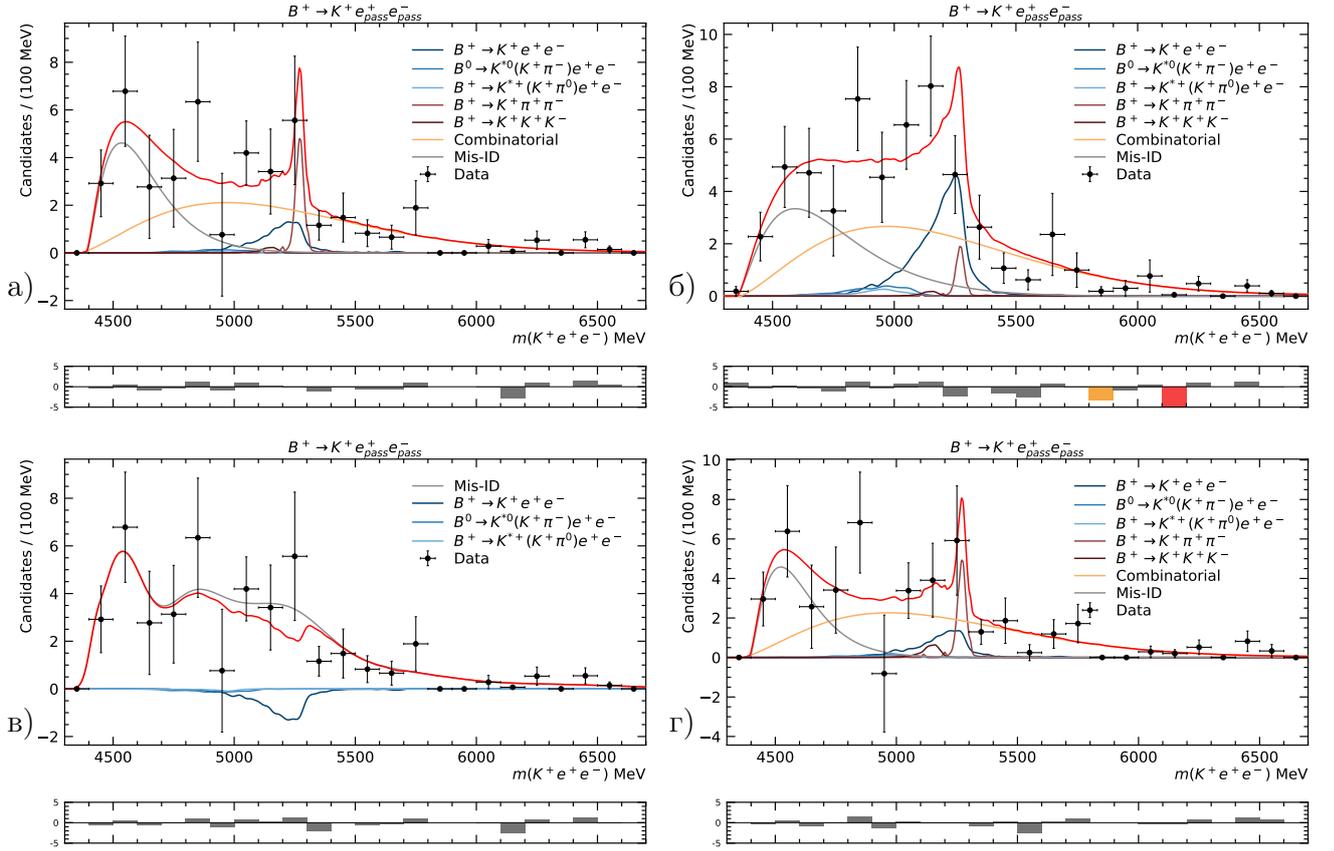


Рисунок 4.12 – Параметризация распределения весов переноса данных обращенного отбора для случаев а) номинальной модели, б) варьирования определения области обращенного отбора, в) при использовании альтернативной KDE-модели и г) варьировании критерия отбора по ProbNNk

в себя введение дополнительной модели для параметризации соответствующего компонента. Распределение относительных невязок  $R_K$ , полученное при добавлении указанной модели, представлено на Рис. 4.13б.

#### 4.6.3 Параметризация распределения инвариантных масс сигнала $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$

Сигнальный пик, используемый для параметризации распределения событий редкого электронного канала, представляет собой сумму моделей Crystal Ball (4.21) и функций Гаусса, чьи параметры вычисляются подгонкой к моделированным распределениям. При измерении  $R_K$  все параметры, влияющие на форму модели, фиксируются. Следовательно, любая ошибка в подогнанных параметрах может привести к сдвигу измеренного значения  $R_K$ . Для оценки систематических эффектов параметризации распределения было произведено измерение  $R_K$  с использованием альтернативной модели. В качестве альтернативной модели использовалась параметризация моделированного распределения методом ядерной

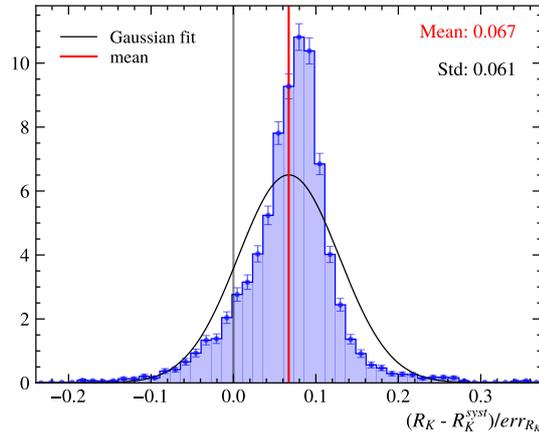


Рисунок 4.13 – Распределение относительных невязок  $R_K$ , связанных с пренебрежением вкладом событий резонансных распадов  $\psi(2S)$  в сигнальной области

оценки плотности. При этом для оценки возможных сдвигов, связанных с ограниченностью размера выборки моделирования, был применен метод бутстрап. Наконец, альтернативный подход не включает в себя применение поправочной процедуры смазывания распределений для введения эффекта детекторного разрешения. Результирующее распределение относительных невязок  $R_K$  представлено на Рис. 4.14.

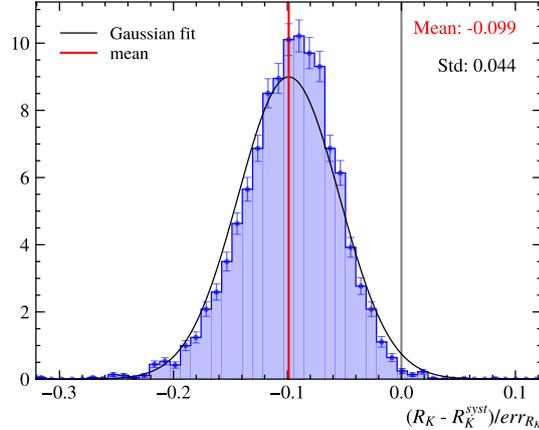


Рисунок 4.14 – Распределение относительных невязок  $R_K$ , связанных с использованием метода ядерной оценки плотности для параметризации моделированного распределения и эффектами отсутствия размытия последнего

#### 4.6.4 Систематические погрешности, связанные с расчетом эффективностей

Для каждого источника систематической погрешности, связанной с эффективностью, выполнялось отдельное комбинированное измерение  $r_{J/\psi}$  и  $R_{\psi(2S)}$ . В качестве количественной оценки систематической погрешности использовалось стандартное отклонение для всех

возможных комбинаций или относительная погрешность между номинальным и альтернативным сценарием. Аналогичная процедура использовалась для оценки систематических эффектов от определения эффективностей на измеренное значение  $R_K$ . В таблице 18 представлены все значения измеренных систематических погрешностей.

Таблица 18 – Список исследованных систематических погрешностей расчета эффективностей отбора для величин  $r_{J/\psi}$ ,  $R_{\psi(2S)}$  и  $R_K$  в процентных единицах

Наблюдаемая	$r_{J/\psi}$	$R_{\psi(2S)}$	$R_K$
Систематический эффект	Погрешность в %		
Объем мод. и калиб. выборок	0,30	0,44	1,86
Схема группирования для кин. поправок	3,17	0,24	0,72
Калиб. гистограммы L0	1,96	0,15	0,21
Смещения калибровки идентификации	1,71	0,19	0,25
Разрешение по импульсу и $q^2$	3,18	0,18	0,32
Косв. показатели загруженности детектора	1,06	0,07	0,20
Эффективности трекинга	1,93	0,02	0,09
Разложение идентификации	0,25	0,19	0,15
М.-н. подход: группирование по $q^2$	—	—	0,08
М.-н. подход: модель $q^2$	—	—	0,55
М.-н. подход: разрешение по $q^2$	—	—	0,16
Полная погрешность	5,64	0,43	2,15

Используются сокращения: «мод.» – моделированный, «калиб.» – калибровочный, «кин.» – кинематический, «косв.» – косвенный, «м.-н.» – модельно-независимый

### Систематические эффекты введения процедуры смазывания распределений

В качестве консервативной количественной оценки эффектов, связанных с поправками моделированного разрешения детектора, было произведено вычисление значения  $R_K$  на данных, не подвергнутых данной процедуре. Наибольшее относительное различие составляет 0,32 %, как указано в таблице 18. В случае отбора событий резонансного канала за счет критерия на значение  $q^2$  вместо  $q_{\text{track}}^2$ , соответствующий систематический эффект составляет 2,7 %.

#### 4.7 Перекрестные проверки

Интегральные отношения  $r_{J/\psi}$  и  $R_{\psi(2S)}$ , определенные согласно (4.6) и (4.8), соответственно, представлены в таблице 19. Они получены на основе результатов параметризации контрольных распределений. Эффективности реконструкции и отбора событий рассчитаны согласно номинальной процедуре с введением всех поправок. Интегральные отношения были рассчитаны для двух случаев: для распределений событий, прошедших отбор по переменной  $q_{\text{track}}^2$  (номинальная стратегия анализа) и для распределений событий, прошедших стандартный отбор по переменной  $q^2$  (стратегия, использовавшаяся при измерении  $R_K$  в области центральных значений  $q^2$ ). Приведенные величины  $r_{J/\psi}$  сопровождаются только систематической погрешностью, преобладающей для данной наблюдаемой. Измерения  $R_{\psi(2S)}$  сопровождаются статистической и систематической погрешностями.

Таблица 19 – Интегральные значения  $r_{J/\psi}$  и  $R_{\psi(2S)}$

Год	$r_{J/\psi} (q^2)$	$r_{J/\psi} (q_{\text{track}}^2)$	$R_{\psi(2S)} (q^2)$	$R_{\psi(2S)} (q_{\text{track}}^2)$
2011	$1,040 \pm 0,085$	$1,060 \pm 0,090$	$1,029 \pm 0,029 \pm 0,009$	$1,011 \pm 0,035 \pm 0,006$
2012	$1,078 \pm 0,059$	$1,083 \pm 0,064$	$0,961 \pm 0,020 \pm 0,011$	$1,012 \pm 0,025 \pm 0,004$
2016	$1,054 \pm 0,065$	$1,054 \pm 0,078$	$0,976 \pm 0,013 \pm 0,010$	$0,970 \pm 0,018 \pm 0,006$
2017	$1,000 \pm 0,039$	$0,989 \pm 0,050$	$1,001 \pm 0,015 \pm 0,010$	$0,981 \pm 0,019 \pm 0,005$
2018	$1,008 \pm 0,043$	$1,000 \pm 0,050$	$1,008 \pm 0,014 \pm 0,010$	$1,012 \pm 0,018 \pm 0,005$
Сумма	$1,001 \pm 0,049$	$0,997 \pm 0,055$	$1,000 \pm 0,007 \pm 0,009$	$1,002 \pm 0,009 \pm 0,004$

Для дополнительной проверки согласия между экспериментальными данными и численным моделированием  $K^+ J/\psi(\ell^+ \ell^-)$  было измерено дифференциальное отношение  $r_{J/\psi}$  в зависимости от ряда кинематических характеристик продуктов распада. Результаты подтвердили корректность проведенных проверок.

#### 4.8 Результаты

Формула для вычисления  $R_K$  модельно-независимым методом:

$$R_K = \frac{1}{r_{J/\psi}} \cdot \underbrace{\sum_i s\mathcal{W}_i \cdot w_\varepsilon^i(q^2)}_C \cdot \frac{1}{N(K^+ e^+ e^-)} = \frac{C}{N(K^+ e^+ e^-)}, \quad (4.33)$$

где  $N(K^+ e^+ e^-)$  – выход редкого электронного канала из параметризации (Рис. 4.15б). Индекс суммирования  $i$  обозначает номер кандидата редкого мюонного события с весовым параметром  $s\mathcal{W}_i$  алгоритма *sWeight* и весом относительной эффективности  $w_\varepsilon^i(q^2)$ . Параметр  $C$

является скаляром, включающим в себя всю информацию об эффективностях, выходах резонансных каналов и выходе редкого мюонного канала (Рис. 4.15а). Статистическая погрешность параметра  $C$  является проявлением конечных размеров наборов данных, используемых для вычисления эффективностей и выходов каналов. Систематические погрешности  $C$  измерялись путем рассмотрения альтернативных процедур вычисления входящих параметр компонент. Значение  $C$  составило  $198,9 \pm 3,7 \pm 2,1$ , где первая погрешность статистическая, а вторая – систематическая. В предположении лептонной универсальности  $R_K = 1$ , параметр  $C$  соответствует ожидаемому выходу редкого электронного канала  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ .

