

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук

На правах рукописи

Крючков Денис Сергеевич

**Компактные стабилизированные лазерные системы для  
транспортируемых оптических часов и прецизионной интерферометрии**

Специальность 1.3.19 –  
Лазерная физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2024

Работа выполнена в Физическом институте им. П.Н. Лебедева Российской Академии Наук (ФИАН).

Научный руководитель **Хабарова Ксения Юрьевна**  
доктор физико-математических наук

---

Официальные  
оппоненты **Тайченачев Алексей Владимирович**  
член-корреспондент РАН, профессор, доктор  
физико-математических наук, главный научный  
сотрудник Института лазерной физики  
Сибирского отделения Российской академии наук

**Афанасьев Антон Евгеньевич**  
кандидат физико-математических наук, старший  
научный сотрудник Института спектроскопии  
Российской академии наук

---

Ведущая организация Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего  
образования «Национальный исследовательский  
ядерный университет «МИФИ»

Защита состоится «20» мая 2024 г. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.262.01 на базе ФИАН по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д.53с4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН, а также на сайте института [www.lebedev.ru](http://www.lebedev.ru).

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

Ученый секретарь диссертационного совета 24.1.262.01,  
доктор физико-математических наук

А.С. Золотко

## **Общая характеристика работы**

Диссертационная работа посвящена исследованиям, направленным на компактизацию лазерных систем с активной стабилизацией частоты излучения по высокочастотным опорным оптическим резонаторам Фабри-Перо на длине волны телекоммуникационного диапазона. Компактные высокостабильные лазерные системы необходимы для использования в составе транспортируемых оптических часов, в задачах прецизионной интерферометрии, передачи ультрастабильных сигналов на оптической несущей по волоконным и открытым каналам, сенсорике. В работе исследованы эффекты, проявляющиеся при уменьшении длины опорного оптического резонатора и соответствующем увеличении интенсивности циркулирующего излучения; создан и исследован гетеродинный лазерный интерферометр для прецизионного измерения линейных смещений с точностью, достаточной для современных гравиметрических миссий; исследовано использование независимой опорной компактной ультрастабильной лазерной системы на телекоммуникационной длине волны в составе оптических часов на одиночном ионе иттербия-171 в радиочастотной ловушке для обеспечения высокой кратковременной стабильности и непрерывности синтеза выходного радиочастотного сигнала, перспективной компактизации и повышения надежности используемых лазерных систем.

## **Актуальность темы исследования**

Внимание к стабильности частоты излучения лазерных источников возникло и стало расти практически сразу вместе с открытием принципа лазерной генерации и определением предела Шавлова-Таунса [1] в 1958-м и создания первых типов лазеров: твердотельного [2] и первого непрерывного – газового [3] в 1960-м; полупроводникового, функционирующего при криогенных температурах – в 1962-м. Уже тогда становилось понятно, что

задачи метрологии времени и пространства, телекоммуникации и удаленного зондирования уже в скором времени будут в числе основных, стоящих перед создаваемыми и разрабатываемыми лазерными системами. В 1965-м году наиболее стабильными по частоте были газовые лазеры [4], сами по себе обладающие низким фундаментальным пределом Шавлова-Таунса, а доминирующие технические шумы которых могли быть последовательно устранены в том числе добавлением обратной связи – стабилизацией по контуру усиления, по провалу Лэмба. Следующей важной идеей, получившей свои четкие очертания в 1968-м, стало более последовательное формулирование методов стабилизации с использованием контура усиления и с использованием внешнего частотного дискриминатора – атомного или молекулярного облака/пучка [5], [6], внешнего интерферометра Фабри-Перо [7].

В 1970-м году еще одним важнейшим шагом к текущему статусу стабилизированных лазерных систем стало создание лазерных диодов, способных работать при комнатных температурах [8], что впоследствии позволит создавать более компактные лазерные источники в более широком диапазоне длин волн. Чуть позже и благодаря этому активное развитие получили твердотельные лазеры, для накачки которых стало возможно использовать более эффективные диоды и диодные линейки. Это привело к созданию непрерывных спектрально-узких твердотельных лазерных источников с диодной накачкой [9]. К тому же, в 1978-м году был предложен метод оптической обратной связи [10], позволивший создавать диодные лазеры с внешним резонатором, которые до сих пор являются незаменимым инструментом прецизионной спектроскопии. Такие источники имеют «врожденный» механизм частотной перестройки в широком диапазоне длин волн и полосе частот с помощью модуляции тока накачки и изменения длины резонатора, что является необходимым для создания активной обратной связи. Чуть позже – в 1983-м – был разработан фазово-модуляционный метод Паунда-Дривера-Холла [11] активной стабилизации частоты лазерного источника к вершине пика пропускания внешнего опорного интерферометра

Фабри-Перо, который окончательно определит облик подавляющего большинства высокостабильных лазерных систем вплоть до текущего времени.

На данный же момент стабилизированные лазерные системы, обладающие субгерцовой спектральной шириной линии излучения, являются наиболее актуальным инструментом в прецизионной спектроскопии, и множестве других задач современной науки, носящих фундаментальный и прикладной характер. Наиболее яркими из их числа являются определение зарядового радиуса протона [12], поиск дрейфа постоянной тонкой структуры [13], [14], детектирование гравитационных волн [15], [16], тестов Лоренц-инвариантности [17]. Особо стоит отметить, что ультрастабильная лазерная система является неотъемлемой составной частью любых современных оптических часов: принцип их работы заключается в подстройке частоты излучения такого лазера к частоте спектрально узкого «часового» перехода ансамбля лазерно-охлажденных атомов или одиночного иона [18], [19].

Лазерные системы с малой спектральной шириной линии также могут быть использованы для точной передачи сигналов оптической частоты и времени по волоконным линиям или открытым каналам [20], [21], [22]. Возможность передачи высокостабильных сигналов частоты на дальние расстояния открывает новые перспективы в навигации и картографировании гравитационного потенциала [23]. К тому же, активно развивается ряд современных и ярких задач, включающий в себя задачи сенсорики – когерентной рефрактометрии [24] и дальнометрии, прецизионной интерферометрии для релятивистской геодезии [25].

Всё больший акцент делается на создание транспортируемых и бортовых [26], [27], [28], [29] реперов и стандартов частоты, основанных на прецизионной спектроскопии ансамблей ультрахолодных атомов и одиночных ионов в ловушках. Яркими успехами последнего десятилетия является разработка ряда транспортируемых оптических часов [30], [31], [32], которые демонстрируют значительно лучшие характеристики, чем их ближайшие конкуренты: активные водородные мазеры и мобильный цезиевый фонтан FOM1 [33]. Переносные

системы открыли путь для новых применений, например, релятивистской геодезии [34], [35]. Токийские эксперименты с двумя переносными на нейтральных атомах стронция в оптической решетке [31] уже продемонстрировали уровень точности, сопоставимый с лучшими традиционными геодезическими методами. Совсем недавно, красное гравитационное смещение частоты на масштабах порядка атомного облака в оптической решетке уровне было измерено оптическими часами на нейтральных атомах стронция в JILA, США [34], [36].

