Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт им. П. Н. Лебедева
Российской академии наук

На правах рукописи

Трегубов Дмитрий Олегович

Часовой переход в атоме тулия с низкой чувствительностью к тепловому излучению

Специальность 01.04.21 —
«Лазерная физика»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Хабарова Ксения Юрьевна
Научный консультант:
член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук
Колачевский Николай Николаевич

Москва — 2019

Оглавление

Стр.

Введение 5

Глава 1. Спектроскопия часового перехода в атоме тулия . . 11
1.1 Особенности часового перехода в атоме тулия 11
1.2 Сравнение с другими оптическими часовыми переходами . . . 12
1.2.1 Атом стронция 12
1.2.2 Атом иттербия 15
1.2.3 Одиночные ионы 16
1.2.4 Другие системы 18
1.2.5 О транспортируемых стандартах 19
1.3 Лазерное охлаждение атомов тулия 20
1.3.1 Вакуумная камера 20
1.3.2 Две стадии лазерного охлаждения 21
1.3.3 Перезахват в оптическую решётку 22
1.4 Спектроскопия оптического перехода в различных потенциалах 24
1.4.1 Спектроскопия неподвижного атома 25
1.4.2 Спектроскопия свободного атома 28
1.4.3 Спектроскопия атома в гармоническом потенциале . . 29
1.4.4 Туннелирование и сила тяжести 33
1.5 Регистрация Фурье-ограниченных контуров линии поглощения 34
1.5.1 Одномерная оптическая решётка 35
1.5.2 Оптическая накачка 37
1.5.3 Лазер для возбуждения часового перехода 38
1.5.4 Последовательный подбор параметров 39
1.5.5 Экспериментальный контур линии поглощения 40
1.6 Основные результаты Главы 1 43

Глава 2. Дифференциальная поляризуемость часового перехода в атоме тулия 45
2.1 Теоретическая модель поляризуемости 45
2.1.1 Поляризуемость атомного уровня 46

Стр.

2.1.2 Дифференциальная поляризуемость 47
2.2 Магическая длина волны 48
2.2.1 Стабилизация частоты излучения оптической решётки 49
2.2.2 Точность угла поляризации оптической решётки 50
2.2.3 Скорость рассеяния фотонов оптической решётки . . . 51
2.2.4 Гиперполяризуемость 52
2.3 Эксперимент по измерению дифференциальной поляризуемости 53
2.3.1 Схема эксперимента 55
2.3.2 Спектр дифференциальной поляризуемости в диапазоне 800 – 860 нм 58
2.3.3 Магические длины волн 61
2.3.4 Контроль угла поляризации излучения оптической решётки 63
2.3.5 Измерение магической длины волны λ_{m2} 65
2.3.6 Определение дифференциальных скалярной и тензорной поляризуемости 67
2.3.7 Определение статической дифференциальной поляризуемости 68
2.4 Основные результаты Главы 2 71

Глава 3. Частота часового перехода 74
3.1 Измерение частоты 74
3.1.1 Дисперсия Аллана 74
3.1.2 Фемтосекундная гребенка 76
3.1.3 Стабилизация часового лазера 78
3.1.4 Зависимость частоты моды от температуры резонатора 79
3.1.5 Линейный дрейф частоты моды резонатора 79
3.1.6 Измерение частоты часового перехода 83
3.2 Источники сдвигов частоты 83
3.2.1 Излучение оптической решётки 85
3.2.2 Сдвиг Зеемана 86
3.2.3 Поляризуемость на частоте часового перехода 90
3.2.4 Эффекты концентрации атомов 92

Стр.

3.2.5 Тепловое излучение . . . 93
3.2.6 Гравитационный сдвиг . . . 95
3.2.7 Бюджет ошибок . . . 96
3.3 Основные результаты Главы 3 . . . 97

Заключение . . . 99

Список сокращений и условных обозначений . . . 101

Список литературы . . . 103

Список рисунков . . . 110

Список таблиц . . . 115

Приложение А. Электронные уровни атома тулия . . . 116
А.1 Электронные уровни атома тулия . . . 116
А.1.1 Основной уровень . . . 116
А.1.2 Уровень первичного охлаждения . . . 117
А.1.3 Уровень вторичного охлаждения . . . 118
А.1.4 Уровень часового перехода . . . 119
А.1.5 Вспомогательный уровень для перекачки населённости с часового перехода . . . 119

Приложение Б. Решение задачи двухуровневого атома . . . 121
Б.1 Уравнение Линдблада . . . 121
Б.1.1 Матрица плотности . . . 121
Б.1.2 Гамильтониан . . . 122
Б.1.3 Оператор Линдблада . . . 123
Б.1.4 Эволюция матрицы плотности . . . 124
Б.2 Численное решение . . . 124

Введение

Самой точно измеряемой величиной на сегодняшний день является частота [1]. Для достижения наилучшей точности измерения какой-либо величины разумно свести эксперимент к измерению частоты. По этой причине в 1983 году было введено новое определение метра [2], а в 2019 — почти всех остальных величин системы СИ (Международная система единиц) [3], через секунду и фиксированные значения ряда физических констант. Секунда же остаётся базовой единицей системы СИ, определяемой из эксперимента по измерению частоты сверхтонкого перехода в атоме цезия.

Секунда реализуется в национальных метрологических институтах многих стран мира, в том числе и в России. Согласно определению, это делается с помощью цезиевого стандарта, при этом в качестве носителей частоты используются несколько десятков водородных мазеров. В настоящее время достигнутая относительная неточность воспроизведения стандартной секунды (само определение требует полной изолированности атома и является абсолютно точным) составляет $\sim 10^{-16}$ [4]. По работам последних лет в области оптических стандартов частоты становится понятно, что можно сделать другое определение секунды, практически реализуемое с заметно меньшей неточностью 10^{-18}, если использовать оптические переходы в атомах или ионах [5]. Уже исследовано несколько десятков различных подходящих атомов и ионов, с помощью которых демонстрируют точность воспроизведения частоты лучше, чем в случае перехода в цезии. В качестве передовых примеров можно выделить оптические переходы в атоме стронция, атоме или ионе иттербия, ионе алюминия [6—9]. Помимо определения секунды, оптические реперы частоты находят своё применение в фундаментальной науке: поиск дрейфа фундаментальных констант, проверка общей теории относительности, точные измерения [10; 11], а также в прикладной области: спутниковая навигация, карты гравитационного поля Земли [12—15].

При этом постоянно происходит поиск альтернативных оптических реперов частоты, которые потенциально могут оказаться предпочтительнее осуществлённых решений [16]. Одним из потенциальных кандидатов на эту

роль является переход 1.14 мкм в атоме тулия [17], обладающий определёнными преимуществами в сравнении с другими реперами.

Часовой переход на длине волны 1.14 мкм происходит в $4f$-оболочке, которая находится внутри заполненной s-оболочки, экранирующей оптический электрон от внешнего воздействия. Это делает переход интересным для оптических часов. Реализация оптических реперов частоты требует охлаждения и удержания элемента, точного измерения частоты часового перехода, определения систематических сдвигов и ошибок в процессе измерения. В частности, в случае нейтральных атомов необходимо использовать оптическую решётку на магической длине волны, для которой дифференциальная поляризуемость часового перехода обращается в ноль, и знать статическую дифференциальную поляризуемость для оценки сдвигов частоты в результате взаимодействия с внешними полями.

Экспериментальная работа над созданием репера частоты на основе атомов тулия началась в 2008 году в ФИАН. На момент написания настоящей работы были успешно защищены четыре диссертационные работы. Диссертация Сукачёва Дениса была посвящена созданию магнито-оптической ловушки для захвата и охлаждения атомов тулия [18]. Вишнякова Гульнара исследовала методы глубокого охлаждения облака атомов с целью понижения температуры [19]. Работа Головизина Артёма была посвящена поиску и прямому возбуждению часового перехода $\left|4\mathrm{f}^{13}(^2F^o)6\mathrm{s}^2; J=7/2, F=4\right\rangle \rightarrow \left|4\mathrm{f}^{13}(^2F^o)6\mathrm{s}^2; J=5/2, F=3\right\rangle$ на длине волны 1.14 мкм [20]. Фёдорова Елена защитила диссертацию по перезахвату облака атомов тулия в оптическую решётку вблизи магической длины и подготовку их в определённом квантовом состоянии, которое обеспечивает лучшую стабильность часового перехода [21].