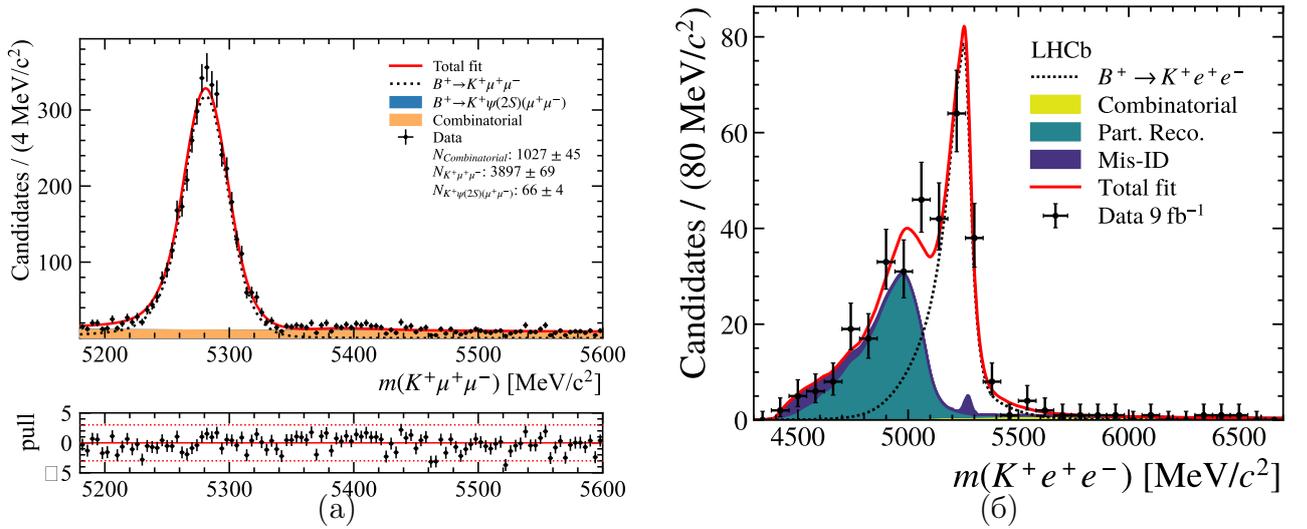


Рисунок 4.15 – Параметризация экспериментального распределения редкого канала а) мюонной и б) электронной моды

При параметризации распределений для получения  $R_K$ , параметр  $C$  ограничен нормальным распределением с шириной, равной полной погрешности. Такой подход позволяет перевести погрешности  $C$  в погрешности  $R_K$ . Для выделения статистических погрешностей  $R_K$ , было построено сечение функции правдоподобия при ограничении  $C$  на статистическую погрешность. Полученный вид сечения представлен на Рис. 4.16 серой пунктирной параболой. Полученное сечение функции правдоподобия для комбинированной статистической и систематической погрешности  $R_K$  представлено на 4.16 черной парабола-подобной линией. Систематическая погрешность может быть вычислена, как  $\sigma_{syst.}^2 = \sqrt{\sigma_{total}^2 - \sigma_{stat.}^2}$ .

Результат параметризации распределения событий редкого электронного канала по инвариантной массе представлен на 4.15. Полученное значение  $R_K$  составляет

$$\begin{aligned} R_K &= 1,079_{-0,092}^{+0,106}(\text{стат.})_{-0,040}^{+0,044}(\text{сист.}) = \\ &= 1,079_{-0,100}^{+0,114}(\text{стат.} + \text{сист.}), \end{aligned} \quad (4.34)$$

что согласуется с лептонной универсальностью Стандартной модели в пределах  $1\sigma$ .

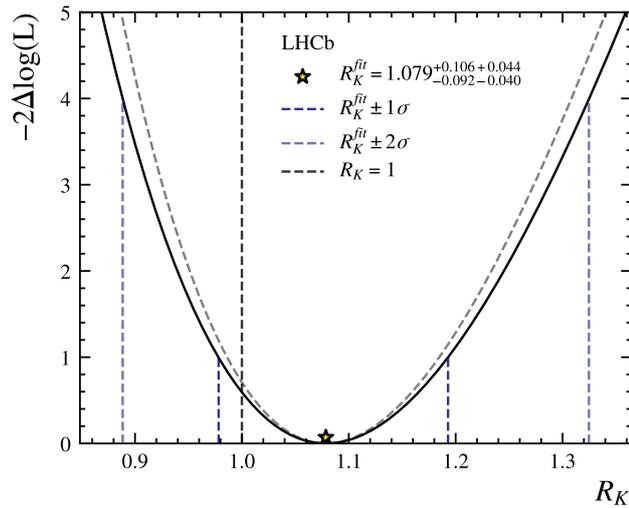


Рисунок 4.16 – Профиль правдоподобия измерения  $R_K$

#### 4.9 Выводы к четвертой главе

Отношение вероятностей распадов  $R_K$ , характеризующее сохранение лептонной универсальности в редких полулептонных распадах  $B$  мезонов, является одним из оптимизированных параметров, наилучшим образом подходящих для поиска проявлений эффектов НФ. Несмотря на первоначальные отчеты о наблюдении аномальных отклонений в измерении отношения, последние результаты ЛHCб указывают на сохранение лептонной универсальности в области  $q^2 \in [1,1; 6,0]$  ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>4</sup>. Измеренное в ходе диссертационного исследования отношение  $R_K$  в области значений  $q^2 > 14,3$  ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>4</sup> также подтверждает выполнение предсказаний СМ. Выполненные исследования в области поправок к моделированию, оценке систематических погрешностей и измерению фоновых вкладов позволили провести как можно более точное измерение  $R_K$ . Это проявляется в отношении статистических и систематических погрешностей измерения:  $\sim 2,5 : 1$ . Дальнейшие проверки требуют увеличения статистики экспериментальных данных. В этой связи многообещающими выглядят будущие исследования, использующие данные третьего ЛHCб.

## Глава 5. Методические исследования в области анализа данных

### 5.1 Исследование ECAL в рамках «Upgrade II»

Результаты приведенного в данном разделе исследования опубликованы в работе [149] автора.

Для дальнейшего улучшения чувствительности к вкладам НФ, детектор LHCb поэтапно модифицируется. Первый этап модификации – «Upgrade I» – был выполнен во время длительной остановки после завершения второго сеанса БАК. LHCb в конфигурации Upgrade I способен к эффективному набору данных в условиях повышенной светимости  $2 \times 10^{33} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ . Работа над калориметрической системой проводилась в рамках Upgrade IB (один Б). Этот этап включал в себя замену вычитывающей электроники для работы в бестриггерном режиме. Вторая фаза модификации – «Upgrade II» – запланирована на 2034-2035 год. LHCb в конфигурации Upgrade II должен иметь возможность осуществлять сбор данных на этапе HL-LHC (High Luminosity LHC, БАК высокой светимости) при светимости коллайдера  $2 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$  [150]. Такое изменение в светимости ( $\times 50$  относительно второго сеанса) позволит значительно увеличить статистику и исследовать более редкие события.

Основная задача модернизации калориметра – обеспечение стабильной работы детектора на уровне первого и второго сеансов при значительно более высокой светимости. Технические требования для калориметрической подсистемы Upgrade II диктуются возрастающей нагрузкой и включают в себя повышенную устойчивость к радиации (до 1 МГр для модулей в центральной секции ECAL) [151] и более высокую гранулярность в центральной области для разделения кластеров энерговыделения пространственно близких электромагнитных ливней. Для удовлетворения этих требований проектируются следующие изменения:

- Замена модулей ECAL типа «шашлык» на модули типа «спагетти» (Spaghetti Calorimeter, SPACAL) в центральном сегменте;

- Обновление модулей типа «шашлык» для улучшения временного разрешения;

Указанные изменения требуют детальных исследований, включающих специализированные эксперименты с тестовыми пучками адронов, электронов и мюонов большого энергетического диапазона.

В частности, рассматривался вопрос замены HCAL и установки дополнительного защитного экрана для мюонной системы. Данная модификация может оказать отрицательное влияние на способность эксперимента LHCb к идентификации частиц. Нейронные сети, используемые для классификации кандидатов, включают в себя информацию о разнице

правдоподобий электронной (мюонной) и адронной гипотез, рассчитанную на основе данных HСAL [126]. Для оценки качества идентификации частиц на основе данных ЕСAL был проведен эксперимент на тестовых пучках. Он состоял в облучении ячейки ЕСAL адронными, электронными и мюонными пучками, с последующим анализом данных с задачей классификации пионов и мюонов. Описанное в данном разделе исследование опубликовано в работе [149] автора диссертации.

### 5.1.1 Экспериментальная установка

Набор экспериментальных данных осуществлялся на линии Н8 выведенных пучков ускорителя СПС. Характеристики пучков и использованных моделированных данных представлены в таблице 20.

Таблица 20 – Экспериментальные и моделированные наборы данных

Набор	Тип	Энергия, ГэВ
Мюоны	Данные	150
Смешанные адроны и электроны	Данные	20, 50, 70, 150
Смешанные адроны	Данные	20, 50, 70, 150
Электроны	Моделирование	20, 50, 70, 150
Пионы	Моделирование	20, 50, 70, 150
Мюоны	Моделирование	20, 50, 70, 150

Экспериментальная установка состоит из одного модуля ЕСAL типа «шашлык», расположенного под углом  $3^\circ \times 3^\circ$  в плоскости  $XU$ , перпендикулярной к оси пучка  $z$ . Перед модулем ЕСAL расположен пороговый счетчик излучения Вавилова-Черенкова (далее СИЧ). Радиатор СИЧ имеет показатель преломления  $n$ , обеспечивающий формирование излучения от пионов и мюонов, но не более тяжелых адронов. Между СИЧ и модулем ЕСAL расположены три многопроволочные пропорциональные камеры (МПК; Delay Wire Chamber, DWC), для регистрации хитов треков. Перед установкой располагается вводимый тонкий свинцовый фильтр для поглощения электронной компоненты адронных пучков. Схема экспериментальной установки представлена на Рис. 5.1.

Моделирование взаимодействий частиц с электромагнитным калориметром производилась с использованием программного пакета GEANT4 [18] методом Монте-Карло.

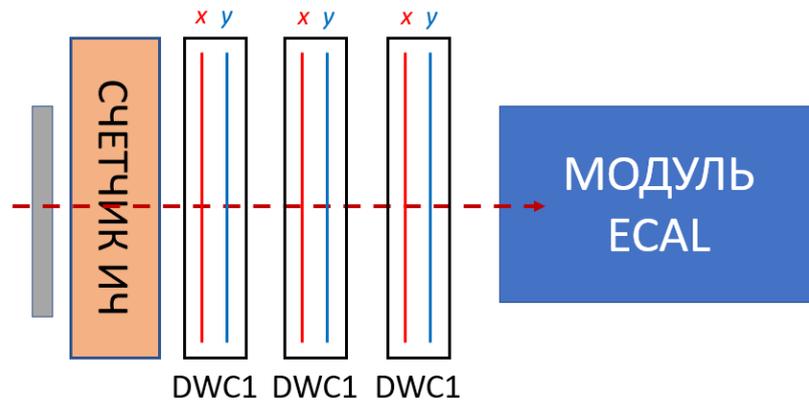


Рисунок 5.1 – Схематическое изображение экспериментальной установки

### 5.1.2 Стратегия анализа

#### Отбор событий

Набранные события должны удовлетворять ряду критериев качества. Кластер энерговыделения в ячейке ECAL должен соответствовать треку с не менее чем двумя хитами в системе МПК. Разница между координатами  $X_i$  ( $Y_i$ ), зарегистрированными любыми двумя станциями МПК не должна превышать порогового значения. Проекция координат треков на поверхность модуля калориметра должна находиться в установленной области, определяемой эффективным радиусом Мольера ячейки (Рис. 5.2а) и обеспечивающей оптимальное соотношение между выходом сигнала и потерями энерговыделения ввиду распространения ливня вне ячейки (Рис. 5.2б). Для оптимизации этого критерия использовался усредненный параметр  $\hat{E}_{\text{scin}}(x,y)$ .  $E_{\text{scin}}(x,y)$  является энергией, зарегистрированной сцинтиллятором ECAL, для частицы, чей трек достигает поверхности ячейки ECAL в координатах  $(x,y)$  (определяются из данных МПК). Усреднение проводилось по всем прошедшим отбор событиям выборки. Дополнительно, к событиям накладывалось требование на показатели СИЧ: они должны быть выше порога разделения пионной и не-пионной компоненты адронного пучка. Распределение показателей СИЧ по каналам АЦП представлено на Рис. 5.3.

#### Калибровка энергетической шкалы

В ходе эксперимента было выполнено два сеанса набора данных с на адронных пучках: с введенным свинцовым фильтром и без фильтрации электронной компоненты. Последние наборы использовались для калибровки энергетической шкалы ячейки ECAL и перевода каналов АЦП в единицы энерговыделений в сцинтилляционных слоях ячейки (в МэВ). Для каждого из наборов было построено распределение событий по каналам АЦП ячейки ECAL.

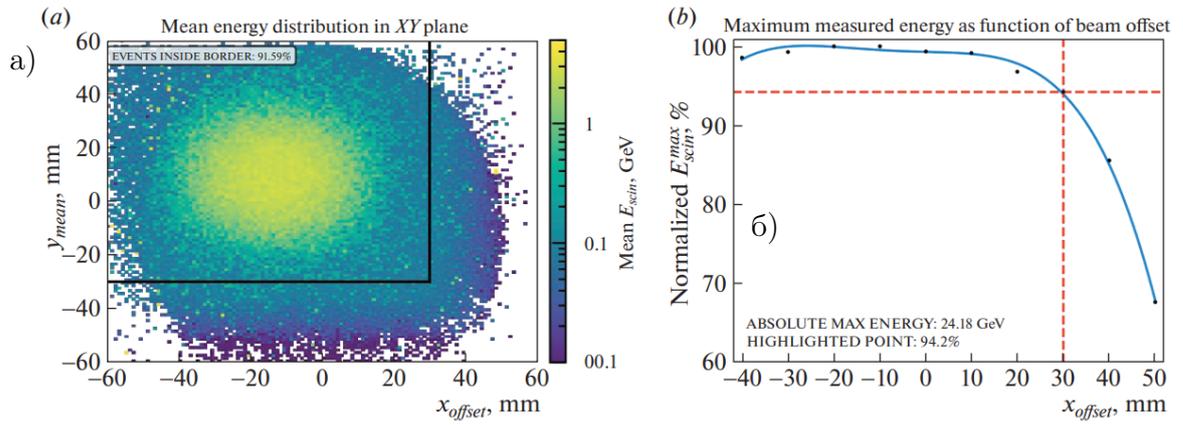


Рисунок 5.2 – Средняя энергия  $E_{scin}$ , выделенная пучком адронов  $p = 150$  ГэВ/с в модуле ЕСАЛ в плоскости  $XY$  поверхности ячейки (а) и её зависимость от координаты  $x$  (б)

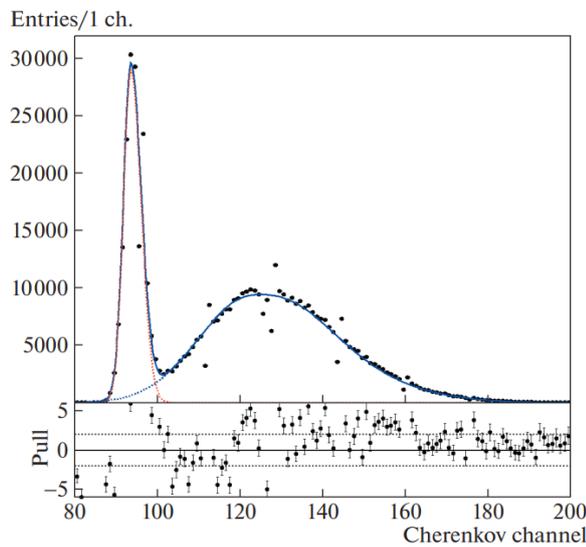


Рисунок 5.3 – Спектр данных с каналов АЦП черенковского счетчика

Пик в области больших номеров каналов, соответствующий полной энергии электронной компоненты, был параметризован функцией Гаусса. Фоновый вклад от ливней, вызванных адронной компонентой пучка, описывался экспоненциальной моделью. Параметр экспоненты  $\lambda$  был получен путем подгонки к распределению по каналам в выделенной области в наборе без электронных событий. Средние значения положения пиков  $\mu$  и их ширины  $\sigma$  были использованы для вычисления коэффициентов калибровки в предположении полного поглощения энергии вызванного электроном ливня. Пример распределения каналов АЦП для набора с электронной компонентой и его параметризации в области высоких номеров каналов представлен на Рис. 5.4. Для учета систематических эффектов, связанных с возможными различиями поданного на детекторы напряжения, температуры в экспериментальном зале, и прочими неучтенными факторами, были введены поправки. Поправочные коэффициенты

выбраны таким образом, чтобы обеспечить наибольшее согласие положений и ширин пиков минимальной ионизации в рассмотренных наборах данных.