Такие успехи вывели транспортируемые оптические часы в ряд самых чувствительных квантовых сенсоров, наиболее привлекательных для дальнейшего тестирования общей теории относительности. Несколько научных групп проводят активные исследования для создания все более компактных и надежных оптические часы, подходящие для использования вне лабораторных условий. Так, группа из PTB, Германия, продемонстрировала транспортируемые оптические часы на нейтральном атоме стронция в оптической решетке, обладающие неопределенностью  $7,4 \times 10^{-17}$  [28], [36]. Эта система была использована для первых в мире измерений, направленных на определение гравитационного красного сдвига частоты между лабораторными часами в INRIM (Турин, Италия) и транспортируемыми оптическими часами, перевезенными в лабораторию в Модане, Франция [34]. Группа из RIKEN, Япония, сообщила о разработке мобильных оптических часов на основе лазерно-охлажденных атомов стронция в оптической решетке с относительной неопределенностью  $5,5 \times 10^{-18}$ , «атомная» часть которых была поднята на Токийскую башню для измерения гравитационного красного сдвига [31].

Таким образом, постоянное развитие уже существующих областей применения ультрастабильных лазерных систем и активное появление фундаментальных и прикладных задач для систем в транспортируемом и бортовом исполнении накладывает все более и более строгие требования на их компактность, мобильность и удобство эксплуатации, причем, как самих систем, так и устройств, в составе которых они используются.

## Цели и задачи работы

Целью данной работы является разработка и исследование компактных лазерных систем с активной стабилизацией частоты излучения по внешнему высокочастотному оптическому резонатору Фабри-Перо, исследование перспектив их использования в качестве опорных высокостабильных источников в задачах прецизионной интерферометрии и создания транспортируемых оптических часов для фундаментальных и прикладных применений.

Для достижения этой цели было необходимо решение ряда научных задач:

1. Разработать и создать 20-мм высокочастотный резонатор Фабри-Перо, обеспечивающий существенное снижение объема и массы вакуумной камеры, для перспективного использования в компактной стабилизированной лазерной системе.

2. Исследовать особенности и эффекты, вклад которых в относительную нестабильность длины резонатора существенно возрастает при уменьшении длины опорного резонатора и соответствующем росте интенсивности внутрирезонаторного излучения на зеркалах.

3. Разработать, создать и исследовать гетеродинный лазерный интерферометр на длине волны 1550 нм для прецизионного измерения линейных смещений, собственные шумы которого соответствуют требованиям современных гравиметрических миссий, а длина измеряемой трассы может быть масштабирована до требований реальных космических экспериментов.

4. Разработать, создать и исследовать оптический генератор частоты на одиночном ионе иттербия-171 в радиочастотной ловушке Пауля, в котором независимая компактная опорная ультрастабильная лазерная система на длине волны 1550 нм используется для повышения надежности и перспективного упрощения оптической схемы оптических часов.

## **Научная новизна:**

1. Впервые экспериментально исследован эффект термооптической бистабильности на длине волны ближнего ИК диапазона в компактном высокодобротном резонаторе Фабри-Перо. Определена чувствительность частоты моды резонатора к интенсивности внутрирезонаторного излучения на зеркалах, постоянная времени теплового отклика зеркал.

2. С помощью численного моделирования термомеханических процессов впервые предсказан эффект смещение точки нулевого коэффициента теплового расширения опорного резонатора в зависимости от циркулирующей в нем мощности для многослойных высокоотражающих зеркал со сверхнизкими потерями на подложках из стекла со сверхнизким коэффициентом теплового расширения Corning ULE и подложках из стекла КУ-1.

3. Впервые предложена и реализована схема построения транспортируемых оптических часов на одиночном ионе иттербия-171 в радиочастотной ловушке Пауля, в которой опорная ультрастабильная лазерная система на длине волны 1550 нм используется для стабилизации многоканального фемтосекундного синтезатора оптических частот, реализующего локальную стабилизацию частот всех используемых лазерных систем и синтез выходного сигнала.

## **Практическая значимость**

Созданная компактная стабилизированная лазерная система может быть использована в задачах передачи ультрастабильных сигналов времени и частоты на оптической несущей для удаленного сличения оптических реперов частоты. Результаты исследования термооптической бистабильности в компактном резонаторе на длине волны 1550 нм могут быть использованы для создания

оптических логических устройств, кроме того, детальное исследование эффектов, приводящих к флуктуациям и сдвигам собственных частот оптических резонаторов, необходимо для их применения в оптических стандартах частоты, времени и длины, экспериментах по высокоточной лазерной спектроскопии и интерферометрии.

Учет эффекта смещения точки нулевого коэффициента теплового расширения должен производиться для последовательной метрологической характеристики лазерных систем со стабилизацией по компактным оптическим резонаторам, обладающим высокой интенсивностью циркулирующего излучения на зеркалах. Созданный лазерный гетеродинный интерферометр доказывает работоспособность используемых методов и достижимость чувствительности, необходимой для работы гравиметрической космической группировки, результаты его исследования могут лечь в основу подготовки современных миссий релятивистской геодезии.

Транспортируемые оптические часы на одиночном ионе иттербия со стабилизацией фемтосекундного синтезатора оптических частот по независимой опорной ультрастабильной лазерной системе на длине волны 1550 нм, обеспечивающей высокую кратковременную стабильность выходного радиочастотного сигнала, и реализующей локальную стабилизацию частот используемых лазерных систем, осуществляющих охлаждение и контроль квантового состояния иона, что существенным образом упрощает оптическую схему и повышает компактность установки, обладают большей надежностью и отказоустойчивостью, могут быть использованы для формирования и поддержания национальной шкалы времени, укрепления наземного и бортового сектора ГЛОНАСС, синхронизации геометрически разнесенных процессов, фундаментальных исследований.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Термооптические эффекты, превышающие уровень тепловых шумов в коротких (менее 2 см) высокодобротных резонаторах Фабри-Перо, оказывают существенное влияние на частотную стабильность моды резонатора. Вызванный ими нелинейный отклик приводит к эффекту оптической бистабильности, который может быть использован в задаче управления оптическими полями и должен быть учтен при стабилизации частоты лазера по моде резонатора.

2. Достигнутый созданным гетеродинным лазерным интерферометром уровень шумов составляет менее  $40 \frac{\text{ФМ}}{\sqrt{\text{Гц}}}$  в диапазоне частот 1 – 50 Гц и  $10 \frac{\text{пМ}}{\sqrt{\text{Гц}}}$  на частоте 0,1 Гц, что обеспечивает предел чувствительности интерферометра на уровне 270 пм на времени усреднения 10 с при длине трассы 5 см, соответствующий требованиям современных космических гравиметров. Активная стабилизация частоты излучения лазерной системы с длиной волны излучения 1550 нм по внешнему высокодобротному резонатору Фабри-Перо за счет повышения длины когерентности поля позволяет масштабировать измеряемую длину трассы до требуемой для гравиметрических применений без потери точностных характеристик.

3. Стабилизация фемтосекундного синтезатора оптических частот (ФСОЧ) в системе транспортируемых оптических часов на одиночном ионе иттербия по частоте ультрастабильного лазера 1550 нм обеспечивает кратковременную относительную нестабильность часов в радиочастотном диапазоне 1 ГГц на уровне не более  $9 \times 10^{-15}$  при времени усреднения 1 с. Предложенная схема с использованием ультрастабильного лазера 1550 нм гарантирует бесперебойный синтез выходного сигнала даже при потере иона иттербия. В интеграции с многоканальным ФСОЧ реализуется локальная стабилизация частот лазерных систем, осуществляющих охлаждение и контроль квантового состояния иона, что существенным образом упрощает оптическую схему и повышает компактность установки.