Целью данной работы является экспериментальное исследование спектральных характеристик часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия в оптической решётке на магической длине волны и основных источников систематических сдвигов частоты.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. получить Фурье-ограниченный спектр линии поглощения часового перехода в атоме тулия с шириной менее 100 Гц;

2. исследовать спектр дифференциальных поляризуемостей часового перехода в атомах тулия и определить магическую длину волны для часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия в оптической решётке;
3. определить сдвиг частоты часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия за счёт теплового излучения внутри вакуумной камеры;
4. провести измерение частоты часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия.

Научная новизна:

1. Измерен контур линии поглощения с Фурье-ограниченной шириной 10 Гц часового перехода на длине волны 1.14 мкм для атомов тулия, захваченных в оптическую решётку. Этот результат открывает возможность прецизионных измерений с использованием часового перехода в атоме тулия.
2. Экспериментально определена магическая длина волны оптической решётки для часового перехода в атоме тулия.
3. Получены спектры дифференциальных поляризуемостей часового перехода в атоме тулия в диапазоне длин волн 800 – 860 нм, а также измерены поляризуемости на длине волны 1064 нм. Это позволило определить статическую дифференциальную поляризуемость и оценить чувствительность частоты часового перехода в атоме тулия к тепловому излучению.
4. Определена вероятность дипольного перехода $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J=5/2\right\rangle \to \left|4f^{12}(^3\mathrm{F}_4)5d_{3/2}6s^2; J=5/2\right\rangle$ в единицу времени.
5. Измерена частота часового перехода в атоме тулия с относительной погрешностью 10^{-14}.

Практическая значимость Измеренные спектральные характеристики часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия демонстрируют возможность создания репера частоты на нейтральных атомах тулия, захваченных в оптическую решетку на магической длине волны, с уровнем относительной погрешности 5×10^{-18}, что находится на уровне мировых достижений. Проведённая работа является необходимым этапом на пути создания оптических часов на основе атомов тулия в оптической решётке.

Методология и методы исследования. Для получения представленных результатов производились исследования атомов тулия в магнито-оптической ловушке и в оптической решётке. Экспериментальные данные

аппроксимировались теоретическими моделями для определения необходимых характеристик.

Положения, выносимые на защиту:

1. Для часового перехода на длине волны 1.14 мкм в атомах тулия, захваченных в оптическую решётку с глубиной потенциала более 20 мкК, реализуется режим Лэмба-Дике, при котором ширина на полувысоте контура линии поглощения составляет 10 Гц при времени возбуждения 80 мс.
2. Оптимальная магическая длина волны оптической решётки для создания оптического репера частоты на атомах тулия составляет 813.320(6) нм.
3. Относительный сдвиг частоты часового перехода 1.14 мкм вследствие теплового излучения при температуре окружения 300 К составляет $2.3(1.1) \times 10^{-18}$.
4. Частота часового перехода в невозмущённом атоме тулия равняется 262 954 938 269 213(30) Гц.

Достоверность полученных результатов подтверждается повторяемостью экспериментальных данных, а также согласованием результатов экспериментов с теоретическими предсказаниями. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались автором лично на 5 международных научных конференциях:

1. “Stark and Zeeman shifts in thulium optical clock”, D. Tregubov, A. Golovizin, E. Fedorova, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight-2019), 30 сентября – 4 октября 2019, Москва, Россия https://ultrafastlight.ru/assets/files/bookofabstracts_ultrafastlight2019.pdf
2. “Progress report on a thulium optical clock”, D. Tregubov, A. Golovizin, E. Fedorova, D. Mishin, D. Provorchenko, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, V International Conference on Quantum Technologies, 15 – 19 июля 2019, Москва, Россия
3. “Polarizabilities of the 1.14 μm clock transition in thulium”, D. Tregubov, A. Golovizin, E. Fedorova, D. Sukachev, K. Khabarova,

V. Sorokin, and N. Kolachevsky, The Fifth MIPT – UEC – LPI International Workshop on Atomic, Molecular and Optical Physics, 1 – 3 октября 2018, Москва, Россия

4. “Magic wavelength 813.3 nm for thulium optical clocks”, D. Tregubov, A. Golovizin, E. Fedorova, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, IX Международный симпозиум «Метрология времени и пространства», 12 – 14 сентября 2018, Зеленоград, Россия
5. “Measurement of magic wavelength for 1.14 µm clock transition in Tm atoms”, D. Tregubov, A. Golovizin, E. Kalganova, G. Vishnyakova, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, The 26th International Conference on Atomic Physics, 22 – 27 июля 2018 года, Барселона, Испания
   http://icap2018.eu/book-of-abstracts/

Личный вклад. Все изложенные в диссертации результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 3 рецензируемых научных изданиях, индексируемых Web of Science:

1. A. Golovizin, E. Fedorova, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, N. Kolachevsky / Inner-shell clock transition in atomic thulium with a small blackbody radiation shift // Nature Communications, 10, 1724 (2019).
   DOI: 10.1038/s41467-019-09706-9
2. Д.О. Трегубов, А.А. Головизин, Е.С. Федорова, К.Ю. Хабарова, В.Н. Сорокин, Н.Н. Колачевский / Магические длины волн в области 800 нм для прецизионной спектроскопии внутриоболочеченого перехода в атоме тулия // Квантовая Электроника, 49(11), 1028–1031 (2019).
   Перевод. D.O. Tregubov, A.A. Golovizin, E.S. Fedorova, K.Yu. Khabarova, V.N. Sorokin, N.N. Kolachevsky / Magic wavelengths near 800 nm for precision spectroscopy of an inner-shell transition in thulium atoms // Quantum Electronics, 49(11), 1028–1031 (2019).
   DOI: 10.1070/QEL17134
3. A. Golovizin, V. Bushmakin, S. Fedorov, E. Fedorova, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky / An ultrastable laser system for spectroscopy of the 1.14 µm inner-shell clock

transition in Tm and its absolute frequency measurement // Journal of Russian Laser Research, 40, 540–546 (2019).
DOI: 10.1007/S10946-019-09835-Y

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 126 страниц, включая 26 рисунков и 6 таблиц. Список литературы содержит 76 наименований.

Глава 1. Спектроскопия часового перехода в атоме тулия

В этой главе рассмотрены особенности часового перехода в атоме тулия, его место среди часовых переходов в других химических элементах, описаны способы подавления различных уширений и представлены результаты эксперимента по регистрации Фурье-ограниченного контура спектра поглощения перехода.

1.1 Особенности часового перехода в атоме тулия

В 1983 году в работах [22; 23] был обнаружен переход в атоме тулия, обладающий малым столкновительным уширением. Это переход на длине волны 1.14 мкм между тонкими подуровнями $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J = 7/2\right\rangle$ и $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J = 5/2\right\rangle$ основного состояния. Было отмечено, что эффект связан с экранировкой $f - f$ перехода $6s^2$ оболочкой. По этой же причине переход обладает малой чувствительностью к тепловому излучению.

Электро-дипольный переход между тонкими подуровнями запрещён по чётности, но разрешены магнито-дипольный и электро-квадрупольный переходы. Согласно расчётам, проведённым в работе [24], вероятность магнито-дипольного перехода 1.14 мкм на порядки больше электро-квадрупольного, и естественная ширина составляет ≈ 1.2 Гц. В этой же работе были предложены конкретные методы лазерного охлаждения атома тулия.

В последующие годы благодаря успешному лазерному охлаждению атомов тулия до температуры ~ 10 мкК было впервые осуществлено прямое возбуждение часового перехода и измерение его времени жизни [25]. Результат согласуется с теоретической оценкой. Лазерное охлаждение и экспериментальное подтверждение малой естественной ширины перехода открыли принципиальную возможность создания оптических часов на переходе 1.14 мкм в атоме тулия.

1.2 Сравнение с другими оптическими часовыми переходами

Благодаря низкой чувствительности к электрическому полю часовой переход в атоме тулия занимает интересную позицию среди остальных разрабатываемых оптических часов. Обычно сдвиг частоты вследствие теплового излучения (в зарубежной литературе известный как BBR — blackbody radiation) является определяющим вкладом в погрешность оптических часов на нейтральных атомах. В случае одиночных ионов, которые обладают значительно меньшей чувствительностью к тепловому излучению, другие факторы ограничивают точность. Разберём подробнее различные передовые оптические часы.