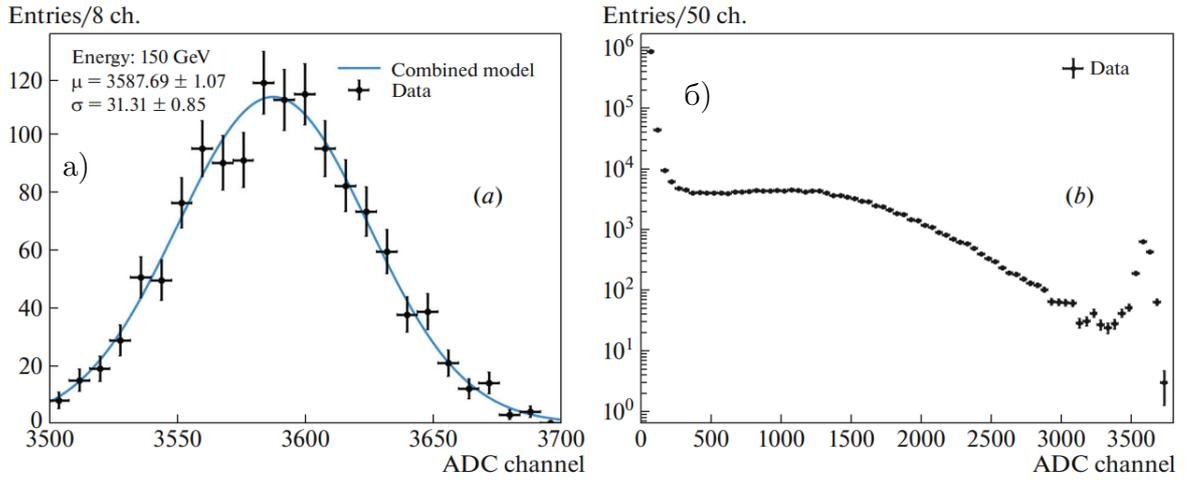


Рисунок 5.4 – Распределение сигналов АЦП каналов ячейки ECAL с пиком в области высоких номеров каналов, обусловленным наличием примеси электронов в адронном пучке (б) и параметризация этого пика (а) для набора данных «адроны 150 ГэВ»

Информация о ширинах  $\sigma$  пиков распределений энерговыделений электронов в ячейке ECAL использовалась для оценки разрешения одинарной ячейки по энергии. Полученные значения для коэффициента энергетической зависимости и постоянного члена кривой разрешения

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{(9,1 \pm 0,7) \%}{\sqrt{E}} \oplus (0,42 \pm 0,15) \% \quad (5.1)$$

совпадают в пределах погрешностей с показателями, представленными в проектом документе ECAL [152].

Калибровка энергетической шкалы в моделированных данных была осуществлена по положению пиков энерговыделения электронов. Процедура получения калибровочных точек аналогична калибровке экспериментальных данных с двумя упрощениями: отсутствием вклада фоновых компонент в распределение событий и отсутствием систематических эффектов, связанных с условиями проведения набора данных.

### 5.1.3 Параметризация энергетического спектра событий

Для параметризации моделированного спектра энерговыделений чистых пионных и мюонных наборов использовалась комбинация распределения Ландау [153] и пары функции Crystal Ball [147] с одинаковыми параметрами среднего значения  $\mu$  и ширины  $\sigma$  (определена в разделе 4.4.1, ур. (4.21)). Параметризованные распределения представлены на Рис. 5.5.

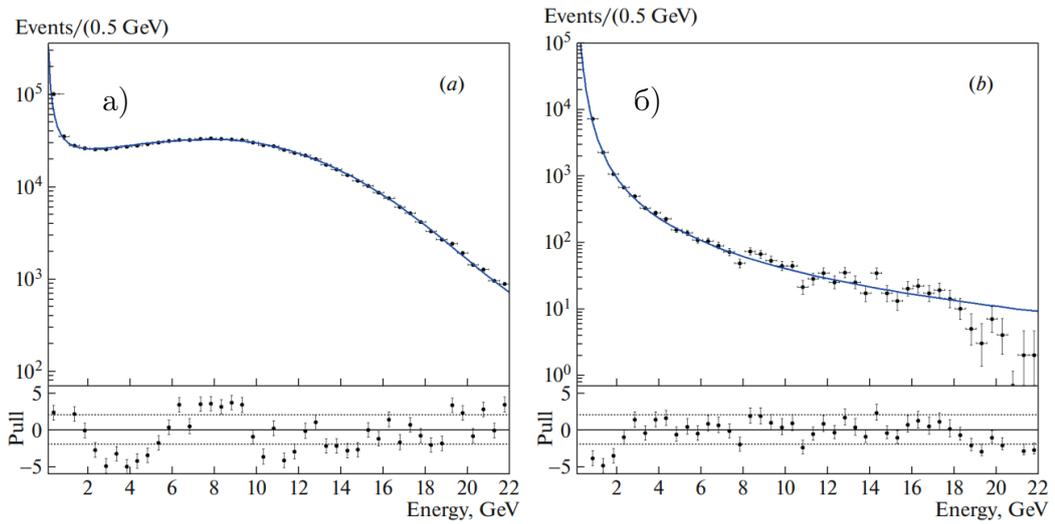


Рисунок 5.5 – Параметризация спектров энерговыделений моделированных событий с мюонами (а) и пионами (б)

Параметризующие модели с подогнанными параметрами далее называются пионной и мюонной в зависимости от того, к какому распределению осуществлялась подгонка. Форма моделей совпадает в области минимальной ионизации, но расходится в области больших энерговыделений. Пионная модель характеризуется вторичным пиком, вызванным поглощением адронных ливней ячейкой ECAL. Взвешенная сумма пионной и мюонной модели использовалась для параметризации энергетического спектра экспериментальных данных. Единственными свободными параметрами при подгонке являлись выходы мюонных и пионных событий (в нормировке на полный интеграл спектра эквивалентно относительным весам моделей). Пример параметризованного распределения представлен на Рис. 5.6.

Полученные выходы далее использовались для определения состава выведенных пучков. Результаты представлены в таблице 21. Как следует из таблицы, адронные тестовые пучки включали в себя значительную долю мюонов, варьирующуюся в зависимости от выбранной энергии пучка. Так, доля мюонов составляет 20,7 % для пучков с импульсом 50 ГэВ/с и возрастает до 60,9 % для пучков с импульсом 150 ГэВ/с. События, не прошедшие отбор по координате трека на поверхности калориметра, не могут быть идентифицированы по частицам. Они отнесены к категории гало пучка. Также наблюдалось различие в распределении плотности частиц разных видов в зависимости от расстояния до центра пучка  $R$ .

## 5.2 Результаты исследования идентификации при помощи ячейки ECAL

В рамках работы, направленной на развитие аппаратной и методологической базы эксперимента ЛНСб, было проведено исследование влияния удаления адронного калориметра

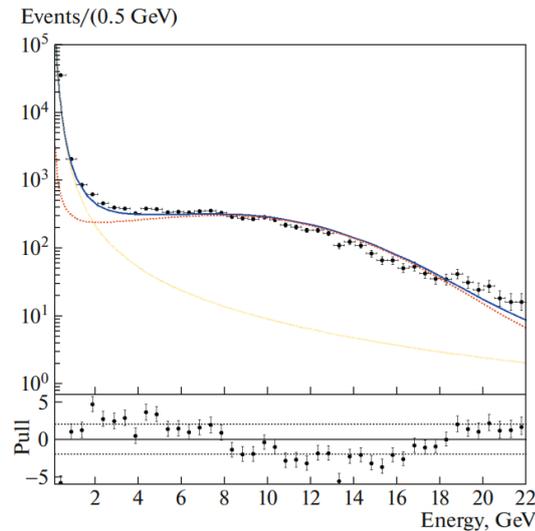


Рисунок 5.6 – Параметризация энергетического спектра событий набора «адроны 150 ГэВ». Зеленая линия – мюонный компонент модели; красная линия – пионный компонент; синяя линия – суммарная модель

Таблица 21 – Состав пучка для каждого из проанализированных наборов данных

Энергия, ГэВ	Мюоны, %	Пионы, %	Каоны и протоны, %	Гало пучка, %
20	$58,8 \pm 2,1$	$13,0 \pm 1,0$	$11,01 \pm 0,03$	$17,26 \pm 0,05$
50	$20,7 \pm 0,4$	$24,1 \pm 0,8$	$46,72 \pm 0,04$	$8,54 \pm 0,03$
70	$26,0 \pm 1,0$	$35,7 \pm 0,6$	$30,018 \pm 0,009$	$8,326 \pm 0,014$
150	$60,9 \pm 0,5$	$2,94 \pm 0,07$	$25,130 \pm 0,021$	$11,107 \pm 0,003$

при обновлении установки в рамках проекта «ЛНСб Upgrade-II» на способность калориметрической системы к идентификации частиц. При этом был разработан метод онлайн-анализа состава выведенного пучка ускорителя СПС путем численной обработки данных по энерговыделениям частиц в модуле ЕСАL типа «шашлык», выводу СИЧ и системы МПК. Эффективность разработанного метода успешно продемонстрирована на примере адронных пучков в широком диапазоне энергий (20 – 150 ГэВ).

### 5.3 Оптимизация отбора редких событий классификатором

Результаты приведенного в данном разделе исследования опубликованы в статье [154] автора.

Исследования в области физики высоких энергий включают в себя процедуру эффективного отбора интересующих «сигнальных» событий из выборки данных, насыщенных сопутствующими «фоновыми» вкладками. Во множестве случаев использование многомерного классификатора позволяет создать набор высокоэффективных критериев разделения собы-

тий [155; 156]. Однако существуют ситуации, характеризующиеся невозможностью обеспечения полного согласия между физическими процессами в основе классифицируемых событий и наборами данных, используемыми для обучения классификатора. Например, при использовании моделированных наборов данных указанные ситуации могут быть вызваны ограниченностью теоретических моделей. Это, в свою очередь, может привести к возникновению систематических эффектов, способных отрицательно повлиять на чувствительность измерений.

В приведенной работе рассмотрен случай прямого поиска гипотетической частицы НФ  $X$  с неизвестной массой. Данный сценарий характерен для исследований универсальных экспериментов БАК ATLAS и CMS, а также планируемого эксперимента SHiP. Предполагается, что сечение рождения и относительная вероятность распада частицы  $X$  в детектируемое конечное состояние  $Y$  известны и моделируемы компьютерной симуляцией. При этом сопутствующие процессы SM, а также нефизичные фоновые вклады, связанные с реконструкцией событий в экспериментальной установке, являются чрезмерно множественными для генерации доступными вычислительными средствами. Более того, неопределенность в массе искомой частицы  $X$  делает невозможным выбор априори свободной от сигнала области спектра инвариантных масс набранных событий. Таким образом, задача выделения чистой выборки фоновых событий является нетривиальной, но в то же время актуальной: выборка фоновых событий используется для определения эффективности реконструкции событий и их отбора, а также в качестве обучающей для классификатора для подавления фоновых вкладов в экспериментальном наборе данных.

Одним из возможных методов получения набора фоновых событий в описанных условиях является выборка малой доли полного набора экспериментальных данных. Число сигнальных событий в такой выборке прямо пропорционально её объему, поэтому достаточно малая выборка может включать только преобладающие фоновые события. Так, в работе [157], посвященной поиску гипотетических тяжелых нейтральных лептонов, авторы используют менее одной тысячной доли от полного набора событий  $pp$  соударений с энергией  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ интегральной светимостью  $41,6 \text{ фб}^{-1}$  зарегистрированных детектором CMS, в качестве фоновой выборки. К редким сигнальным событиям в преобладающей фоновой выборке также можно отнести события ШАЛ (широких атмосферных ливней), рожденных гамма-квантами сверхвысоких энергий, в выборке всех событий ШАЛ, регистрируемых гамма-астрономическими экспериментами. Отношение гамма-событий к событиям, вызванным космическими протонами, может достигать 1:10000 [158].

Альтернативным способом выборки фонового набора данных является метод построе-

ния нерассмотренных областей преобразованием соседних интервалов (Constructing Unobserved Regions by Transforming Adjacent Intervals, CURTAINS) [159].

В работе рассмотрен первый из описанных подходов. Представлено описание исследования, проведенного для случая эксперимента, набор данных которого включает в себя преобладающие события одного рода (фон) и редкие события второго рода (сигнал). Рассмотрены метрики эффективности классификаторов, обученных на наборе фоновых событий с ошибочно идентифицированными сигнальными событиями, в частности, для деревьев решений [160]. Проведено сравнение между метриками работы классификаторов, обученных на «чистых» и «смешанных» фоновых наборах.