## **Методология и методы исследования**

Для проведения исследований использовались лазерные системы, частота излучения которых стабилизировалась по внешним опорным резонаторам Фабри-Перо фазово-модуляционным методом Паунда-Драйвера-Холла. Исследование спектральных характеристик высокодобротных оптических резонаторов проводилось методом измерения затухания амплитуды волны светового поля в резонаторе. Для сличения лазерных источников на близких длинах волн использовались гетеродинные схемы, для сличения существенно отличающихся по частоте – фемтосекундный синтезатор оптических частот. Исследование термооптических эффектов проводилось методами численного моделирования соответствующих процессов. Полученные в эксперименте данные были аппроксимированы теоретическими моделями с целью вычисления и анализа интересующих характеристик.

## **Личный вклад**

В части исследований компактного высокодобротного интерферометра Фабри-Перо на длине волны 1550 нм автором лично выполнено: моделирование и разработка дизайна высокоотражающих многослойных диэлектрических покрытий для длины волны 1550 нм; статический и модальный анализ для расчет формы тела и системы подвеса резонатора методом конечных элементов для минимизации его вибрационной восприимчивости; термомеханическое моделирование, разработка дизайна и изготовление компактной высоковакуумной камеры; разработка, создание и юстировка оптической системы для измерения термооптических эффектов, оптической системы стабилизации частоты излучения эрбиевого волоконного лазера по компактному резонатору, оптической системы сличения с ультрастабильным лазером на длине волны 1140 нм; проведение измерений.

В части моделирования смещения точки нулевого коэффициента теплового расширения в компактном опорном высокочастотном оптической резонаторе в присутствии циркулирующего излучения – разработка теоретической модели на основе экспериментальных данных измерений термооптических эффектов; проведение термомеханических расчетов методом конечно-элементного анализа.

В части создания гетеродинного лазерного интерферометра в транспондерной схеме автором лично выполнено: разработка и изготовление вакуумной камеры большого объема, разработка и изготовление оптоволоконных и электрических вакуумных вводов; создание и юстировка оптической схемы интерферометра; проведение измерений.

В части исследования использования независимой компактной опорной ультрастабильной лазерной системы на длине волны 1550 нм для стабилизации многоканального фемтосекундного синтезатора оптических частот в оптическом генераторе частоты на одиночном ионе иттербия-171 в радиочастотной ловушке Пауля автором лично выполнена характеристика, юстировка и отладка компактной опорной ультрастабильной лазерной системы на длине волны 1550 нм, стабилизация многоканального фемтосекундного синтезатора оптических частот по опорной лазерной системе, определение стабильности выходного радиочастотного сигнала.

Подготовка публикаций результатов данных исследований проводилась совместно с соавторами, причем, вклад автора был определяющим.

## **Достоверность результатов**

Достоверность результатов работы подтверждается согласием данных, полученных в ходе различных экспериментов, их воспроизводимостью, согласием с опубликованными данными схожих экспериментов других научных групп, а также согласием с выводами теоретических моделей.

## **Структура и объем работы**

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации – 132 стр., включая 51 рисунок. Список цитируемой литературы содержит 123 наименования.

## **Сведения об апробации и публикации результатов работы**

Результаты работы были лично представлены автором на четырех всероссийских и международных конференциях и симпозиумах: Десятая Всероссийская конференция с международным участием «Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение» (КВНО-2023) 17–21 апреля 2023 г; 30th annual international laser physics workshop (July 18-22, 2022); Лазерные, плазменные исследования и технологии. ЛаПлаз-2022, 22-25.03.2022; X Международный симпозиум «Метрология времени и пространства» 6 – 8 октября 2021 г.

Основные результаты по теме диссертационной работы изложены в 5-ти научных изданиях, индексируемых международными базами данных Scopus (Q2 и Q3) и Web of Science, ссылки на которые приведены на стр. 20.

## **Основное содержание работы**

Во **введении** приведена краткая история развития и создания лазерных источников, методов и подходов к стабилизации частоты их излучения; приведен краткий обзор активно развивающихся направлений и приложений, требующих создания и совершенствования компактных высокостабильных лазерных систем, чем обосновывается актуальность цели данной работы. Также описываются цель и задачи, научная новизна, практическая значимость исследования, личный

вклад автора, апробация результатов исследований, публикации основных результатов, а также защищаемые положения. В последующих главах диссертационной работы описываются результаты экспериментальных исследований термооптических эффектов на телекоммуникационной длине волны в разработанном и созданном компактном высокодобротном оптическом резонаторе Фабри-Перо, описывается создание и результаты экспериментальных исследований точностных характеристик лазерного гетеродинного интерферометра в транспондерной схеме, описываются результаты экспериментальных исследований новой схемы построения транспортируемых оптических часов на одиночном ионе иттербия-171 с использованием опорной ультрастабильной лазерной системы на телекоммуникационной длине волны для стабилизации многоканального фемтосекундного синтезатора оптических частот.

**Глава 1** посвящена разработке и исследованиям компактного высокодобротного оптического резонатора Фабри-Перо на длине волны 1550 нм. Мотивируется важность компактизации стабилизированных лазерных систем, выбор материалов резонатора и его длины, описываются основные эффекты, которые не вносят существенного вклада в нестабильность положения резонансной частоты опорного интерферометра «стандартной» длины, но могут существенно возрасти вместе с миниатюризацией системы.

**В п. 1.1** рассматривается разработка дизайна и расчеты конфигурации тела резонатора, обеспечивающей минимальную вибрационную восприимчивость частоты его моды.

**В п. 1.2** описывается разработка и создание высокоотражающих зеркал, рассматривается процесс подготовки подложек с ангстремной шероховатостью, разработки дизайна высокоотражающих покрытий для напыления методом IBS, исследуются спектральные характеристики созданных зеркал. Амплитудный коэффициент отражения созданных зеркал составил 99,996%, а резкость

составленного из них интерферометра – более 80 000, его резонансное пропускание – более 50%.

В п. 1.3 описывается разработка, создание и исследование вакуумной камеры с активной системой температурной стабилизации и системы подвеса для закрепления интерферометра.

В п. 1.4 описывается исследование обнаруженных термооптических эффектов, приводящих к бистабильному поведению созданного резонатора – зависимости формы линии пропускания от направления сканирования частоты.

В п. 1.4.1 приводится теоретическая модель формы линии резонансного пропускания в присутствии бистабильности, вызванной нагревом отражающих покрытий зеркал, с обобщением на произвольную скорость сканирования, что позволило количественно описать не только форму пика, получаемого при сканировании в сторону увеличения частоты, но и получаемого при уменьшении частоты:

$$\frac{1}{y(x)} = 1 + \left\{ x - \frac{\beta}{x_0} \int_{-\infty}^x y(x') f \left[ \frac{(x - x')}{x_0} \right] dx' \right\}^2 \quad (1)$$

где  $y$  - относительное пропускание резонатора,  $x$  - отстройка частоты лазерного излучения от резонансной частоты невозмущённого резонатора в единицах  $\gamma/2$ ,  $\gamma$  - полная ширина резонанса на полувысоте,  $\beta/P_0$  - чувствительность сдвига резонанса к прошедшей мощности  $P_0$  в единицах  $\gamma/2$ ,  $x_0 = \dot{\nu}\tau/(\gamma/2)$ ,  $\dot{\nu}$  - скорость сканирования,  $\tau$  - постоянная времени теплового отклика,  $f(t/\tau) = \exp(-t/\tau)$  - функция теплового отклика зеркал.