1.2.1 Атом стронция

Одним из перспективных кандидатов на замену определения секунды является переход в атоме стронция ^{87}Sr. В 2008 году было произведено измерение частоты часового перехода с погрешностью 8.6×10^{-16}, что примерно равно точности воспроизведения единицы частоты согласно определению секунды через переход в атоме цезия [26]. К этому моменту погрешность оптических часов на основе перехода в стронции оценивалась как 1.5×10^{-16} с основным вкладом от теплового излучения [27]. Вскоре в работе [28] были предложены способы подавления этого вклада: измерение сдвига частоты перехода вследствие излучения чёрного тела с лучшей точностью и использование охлаждения вакуумной камеры до низких температур. Благодаря тому, что мощность излучения чёрного тела зависит от четвёртой степени температуры, использование температур жидкого азота на несколько порядков снижает эффект. С экспериментальной точки зрения это требует изменения дизайна вакуумной камеры и, в зависимости от дизайна, транспортировка облака атомов в оптической решётке на несколько сантиметров во время цикла измерений.

Экспериментальные трудности были решены в течение нескольких лет, и в работе [29] были представлены оптические часы с систематической

погрешностью 2.1×10^{-18}. Для достижения этого результата использовались точные датчики температуры вблизи облака атомов и электроды для активной компенсации статических полей. Определяющим вкладом в погрешность снова оказался сдвиг частоты вследствие излучения чёрного тела.

Реализация часов на атомах стронция ^{87}Sr требует попеременного опроса двух крайних магнитных подуровней для компенсации линейного сдвига Зеемана. Хотя оптическая решётка создаётся на магической длине волны, точность и стабильность измерений позволяют заметить зависимость частоты часового перехода с изменением интенсивности решётки. В результате погрешность из-за сдвига частоты излучением оптической решётки находится примерно на том же уровне, что и для сдвига частоты вследствие излучения чёрного тела. Остальные вклады в погрешность для сравнения представлены в таблице 1.

Источник	$\Delta\nu/\nu, 10^{-18}$	$\delta\Delta\nu/\nu, 10^{-18}$
Оптическая решётка	-1.3	1.1
BBR статический	-4562.1	0.3
BBR динамический	-305.3	1.4
Паразитные электрические поля	0.0	0.1
Возбуждающий импульс	0.0	0.0
Линейный эффект Зеемана	-0.2	0.2
Квадратичный эффект Земана	-51.7	0.3
Эффекты концентрации	-3.5	0.4
Затягивание линии	0.0	$<$0.1
Квадратичный эффект Доплера	0.0	$<$0.1
Остаточное давление	0.0	$<$0.6
Обратная связь стабилизации	-0.5	0.4
Сдвиг фазы АОМа	0.6	0.4
Итого	-4924.0	2.1

Таблица 1 — Бюджет ошибок оптических часов на переходе в атоме стронция, взято из работы [29]. $\Delta\nu$ — сдвиг частоты, $\delta\Delta\nu$ — погрешность его определения.

Для оценки величины сдвига частоты вследствие излучения чёрного тела достаточно знать статическую скалярную дифференциальную поля-

ризуемость. Для увеличения точности определения этого сдвига также учитывают вклад взаимодействия излучения чёрного тела с резонансами в атоме (в табл. 1 “BBR динамический”). Для большинства атомов (включая стронций и тулий) резонансы находятся далеко от максимума спектра излучения чёрного тела, и этот вклад мал по сравнению с вкладом статической поляризуемости (в табл. 1 “BBR статический”), но не обязательно мал по сравнению с итоговой погрешностью оптических часов. Например, в атоме стронция для учёта динамического вклада излучения чёрного тела в сдвиг частоты требуются точные теоретические оценки, основанные на вероятностях и энергиях переходов в инфракрасной области [29—31].

Влияние паразитных электрических полей измерялось с использованием дополнительных электродов, вносящих известный вклад в сдвиг частоты. Вклад эффекта Штарка от возбуждающего импульса часового лазера оценивался с помощью изменения интенсивности и длительности π-импульса.

Используемый атом стронция имеет нецелый полный момент, в связи с чем для любого магнитного подуровня присутствует линейный сдвиг Зеемана. Использование двух крайних магнитных подуровней позволяет его учесть и сократить. Измерения для двух крайних подуровней производятся по очереди, и за время между измерениями магнитное поле может флуктуировать, вследствие чего присутствует вклад линейного эффекта Зеемана. Вклад квадратичного эффекта Зеемана рассчитывается благодаря точному измерению чувствительности частоты часового перехода к магнитному полю и стабилизации магнитного поля. Измерение квадратичного эффекта Зеемана может быть произведено контролируемым изменением величины магнитного поля во время работы оптических часов и наблюдением связанного с этим сдвига частоты перехода.

Концентрационные эффекты возникают из-за взаимодействия атомов друг с другом, а эффекты остаточного давления в вакуумной камере — из-за взаимодействия с другими частицами. Эффект затягивания линии проявляется в случае неидеальной поляризации атомного ансамбля и присутствия в связи с этим переходов с других магнитных подуровней.

Первый порядок эффекта Доплера подавлен в часах на основе оптических решёток (подробнее в разделе 1.4.3). Квадратичный эффект Доплера, связанный с эффектами теории относительности, неизбежно присутствует.

При активной стабилизации лазера к переходу в атоме стабильность часов определяется в том числе шириной наблюдаемого контура линии поглощения часового перехода. В работе [29] для этого использовалась ширина 0.9 Гц, которая ограничивалась длительностью возбуждения перехода 1 с.

1.2.2 Атом иттербия

Одним из главных конкурентов по точности оптических часов для часового перехода в атоме стронция среди нейтральных атомов является часовой переход 578 нм в атоме иттербия ^{171}Yb. В 2012 году было произведено измерение частоты перехода с погрешностью 9.6×10^{-16} [32]. К этому моменту относительная погрешность оптических часов на атоме иттербия оценивалась как 4.1×10^{-17} с подавляющим вкладом от сдвига частоты, связанного с излучением чёрного тела. На тот момент это уже было улучшением предыдущей оценки на порядок величины благодаря точному измерению статической скалярной разностной поляризуемости перехода.

Спустя ещё несколько лет в работе [34] был представлен способ улучшить точность: использовать внутри вакуумной камеры вокруг облака атомов специальный экран, который выполняет сразу несколько функций. Во-первых, благодаря равномерному распределению температуры поверхности экрана, он обеспечивает равномерное излучение от чёрного тела одной температуры. Точное измерение чувствительности перехода к излучению чёрного тела уже было произведено, и это сильно помогает снизить погрешность. Во-вторых, экран защищает атомы от быстрых флуктуаций температуры окружения, выполняя роль своеобразного фильтра низких частот. Наконец, экран защищает атомы от остаточных электрических полей, возникающих из-за возможных паразитных зарядов, накопившихся на вакуумной камере.

В результате на сегодняшний день погрешность оптических часов на атомах иттербия составляет 2.1×10^{-18} [33]. Основной проблемой при создании часов и одним из основных вкладом в погрешность опять же является сдвиг частоты вследствие излучения чёрного тела (таблица 2).

Источник	$\delta\Delta\nu/\nu, 10^{-18}$
Оптическая решётка	1.1
Излучение чёрного тела	1.0
Туннелирование в оптической решётке	0.5
Паразитные поля	0.6
Возбуждающий импульс	0.4
Линейный эффект Зеемана	0.4
Квадратичный эффект Земана	0.4
Эффекты концентрации	0.3
Затягивание линии и стабилизация	0.0
Линейный эффект Доплера	0.6
Квадратичный эффект Доплера	0.0
Остаточное давление	0.9
Сдвиг фазы АОМа	0.0
Сдвиг фазы из-за тепловых эффектов	0.1
Итого	2.1

Таблица 2 — Бюджет ошибок оптических часов на переходе в атоме иттербия, взято из работы [33]. $\delta\Delta\nu$ — погрешность определения сдвига $\Delta\nu$ частоты ν.

Для активной стабилизации лазера к частоте атомного перехода использовался контур линии поглощения шириной несколько герц, определяемый длительностью возбуждения перехода 100–1000 мс.