### 5.3.1 Теоретический анализ проблемы

В основе рассматриваемого сценария находится предположение о существовании предсказанного из теоретических соображений или измеренного в предыдущих экспериментах верхнего предела на сечение рождения гипотетической частицы  $X$  и относительной вероятности её распада в детектируемое конечное состояние  $Y$ . В общем случае, для шага  $k$  многоступенчатого алгоритма отбора (может включать в себя триггер эксперимента, реконструкцию событий, последовательное наложение критериев и пр.), верхний предел сигнального выхода в наборе данных может быть выражен согласно

$$N_S^k = L \cdot \sigma(X) \cdot \mathcal{B}(X \rightarrow Y) \cdot \prod_{i=1}^k \epsilon_i, \quad (5.2)$$

где  $L$  – интегральная светимость эксперимента,  $\sigma(X)$  – верхний предел сечения рождения  $X$  в эксперименте,  $\mathcal{B}(X \rightarrow Y)$  – вероятность распада  $X$  в наблюдаемое состояние  $Y$ ,  $\epsilon_i$  – условная эффективность реконструкции и отбора выполненных шагов алгоритма. Интегральная светимость измеряется в эксперименте, условные эффективности могут быть получены при моделировании сигнальных событий на основе теоретических предположений о сечениях редких процессов.

Для поставленной задачи обучения и оптимизации отбора ожидаемый выход сигнала  $N_S^k$  (S – signal) может быть рассмотрен, как консервативная оценка абсолютного вклада сигнальной компоненты в набор данных с преобладающими фоновыми событиями. Консервативная оценка относительного вклада сигнала в фоновый набор  $r_{S/B}$  (B – background) может быть выражена, как отношение  $r_{S/B} = N_S^k/N^k$ , где  $N^k$  – число событий в наборе данных на момент  $k$ -ого шага отбора.

Абсолютный  $N_S^k$  и относительный  $r_{S/B}$  вклады сигнальной компоненты являются внешними параметрами, влияющими на оптимальный размер фоновой выборки, используемой

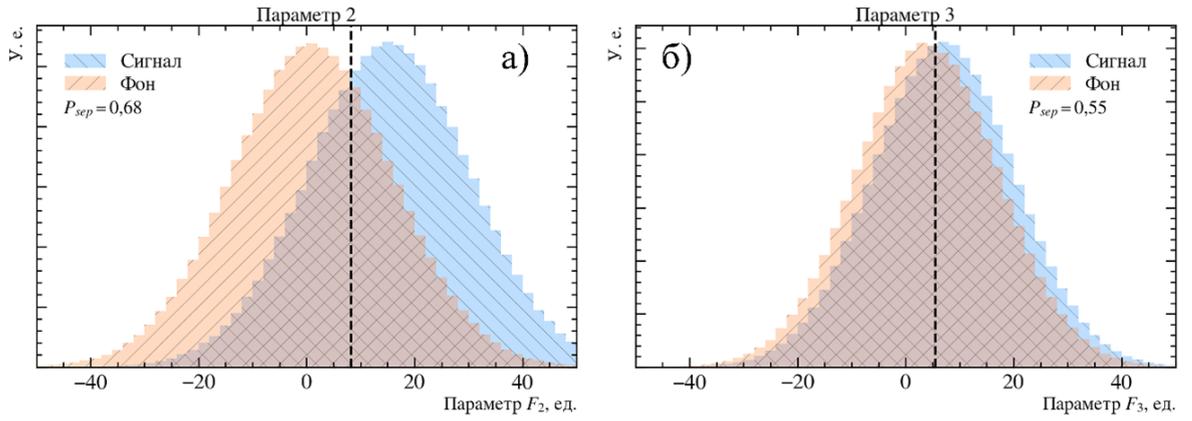


Рисунок 5.7 – Распределения параметров а)  $F_2$  и б)  $F_3$  для сигнальных (синий) и фоновых (оранжевый) событий. Пороговое значение  $F_{cut}$  обозначено пунктиром

для обучения и оптимизации отбора. К внешним параметрам также относится разрешающая способность распределений измеренных характеристик сигнальных и фоновых событий. В качестве разрешающей способности (мощности)  $P_{sep}$  (separation power) данного параметра  $F$  событий примем отношение суммы весов правильно классифицированных  $S_{true}$  сигнальных событий к полной сумме весов  $S_{total}$  сигнальных событий при проведении границы отбора (cut) в точке равенства сигнального и фонового распределений параметра  $F_{cut}$ . Для определенности рассмотрим случай нормального распределения признаков, где средние значения для сигнального и фонового распределения соотносятся согласно  $\mu_S > \mu_B$  (Рис. 5.7). Тогда для  $P_{sep}$  можем записать

$$P_{sep} = \frac{(S_{true} | F > F_{cut})}{S_{total}}. \quad (5.3)$$

Для набора из  $N$  параметров разрешающая способность  $\hat{P}_{sep}$  является средним значением разрешающих способностей составляющих параметров. Приведенное определение может быть проиллюстрировано примером распределений параметров с большей (0,68) и меньшей (0,55) разрешающей способностью, приведенным на Рис. 5.7а и 5.7б, соответственно.

Наиболее простой подход для вычисления оптимального размера выборки предполагает вычисление такой доли от полного набора данных, что ожидаемый верхний предел абсолютного вклада сигнальной компоненты  $N_S^k$  ограничен пренебрежимо малым значением, к примеру 0,1 событий. В рамках такого подхода возможно построение границ размеров выборок, масштабирующихся по  $r_{S/B}$ . При этом не учитывается разрешающая способность характеристических параметров в основе классификации. Увеличение размеров выборки, используемой для обучения и оптимизации отбора, может положительно влиять на эффективность, несмотря на соответствующее возрастание доли сигнала фоновой выборке.

### 5.3.2 Моделирование данных и обучение классификаторов

Для исследования влияния вклада неверно идентифицированных сигнальных событий в фоновую выборку на характеристики классификаторов были проведены обучение и оптимизация ансамбля деревьев решений с бустингом (BDT, Boosted Decision Tree). Выборки для обучения и оптимизации включали в себя десять характеристических параметров (признаков), обозначаемых  $F^i (i = 0, \dots, 9)$ . Примером признаков в эксперименте могут служить энергия частицы, ее поперечный импульс, псевдобыстрота и пр. Параметры сигнальных  $F_S^i$  и фоновых  $F_B^i$  событий были сгенерированы на основе соответствующих 10-мерных нормальных распределений.

Базовые распределения, соответствующие сигналу и фону, были созданы численными методами моделирования случайных величин с заданными наборами средних и дисперсий распределений для каждой из величин. Использовался алгоритм «random.multivariate\_normal» библиотеки NumPy [161] языка программирования PYTHON.

Разница между соответствующими компонентами векторов средних значений распределений характеристических параметров сигнальных и фоновых событий использовалась для контроля разрешающей способности набора  $\hat{P}_{sep}$ . Средние значения  $\mu_B^i$  параметров  $F_B^i$  для фоновых событий были выбраны из равномерного распределения с пределами  $(-8, 8)$ . Средние значения  $\mu_S^i$  соответствующих параметров  $F_S^i$  для сигнальных событий были определены посредством заданного сдвига  $\mu_S^i = \mu_B^i \pm \Delta^i$ .

Было рассмотрено две пары наборов сигнал-фон с различными средними разрешающими способностями. Для набора данных с большим из рассмотренных средним значением разрешающей способности ( $\hat{P}_{sep} = 0,588$ ) значение  $\Delta^i$  составляло от 2 до 12. Для набора данных с меньшей разрешающей способностью ( $\hat{P}_{sep} = 0,541$ )  $\Delta^i$  составляло от 0 до 9. Исследование двух различных пар наборов позволяет произвести сравнение влияния малого вклада сигнальных событий в смешанный фоновый набор для классификаторов разной мощности.

Обучение исследуемых классификаторов контролировалось с помощью единого набора значений гиперпараметров. В частности, для классификаторов типа BDT использовались следующие параметры: максимальная глубина равнялась 3, скорость обучения равнялась 0,3, число циклов бустинга составляло 200.

Для реализации описанных выше условий поиска распадов гипотетической частицы X неизвестной массы была проведена процедура смешивания наборов внутри каждой пары:

1. Было сгенерировано  $N^k = 10^6$  фоновых и  $N_S^k = 10^3$  сигнальных событий с десятью характеристическими параметрами на основе 10-мерного нормального распределения;

2.  $N_S^k = 10^3$  случайных фоновых событий из набора было заменено на сигнальные, что соответствует относительному вкладу  $r_{S/B} = 0,1\%$ . Данная примесь сигнальных событий в фоне не изменялась на протяжении всего исследования. Все события этого набора были помечены, как фон. Данный набор далее называется смешанным фоном;

3. Для сравнительных исследований был сгенерирован набор из  $10^6$  фоновых событий. Данный набор далее называется чистым фоном;

4. Для обучения, проверки и оптимизации отбора, был сгенерирован набор из  $10^6$  сигнальных событий (далее чистый сигнал).

В результате процедуры было получено три набора смоделированных событий (выборка смешанного фона, выборка чистого фона и выборка чистого сигнала) для обоих рассматриваемых значений  $\hat{P}_{sep}$ .

Включение ошибочно идентифицированных сигнальных событий в смешанные фоновые наборы, используемые для обучения и оптимизации классификаторов, способно привести к систематическому сдвигу при вычислении оптимального критерия отбора, что, в свою очередь, оказывает прямое воздействие на чувствительность к сигналу и эффективность подавления фона. Для получения количественной оценки сдвига в эффективности классификаторов была проведена тренировка и оптимизация на чистом и смешанном наборах фоновых событий, а также чистом наборе сигнальных событий.

Стратегия формирования выборок для обучения и проверок классификаторов из сигнального и фонового набора данных сформулирована ниже. Описанный алгоритм использовался для двух комбинаций наборов с различной средней разрешающей способностью  $\hat{P}_{sep}$ .

BDT первого набора обучались на смеси фоновых и сигнальных событий в качестве первой выборки и чистых сигнальных событиях в качестве второй. В качестве первого шага были выбраны события из набора смешанного фона для обучения классификатора. Объем выборки варьировался в пределах от 0,1 до 5 % от числа событий в полном наборе ( $10^6$ ):  $f_{train} = 0,1, 0,2, 0,5, 1, 2$  и 5 %. Доля в 0,1 % была выбрана для обеспечения минимального абсолютного вклада сигнальных событий в фоновую выборку (1 сигнальное событие на выборку). Остальные доли были выбраны для исследования влияния увеличенного абсолютного вклада неверно идентифицированного сигнала на работу классификатора.

Далее была выполнена выборка чистых сигнальных событий того же объема (0,1, 0,2, 0,5, 1, 2 и 5 % от полного набора в  $10^6$ ) для использования при обучении.

Для тестирования и оптимизации BDT необходимо провести исследования на выборках, не имеющих пересечений с выборками для обучения. С этой целью для каждого классификатора, обученного на выборке размером  $f_{train}$ , была выполнена дополнительная независимая

выборка объемом  $f_{test} = 0,1, 0,2, 0,5, 1, 2$  и  $5\%$ . При этом объем выборки чистых сигнальных событий не варьировался и составлял  $20 \times 10^3$  событий. События в наборах, использованных для проверки и оптимизации, получили веса на основе ожидаемых долей сигнальных и фоновых событий.

Для BDT второго набора была задействована аналогичная процедура с заменой смешанных фоновых наборов на чистые. Классификаторы второго набора использовались для определения реперных точек при определении сдвигов и систематических эффектов, проявляющихся при обучении и оптимизации на смешанных наборах.

Для каждой из двух комбинаций наборов (чистый фон, смешанный фон и чистый сигнал) с различной разрешающей способностью ( $\hat{P}_{sep} = 0,588$  и  $\hat{P}_{sep} = 0,541$ ) и для каждого объема выборок, используемых при обучении и оптимизации отбора ( $0,1, 0,2, 0,5, 1, 2$  и  $5\%$  из  $10^6$ ), было получено по 500 различных BDT, каждое из которых было обучено и оптимизировано на уникальных выборках из наборов соответствующей комбинации. Обучение классификаторов типа BDT производилось с использованием пакета XGBOOST [19] языка программирования PYTHON.

### 5.3.3 Сравнение метрик обучения классификаторов

В качестве количественной оценки предсказательной мощности обученного классификатора была рассмотрена площадь под кривой ошибок (Receiver Operating Characteristic Area under Curve, ROC AuC). Полученные значения площадей под кривыми ошибок для классификаторов на базе различных наборов параметров, обученных на смешанных и чистых фоновых наборах, представлены на Рис. 5.8 синими и оранжевыми маркерами, соответственно. Для классификаторов с большей разрешающей способностью (Рис. 5.8а) предсказательная мощность возрастает пропорционально относительному объему выборки ( $f_{train}$ ), используемой для обучения, и достигает плато при  $f_{train} = 2\%$ . С другой стороны, для классификаторов с меньшей разрешающей способностью (Рис. 5.8б), мощность достигает пикового значения при относительном объеме выборки, соответствующем  $0,5\%$  изначального набора данных. Это может быть вызвано как возрастанием абсолютного числа сигнальных событий в смешанном фоне, оказывающим отрицательное влияние на обучение более слабого классификатора, так и увеличением числа значений параметров, относящихся к хвостам распределений с широкой дисперсией. Последнее приводит к большему пересечению распределений параметров сигнальных и фоновых событий и, как следствие, к уменьшению способности классификатора к их различению. Количественный показатель предсказательной мощности классификаторов, обученных на смешанной фоновой выборке, ниже, чем у классификаторов,

обученных на чистых наборах данных.