В п. 1.4.2 проводится экспериментальное исследование бистабильности, описывается созданная экспериментальная установка, описываются результаты двух серий измерений: при фиксированной скорости сканирования и разных

заводимых в резонатор мощностях и при фиксированной заводимой мощности и разных скоростях сканирования частоты, результаты которых представлены на:

Рис. 1 – (а,б,в) экспериментальные кривые при скорости сканирования  $1.6 \text{ МГц/с}$  и различных прошедших (заводимых) мощностях излучения: (а)  $0.072 \text{ мВт}$  ( $0,18 \text{ мВт}$ ), (б)  $0,64 \text{ мВ}$  ( $1,6 \text{ мВт}$ ) и (в)  $2,52 \text{ мВт}$  ( $6,3 \text{ мВт}$ ); (г,д,е) Результаты численного моделирования с параметрами  $x_0 = 0,55$  и (г)  $\beta = 0,29$ , (д)  $\beta = 2,6$  и (е)  $\beta = 10,1$ ;

Рис. 2 – (а,б,в) – экспериментальные кривые при мощности прошедшего излучения  $1,25 \text{ мВт}$  и скорости сканирования: (а)  $160 \text{ МГц/с}$ , (б)  $8 \text{ МГц/с}$  и (в)  $0,6 \text{ МГц/с}$ . (г,д,е) Результаты численного моделирования с параметрами  $\beta=5$  и (г)  $x_0=55$ , (д)  $x_0=2,8$  и (е)  $x_0=0,21$ . Пунктир - аналитические кривые для стационарного случая.

Показано, что эффект термооптической бистабильности в  $20 \text{ мм}$  высокочастотном оптическом резонаторе Фабри-Перо для длины волны  $1550 \text{ нм}$  приводит к гистерезисному виду линии пропускания резонатора при сканировании частоты излучения в различных направлениях. Чувствительность частоты (длины) созданного резонатора к интенсивности циркулирующего в нем

излучения составила  $150 \frac{\text{Гц}}{\text{Вт/мм}^2}$  (или  $16 \frac{\text{фм}}{\text{Вт/мм}^2}$ ), чувствительности резонансной

частоты к мощности прошедшего излучения, составившей около  $180 \frac{\text{Гц}}{\text{мкВт}}$ , постоянная времени теплового отклика  $\tau$  составляет  $16 \text{ мс}$ , что было определено путем сравнения экспериментальных данных и результатов численного моделирования формы линии пропускания резонатора при наличии бистабильности.

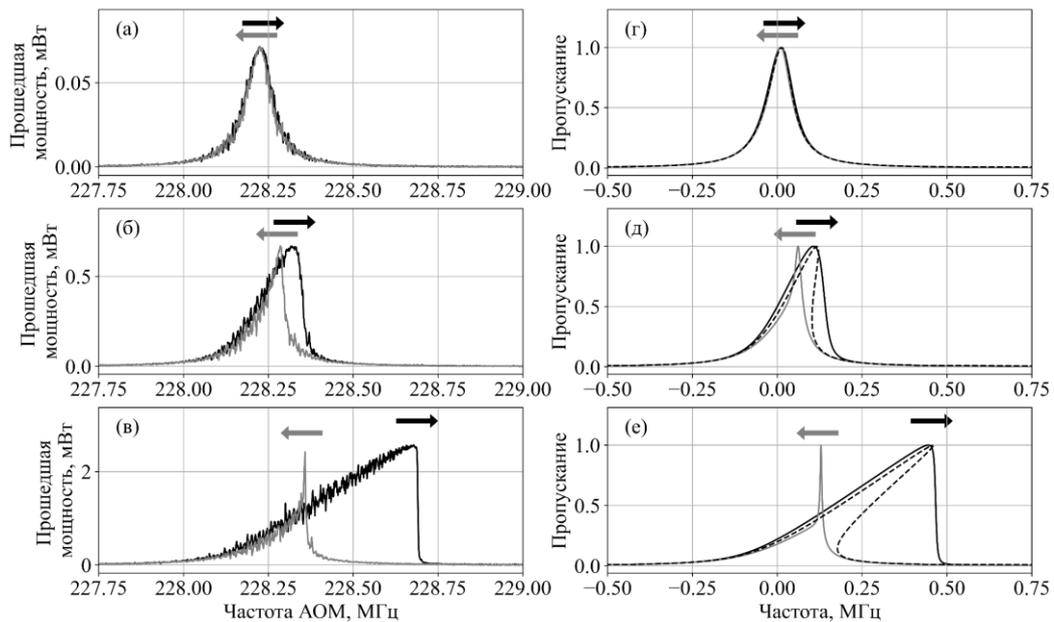


Рис. 1. Вид контуров при сканировании частоты лазерного излучения при фиксированной скорости сканирования частоты.

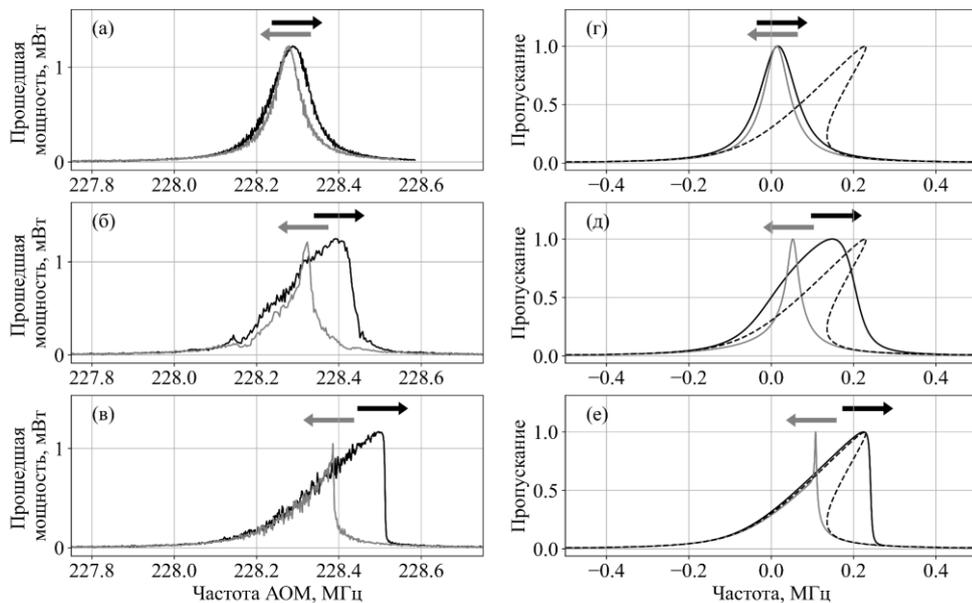


Рис. 2. Вид контуров при сканировании частоты лазерного излучения при фиксированной мощности заводимого излучения.

В п. 1.5 описывается исследование, заключающееся в численном моделировании механической деформации зеркал, вызванной постоянным нагревом со стороны циркулирующего в резонаторе излучения. Приводится

мотивация такого исследования, делается предположение о возможном влиянии данного эффекта на положение температуры точки нулевого коэффициента теплового расширения резонатора из стекла ULE, предлагаются к рассмотрению подложки зеркал из стекла со сверхнизким коэффициентом теплового расширения Corning ULE и стекла КУ-1.