1.2.3 Одиночные ионы

Передовые оптические часы на основе переходов в одиночных ионах, захваченных в ионную ловушку, конкурируют по точности с переходами в нейтральных атомах.

В качестве одного из примеров можно представить ион иттербия $^{171}\mathrm{Yb}^{+}$ с итоговой относительной погрешностью часов 3.2×10^{-18} [35].

Основными источниками погрешности являются эффект Доплера второго порядка (2.1×10^{-18}) и излучение чёрного тела 1.8×10^{-18}. Дело в том,

что для ионов в ионных ловушках характерно наличие микродвижений, которые не удаётся подавить полностью. Эти микродвижения соответствуют достаточно большим скоростям, чтобы создавать значительный сдвиг.

Оптические электроны в заряженных частицах (ионах) располагаются ближе к ядру (среднее расстояние между электроном и ядром можно определить через усреднение по волновой функции электрона) и находятся в более сильном электрическом поле ядра по сравнению с электронами в нейтральных частицах (атомах). Поэтому они в среднем меньше подвержены влиянию внешних электрических полей, и величина сдвига излучения чёрного тела для ионов обычно меньше, чем в атомах. В случае иона иттербия — в 25 раз меньше, чем у нейтрального иттербия. Вклад в итоговую погрешность от этого эффекта всё равно значительный, но в отличии от систем на нейтральных атомах не приходится использовать сложные системы стабилизации/понижения температуры.

Ион алюминия $^{27}Al^{+}$ обладает ещё меньшей чувствительностью к излучению чёрного тела с относительной неточностью её определения 4.2×10^{-19} [36]. В работе [36] удалось снизить эффект Доплера, связанный с микродвижениями, до схожего уровня, в результате чего результирующая относительная погрешность составила 9.4×10^{-19}.

Как мы видим, точность оптических часов на основе переходов в одиночных ионах превосходит лучшие нейтральные аналоги, разработанные на сегодняшний день. Однако, одиночные ионы несомненно проигрывают в стабильности. При стабилизации частоты лазера по переходу в атоме необходимо постоянно компенсировать дрейф частоты лазера, измеряя вероятность возбуждения часового перехода. Для определения вероятности возбуждения нужно набирать статистику, иначе это определение будет недостаточно точным. Обычно ловушки на нейтральных атомах содержат несколько тысяч или десятки тысяч частиц, в то время как ион в ионных часах один (иначе они будут сильно взаимодействовать друг с другом, создавая ещё большие микродвижения). Нестабильность частоты можно записать в виде формулы [5]:

$$\sigma(\tau) = \frac{\delta\nu}{\nu}\frac{\xi}{S/N\sqrt{\tau[\mathrm{c}]}}\,, \tag{1.1}$$

где $\sigma(\tau)$ — отклонение Аллана (будет обсуждаться в разделе 3.1), $\delta\nu$ — наблюдаемая ширина перехода частоты ν, ξ — величина порядка единицы, S/N — отношение сигнала к шуму за одну секунду измерений, τ — время усреднения (в формуле в секундах). Эта величина позволяет оценить, какое время необходимо усреднять сигнал для получения заявленной точности.

Поскольку отношение сигнала к шуму пропорционально квадратному корню от количества частиц, стабильность для часов на ионах значительно хуже, чем у нейтральных атомов. Так, при сравнении двух часов на атомах стронция в работе [37] требуется всего лишь один час для достижения относительной неточности определения отношения частот 5.8×10^{-19}. За то же время для часов на ионах алюминия эта величина достигла бы всего лишь 1.2×10^{-17}.

Тем не менее, меньшая чувствительность ионов к излучению чёрного тела позволяет достигать более высокой точности.

1.2.4 Другие системы

Существуют часовые переходы, обладающие ещё более низкой чувствительностью к излучению чёрного тела. Проблемы стабилизации температуры или точного измерения сдвига частоты вследствие излучения чёрного тела для таких переходов решаются гораздо проще, либо вовсе отсутствуют.

Примером таких переходов являются часовые переходы в высокозарядных ионах [38]. Экспериментально этот вопрос пока что мало исследован, хотя успешное охлаждение высокозарядных ионов было произведено [39]. Перспективным кандидатом для оптических часов с низкой чувствительностью к окружению и высокой чувствительностью к тестам Лоренц-инвариантности является ион Pr^{9+} [40].

Интересной системой с низкой чувствительностью к чёрному телу и вообще ко многим другим источникам погрешности является изомерный ядерный переход в тории ^{229}Th. Этому переходу предсказывают относительную неточность на уровне 10^{-19} ещё до определения его частоты хоть со сколько-нибудь разумной точностью [26]. Прямое оптическое возбуждение

перехода ещё не было произведено, а самые последние результаты говорят о длине волны перехода с довольно большой погрешностью 149.7 ± 3.1 нм [41]. Высокая частота перехода с одной стороны представляет трудность для спектроскопии перехода, но с другой стороны увеличивает отношение частоты к детектируемой ширине, что положительно скажется на стабильности будущих ядерных оптических часов (формула 1.1).

Оптический переход в атоме тулия, о котором идёт речь в данной работе, тоже обладает низкой чувствительностью к излучению чёрного тела, что будет показано далее.

1.2.5 О транспортируемых стандартах

Излучение чёрного тела может являться существенной проблемой для транспортируемых стандартов частоты. Одиночных ионов это касается в меньшей степени, но как мы видели на примере нейтральных атомов, для уменьшения погрешности сдвига частоты вследствие излучения чёрного тела используются решения, труднореализуемые для транспортируемых стандартов, которые лучше делать как можно компактнее. Кроме того, для получения изначального потока частиц часто используется нагрев элемента в твёрдом состоянии, и при уменьшении размеров установки это ещё сильнее увеличит сдвиг чёрного тела.

Транспортируемые оптические часы могут быть использованы для релятивистской геодезии на земле и для фундаментальных исследований в космосе. Первые подобные приборы появляются уже сейчас, например [12; 14; 15].

Низкая чувствительность часового перехода в атоме тулия к излучению чёрного тела и относительно простая схема лазерного охлаждения делает его достойным кандидатом для создания транспортируемых оптических часов.

1.3 Лазерное охлаждение атомов тулия

Как было отмечено в разделе 1.2, для создания оптических часов с относительной погрешностью на уровне 10^{-18} используют контуры линии поглощения часового перехода с шириной порядка герца, определяемые длительностью возбуждения 0.1–1 с. Для этого необходимо удерживать атомы и взаимодействовать с ними в течение этого времени, что может быть реализовано с помощью методов лазерного охлаждения и удержания атомов [42; 43].

1.3.1 Вакуумная камера

Текущая схема установки по лазерному охлаждению атомов тулия разрабатывалась в течение многих лет (подробнее в диссертационных работах [18; 19]) и представлена на рис. 1.1. Вакуумная камера состоит из двух частей, соединённых между собой тонкой трубкой зеемановского замедлителя. Обе части предварительно откачены с помощью турбомолекулярного насоса, после чего камера была закрыта вентилем. Два ион-геттерных насоса используются для поддержания давления ниже 10^{-8} мбар.

В первой части располагается печка с металлическим тулием. Тулий нагревается до температур порядка 1000 K. Оценка была произведена с помощью эффекта Доплера, наблюдаемом на одном из охлаждающих переходов в направлении оси зеемановского замедлителя. Температура печки позволяет регулировать поток атомов в ловушку. При активной работе установки печка всегда нагрета, что увеличивает давление в этой части установки до $\sim 10^{-8}$ мбар.

Во второй части установки происходит захват и лазерное охлаждение атомов. Для поддержания давления на уровне $\sim 5 \times 10^{-10}$ мбар используется ионный насос и дополнительный сублимационный насос с титановыми стержнями.

Ненулевое давление внутри вакуумной камеры приводит к столкновению атомов тулия с остаточным газом, что определяет максимальное

время удержания атомов в потенциале оптической решётки. На текущий момент максимально зарегистрированное время жизни атомов в оптической решётке (количество атомов убывает экспоненциально) составляет $\approx 4\,\text{с}$ и предположительно определяется остаточным давлением вакуумной камеры. Этого времени более чем достаточно для прецизионной спектроскопии часового перехода.