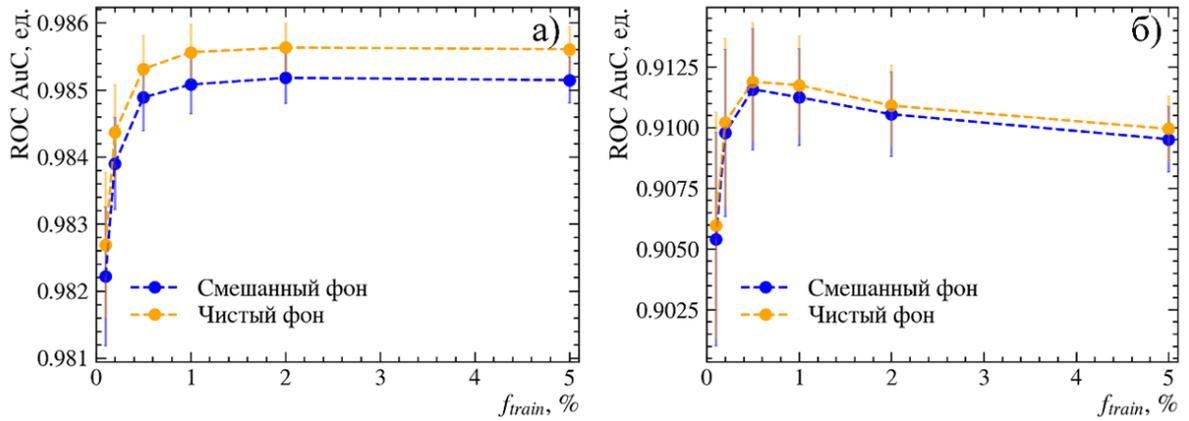


Рисунок 5.8 – Средние величины площади под кривой ошибок для классификаторов, обученных на наборах данных с (а) большей и (б) меньшей разрешающей способностью в зависимости от размеров обучающей выборки

Для исследования возможного эффекта статистического объема контрольных выборок, используемых при построении кривых ошибок, на измеренное значение площади под кривой, была выполнена перекрестная проверка. Как можно увидеть из Рис. 5.9, полученные значения параметра предсказательной мощности классификатора не изменяются в зависимости от объема тестовой выборки для рассмотренных значений  $f_{test}$ .

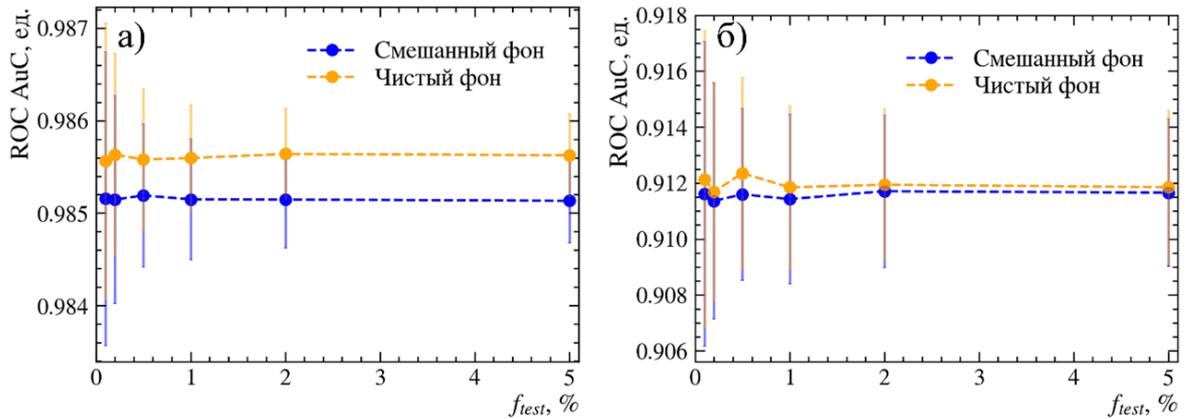


Рисунок 5.9 – Средние величины площади под кривой ошибок (ROC AuC) для классификаторов с (а) меньшей и (б) большей разрешающей способностью в зависимости от относительного объема проверочной выборки  $f_{test}$

### 5.3.4 Влияние объема тестовой выборки $f_{test}$ на оптимизацию отбора

Для оценки влияния ввода неверно идентифицированных сигнальных событий в выборку, используемую в качестве фона при оптимизации отбора, была проведена процедура оптимизации классификаторов путем выбора границы между классами по оси предсказательной переменной  $sBDT$  классификатора (BDT score) (Рис. 5.10). Под предсказательной переменной (классификатором) понимается величина классифицирующей функции, соответствующая значениям вектора параметров данного события и характеризующая вероятность его отнесения к классу «сигнал». BDT оптимизировались на двух парах выборок: «чистый фон-чистый сигнал» и «смешанный фон-чистый сигнал». Выполнялось сравнение характеристик их эффективности: добротности, чувствительности по отношению к сигналу (эффективность отбора сигнальных событий,  $\epsilon_S$ ), коэффициента подавления фона (эффективность отбора фоновых событий,  $\epsilon_B$ ).

Для пояснения используемого в исследовании метода оптимизации, рассмотрим описание базового сценария классификаторов, обученных на выборках объемом  $f_{train} = 2\%$  от первоначального набора данных с большей разрешающей способностью. Объем базовой выборки был определен согласно оптимуму графика площадей под кривой ошибок (Рис. 5.8).

Оптимизация отбора основана на нахождении максимума показателя добротности. В рассматриваемом случае в качестве показателя добротности была выбрана статистическая значимость сигнала  $S/\sqrt{S+B}$ , где  $S$  и  $B$  – суммы весов сигнальных и фоновых событий соответственно, удовлетворяющих данному критерию по предсказательной переменной классификатора. Коэффициент добротности вычислялся для классификаторов, обученных и оптимизированных на чистых и на смешанных фоновых выборках.

Различие в эффективности оптимизации отбора может быть визуально наблюдаемо при сравнении графиков добротности классификаторов, оптимизированных на конкретных контрольных (независимо подобранных) выборках относительным объемом в 0,1 % (Рис. 5.10а) и 1 % (Рис. 5.10б) от изначального набора данных. Меньший объем выборки (0,1 %), используемой при оптимизации, приводит к увеличению статистической погрешности при измерении показателей добротности. С другой стороны, соответствующее уменьшение в ожидаемом верхнем пределе количества неверно идентифицируемых сигнальных событий  $N_S^k \cdot f_{test}$  (то есть абсолютного количества сигнальных событий) в смешанной фоновой выборке приводит к возрастанию степени согласия между добротностью классификаторов, обученных и оптимизированных на смешанных и чистых фоновых наборах. Напротив, в случае обучения и оптимизации на выборке большего объема (1 %) наличие значительного

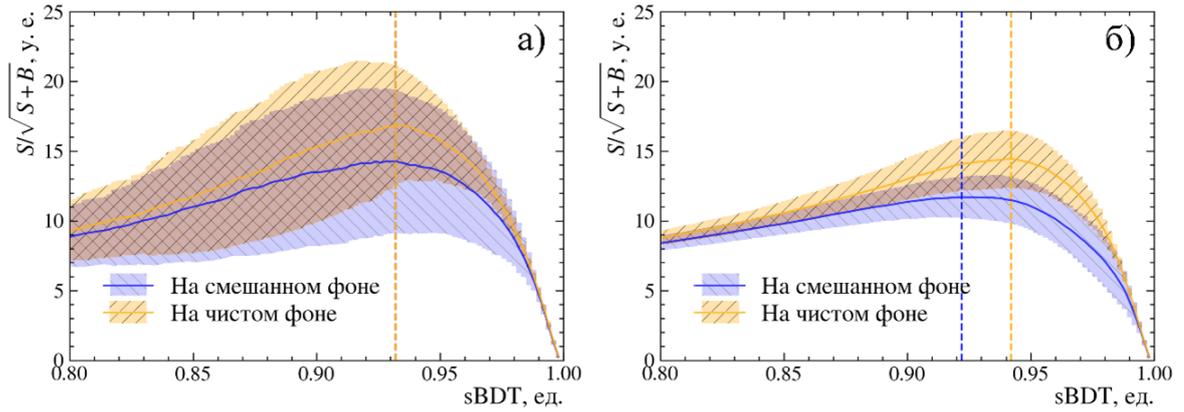


Рисунок 5.10 – Добротность классификаторов, обученных и оптимизированных на наборах «чистый сигнал и смешанный фон» (синий) и «чистый сигнал и чистый фон» (оранжевый). Размер тестовой фоновой выборки: (а) 0,1 % и (б) 1 % от соответствующего набора. Значения  $sBDT$ , соответствующие максимуму добротности  $sBDT = sBDT_{optimal}$  – пунктир

абсолютного количества сигнальных событий в смешанной выборке ухудшает добротность созданных критериев. Дополнительно, можно видеть, что неуничтожимое загрязнение фоновой выборки сигнальными событиями приводит к существенной разнице между величинами наилучших  $sBDT$ .

На следующем шаге рассмотрим влияние разных объемов тестовых выборок  $f_{test}$  на результаты оптимизации. Значения максимальных коэффициентов добротности классификаторов для всех рассматриваемых величин относительных объемов выборок  $f_{test}$  представлены на Рис. 5.11. График слева соответствует случаю большей разрешающей способности набора параметров  $\hat{P}_{sep} = 0,588$ , график справа – меньшему значению разрешающей способности  $\hat{P}_{sep} = 0,541$ . Классификаторы с большей разрешающей способностью были обучены на выборках объемом  $f_{train} = 2\%$  от изначального набора данных. Обучение классификаторов с меньшей разрешающей способностью производилось на выборках объемной долей в  $f_{train} = 0,5\%$ . Так же, как и для частных случаев  $f_{test} = 0,1$  и  $1\%$ , представленных на Рис. 5.10, для всего рассматриваемого диапазона объемной доли  $f_{test}$  можно видеть, что разница добротностей классификаторов, обученных на чистых и смешанных выборках, минимальна для случаев малых тестовых выборок и увеличивается с ростом их объемов. Абсолютные значения добротности классификаторов с большей разрешающей способностью, выше, чем классификаторов с меньшей разрешающей способностью для всего рассматриваемого диапазона  $f_{test}$ . Наблюдаемые максимальные значения показателя добротности уменьшаются пропорционально увеличению объема выборки для оптимизации и достигают плато при

$f_{test} \approx 2\%$ .

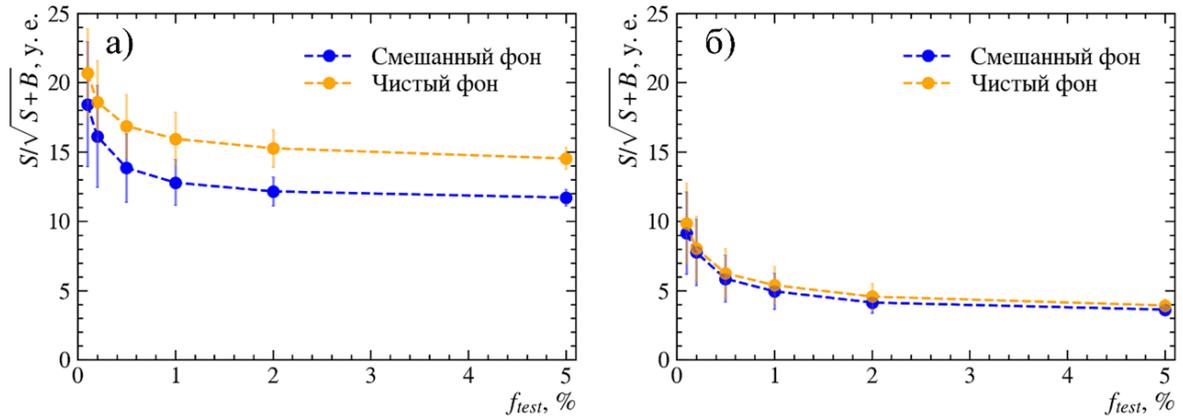


Рисунок 5.11 – Максимальные значения добротности классификаторов с (а) большей и (б) меньшей разрешающей способностью в зависимости от относительного объема проверочной выборки  $f_{test}$

Дополнительно, в ходе исследования была выполнена перекрестная проверка, осуществленная путем оптимизации классификаторов, обученных на фоновых выборках различных объемов. Результаты представлены на Рис. 5.12. Наблюдаемые зависимости максимумов добротности от объема выборки коррелируют с зависимостью показателя предсказательной мощности классификатора, представленной на Рис. 5.8.

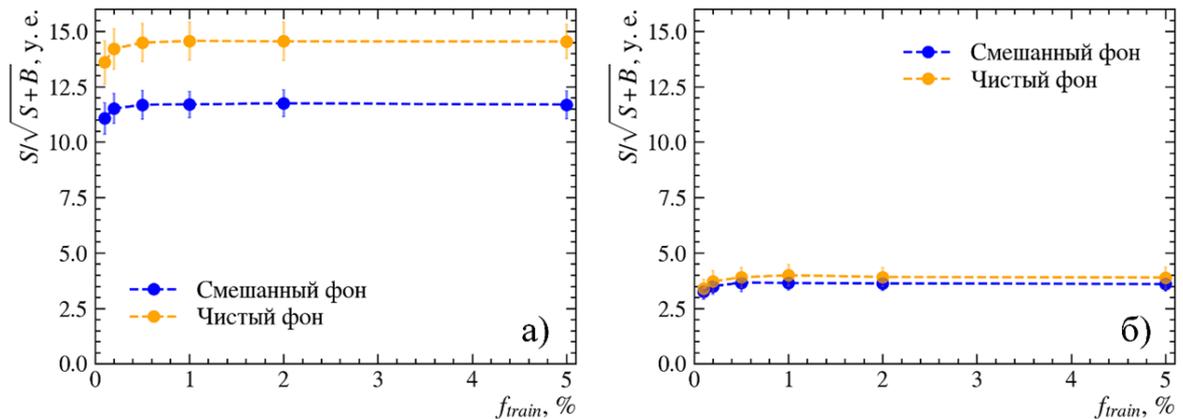


Рисунок 5.12 – Максимальные значения добротности классификаторов с (а) большей и (б) меньшей разрешающей способностью в зависимости от относительного объема выборки для обучения  $f_{train}$

Определим эффективность отбора с использованием критерия классификатора в виде

$$\epsilon_{S(B)} = \frac{S(B)(sBDT > cut)}{S(B)_{total}}. \quad (5.4)$$

Значения предсказательной переменной классификатора  $sBDT = sBDT_{optimal}$ , соответствующие максимумам показателей добротности, были использованы для вычисления величин чувствительности модельного эксперимента к сигналу  $\epsilon_S$  и подавлению фона  $\epsilon_B$ .

На первом шаге расчет эффективностей проводился на основе чистых сигнальной и фоновой выборок с величиной  $sBDT_{optimal}$  (т. е. для оптимизированного критерия), на втором шаге – на основе чистой сигнальной и смешанной фоновой выборках. Рассчитанные таким образом значения  $\epsilon_{S,B}$  позволяют оценить разницу между истинным (случай «чистый сигнал-чистый фон») и наблюдаемым («чистый сигнал-смешанный фон») оптимальными критериями. Различия в выборках приводят к различиям в эффективностях классификаторов по отношению к сигналу  $\epsilon_S$  (Рис. 5.13) и фону  $\epsilon_B$  (Рис. 5.14) для рассматриваемых значений разрешающей способности  $\hat{P}_{sep}$ . Оптимизация, произведенная на основе выборок меньшего объема, приводит к возрастанию статистической погрешности  $\epsilon_S$  и  $\epsilon_B$ , однако средняя эффективность при этом принимает сравнительно лучшие значения. Для классификаторов с большей разрешающей способностью измеренная эффективность по отношению к сигналу  $\epsilon_S$  (Рис. 5.13а) максимальна в случае  $f_{test} = 0,1\%$  и слабо изменяется в рассматриваемом диапазоне. Эффективность по отношению к сигналу  $\epsilon_S$  классификаторов с меньшей разрешающей способностью (Рис. 5.13б) медленно возрастает в области  $f_{test}$  от 1% до 5%.