В п. 1.5.1 строится и описывается численная модель с использованием геометрических параметров и спектральных характеристик созданного компактного резонатора: нагрев зеркала в модели задается постоянным потоком тепла через отражающую поверхность с профилем, отвечающим гауссовому пучку моды резонатора с радиусом 178 мкм, температура тела резонатора принимается постоянной, тепловое равновесие устанавливается через материальную теплопроводность зоны оптического контакта зеркал.

В п. 1.5.2 описываются методики и анализируются результаты расчетов. Рассматриваются три случая начальной температуры: большей, меньшей и примерно равной по сравнению с точкой нулевого коэффициента теплового расширения резонатора. Численным моделированием получены профили распределения температуры профили смещения поверхностей, показано, что в первом случае поверхность будет выгибаться вниз, а профиль деформации будет иметь вид углубления; во втором – поверхность будет выгибаться вверх, профиль деформации будет иметь вид пика; в третьем – различные участки поверхности будут выгибаться вниз или вверх согласно распределению температуры на поверхности зеркала. На основе полученных данных рассчитывается эффективное смещение поверхности, приводящее к изменению длины резонатора, для этого интегрируется смещение каждой точки зеркала с учетом профиля интенсивности пучка по поверхности зеркала. В результате строятся зависимости эффективного смещения поверхности зеркала с различными материалами подложек от температуры резонатора для различных значений мощности излучения, поглощаемой зеркалом. С помощью данных зависимостей определяются значения сдвига точки нулевого расширения резонатора в зависимости от мощности, поглощенной зеркалом. Результаты

расчета приведены на Рис. 3. Наклон прямой для ULE составил  $-78 \text{ мК}/\text{мВт}$ , для кварца  $-65 \text{ мК}/\text{мВт}$ . Несмотря на то, что для кварца коэффициент теплового расширения значительно больше, чем для ULE, наклон прямой отличается несущественно. Для данного эффекта определяющим является производная коэффициента теплового расширения по температуре, которая для кварца меньше, чем для ULE.

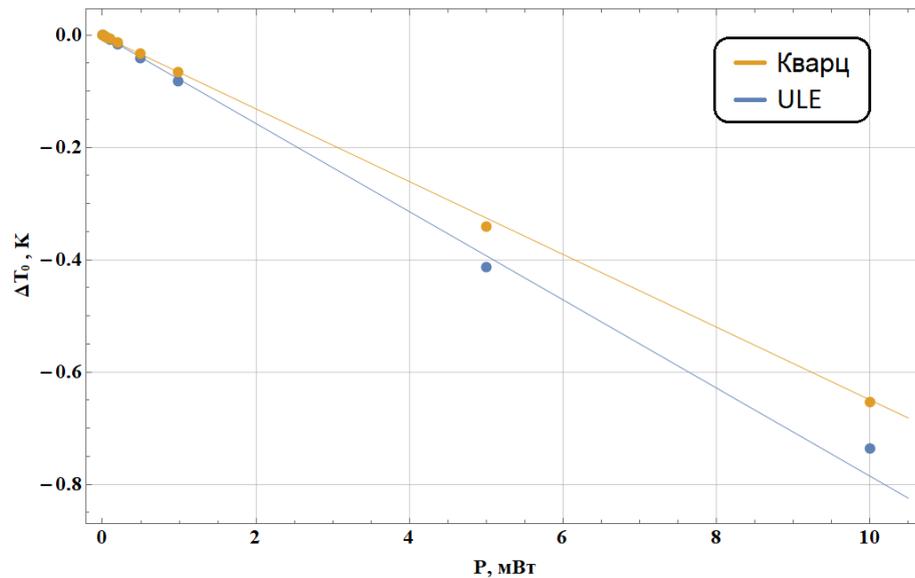


Рис. 3. Зависимость сдвига температуры нулевого теплового расширения симметричного резонатора Фабри-Перо от мощности излучения, поглощенной одним зеркалом. Для рассмотренной модели мощность, поглощаемая каждым из зеркал, составляет четверть от полной мощности излучения, вводимой в резонатор.

В п. 1.6 описывается создание и исследование лазерной системы со стабилизацией частоты излучения по созданному компактному высокочастотному резонатору фазово-модуляционным методом Паунда-Драйвера-Холла. Приводится описание соответствующих оптической, электронно-оптической и электронной схем. Проводится исследование спектральных характеристик стабилизированного лазерного излучения, измеренных с помощью сличения с независимой ультрастабильной лазерной

системой. Радиочастотный сигнал оптических биений анализируется с помощью девиации Аллана и преобразования Фурье, относительная нестабильность частоты излучения составила  $5 \cdot 10^{-14}$  на времени усреднения 0,1 – 10 с, спектральная ширина линии, аппроксимированной лоренцевским контуром, не превышает 50 Гц на времени усреднения 50 мс. Приводится анализ вероятных доминирующих источников шумов, проводится сравнение с мировыми аналогами.

**Глава 2** посвящена прецизионной интерферометрии с использованием стабилизированной лазерной системы. Мотивируется актуальность данных исследований, рассматриваются существующие эксперименты в этой области.

В п. 2.1 приводятся общие принципы измерения линейных смещений, описывается принцип работы гетеродинного интерферометра, принципиальная конструкция приборов реальных гравиметрических миссий, мотивируется важность повышения спектральных характеристик используемого лазерного источника для сохранения точностных характеристик при масштабировании длины измеряемой трассы.

В п. 2.2 описывается разработка и создание гетеродинного лазерного интерферометра, его состав и принцип работы, состоящий в измерении изменения фазы отраженного от удаленного объекта лазерного излучения.

В п. 2.3 описывается разработка и создание вакуумной камеры большого объема, необходимой для исключения влияния воздушных потоков на точность измерения линейных смещений.

В п. 2.4 описывается методика прецизионных измерений линейных смещений с помощью созданного интерферометра. Приводятся способы характеристики точности измерений и оценки остаточных шумов. Определяются основные источники погрешности.

В п. 2.5 приводятся результаты доработки лазерного интерферометра добавлением системы активной температурной стабилизации оптической плиты для снижения погрешности измерения. Приводится результат длительного

измерения, спектральная плотность мощности (СПМ) шумов составила менее  $40 \text{ фМ}/\sqrt{\text{Гц}}$  в диапазоне частот 1 – 50 Гц и  $10 \text{ пМ}/\sqrt{\text{Гц}}$  на частоте 0,1 Гц, что обеспечивает предел чувствительности интерферометра на уровне 270 пм на времени усреднения 10 с (являющимся характерным для измерений в действующих космических миссиях) при длине трассы 5 см в диапазоне линейных смещений до 17 мкм, результат представлен на Рис. 4.

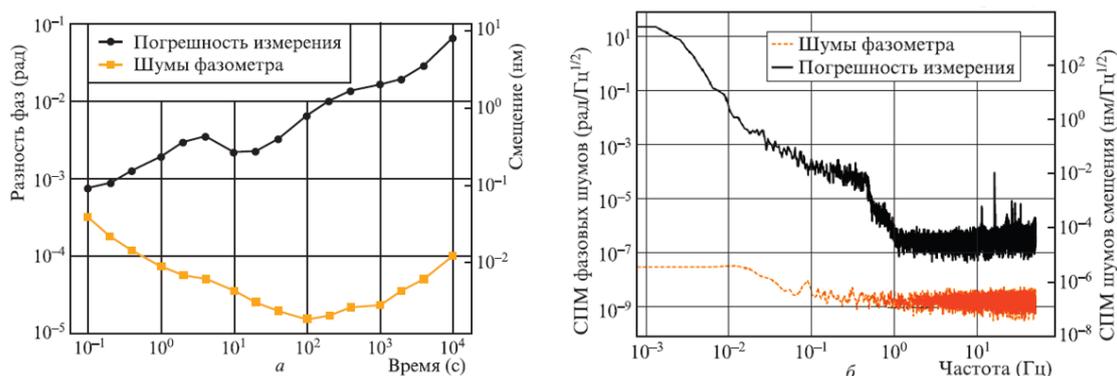


Рис. 4 Результаты длительного измерения смещения с помощью созданного гетеродинного лазерного интерферометра.