1.3.2 Две стадии лазерного охлаждения

Температура металлического тулия в печке 1000 K, и с его поверхности испаряется атомарный тулий, который летит во все стороны со среднеквадратичной скоростью $\approx 400\,\text{м/с}$. Использование зеемановского замедлителя позволяет снизить скорость атомов по мере их приближения к области захвата. Переход на длине волны 410.6 нм (далее — “синий”), используемый для первичного охлаждения, имеет ширину $\Gamma_{\text{blue}}/2\pi = 10\,\text{МГц}$, что позволяет эффективно захватывать и охлаждать атомы с начальной скоростью $\Gamma_{\text{blue}}/\lambda \approx 25\,\text{м/с}$. Часть атомов из низкоэнергетичной части распределения Максвелла успешно захватываются и охлаждаются тремя парами пучков в классической схеме трёхмерной магнито-оптической ловушки (МОЛ). Излучение формируется лазером фирмы Sacher Lasertechnik на длине волны 821 нм с дальнейшим удвоением частоты кристаллом BBO в резонаторе. Частота лазера стабилизируется по высокодобротному резонатору. Схема установки и схема уровней представлены на рис. 1.1 и 1.2 соответственно.

Одновременно с “синим” переходом используется переход на длине волны 530.7 нм (далее — “зелёный”) с естественной шириной 350 кГц, позволяющий охлаждать атомы до температур 10 мкК. Излучение формируется диодным лазером фирмы Toptica с встроенным удвоителем частоты. Лазер стабилизируется по высокодобротному резонатору.

В течение времени 500 – 900 мс “синий” и “зелёный” лазеры работают одновременно, накапливая атомы в ловушку. Затем на время 50–100 мс остаётся работать только зелёный лазер, охлаждая накопленные атомы до температуры 10 мкК.

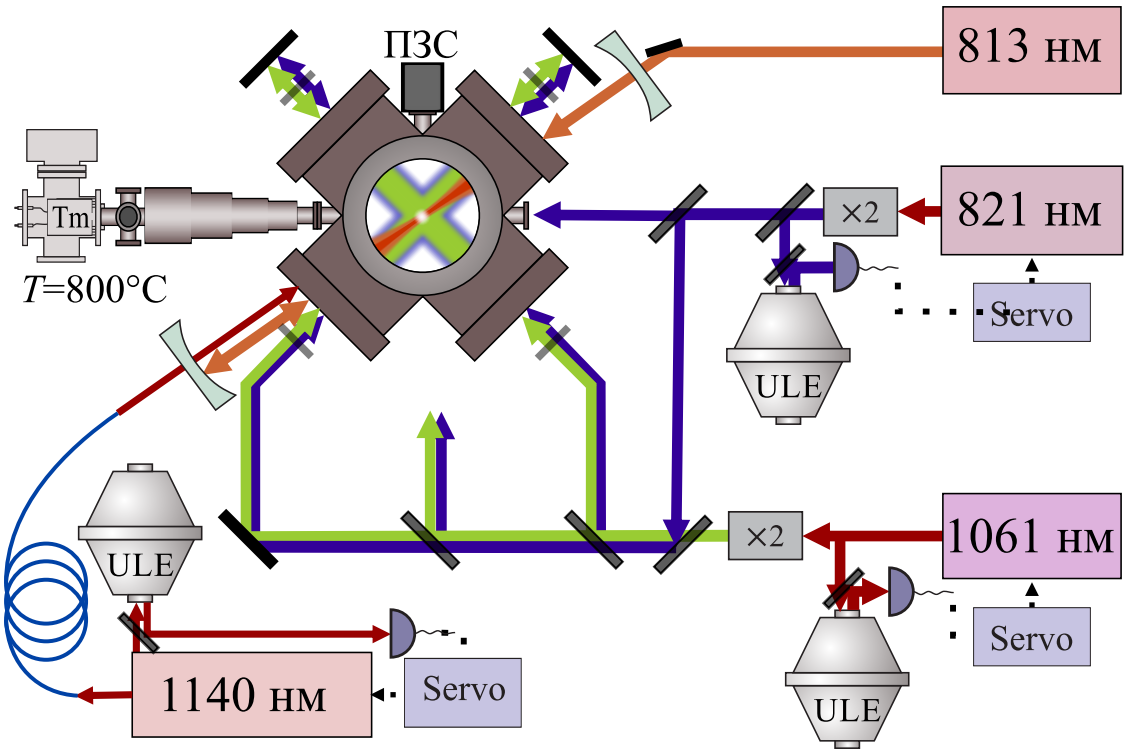


Рисунок 1.1 — Схема установки по лазерному охлаждению атомов тулия. Кратко описана в тексте и в диссертационных работах [18; 19]. Servo — система обратной связи, ULE — высокодобротный резонатор из стекла с нулевым коэффициентом температурного расширения, ПЗС — камера для регистрации атомов, Tm — печка с тулием, ×2 — генерация второй гармоники.

Затем происходит перезахват атомов в оптическую решётку и выключение магнитного поля, используемого для лазерного охлаждения.

1.3.3 Перезахват в оптическую решётку

Подробно об исследованиях по созданию оптической решётки, выборе диапазона длин волн и измерению различных характеристик оптической решётки описано в диссертационных работах [20; 21].

Благодаря динамической поляризуемости атома оптическая решётка может быть использована для его удержания в области экстремумов интенсивности излучения. Формируется оптическая решётка с помощью лазера на кристалле сапфира, легированного титаном, и усиливающего резона-

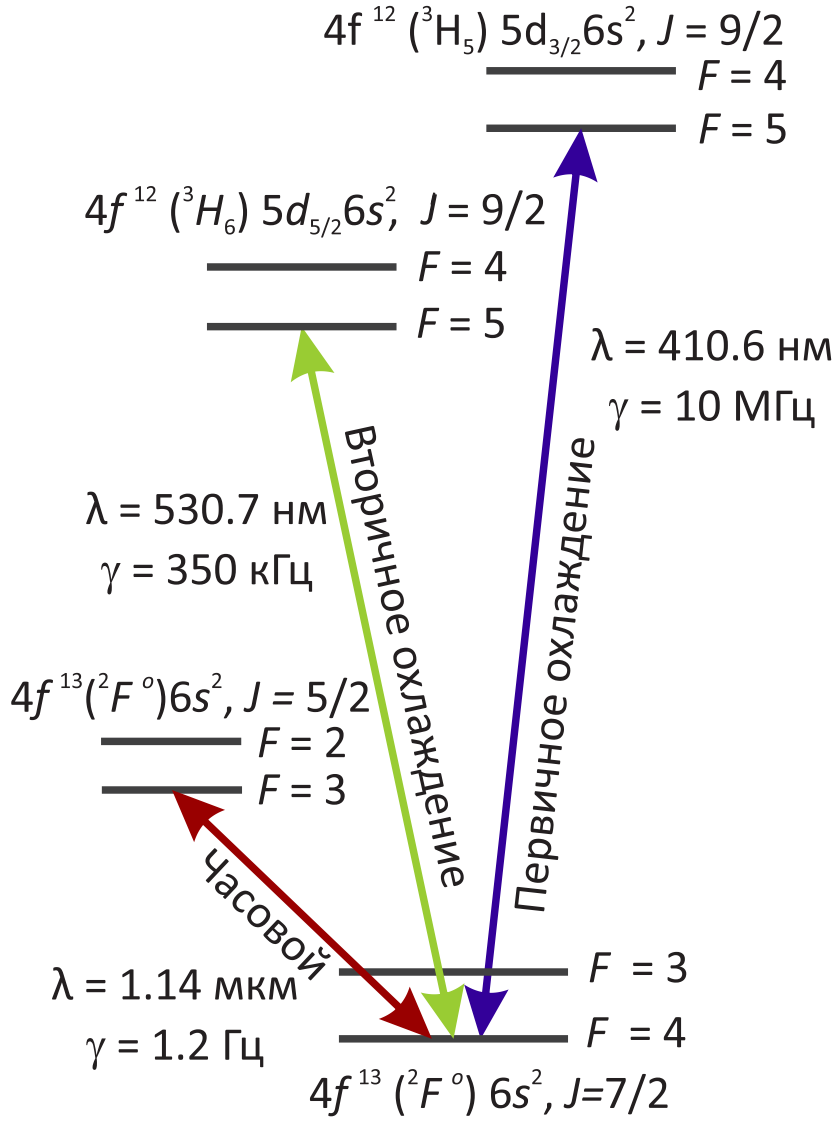


Рисунок 1.2 — Используемые в эксперименте уровни переходы в атоме тулия.