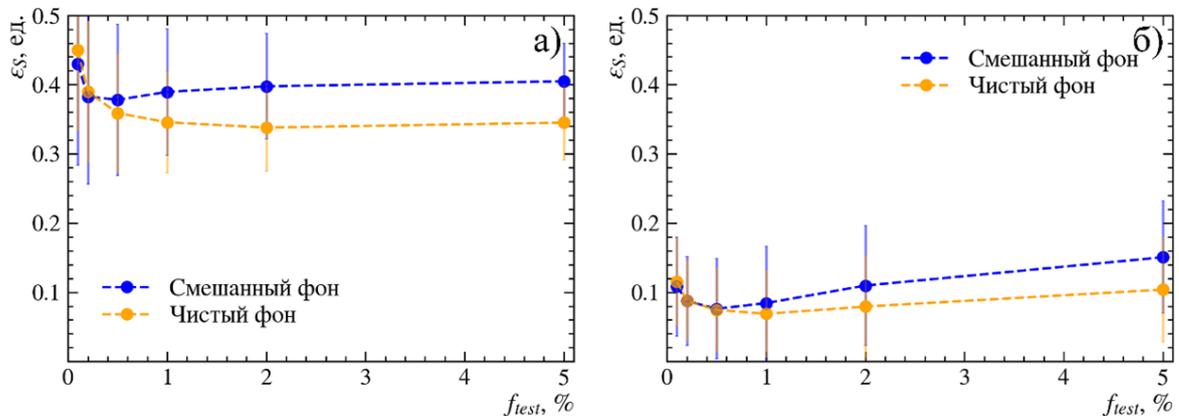


Рисунок 5.13 – Средняя эффективность  $\epsilon_S$  оптимального критерия отбора на основе классификатора, оптимизированного на наборах данных с (а) большей и (б) меньшей разрешающей способностью в зависимости от относительного объема тестовой выборки  $f_{test}$

Дополнительно следует заметить, что средняя эффективность по отношению к сигналу  $\epsilon_S$ , полученная на основе выборок ограниченного объема (соответствующего  $f_{test} \approx 0,2\%$  и ниже), демонстрирует высокую степень согласия между классификаторами, обученными на чистых и смешанных фоновых выборках.

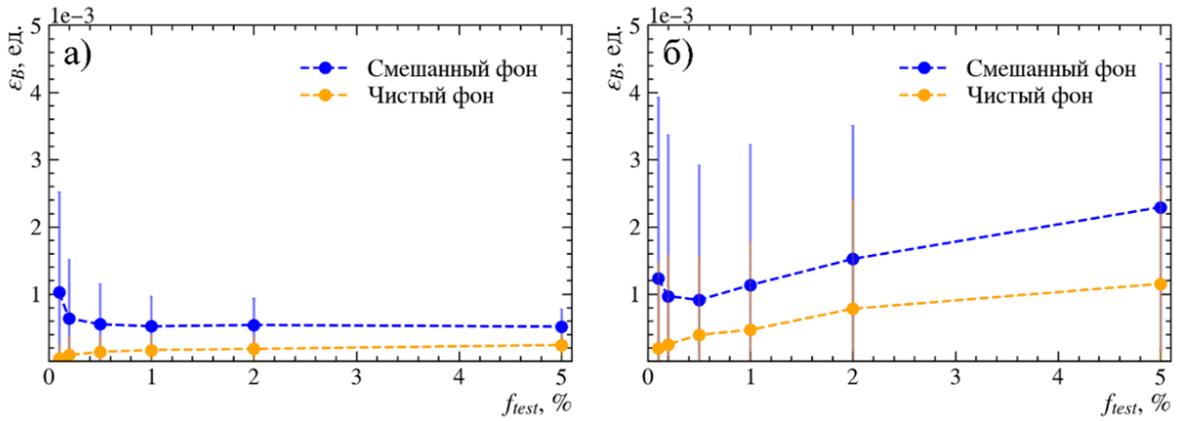


Рисунок 5.14 – Средняя эффективность  $\varepsilon_B$  оптимального критерия отбора на основе классификатора, оптимизированного на наборах данных с (а) большей и (б) меньшей разрешающей способностью в зависимости от относительного объема тестовой выборки  $f_{test}$

Зависимость измеренной эффективности отбора по отношению к фону  $\varepsilon_B$  от относительного объема тестовой выборки  $f_{test}$  (Рис. 5.14) демонстрирует схожий характер. Основное отличие связано с поведением эффективности  $\varepsilon_B$ , рассчитанной для случая обучения и оптимизации с использованием чистой фоновой выборки. В то время как в случае смешанного фона эффективность составляет  $\varepsilon_B \approx 0,1 \%$  для относительного объема  $f_{test} = 0,1 \%$ , при использовании выборки чистого фона того же объема эффективность  $\varepsilon_B$  приближается к нулю (полное подавление фона).

Это может быть объяснено наличием неверно идентифицированных сигнальных событий в смешанной фоновой выборке, используемой при оптимизации. Так, подобные сигнальные события, неверно помеченные как фон (относительный вклад которых составляет  $r_{S/B} = 0,1 \%$ ), могут быть отброшены только при более строгом (более высоком), неоптимальном пороговом значении предсказательной переменной  $sBDT$ . Следовательно, эти события могут быть рассмотрены как минимальный уровень фона. Наличие этого минимального фона вкупе с различиями, обусловленными обучением классификаторов на чистой и смешанной фоновой выборках, могут объяснить систематический сдвиг в пороговом значении предсказательной переменной  $sBDT_{optimal}$ , что, в свою очередь, приводит к изменению измеренных значений эффективностей  $\varepsilon_S$  и  $\varepsilon_B$ .

#### 5.4 Результаты исследования оптимизации отбора редких событий при помощи классификатора

В выполненном исследовании была рассмотрена проблема обучения и оптимизации классификатора типа BDT для отбора редких событий в присутствии неопределенного пре-

обладающего фона. Данная задача актуальна для случая поиска редких распадов гипотетической частицы  $X$  неизвестной массы в выборке событий, состоящей, в основном, из фоновых процессов. На данном этапе исследования рассматривался случай фиксированного относительного вклада сигнальных событий в смешанные фоновые выборки  $r_{S/B} = 0,1\%$ . В дальнейшем планируется рассмотреть эффекты, связанные с варьированием величины относительного вклада.

Результаты исследования показали, что использование выборки с пренебрежимо малым числом сигнальных событий (0,1 % для рассмотренного набора данных, что соответствует ожиданию в одно сигнальное событие в смешанной фоновой выборке) не является оптимальным. Увеличение относительного объема фоновой выборки, используемой при обучении классификатора, приводит к повышению его мощности, оценка которой производилась путем вычисления площади под кривой ошибок классификатора. Для классификаторов, обученных на наборах событий с параметрами с большей разрешающей способностью, увеличение объема тестовой выборки для обучения слабо влияет на метрики эффективности. Классификаторы с меньшей предсказательной мощностью обладают относительно малой разницей в метриках при обучении на чистых и смешанных выборках фоновых событий. С другой стороны, при оптимизации отбора небольшие выборки выглядят более предпочтительными. Поскольку решение об объеме выборки для задач обучения и оптимизации производится на основе предположения о «худшем сценарии» – количество сигнальных событий в наборе соответствует оценке высшей границы – возможна итеративная процедура. После более точного измерения сечения процессов с искомым сигналом в анализе, возможно произвести исследование с улучшенными оценками оптимальных объемов выборок.

## Заключение

Данное диссертационное исследование посвящено поиску эффектов новой физики в петлевых распадах  $B$  мезонов. Как было описано в главе 2, современные исследования в данной области сосредоточены на измерении «оптимизированных параметров»: экспериментальных параметров, чьи теоретические предсказания наименьшим образом подвержены влиянию систематических погрешностей, связанных с применением непertурбативных вычислений КХД.

Основным экспериментальным результатом, полученным в ходе данной работы, является измерение отношения вероятностей  $R_K$  полулептонных распадов  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  и  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ , характеризующее выполнение симметрии лептонной универсальности СМ, в области инвариантных масс лептонной пары  $q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Полученное значение составило

$$\begin{aligned} R_K(q^2 > 14,3 \text{ ГэВ}^2/c^4) &= 1,079_{-0,092}^{+0,106}(\text{стат.})_{-0,040}^{+0,044}(\text{сист.}) = \\ &= 1,079_{-0,100}^{+0,114}(\text{стат.} + \text{сист.}). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Проведенное измерение было впервые выполнено на данных эксперимента адронного коллайдера и является самым точным определением величины  $R_K$  в области инвариантных масс выше чармониевых резонансов. Совместно с измерением  $R_{K^{(*)}}$ , опубликованным в работе [85], оно указывает на согласие экспериментальных наблюдений и теоретических предсказаний СМ: лептонная универсальность сохраняется в переходах  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ .

В процессе работы над данным измерением диссертантом были решены следующие задачи:

- Разработка и реализация программного алгоритма введения поправок к моделированным распределениям для учета влияния разрешения детекторной установки на размытие и сдвиг измеряемых импульсов треков. Были установлены параметры «смазывающих» нормальных распределений  $\mu \in (-38,0; 1,5)$  и  $\sigma \in (0,8; 45,0)$  в зависимости от года набора данных и числа кластеров энерговыделений в калориметре, восстановленных как фотоны тормозного излучения электронного трека-кандидата. Измеренный систематический эффект, связанный с применением поправочной процедуры, составил 3,18 % от контрольного отношения  $r_{J/\psi}$ , 0,18 % от контрольного параметра  $R_{\psi(2S)}$  и 0,32 % от величины  $R_K$ .

- Определение (измерение выхода и параметризация формы распределения инвариантных масс реконструированного  $B^+$  мезона) вклада фона от процессов с однократной и двукратной неверной идентификацией частиц типа  $K^\pm \rightarrow e^\pm$  и  $\pi^\pm \rightarrow e^\pm$  в общий набор дан-

ных эксперимента LHCb по распаду  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ . Величина систематической погрешности, связанной с учетом и обработкой данных каналов, составляет 22 % от величины статистической погрешности  $R_K$ , что является одним из наиболее значимых вкладов в общую оценку систематической погрешности выполненного измерения.

— Измерение вклада фона от резонансной инклюзивной моды  $B^+ \rightarrow \psi(2S)K^+ X$  в общую структуру спектра реконструированных событий распада  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ : оценка выхода событий входящих в моду каналов и создание модели для описания формы вклада инклюзивной компоненты в спектр инвариантных масс реконструированных  $B^+$  мезонов. Измеренный систематический эффект, связанный с моделированием данного вклада, составляет 6,7 % от величины статистической погрешности  $R_K$ .

В рамках работы по развитию аппаратной и методологической базы эксперимента LHCb, определено влияние отклика модуля электромагнитного калориметра на идентификацию адронов. Проведена калибровка энергетической шкалы ячейки электромагнитного калориметра с использованием электронной примеси адронных пучков. Выполнена оценка разрешения ячейки по энергии, полученные величины коэффициента энергетической зависимости  $(9,1 \pm 0,7) \%$  и постоянного члена кривой разрешения  $(0,42 \pm 0,15) \%$  совпадают в пределах погрешностей со значениями, представленными в проектном документе ECAL. Разработан метод анализа состава выведенного пучка ускорителя СПС на основе данных по энерговыделениям в модуле электромагнитного калориметра LHCb типа «шашлык», отклику порогового черенковского счетчика и системы с многопроволочных камер. Эффективность разработанного метода успешно продемонстрирована на примере адронных пучков в широком диапазоне энергий (20 – 150 ГэВ).

Наконец, выполнен анализ особенностей использования классификаторов типа BDT для отбора редких событий в условиях неопределенного преобладающего фона. Результаты показали, что эффективность основанного на BDT отбора не зависит от абсолютного вклада сигнальных событий в фоновую выборку при рассматриваемом уровне относительного смешивания сигнального и фонового наборов данных (1:1000).

## Благодарности

По результатам работы я хочу выразить свои искренние благодарности. В первую очередь выражаю благодарность своему научному руководителю к.ф.-м.н. Холоденко Сергею Анатольевичу за постановку интересной и важной задачи, мудрое руководство, общие обсуждения и поддержку в ходе работы.

Профессору, д.ф.-м.н. Голутвину Андрею Игоревичу за предоставленную возможность работать в составе коллаборации LHCb, помощь в научной работе и общую поддержку, а также крайне плодотворные для меня дискуссии.

Профессору Nicola Serra, Patrick Haworth Owen, Jonas Eschle, Davide Lancierini и другим коллегам из группы редких распадов коллаборации LHCb за продуктивное сотрудничество, советы и помощь при освоении инструментария анализа и плодотворные обсуждения работы.

Гузу Юрию Петровичу за помощь в работе над исследованием идентификации частиц с использованием калориметрического модуля LHCb.

Хочу выразить отдельную благодарность профессору кафедры общей ядерной физики физического факультета МГУ им М.В. Ломоносова, д.ф.-м.н. Смирновой Лидии Николаевне за наставничество в начале моего научного пути, за оказанную помощь и непрерывную поддержку.

Наконец, благодарю своих родителей, семью, друзей и коллег, поддерживавших меня при выполнении работы. Отдельно выделяю Анастасию Сергеевну Фортуна, чья поддержка даже в самые трудные минуты давала мне сил двигаться дальше, и Игоря Сергеевича Дьячкова, вместе с которым я прошел весь путь освоения физики элементарных частиц.