В п. 2.5 описывается разработка и создание лазерной интерферометрической системы на основе гетеродинного интерферометра в транспондерной схеме, обеспечивающей возможность масштабирования длины измеряемой трассы, приводится принцип работы и оптоэлектронная схема. В данной схеме к излучению ведущего лазера в сигнальном плече интерферометра с помощью фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) стабилизируется излучение второго – ведомого лазерного источника, которое возвращается в опорное плечо. Данный подход необходим для обеспечения возможности масштабирования длины измеряемой трассы. На плече порядка 200 км невозможно использовать простой обратный отражатель: из-за геометрической расходимости и относительно небольшой апертуры используемой оптики в удаленное плечо можно доставить лишь десятки нВт лазерного излучения. Описывается результат измерения линейных смещений на гетеродинном интерферометре в транспондерной схеме. На частотах ниже 1 Гц СПМ шумов

растет и достигает значения  $250 \text{ пм} / \sqrt{\text{Гц}}$  на частоте 0,01 Гц. В диапазоне частот 0,2 – 50 Гц СПМ шумов находится на уровне  $3 \text{ пм} / \sqrt{\text{Гц}}$ . Погрешность измерения принимает минимальное значение 320 пм на времени усреднения 1 с, затем начинает расти и достигает значения 1,8 нм на временах усреднения 100 с. Далее приводится сравнение точностных характеристик созданного гетеродинного интерферометра с действующей гравиметрической миссией GRACE-FO [37].

**Глава 3** посвящена исследованию предложенной схемы построения транспортируемых оптических часов на одиночном ионе иттербия в радиочастотной ловушке Пауля, в которой независимая компактная опорная ультрастабильная лазерная системы на длине волны 1550 нм используется для стабилизации многоканального фемтосекундного синтезатора оптических частот, что позволяет реализовать локальную стабилизацию используемых лазерных систем, синтез высокостабильного выходного радиочастотного сигнала с низкой относительной нестабильностью на коротких временах, повысить надежность оптических часов и упростить оптическую схему.

В **п. 3.1** приводится конструкция и принцип работы созданных оптических часов, описываются используемые лазерные системы.

В **п. 3.2** описывается принцип работы используемого многоканального фемтосекундного синтезатора оптических частот, способ его стабилизации по опорной ультрастабильной лазерной системе.

В **п. 3.3** описывается созданная опорная лазерная система на длине волны 1550 нм со стабилизацией по высокодобротному резонатору Фабри-Перо длиной 77 мм в компактной вакуумной камере. Ее спектральные характеристики были исследованы при помощи сличения с независимой ультрастабильной лазерной системой на длине волны 1140 нм, итоговая относительная нестабильность не превышает  $3 \times 10^{-15}$  на временах усреднения 1 – 10 с.

В **п. 3.4** описывается исследование относительной нестабильности выходного радиочастотного сигнала созданных оптических часов. На временах усреднения менее 1 с относительная нестабильность выходного

радиочастотного сигнала ограничивается собственными шумами фемтосекундной оптической гребенкой частот и составляет  $8,9 \times 10^{-15}$  на 1 с; на временах 1 - 50 с – ограничивается стабильностью опорной лазерной системы 1550 нм; на временах более 50 с – определяется «медленной» обратной связью, формируемой при помощи спектроскопии перехода E2 в ионе иттербия и составляет  $9,4 \times 10^{-16}$  на 100 с и  $4,9 \times 10^{-16}$  на 1000 с. Результат данного исследования приведен на Рис. 5.

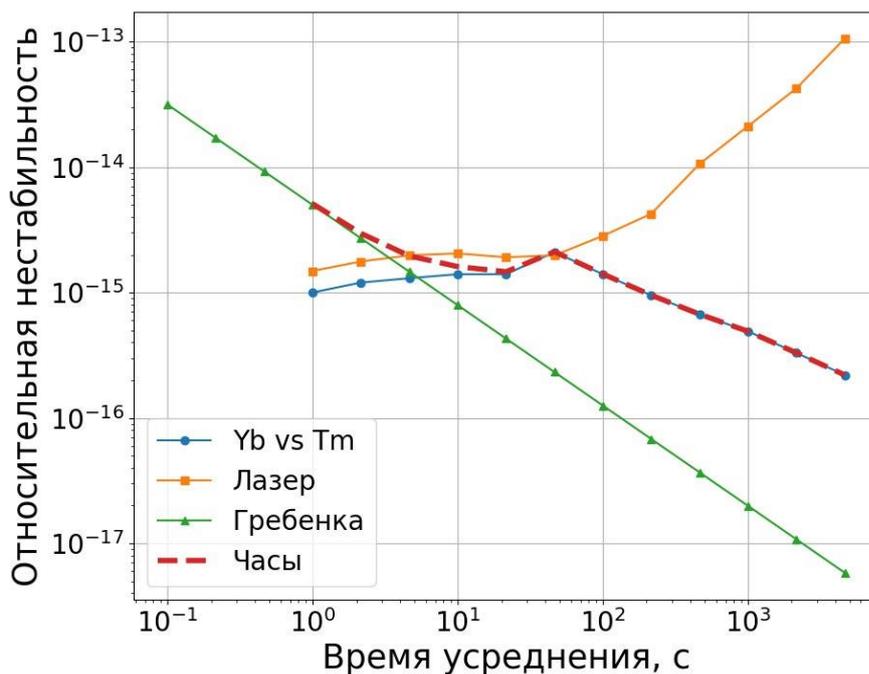


Рис. 5 Расчетная относительная нестабильность в терминах девиации Аллана: выходного РЧ сигнала созданных оптических часов на одиночном ионе иттербия [29] (красным); оптических биений между часовыми лазерными системами созданных часов и часов на нейтральном атоме тулия [38] (синим); оптических биений независимой опорной ультрастабильной лазерной системы на длине волны 1550 нм и часовой системой оптических часов на нейтральном атоме тулия (желтым); нестабильность, вносимая оптической гребенкой (зеленый).

## Основные результаты работы

1. Разработан, изготовлен и охарактеризован компактный высокодобротный оптический резонатор для длины волны 1550 нм. Резкость резонатора составляет 82 000, ширина собственного оптического резонанса 97 кГц, величина резонансного пропускания (от заводимой мощности, с учетом боковых частот фазовой модуляции) – 50%.

2. Исследован эффект оптической бистабильности в созданном компактном высокодобротном резонаторе на длине волны 1550 нм. Проведены измерения форм линий пропускания при сканировании частоты лазерного излучения вблизи резонансной моды резонатора. Для полученных экспериментальных данных проведено численное моделирование, с помощью которого определена зависимость сдвига центра линии собственного резонанса от прошедшей мощности, равная  $180 \text{ кГц}/\text{мВт}$ , постоянная времени теплового отклика отражающих покрытий зеркал резонатора  $\tau = 16 \text{ мс}$ , чувствительность частоты резонатора к интенсивности циркулирующего в нем излучения, равная  $150 \frac{\text{Гц}}{\text{Вт}/\text{мм}^2}$ .