тора. Сигнал ошибки для стабилизации длины резонатора формируется по мощности прошедшего излучения, которая регистрируется фотодиодом. Обратная связь осуществляется с помощью зеркала, установленного на пьезокерамике, что позволяет удерживать сигнал с фотодиода на постоянном уровне.

Оптическая решётка присутствует в течение всего времени охлаждения атомов, описанном в предыдущем разделе, поскольку она не мешает их охлаждению (количество и температура не зависят от присутствия излучения оптической решётки). В момент выключения охлаждающего света часть атомов автоматически перезахватывается в оптическую решётку.

Процент удержанных атомов (эффективность перезахвата) зависит от пространственного интеграла перекрытия атомного облака и удержи-

вающего потенциала оптической решётки. Для сжатия облака атомов и увеличения этого интеграла на короткое время включается режим с маленькой отстройкой (порядка естественной ширины) частоты зелёного охлаждающего излучения от резонанса (рис. 1.6). За это время атомы не успевают нагреться, но успевают перераспределиться в пространстве. Параметры этого режима определяются экспериментально по количеству перезахваченных в оптическую решётку атомов.

Эффективность перезахвата варьируется в пределах 10–50% при глубине потенциала в диапазоне 100–500 E_{rec} и описывается линейной зависимостью в этом интервале параметров. Здесь $E_{\text{rec}} = h^2/2m\lambda^2 = h \times 1.8\,\text{кГц}$ — энергия, которую приобретает атом в случае поглощения фотона оптической решётки. Подобные поглощения могут ограничивать время жизни атома в оптической решётке, и их вероятность будет подробно обсуждаться в разделе 2.3.3. После подбора параметров обратной связи удалось получить время жизни более 4 с, скорее всего определяющееся столкновениями с остаточным газом в камере. Для спектроскопии часового перехода из этого времени используется не более 0.5 с, а при реализации оптических часов будем использовать ещё меньшее время.

Атомы, захваченные в оптическую решётку, оказываются локализованными в течение долгого времени без возбуждения на другие уровни (как в случае магнито-оптической ловушки), что оказывается удобно для исследования часового перехода.

1.4 Спектроскопия оптического перехода в различных потенциалах

Процесс возбуждения часового перехода в неподвижном атоме хорошо описывается осцилляциями Раби двухуровневого атома. В нашем случае атом не является неподвижным, но локализован в пространстве потенциалом оптической решётки. Рассмотрим наиболее полно, каким образом это влияет на спектроскопию перехода.

1.4.1 Спектроскопия неподвижного атома

Решение задачи взаимодействия двухуровневого атома с излучением приведено во многих учебниках, например в [44]. Имеется двухуровневый атом с разницей в энергии между уровнями $h\nu_0$. Верхний уровень атома подвержен спонтанному распаду с вероятностью в единицу времени $2\pi\gamma$. На атом действует лазерное излучение бесконечно узкой ширины на частоте ν. В качестве параметра, который характеризует интенсивность излучения, воспользуемся частотой Раби $\Omega = |dE/\hbar|$, где d — дипольный момент перехода, а E — амплитуда напряжённости электрического поля. В нашем случае исследоваться будет часовой переход в атоме тулия, который является магнито-дипольным. В этом случае следует заменить дипольный момент на магнито-дипольный, а электрическое поле на магнитное $\Omega = |\mu B/\hbar|$. В приближении вращающейся волны мы получаем следующую систему уравнений на матрицу плотности (g,e — индексы нижнего и верхнего уровней соответственно):

$$\dot{\rho}_{ee} = -\dot{\rho}_{gg} = i\frac{\Omega}{2}(\rho_{eg} - \rho_{ge}) - 2\pi\gamma\rho_{ee} \tag{1.2}$$

$$\dot{\rho}_{ge} = \dot{\rho}^*_{ge} = -i2\pi(\nu - \nu_0) - i\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) - \pi\gamma\rho_{ge} \tag{1.3}$$

Решение уравнений при больших интенсивностях $\Omega \gg 2\pi\gamma$ даст осцилляции Раби. Для населённости верхнего уровня и временах $t \ll 1/\gamma$ получим:

$$\rho_{ee} = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2} \sin^2\left(\frac{t}{2}\sqrt{\Omega^2 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2}\right) \tag{1.4}$$

Для случая резонансного излучения $\nu = \nu_0$ выберем время, обращающее синус в единицу: $\Omega\tau = \pi$ — длительность так называемого π-импульса. Зафиксировав это время импульса мы можем наблюдать зависимость вероятности возбуждения атомов от частоты лазерного излучения:

$$\rho_{ee} = \frac{\pi^2}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{1 + \frac{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2}{\Omega^2}}\right) \tag{1.5}$$

Как функция частоты ν, эта формула описывает контур с шириной на полувысоте $\approx 0.25\Omega$, что есть проявление уширения мощностью. Эта величина много больше естественной ширины. Если мы перепишем это значение через $\tau = \pi/\Omega$, то получим ширину на полувысоте в виде $\Delta\nu_\pi \approx 0.8/\tau$, что представляет собой соотношение неопределённостей. До этого мы предполагали, что ширина лазерного излучения бесконечно мала. Даже если это так, длительность и форма импульса возбуждения задаёт неопределённость частоты и минимально наблюдаемую ширину линии поглощения. Для прямоугольного импульса длительностью τ минимально наблюдаемая полная ширина как раз будет равняться $\Delta\nu_{\min} \approx 0.8/\tau$. Эта величина определяется из образа Фурье прямоугольного импульса.

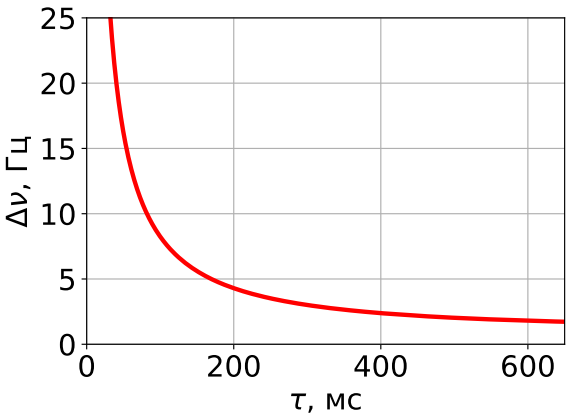
При меньших интенсивностях осцилляции Раби всё равно будут присутствовать, но они будут наложены на затухающую экспоненту. Возможно численное решение уравнений для получения зависимости вероятности возбуждения от частоты при конкретной длительности. В случае очень большой длительности вероятность будет равняться:

$$\rho_{ee} = \frac{1}{2}\frac{\Omega^2}{8\pi^2(\nu-\nu_0)^2 + 2\pi^2\gamma^2 + \Omega^2} \tag{1.6}$$

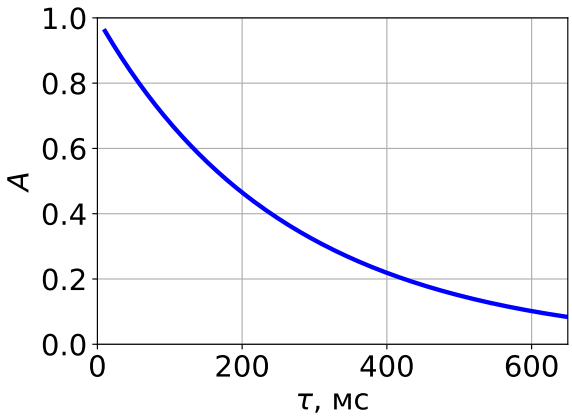
Ширина этого контура составляет $\Delta\nu_{\text{power}} = \sqrt{\gamma^2 + \Omega^2/2\pi^2}$, что есть классическая формула уширения мощностью.