### Использованная литература

1. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC / G. Aad [и др.] // *Physics Letters B*. — 2012. — Т. 716, № 1. — С. 1–29.
2. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC / S. Chatrchyan [и др.] // *Physics Letters B*. — 2012. — Т. 716, № 1. — С. 30–61.
3. Planck2018 results: VI. Cosmological parameters / N. Aghanim [и др.] // *Astronomy and Astrophysics*. — 2020. — Т. 641. — A6.
4. *Capozziello S., De Laurentis M.* Extended Theories of Gravity // *Physics Reports*. — 2011. — Т. 509, № 4. — С. 167–321.
5. *Arkani-Hamed N., Dimopoulos S., Dvali G. R.* The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter // *Physics Letters B*. — 1998. — Т. 429, № 3. — С. 263–272.
6. Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos / Y. Fukuda [и др.] // *Physical Review Letters*. — 1998. — Т. 81, № 8. — С. 1562–1567.
7. *Morrissey D. E., Ramsey-Musolf M. J.* Electroweak baryogenesis // *New Journal of Physics*. — 2012. — Т. 14, № 12. — С. 125003.
8. *Davidson S., Nardi E., Nir Y.* Leptogenesis // *Physics Reports*. — 2008. — Т. 466, № 4. — С. 105–177.
9. *Ellis J.* Beyond the Standard Model for Hillwalkers. — 1998. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/9812235>.
10. *Ivanov I. P.* Building and testing models with extended Higgs sectors // *Progress in Particle and Nuclear Physics*. — 2017. — Т. 95. — С. 160–208.
11. Effective description of general extensions of the Standard Model: the complete tree-level dictionary / J. de Blas [и др.] // *Journal of High Energy Physics*. — 2018. — Т. 2018, № 3. — С. 109.
12. *Langacker P.* The Physics of Heavy  $Z'$  Gauge Bosons // *Reviews of Modern Physics*. — 2009. — Т. 81, № 3. — С. 1199–1228.
13. New physics in  $b \rightarrow s\ell\ell$  anomalies and its implications for the complementary neutral current decays / F. M. Bhutta [и др.] // *Nuclear Physics B*. — 2022. — Т. 979. — С. 115763.

14. Anatomy of  $b \rightarrow c\tau\nu$  anomalies / A. Azatov [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2018. — Т. 2018, № 11. — С. 187.
15. London D., Matias J. B Flavor Anomalies: 2021 Theoretical Status Report // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2022. — Т. 72, № 1. — С. 37–68.
16. root-project/root: v6.18/02 / R. Brun [и др.]. — Вер. v6-18-02. — 2019. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <https://doi.org/10.5281/zenodo.848818>.
17. The LHCb simulation application, Gauss: Design, evolution and experience / M. Clemencic [и др.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2011. — Т. 331. — С. 032023.
18. Geant4: A simulation toolkit / S. Agostinelli [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2003. — Т. 506, № 3. — С. 250–303.
19. Chen T., Guestrin C. XGBoost: A Scalable Tree Boosting System // Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. — ACM, 2016. — С. 785–794.
20. zfit: Scalable pythonic fitting / J. Eschle [и др.] // SoftwareX. — 2020. — Т. 11. — С. 100508.
21. Scikit-learn: Machine learning in Python / F. Pedregosa [и др.] // Journal of Machine Learning Research. — 2011. — Т. 12. — С. 2825.
22. Brivio I., Trott M. The standard model as an effective field theory // Physics Reports. — 2019. — Т. 793. — С. 1–98.
23. Rare  $b$  decays meet high-mass Drell-Yan / A. Greljo [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2023. — Т. 2023, № 5. — С. 87.
24. Breaking new grounds in flavour universality / R. Aaij [и др.] // CERN Courier - digital edition. — 2025. — Т. 65, № 2. — С. 13–14.
25. Grossman Y. Introduction to flavor physics. — 2010. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1006.3534>.
26. Пескин М., Шредер Д. Введение в квантовую теорию поля. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. — С. 784.
27. Емельянов В. М. Стандартная модель и её расширения. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — С. 584.
28. Griffiths D. Introduction to elementary particles. — John Wiley & Sons, Inc., 1987. — С. 397.

29. Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations / К. Abe [и др.] // *Nature*. — 2020. — Т. 580, № 7803. — С. 339–344.
30. Review of particle physics / R. L. Workman [и др.] // *Progress of Theoretical and Experimental Physics*. — 2022. — Т. 2022, № 8. — С. 083C01.
31. *Бейлин В., Верешков Г., Кукса В.* Нейтральные токи с изменением аромата в стандартной модели и её расширениях с синглетными кварками // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. — 2001. — Т. 32, вып. 5. — С. 1004–1060.
32. *Bauer M., Neubert M.* Minimal Leptoquark Explanation for the  $R_{D^*}$ ,  $R_K$ , and  $(g - 2)_\mu$  Anomalies // *Physical Review Letters*. — 2016. — Т. 116, № 14. — С. 141802.
33. *Buras A. J.* Weak Hamiltonian, CP violation and rare decays // *Proceedings, Les Houches Summer School in Theoretical Physics, Session 68: Probing the Standard Model of Particle Interactions*. — 1998. — С. 281–539.
34. *Chetyrkin K., Misiak M., Münz M.* Weak radiative B-meson decay beyond leading logarithms // *Physics Letters B*. — 1997. — Т. 400, № 1/2. — С. 206–219.
35. *Grozin A.* Effective weak Lagrangians in the Standard Model and B decays. — 2013. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1311.0550>.
36. *Petrov A. A., Blechman A. E.* *Effective Field Theories*. — World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2016. — С. 307.
37. Minimal flavour violation: an effective field theory approach / G. D’Ambrosio [и др.] // *Nuclear Physics B*. — 2002. — Т. 645, № 1. — С. 155–187.
38. *Wilson K. G.* Non-Lagrangian Models of Current Algebra // *Physical Review Journal*. — 1969. — Т. 179, № 5. — С. 1499–1512.
39. Symmetries and asymmetries of  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  decays in the Standard Model and beyond / W. Altmannshofer [и др.] // *Journal of High Energy Physics*. — 2009. — Т. 2009, № 01. — С. 019.
40. Short- vs. long-distance physics in  $B \rightarrow K^{(*)} \ell^+ \ell^-$ : a data-driven analysis / M. Bordone [и др.] // *The European Physical Journal C*. — 2024. — Т. 84, № 5. — С. 547.
41. Improved theory predictions and global analysis of exclusive  $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$  processes / N. Gubernari [и др.] // *Journal of High Energy Physics*. — 2022. — Т. 2022, № 9. — С. 133.
42. Model-independent analysis of the rare B decay  $B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$  / S. Fukae [и др.] // *Physical Review D*. — 1999. — Т. 59, № 7. — С. 074013.

43. *Isgur N., Wise M. B.* Weak transition form factors between heavy mesons // *Physics Letters B.* — 1990. — Т. 237, № 3. — С. 527–530.
44. Deep-inelastic scattering beyond the leading order in asymptotically free gauge theories / *W. A. Bardeen [и др.]* // *Physical Review D.* — 1978. — Т. 18, № 11. — С. 3998–4017.
45. *Hiller G., Krüger F.* More model-independent analysis of  $b \rightarrow s$  processes // *Physical Review D.* — 2004. — Т. 69, № 7. — С. 074020.
46. *Khodjamirian A., Mannel T., Wang Y.-M.*  $B \rightarrow K\ell^+\ell^-$  decay at large hadronic recoil // *Journal of High Energy Physics.* — 2013. — Т. 2013, № 2. — С. 10.
47. *Detmold W., Meinel S.*  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda\ell^+\ell^-$  form factors, differential branching fraction, and angular observables from lattice QCD with relativistic  $b$  quarks // *Physical Review D.* — 2016. — Т. 93, № 7. — С. 074501.
48. Long-distance effects in  $B \rightarrow K^*\ell\ell$  from analyticity / *C. Bobeth [и др.]* // *The European Physical Journal C.* — 2018. — Т. 78, № 6. — С. 451.
49. Heavy-to-light form factors in the final hadron large energy limit of QCD / *J. Charles [и др.]* // *Physical Review D.* — 1999. — Т. 60, № 1. — С. 014001.
50. *Beneke M., Feldmann T., Seidel D.* Exclusive radiative and electroweak  $b \rightarrow d$  and  $b \rightarrow s$  penguin decays at NLO // *The European Physical Journal C.* — 2005. — Т. 41, № 2. — С. 173–188.
51. *Bobeth C., Hiller G., Piranishvili G.* Angular distributions of  $\bar{B} \rightarrow K\bar{\ell}\ell$  decays // *Journal of High Energy Physics.* — 2007. — Т. 2007, № 12. — С. 040.
52. *Gubernari N., Dyk D. van, Virto J.* Non-local matrix elements in  $B_s \rightarrow K^{(*)}, \phi\ell^+\ell^-$  // *Journal of High Energy Physics.* — 2021. — Т. 2021, № 2. — С. 88.
53. Lattice QCD calculation of form factors describing the rare decays  $B \rightarrow K\ell^+\ell^-$  and  $B_s \rightarrow \phi\ell^+\ell^-$  / *R. R. Horgan [и др.]* // *Physical Review D.* — 2014. — Т. 89, № 9. — С. 094501.
54. *Lyon J., Zwicky R.* Resonances gone topsy turvy - the charm of QCD or new physics in  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ ? — 2014. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1406.0566>.
55. *Beylich M., Buchalla G., Feldmann T.* Theory of  $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$  decays at high  $q^2$ : OPE and quark–hadron duality // *The European Physical Journal C.* — 2011. — Т. 71, № 5. — С. 1635.

56. *Buchalla G., Isidori G.* Non-perturbative effects in for large dilepton invariant mass // Nuclear Physics B. — 1998. — Т. 525, № 1/2. — С. 333—349.
57. *Melikhov D., Nikitin N., Simula S.* Rare exclusive semileptonic  $b \rightarrow s$  transitions in the standard model // Physical Review D. — 1998. — Т. 57, № 11. — С. 6814—6828.
58. *Godfrey S., Isgur N.* Mesons in a relativized quark model with chromodynamics // Physical Review D. — 1985. — Т. 32, № 1. — С. 189—231.
59. Studying the physics beyond the Standard Model in rare semileptonic B-decay  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  with ATLAS detector : тех. отч. / D. Melikhov [и др.] ; ЦЕРН. — Женева, 1998.
60. QCD Factorization for  $B \rightarrow \pi\pi$  Decays: Strong Phases and CP Violation in the Heavy Quark Limit / M. Beneke [и др.] // Physical Review Letters. — 1999. — Т. 83, № 10. — С. 1914—1917.
61. QCD factorization for exclusive non-leptonic B-meson decays: general arguments and the case of heavy–light final states / M. Beneke [и др.] // Nuclear Physics B. — 2000. — Т. 591, № 1/2. — С. 313—418.
62. *Beneke M., Neubert M.* QCD factorization for  $B \rightarrow PP$  and  $B \rightarrow PV$  decays // Nuclear Physics B. — 2003. — Т. 675, № 1/2. — С. 333—415.
63. *Kagan A. L.* Polarization in  $B \rightarrow VV$  Decays // Physics Letters B. — 2004. — Т. 601, № 3/4. — С. 151—163.
64. QCD factorization in  $B \rightarrow K\pi, \pi\pi$  decays and extraction of Wolfenstein parameters / M. Beneke [и др.] // Nuclear Physics B. — 2001. — Т. 606, № 1/2. — С. 245—321.
65. *Bauer C. W., Pirjol D., Stewart I. W.* Proof of Factorization for  $B \rightarrow D\pi$  // Physical Review Letters. — 2001. — Т. 87, № 20. — С. 201806.
66. *Blake T., Lanfranchi G., Straub D. M.* Rare  $B$  decays as tests of the Standard Model // Progress in Particle and Nuclear Physics. — 2017. — Т. 92. — С. 50—91.
67. Global analysis of  $b \rightarrow s\ell\ell$  anomalies / S. Descotes-Genon [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2016. — Т. 2016, № 6. — С. 92.
68. The BABAR detector / B. Aubert [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2002. — Т. 479, № 1. — С. 1—116.

69. The Belle detector / A. Abashian [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2002. — Т. 479, № 1. — С. 117–232.
70. The Belle II Physics Book / E. Kou [и др.] // Progress of Theoretical and Experimental Physics. — 2019. — Т. 2019, № 12. — С. 123C01.
71. The LHCb detector at the LHC / A. A. Alves Jr. [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2008. — Т. 3, № 08. — S08005.
72. The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider / G. Aad [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2008. — Т. 3, № 08. — S08003.
73. The CMS experiment at the CERN LHC / S. Chatrchyan [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2008. — Т. 3, № 08. — S08004.
74. To (b)e or not to (b)e: no electrons at LHCb / M. Algueró [и др.] // The European Physical Journal C. — 2023. — Т. 83, № 7. — С. 648.
75. Test of lepton universality using  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  decays / R. Aaij [и др.] // Physical Review Letters. — 2014. — Т. 113, № 15. — С. 151601.
76. Test of lepton flavor universality and search for lepton flavor violation in  $B \rightarrow K \ell \ell$  decays / S. Choudhury [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2021. — Т. 2021, № 3. — С. 105.
77. Direct CP, Lepton Flavor, and Isospin Asymmetries in the Decays  $B \rightarrow K^{(*)} \ell^+ \ell^-$  / B. Aubert [и др.] // Physical Review Letters. — 2009. — Т. 102, № 9. — С. 091803.
78. Test of lepton flavor universality in  $B^\pm \rightarrow K^\pm \mu^+ \mu^-$  and  $B^\pm \rightarrow K^\pm e^+ e^-$  decays in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV / T. Aarrestad [и др.] // Reports on Progress in Physics. — 2024. — Т. 87, № 7. — С. 077802.
79. Differential branching fractions and isospin asymmetries of  $B \rightarrow K^{(*)} \mu^+ \mu^-$  decays / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2014. — Т. 2014, № 06. — С. 133.
80. Measurement of the Differential Branching Fraction and Forward-Backward Asymmetry for  $B \rightarrow K^{(*)} \ell^+ \ell^-$  / J.-T. Wei [и др.] // Physical Review Letters. — 2009. — Т. 103, № 17. — С. 171801.
81. Measurements of the S-wave fraction in  $B^0 \rightarrow K^+ \pi^- \mu^+ \mu^-$  decays and the  $B^0 \rightarrow K^*(892)^0 \mu^+ \mu^-$  differential branching fraction / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2016. — Т. 2016, № 11. — С. 047.