3. Методами численного моделирования предсказан эффект смещения точки нулевого коэффициента теплового расширения опорного резонатора в зависимости от циркулирующей в нем мощности в стационарном случае по линейному закону с коэффициентами  $-78 \text{ мК}/\text{мВт}$  и  $-65 \text{ мК}/\text{мВт}$  для зеркал на ULE и кварцевых подложках соответственно.

4. Создана и охарактеризована лазерная система с активной стабилизацией частоты излучения по компактному резонатору. Ширина спектра излучения компактной системы составила 50 Гц на времени 50 мс, что соответствует длине когерентности 6000 км, относительной нестабильности –  $5 \times 10^{-14}$  на времени усреднения 1 с. Данные спектральные характеристики оказываются достаточными для использования такой системы в задачах, не требующих рекордных значений кратковременной и долговременной

стабильности, таких как передача ультрастабильных сигналов времени и частоты, прецизионная интерферометрия, дальнометрия и сенсорика.

5. Продемонстрировано прецизионное измерение линейных смещений в диапазоне до 17 мкм с помощью созданного лазерного гетеродинного интерферометра. Погрешность измерения смещения составила менее  $40 \text{ фМ} / \sqrt{\text{Гц}}$  в диапазоне частот 1 – 50 Гц и  $10 \text{ пМ} / \sqrt{\text{Гц}}$  на частоте 0,1 Гц, что обеспечивает предел чувствительности интерферометра на уровне 270 пм на времени усреднения 10 с при длине измеряемой трассы 5 см.

6. Предложена и реализована схема, в которой независимая компактная опорная ультрастабильная лазерная системы на длине волны 1550 нм со стабилизацией оптическому высокочастотному резонатору длиной 77 мм используется для стабилизации многоканального фемтосекундного синтезатора оптических частот в оптических часах на одиночном ионе иттербия-171 в радиочастотной ловушке Пауля. Данная схема с гарантирует бесперебойный синтез выходного сигнала даже при потере иона иттербия. В интеграции с многоканальным фемтосекундным синтезатором оптических частот реализуется локальная стабилизация частот лазерных систем, осуществляющих охлаждение и контроль квантового состояния иона, что позволяет существенным образом упростить оптическую схему и повысить компактность установки.

7. С использованием данной схемы созданы транспортируемые оптические часы на одиночном ионе иттербия в радиочастотной ловушке, относительная нестабильность которых была определена экспериментально-расчетным методом и составила  $8,9 \times 10^{-15}$  на 1 с;  $9,4 \times 10^{-16}$  на 100 с и  $4,9 \times 10^{-16}$  на 1000 с. Конструкция оптических часов является модульной и допускает последовательное проведение дальнейших исследований и разработок, направленных на снижение массогабаритных характеристик, повышение надежности системы и переход к бортовому исполнению.

**Публикации автора по теме диссертации**

Основные результаты по теме диссертационной работы изложены в 5-ти научных изданиях, индексируемых международными базами данных Scopus (Q2 и Q3) и Web of Science:

1. Khabarova, K., Kryuchkov, D., Borisenko, A., Zalivako, I., Semerikov, I., Aksenov, M., Sherstov, I., Abbasov, T., Tausenev, A., Kolachevsky, N. “Toward a New Generation of Compact Transportable Yb<sup>+</sup> Optical Clocks” // *Symmetry*. – 2022. – Т. 14, – № 10. – С. 2213.

2. Крючков Д. С., Кудеяров К. С., Вишнякова Г. А., Жаднов Н. О., Хабарова К. Ю., Колачевский Н. Н. «Миниатюрные высокочастотные резонаторы ULE для стабилизации частоты лазерного излучения» // Краткие сообщения по физике Физического института им. П.Н. Лебедева Российской Академии Наук. – 2021. – №10. – С. 295-300.

3. К. С. Кудеяров, В. К. Милюков, Д. С. Крючков, И. А. Семериков, О. А. Ивлев, К. Ю. Хабарова, Н. Н. Колачевский. «Характеристики лабораторного макета гетеродинного лазерного интерферометра для разработки проекта космической гравиметрии» // *Квантовая электроника*. – 2022. – Т. 52, № 6. – С. 555–559.

4. Вишнякова Г. А., Крючков Д. С., Воронова Т. А., Кудеяров К. С., Чиглинцев Э. О., Жаднов Н. О., Хабарова К. Ю., Колачевский Н. Н. «Термооптическая бистабильность в компактном высокочастотном резонаторе на длине волны 1550 нм» // Краткие сообщения по физике Физического института им. П.Н. Лебедева Российской Академии Наук. – 2023. – № 9. – С. 385-390.

5. Шакиров, М. И., Жаднов, Н. О., Крючков, Д. С., Кудеяров, К. С., Хабарова, К. Ю., & Колачевский, Н.Н. «Деформация зеркал и сдвиг температуры нулевого теплового расширения оптического резонатора из-за нагрева

излучением» // Краткие сообщения по физике Физического института им. П.Н. Лебедева Российской Академии Наук. – 2023. – №12. – С. 121-132.

### **Список литературы, цитируемой в автореферате:**

- [1] A. L. Schawlow and C. H. Townes, ‘Infrared and Optical Masers’, *Physical Review*, vol. 112, no. 6, pp. 1940–1949, Dec. 1958, doi: 10.1103/PhysRev.112.1940.
- [2] T. H. Maiman, ‘Stimulated optical radiation in ruby’, 1960.
- [3] A. Javan, W. R. Bennett Jr, and D. R. Herriott, ‘Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a He-Ne mixture’, *Phys Rev Lett*, vol. 6, no. 3, p. 106, 1961.
- [4] A. White, ‘Frequency stabilization of gas lasers’, *IEEE J Quantum Electron*, vol. 1, no. 8, pp. 349–357, 1965.
- [5] J. Hall, ‘The laser absolute wavelength standard problem’, *IEEE J Quantum Electron*, vol. 4, no. 10, pp. 638–641, 1968.
- [6] M. A. Gubin, V. V Nikitin, V. N. Petrovskii, E. D. Protsenko, D. A. Tyurikov, and L. P. Yatsenko, ‘Investigation of the stability and frequency shifts of a two-mode He–Ne–CH<sub>4</sub> laser’, *Soviet Journal of Quantum Electronics*, vol. 9, no. 1, p. 34, 1979.
- [7] M. S. Lipsett and P. H. Lee, ‘Laser Wavelength Stabilization with a Passive Interferometer’, *Appl Opt*, vol. 5, no. 5, pp. 823–826, 1966, doi: 10.1364/AO.5.000823.
- [8] Z. I. Alferov, ‘Nobel Lecture: The double heterostructure concept and its applications in physics, electronics, and technology’, *Rev Mod Phys*, vol. 73, no. 3, p. 767, 2001.
- [9] R. L. Byer, ‘Diode Laser—Pumped Solid-State Lasers’, *Science (1979)*, vol. 239, no. 4841, pp. 742–747, 1988, doi: 10.1126/science.239.4841.742.
- [10] Величанский В. Л. *et al.*, ‘О предельной ширине линии генерации инжекционного лазера’, *Письма в ЖТФ*, vol. 4, no. 18, pp. 1087–1090, 1978.