Из этих рассуждений мы можем заключить следующее. При определении ширины контура возбуждения атома необходимо уменьшать интенсивность излучения для уменьшения уширения мощностью. При этом необходимо увеличивать время возбуждения для уменьшения ширины, связанной с соотношением неопределённости. Можно делать и то, и другое одновременно, сохраняя при этом соотношение $\Omega\tau = \pi$ для увеличения амплитуды сигнала (в резонансе вероятность близка к единице в этом случае). При $\tau > 0.8/\gamma$ можно сколь угодно близко приблизиться к естественной ширине линии, но при этом будет уменьшаться амплитуда сигнала: экспоненциальный распад, связанный с временем жизни уровня, будет подавлять осцилляции Раби. Численное моделирование этого эффекта представлено в разделе Б. Оптимальная длительность возбуждения для разрабатываемых оптических часов на атоме тулия лежит в диапазоне 150–300 мс (рис.

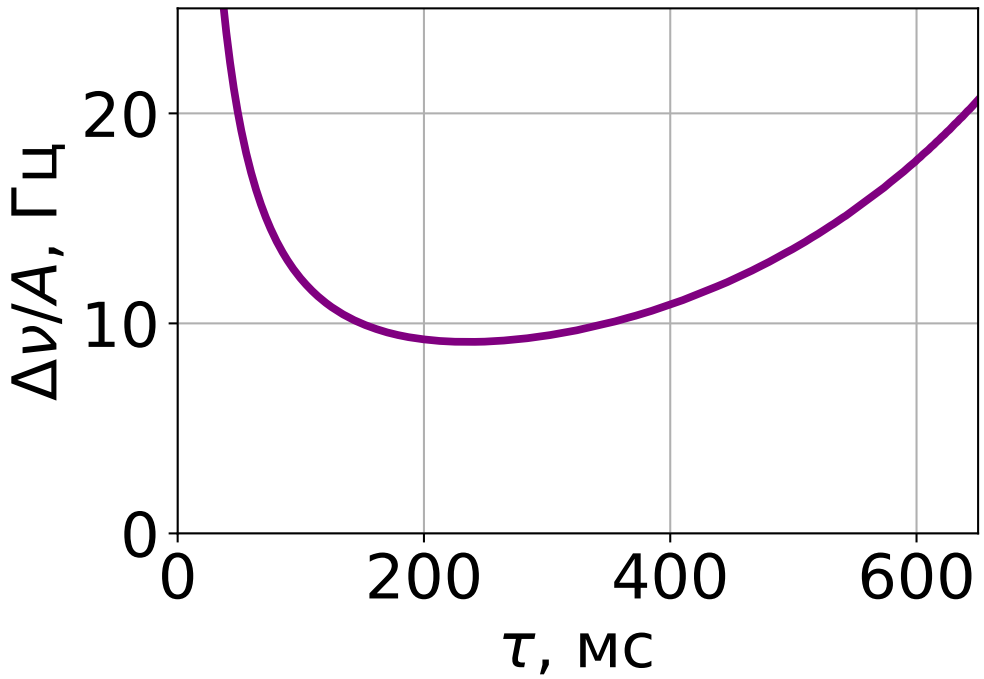
1.3), что соответствует минимуму отношения ширины линии к сигналу в формуле (1.1).



а) Ширина на полувысоте.



б) Амплитуда сигнала.



в) Отношение ширины к амплитуде.

Рисунок 1.3 — Зависимость параметров наблюдаемого контура часового перехода в зависимости от длительности возбуждения π-импульсом.

1.4.2 Спектроскопия свободного атома

Спектроскопия свободного атома отличается тем, что он может иметь скорость и принимать импульс отдачи при испускании/поглощении фотона. Использование холодных атомов снижает доплеровское уширение, позволяет дольше работать с ансамблем и удерживать его в слабом потенциале, например, с помощью оптической решётки. Если для всегда неподвижного атома резонансная частота перехода составляет ν_0, то для свободно движущегося со скоростью $\vec{v}$ атома в лабораторной системе отсчёта навстречу пробному фотону она преобразуется как:

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{h\nu_0}{2mc^2}\right) \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \tag{1.7}$$

Точное выражение является простым следствием закона сохранения энергии и импульса. В нерелятивистском приближении получаем:

$$2\pi\nu = 2\pi\nu_0 - kv + \frac{\hbar k^2}{2m}\,, \tag{1.8}$$

где второе слагаемое есть эффект Доплера первого порядка ($k = 2\pi\nu_0/c$), а последнее — эффект отдачи.

Распределение атомов по скоростям в магнито-оптической ловушке или оптической решётке хорошо описывается распределением Максвелла, поэтому можно ввести понятие температуры ансамбля T. В одномерном случае распределение атомов по скоростям описывается законом:

$$p(v) \sim \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_BT}\right) \tag{1.9}$$

В случае большого числа атомов распределение скоростей можно перенести на распределение частот, и мы получим гауссов спектральный профиль линии с полной шириной на половине высоты

$$\Delta\nu_D \approx \sqrt{\frac{8\ln 2 k_BT}{m\lambda_0^2}}\,, \tag{1.10}$$

где m — масса атома, λ_0 — длина волны перехода. Атомы из разных групповых скоростей взаимодействуют с разными частотами, и возникает неоднородное уширение.

Уменьшение эффекта Доплера служило мотивацией развития техники лазерного охлаждения. Но даже при температурах в несколько микрокельвин уширение Доплера составляет десятки килогерц, что много больше естественной ширины линии часового перехода. Связано это с тем, что в формулу (1.10) температура входит в степени 0.5. При ещё более значительном понижении температуры возможно формирование конденсата Бозе-Эйнштейна, но при этом сильное межатомное взаимодействие бозонов привлечёт к сдвигам частоты часового перехода [45].

1.4.3 Спектроскопия атома в гармоническом потенциале

Атом в потенциале может иметь дискретный спектр энергии, и рассуждения предыдущего раздела будут неприменимы.

Рассмотрим двухуровневый атом в одномерном гармоническом потенциале. Гамильтониан атома можно представить в виде

$$H = h\nu \left|e\right\rangle \left\langle e\right| + \frac{\hat{p}^2}{2m} + m\frac{\Omega_L^2 \hat{x}^2}{2}\,, \tag{1.11}$$

где $\left|e\right\rangle$ — верхнее состояние атома ($\left|g\right\rangle$ — нижнее), Ω_L — частота гармонического потенциала. Будем считать для простоты, что гармонический потенциал одинаков для обоих внутренних состояний атома. Операторы $\hat{p}$ и $\hat{x}$ можно переписать через операторы рождения и уничтожения колебательной моды в потенциале:

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega_L}}(\hat{a}^+ + \hat{a}) \tag{1.12}$$

$$\hat{p} = \sqrt{\frac{m\hbar\Omega_L}{2}}(\hat{a}^+ - \hat{a}) \tag{1.13}$$

Гамильтониан перепишем в виде:

$$H = h\nu \left|e\right\rangle \left\langle e\right| + \hbar\Omega_L(\hat{a}^+\hat{a} + 0.5)\,. \tag{1.14}$$

Поскольку два слагаемых гамильтониана полностью независимы и коммутируют, мы можем представить собственные функции в виде $|g\rangle|n\rangle$ и $|e\rangle|n\rangle$, где $|n\rangle$ — колебательные уровни во внешнем потенциале. Операторы рождения и уничтожения действуют на них согласно выражениям:

$$\begin{aligned}\hat{a}|n\rangle &= \sqrt{n}\,|n-1\rangle \\ \hat{a}^{+}|n\rangle &= \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle\end{aligned} \tag{1.15}$$

Энергетический спектр каждого электронного уровня состоит из равноотстоящих значений энергии $E_n = \hbar\Omega_L(n+0.5)$.

Взаимодействие атома с электромагнитным излучением можно записать в виде добавки гамильтониана:

$$H_I = -\vec{\mu}\vec{B} \approx \frac{\hbar\Omega}{2}\left(\mathrm{e}^{ik\hat{x}}\mathrm{e}^{-i\omega t}|e\rangle\langle g| + \mathrm{e}^{-ik\hat{x}}\mathrm{e}^{i\omega t}|g\rangle\langle e|\right), \tag{1.16}$$

где ω_L — круговая частота электромагнитного излучения, k — одномерный волновой вектор, $\Omega = |\mu B/\hbar|$ — частота Раби, μ — магнитный момент перехода. Поскольку часовой переход в атоме тулия является магнитодипольным, частота Раби здесь выражается через магнитную компоненту поля [46]. Перенесём экспоненты $\mathrm{e}^{i\omega t}$ в волновую функцию $|e\rangle$, одновременно преобразуя гамильтониан:

$$H = \hbar\Delta|e\rangle\langle e| + \hbar\Omega_L(\hat{a}^{+}\hat{a}+0.5) + 0.5\hbar\Omega\left(\mathrm{e}^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^{+})}|e\rangle\langle g| + \mathrm{e}^{-i\eta(\hat{a}+\hat{a}^{+})}|g\rangle\langle e|\right), \tag{1.17}$$

где $\eta = k\sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega_L}}$ — параметр Лэмба-Дике.