82. *Hiller G., Schmaltz M.*  $R_K$  and future  $b \rightarrow s\ell\ell$  physics beyond the standard model opportunities // Physical Review D. — 2014. — T. 90, № 5. — C. 054014.
83. *Tanaka M.* Charged Higgs effects on exclusive semi-tauonic B decays // Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields. — 1995. — T. 67, № 2. — C. 321—326.
84. *Bordone M., Isidori G., Pattori A.* On the Standard Model predictions for  $R_K$  and  $R_{K^*}$  // The European Physical Journal C. — 2016. — T. 76, № 8. — C. 440.
85. Measurement of lepton universality parameters in  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  and  $B^0 \rightarrow K^{*0}\ell^+\ell^-$  decays / R. Aaij [и др.] // Physical Review D. — 2023. — T. 108, № 3. — C. 032002.
86. Measurement of Branching Fractions and Rate Asymmetries in the Rare Decays  $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$  / J. P. Lees [и др.] // Phys. Rev. D. — 2012. — T. 86, № 3. — C. 032012.
87. Test of lepton-flavor universality in  $B \rightarrow K^*\ell^+\ell^-$  decays at Belle / S. Wehle [и др.] // Physical Review Letters. — 2021. — T. 126, № 16. — C. 161801.
88. Branching fraction measurements of the rare  $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$  and  $B_s^0 \rightarrow f_2'(1525)\mu^+\mu^-$  decays / R. Aaij [и др.] // Physical Review Letters. — 2021. — T. 127, № 15. — C. 151801.
89. Measurement of the branching ratio of  $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau$  relative to  $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\ell^-\bar{\nu}_\ell$  decays with a semileptonic tagging method / Y. Sato [и др.] // Physical Review D. — 2016. — T. 94, вып. 7. — C. 072007.
90. Measurement of an Excess of  $B \rightarrow D^{(*)}\tau\nu$  Decays and Implications for Charged Higgs Bosons / J. P. Lees [и др.] // Physical Review D. — 2013. — T. 88, № 7.
91. Measurement of the ratio of branching fractions  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau)/\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\mu^-\bar{\nu}_\mu)$  / R. Aaij [и др.] // Physical Review Letters. — 2015. — T. 115. — C. 111803.
92. Measurement of  $\mathcal{R}(D)$  and  $\mathcal{R}(D^*)$  with a semileptonic tagging method / G. Caria [и др.] // Physical Review Letters. — 2020. — T. 124, № 16.
93. Test of lepton flavor universality by the measurement of the  $B^0 \rightarrow D^{*-}\tau^+\nu_\tau$  branching fraction using three-prong  $\tau$  decays / R. Aaij [и др.] // Physical Review D. — 2018. — T. 97. — C. 072013.
94. *Jaiswal S., Nandi S., Patra S. K.* Extraction of  $|V_{cb}|$  from  $B\bar{B}D^{(*)}\ell\nu_\ell$  and the Standard Model predictions of  $R(D^{(*)})$  // Journal of High Energy Physics. — 2017. — T. 2017, № 12. — C. 60.
95. New observables in the decay mode  $\bar{B}_d \rightarrow \bar{K}^{*0}\ell^+\ell^-$  / U. Egede [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2008. — T. 2008, № 11. — C. 032—032.

96. Differential branching fraction and angular analysis of the decay  $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$  / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2013. — Т. 2013, № 08. — С. 131.
97. Angular analysis of the  $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$  decay using  $3 \text{ fb}^{-1}$  of integrated luminosity / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2016. — Т. 2016, № 02. — С. 104.
98. *Krüger F., Matias J.* Probing New Physics Via the Transverse Amplitudes of  $B^0 \rightarrow K^{*0}(\rightarrow K^- \pi^+) \ell^+ \ell^-$  at Large Recoil // Physical Review D. — 2005. — Т. 71, № 9. — С. 094009.
99. Complete anatomy of  $B_d \rightarrow \bar{K}^{*0}(\rightarrow K \pi) \ell^+ \ell^-$  and its angular distribution / J. Matias [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2012. — Т. 2012, № 4. — С. 104.
100. Implications from clean observables for the binned analysis of  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  at large recoil / S. Descotes-Genon [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2013. — Т. 2013, № 1. — С. 48.
101. Measurement of form-factor-independent observables in the decay  $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$  / R. Aaij [и др.] // Physical Review Letters. — 2013. — Т. 111, № 19. — С. 191801.
102. Measurement of  $CP$ -averaged observables in the  $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$  decay / R. Aaij [и др.] // Physical Review Letters. — 2020. — Т. 125, № 1. — С. 011802.
103. *Hurth T., Mahmoudi F.* On the LHCb anomaly in  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  // Journal of High Energy Physics. — 2014. — Т. 2014, № 4. — С. 97.
104. Angular analysis of the  $B^+ \rightarrow K^{*+} \mu^+ \mu^-$  decay / R. Aaij [и др.] // Physical Review Letters. — 2021. — Т. 126, № 16. — С. 161802.
105. Angular analysis of  $B^0 \rightarrow K^{*0} e^+ e^-$  decays / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2025. — Т. 2025, № 6. — С. 140.
106. Angular analysis of  $B_d^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  decays in pp collisions at  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  with the ATLAS detector / M. Aaboud [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2018. — Т. 2018, № 10. — С. 47.
107. Angular analysis of the  $B^0 \rightarrow K^*(892)^0 \mu^+ \mu^-$  decay in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$  / A. Hayrapetyan [и др.] // Physics Letters B. — 2025. — Т. 864. — С. 139406.
108. Lepton-Flavor-Dependent Angular Analysis of  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  / S. Wehle [и др.] // Physical Review Letters. — 2017. — Т. 118, № 11. — С. 111801.
109. *Hurth T., Mahmoudi F., Neshatpour S.* Global fits to  $b \rightarrow s \ell \ell$  data and signs for lepton non-universality // Journal of High Energy Physics. — 2014. — Т. 2014, № 12. — С. 53.

110. *Altmannshofer W., Straub D. M.* New physics in  $b \rightarrow s$  transitions after LHC run 1 // The European Physical Journal C. — 2015. — Т. 75, № 8. — С. 382.
111. Emerging patterns of New Physics with and without Lepton Flavour Universal contributions / M. Algueró [и др.] // The European Physical Journal C. — 2019. — Т. 79, № 8. — С. 714.
112. A new B-flavour anomaly in  $B_{d,s} \rightarrow K^{*0} \bar{K}^{*0}$ : anatomy and interpretation / M. Algueró [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2021. — Т. 2021, № 4. — С. 66.
113. A new puzzle in non-leptonic B decays / A. Biswas [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2023. — Т. 2023, № 6. — С. 108.
114. First observation of the decay  $B_s^0 \rightarrow K_S^0 K^{*(892)^0}$  at LHCb / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2016. — Т. 2016, № 1. — С. 12.
115. *Evans L., Bryant P.* LHC Machine // Journal of Instrumentation. — 2008. — Т. 3, № 08. — S08001.
116. The LHCb Upgrade I / R. Aaij [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2024. — Т. 19, № 05. — P05065.
117. LHCb Framework TDR for the LHCb Upgrade II Opportunities in flavour physics, and beyond, in the HL-LHC era : тех. отч. / R. Aaij [и др.] ; ЦЕРН. — Женева, 2022.
118. LHCb detector performance / R. Aaij [и др.] // International Journal of Modern Physics. — 2015. — Т. 30, № 07. — С. 1530022.
119. Performance of the LHCb Vertex Locator / R. Aaij [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2014. — Т. 9, № 09. — P09007.
120. Performance of the LHCb Outer Tracker / R. Arink [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2014. — Т. 9, № 01. — P01002.
121. Measurement of  $\sigma(pp \rightarrow b\bar{b}X)$  at  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ in the forward region / R. Aaij [и др.] // Physics Letters B. — 2010. — Т. 694, № 3. — С. 209–216.
122. The LHCb trigger and its performance in 2011 / R. Aaij [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2013. — Т. 8, № 04. — P04022.
123. Measurement of the track reconstruction efficiency at LHCb / R. Aaij [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2015. — Т. 10, № 02. — P02007.

124. *Frühwirth R.* Application of Kalman filtering to track and vertex fitting // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1987. — Т. 262, № 2. — С. 444–450.
125. Measurement of charged particle multiplicities and densities in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s}=7\text{ТэВ}$  in the forward region / R. Aaij [и др.] // The European Physical Journal C. — 2014. — Т. 74, № 5. — С. 2888.
126. Selection and processing of calibration samples to measure the particle identification performance of the LHCb experiment in Run 2 / R. Aaij [и др.] // European Physical Journal: Techniques and Instrumentation. — 2019. — Т. 6, № 1. — С. 1.
127. Performance of the LHCb RICH detector at the LHC / M. Adinolfi [и др.] // The European Physical Journal C. — 2013. — Т. 73, № 5. — С. 2431.
128. *Gys T.* The pixel hybrid photon detectors for the LHCb-rich project // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2001. — Т. 465, № 1. — С. 240–246.
129. Calibration and performance of the LHCb calorimeters in Run 1 and 2 at the LHC : tex. отч. / C. Abellan Beteta [и др.] ; ЦЕРН. — Женева, 2020.
130. *Guz Y.* The LHCb hadron calorimeter // Journal of Physics: Conference Series / под ред. M. Fraternali, G. Gaudio, M. Livan. — 2009. — Т. 160, № 1. — С. 012054.
131. Performance of the LHCb muon system / A. A. Alves Jr. [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2013. — Т. 8, № 02. — P02022.
132. Performance of the LHCb trigger and full real-time reconstruction in Run 2 of the LHC / R. Aaij [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2019. — Т. 14, № 04. — P04013.
133. Software for the LHCb experiment / G. Corti [и др.] // IEEE Transactions on Nuclear Science. — 2006. — Т. 53, № 3. — С. 1323–1328.
134. *Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P.* A brief introduction to PYTHIA 8.1 // Computer Physics Communications. — 2008. — Т. 178, № 11. — С. 852–867.
135. *Lange D. J.* The EvtGen particle decay simulation package // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. — 2001. — Т. 462, № 1. — С. 152–155.
136. *Golonka P., Was Z.* PHOTOS Monte Carlo: A precision tool for QED corrections in  $Z$  and  $W$  decays // The European Physical Journal C. — 2006. — Т. 45, № 1. — С. 97–107.

137. Herwig++ physics and manual / M. Bähr [и др.] // The European Physical Journal C. — 2008. — Т. 58, № 4. — С. 639–707.
138. Event generation with Sherpa 2.2 / E. Bothmann [и др.] // SciPost Physics. — 2019. — Т. 7, № 3. — С. 034.
139. Geant4 developments and applications / J. Allison [и др.] // IEEE Transactions on Nuclear Science. — 2006. — Т. 53, № 1. — С. 270–278.
140. Measurement of the branching fraction ratio  $R_K$  at large dilepton invariant mass / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2025. — Т. 2025, № 7. — С. 198.
141. Angular analysis and differential branching fraction of the decay  $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$  / R. Aaij [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2015. — Т. 2015, № 09. — С. 179.
142. LHCb reoptimized detector design and performance: Technical Design Report : тех. отч. / R. Aaij [и др.] ; ЦЕРН. — Женева, 2003. — CERN-LHCC-2003–030.
143. *Needham M.* Electron Reconstruction Studies : тех. отч. / ЦЕРН. — Женева, 2001.
144. *Ball P., Zwicky R.*  $|V_{ub}|$  and constraints on the leading-twist pion distribution amplitude from  $B \rightarrow \pi\ell\nu$  // Physics Letters B. — 2005. — Т. 625, № 3. — С. 225–233.
145. Measurement of the  $\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda(1520)\mu^+\mu^-$  differential branching fraction / R. Aaij [и др.] // Physical Review Letters. — 2023. — Т. 131, № 15. — С. 151801.
146. *Hulsbergen W. D.* Decay chain fitting with a Kalman filter // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2005. — Т. 552, № 3. — С. 566–575.
147. *Skwarnicki T.* A study of the radiative cascade transitions between the Upsilon-prime and Upsilon resonances : дис. ... канд. физ.-мат. наук / Skwarnicki Tomasz. — Institute of Nuclear Physics, Krakow, 1986. — DESY-F31-86-02.
148. *Barlow R.* Extended maximum likelihood // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1990. — Т. 297, № 3. — С. 496–506.
149. *Shorkin R. A.* Beam Composition Analysis Using a Single SHASHLIK-Type Calorimeter Module // Physics of Atomic Nuclei. — 2023. — Т. 86, № 6. — С. 1421–1425.
150. Physics case for an LHCb Upgrade II — Opportunities in flavour physics, and beyond, in the HL-LHC era : тех. отч. / ЦЕРН. — Женева, 2018. — LHCb-PUB-2018–009.

151. *Guz Y.* The Phase 2 Upgrade of the LHCb Calorimeter system // Journal of Instrumentation. — 2020. — Т. 15, № 09. — С. C09046.
152. Upgrade of the monitoring system of LHCb ECAL : тех. отч. / I. Guz [и др.] ; ЦЕРН. — Женева, 2016. — LHCb-PUB-2016—018.
153. *Landau L.* On the energy loss of fast particles by ionization // Journal of Physics (USSR). — 1944. — Т. 8. — С. 201—205.
154. *Shorkin R. A.* Optimization of Rare Event Selection in the Presence of Unextractable Dominant Background // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. — 2025. — Т. 52, № 9. — С. 456—465.
155. *Lonnblad L., Peterson C., Rognvaldsson T.* Finding Gluon Jets With a Neural Trigger // Physical Review Letters. — 1990. — Т. 65, № 11. — С. 1321—1324.
156. Classification of the hadronic decays of the  $Z^0$  into  $b$  and  $c$  quark pairs using a neural network / P. Abreu [и др.] // Physics Letters B. — 1992. — Т. 295, № 3/4. — С. 383—395.
157. Search for long-lived heavy neutrinos in the decays of B mesons produced in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV / A. Hayrapetyan [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2024. — Т. 2024, № 6. — С. 183.
158. Selection of Gamma Events from IACT Images Using Deep Learning Methods / E. O. Gres [и др.] // Moscow University Physics Bulletin. — 2023. — Т. 78, № 1. — S45—S51.
159. CURTAINS for your sliding window: Constructing unobserved regions by transforming adjacent intervals / J. Raine [и др.] // Frontiers In Big Data. — 2023. — Т. 6. — С. 899345.
160. *Coadou Y.* Boosted Decision Trees // Artificial Intelligence for High Energy Physics. — WORLD SCIENTIFIC, 2022. — С. 9—58.
161. Array programming with NumPy / C. R. Harris [и др.] // Nature. — 2020. — Т. 585, № 7825. — С. 357—362.