- [11] R. W. P. Drever *et al.*, ‘Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator’, *Applied Physics B*, vol. 31, no. 2, pp. 97–105, 1983, doi: 10.1007/BF00702605.
- [12] A. Beyer *et al.*, ‘The Rydberg constant and proton size from atomic hydrogen’, *Science (1979)*, vol. 358, p. 79, Sep. 2017, doi: 10.1126/science.aah6677.
- [13] T. Rosenband *et al.*, ‘Frequency Ratio of  $\text{Al}^+$  and  $\text{Hg}^+$  Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place’, *Science (1979)*, vol. 319, no. 5871, pp. 1808–1812, 2008, doi: 10.1126/science.1154622.
- [14] M. S. Safronova, D. Budker, D. DeMille, D. F. J. Kimball, A. Derevianko, and C. W. Clark, ‘Search for new physics with atoms and molecules’, *Rev Mod Phys*, vol. 90, no. 2, p. 25008, Jun. 2018, doi: 10.1103/RevModPhys.90.025008.
- [15] P. Kwee *et al.*, ‘Stabilized high-power laser system for the gravitational wave detector advanced LIGO’, *Opt. Express*, vol. 20, no. 10, pp. 10617–10634, May 2012, doi: 10.1364/OE.20.010617.
- [16] S. Kolkowitz, I. Pikovski, N. Langellier, M. D. Lukin, R. L. Walsworth, and J. Ye, ‘Gravitational wave detection with optical lattice atomic clocks’, *Physical Review D*, vol. 94, no. 12, p. 124043, Dec. 2016, doi: 10.1103/PhysRevD.94.124043.
- [17] C. Sanner *et al.*, ‘Optical clock comparison for Lorentz symmetry testing’, *Nature*, vol. 567, no. 7747, pp. 204–208, 2019, doi: 10.1038/s41586-019-0972-2.
- [18] A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, and P. O. Schmidt, ‘Optical atomic clocks’, *Rev Mod Phys*, vol. 87, no. 2, pp. 637–701, Jun. 2015, doi: 10.1103/RevModPhys.87.637.
- [19] S. M. Brewer *et al.*, ‘ $^{27}\text{Al}^+$  Quantum-Logic Clock with a Systematic Uncertainty below  $10\text{E}-18$ ’, *Phys Rev Lett*, vol. 123, no. 3, p. 33201, Jul. 2019, doi: 10.1103/PhysRevLett.123.033201.
- [20] D. R. Gozzard, S. W. Schediwy, B. Stone, M. Messineo, and M. Tobar, ‘Stabilized Free-Space Optical Frequency Transfer’, *Phys Rev Appl*, vol. 10, no. 2, p. 24046, Aug. 2018, doi: 10.1103/PhysRevApplied.10.024046.

- [21] S. Droste, T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, ‘Optical frequency dissemination for metrology applications’, *CR Phys*, vol. 16, no. 5, pp. 524–530, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.crhy.2015.03.011>.
- [22] K. S. Kudeyarov, D. S. Kryuchkov, G. A. Vishnyakova, N. O. Zhadnov, K. Yu. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, ‘Frequency transfer via an ultra-stable free-space link’, *Quantum Elec (Woodbury)*, vol. 50, no. 3, p. 267, 2020, doi: [10.1070/QEL17258](https://doi.org/10.1070/QEL17258).
- [23] F. Riehle, ‘Optical clock networks’, *Nat Photonics*, vol. 11, no. 1, pp. 25–31, 2017, doi: [10.1038/nphoton.2016.235](https://doi.org/10.1038/nphoton.2016.235).
- [24] Е. Т. Нестеров, К. В. Марченко, В. Н. Трещиков, and А. В. Леонов, ‘Волоконно-оптическая система мониторинга протяжённых объектов (нефтепроводов) на основе когерентного рефлектометра’, *T-Comm-Телекоммуникации и Транспорт*, vol. 8, no. 1, pp. 25–28, 2014.
- [25] ‘GRACE Follow-On (GRACE-FO)’. Accessed: Feb. 14, 2024. [Online]. Available: <https://gracefo.jpl.nasa.gov/>
- [26] T. Schuldt *et al.*, ‘Optical clock technologies for global navigation satellite systems’, *GPS Solutions*, vol. 25, no. 3, p. 83, 2021, doi: [10.1007/s10291-021-01113-2](https://doi.org/10.1007/s10291-021-01113-2).
- [27] J. Cao *et al.*, ‘A compact, transportable single-ion optical clock with  $7.8 \times 10^{-17}$  systematic uncertainty’, *Applied Physics B*, vol. 123, no. 4, p. 112, 2017, doi: [10.1007/s00340-017-6671-5](https://doi.org/10.1007/s00340-017-6671-5).
- [28] S. B. Koller *et al.*, ‘Transportable Optical Lattice Clock with  $10E-17$  Uncertainty’, *Phys Rev Lett*, vol. 118, no. 7, p. 73601, Feb. 2017, doi: [10.1103/PhysRevLett.118.073601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.073601).
- [29] K. Khabarova *et al.*, ‘Toward a New Generation of Compact Transportable Yb+ Optical Clocks’, *Symmetry (Basel)*, vol. 14, no. 10, 2022, doi: [10.3390/sym14102213](https://doi.org/10.3390/sym14102213).
- [30] S. Hannig *et al.*, ‘Towards a transportable aluminium ion quantum logic optical clock’, *Review of Scientific Instruments*, vol. 90, no. 5, pp. 053204\_01-053204\_14, 2019.

- [31] N. Ohmae *et al.*, ‘Transportable strontium optical lattice clocks operated outside laboratory at the level of  $10^{-18}$  uncertainty’, *Adv Quantum Technol*, vol. 4, no. 8, p. 2100015, 2021.
- [32] S. Origlia *et al.*, ‘Towards an optical clock for space: Compact, high-performance optical lattice clock based on bosonic atoms’, *Phys Rev A (Coll Park)*, vol. 98, no. 5, p. 053443, 2018.
- [33] S. Bize *et al.*, ‘Advances in atomic fountains’, *C R Phys*, vol. 5, no. 8, pp. 829–843, 2004.
- [34] J. Grotti *et al.*, ‘Geodesy and metrology with a transportable optical clock’, *Nat Phys*, vol. 14, no. 5, pp. 437–441, 2018.
- [35] W. F. McGrew *et al.*, ‘Atomic clock performance enabling geodesy below the centimetre level’, *Nature*, vol. 564, no. 7734, pp. 87–90, 2018.
- [36] X. Zheng, J. Dolde, V. Lochab, B. N. Merriman, H. Li, and S. Kolkowitz, ‘Differential clock comparisons with a multiplexed optical lattice clock’, *Nature*, vol. 602, no. 7897, pp. 425–430, 2022.
- [37] B. S. Sheard, G. Heinzel, K. Danzmann, D. A. Shaddock, W. M. Klipstein, and W. M. Folkner, ‘Intersatellite laser ranging instrument for the GRACE follow-on mission’, *J Geod*, vol. 86, no. 12, pp. 1083–1095, 2012, doi: 10.1007/s00190-012-0566-3.
- [38] A. A. Golovizin *et al.*, ‘Simultaneous bicolour interrogation in thulium optical clock providing very low systematic frequency shifts’, *Nat Commun*, vol. 12, no. 1, p. 5171, 2021, doi: 10.1038/s41467-021-25396-8.