Собственные функции гамильтониана можно искать в виде суперпозиции произведений внутренних состояний атома и колебательных состояний

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty}\left(c_{g,n}|g\rangle|n\rangle + c_{e,n}|e\rangle|n\rangle\right), \tag{1.18}$$

где отдельные слагаемые можно рассматривать как «(не)возбужденный атом находится в конкретном колебательном состоянии». Далее мы можем решить уравнение Шрёдингера $i\hbar\frac{d\psi}{dt} = \hat{H}\psi$, чтобы получить уравнение на коэффициенты c:

$$\dot{c}_{g,n} = -i\omega(n+\frac{1}{2})c_{g,n} - i\frac{\Omega}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\langle n|\,\mathrm{e}^{-i\eta(\hat{a}+\hat{a}^{+})}|m\rangle\,c_{e,m} \tag{1.19}$$

$$\dot{c}_{e,n} = -i\omega(n+\frac{1}{2})c_{e,n} - i\nu_0 c_{e,n} - i\frac{\Omega}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\langle n|\,\mathrm{e}^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^+)}\,|m\rangle\,c_{g,m} \tag{1.20}$$

На этом этапе лучше сделать следующее допущение. Положим, что мы можем отдельно адресовать переходы $|g\rangle\,|n\rangle \to |e\rangle\,|m\rangle$, не возбуждая при этом соседние колебательные состояния. Такое допущение возможно, если энергия колебательного кванта больше естественной ширины перехода и больше ширины лазера. В этом случае мы можем избавиться от знака суммы и получить уравнения, очень похожие на уравнения для Раби-осцилляций неподвижного атома. Разница будет заключаться в частотах Раби, которые в нашем случае для перехода $|g\rangle\,|n\rangle \to |e\rangle\,|m\rangle$ запишутся как $\Omega_{mn} = \Omega\,\langle m|\,\mathrm{e}^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^+)}\,|n\rangle$. В случае, когда $|n\rangle$ — собственные функции гармонического осциллятора, можно в явном виде раскрыть экспоненту, получив:

$$\Omega_{mn} = \Omega\begin{cases}\mathrm{e}^{-\eta^2/2}\sqrt{\frac{n!}{m!}}\eta^{m-n}L_n^{m-n}(\eta^2) & ,\, m > n\,,\\ \mathrm{e}^{-\eta^2/2}L_n^0(\eta^2) & ,\, m = n\,,\\ \mathrm{e}^{-\eta^2/2}\sqrt{\frac{m!}{n!}}\eta^{n-m}L_m^{n-m}(\eta^2) & ,\, m < n\,,\end{cases} \tag{1.21}$$

где L_m^n — полиномы Лагерра.

В случае малых значений η мы получим спектр в виде отдельных резонансных линий с ярко вырожденной несмещённой центральной линией. С увеличением параметра η эти линии будут сближаться, и в конце концов сольются в одно целое, образуя доплеровский контур, описанный в предыдущем разделе (см. рис. 1.4).

Случай малого параметра η называется режимом Лэмба-Дике.

Объяснение эффекта без сложных выкладок можно провести следующим образом. Импульс и энергия свободного атома могут принимать любые значения, и поглощение/испускание фотона может быть описано законами сохранения для совокупной системы атом-фотон. Атом в потенциале имеет дискретный спектр энергий, и в одиночку законы сохранения удовлетворить не может, для этого надо рассмотреть совокупную систему атом-установка (лабораторная установка формирует удерживающий потенциал). Таким образом, в режиме Лэмба-Дике, когда атом поглощает резонансные фотоны, импульс фотона передаётся не атому, а оптической решётке, формирующей потенциал, поэтому энергия отдачи пренебрежимо мала (подобно эффекту Мёссбауэра).

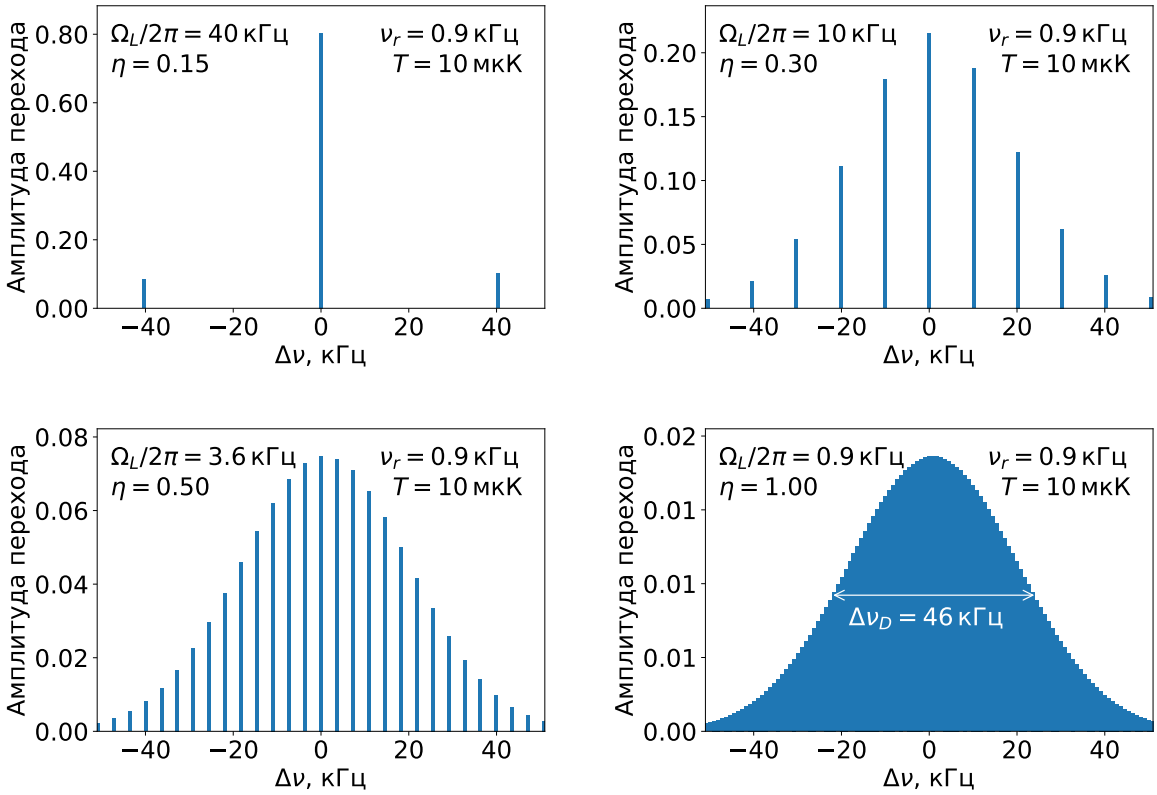


Рисунок 1.4 — Спектры поглощения излучения атомом в гармоническом потенциале, определяемом параметром Ω_L (подробное описание в тексте). В качестве примера использованы характерные параметры для атома тулия в эксперименте: энергия отдачи $h\nu_r$ и температура T. $\Delta\nu = \nu - \nu_0$ — отстройка частоты излучения от резонанса (в качестве резонансного используется частота часового перехода в атоме тулия). По мере ослабления потенциала и увеличения параметра $\eta = \sqrt{2\pi\nu_r/\Omega}$ появляется всё больше боковых частот, соответствующих переходам на другие колебательные уровни. В пределе всё должно прийти к простому доплеровскому распределению с шириной $\Delta\nu_D = 46\,\text{кГц}$, что соответствует температуре $T = 10\,\text{мкК}$.

Вспомним, что в точной релятивистской формуле 1.7 присутствует также эффект Доплера второго порядка, равный $\nu_0 \frac{v^2}{2c^2}$, который появляется из-за преобразований Лоренца, а не из законов сохранения. Это слагаемое останется даже в режиме Лэмба-Дике и будет вносить очень маленький вклад в сдвиг частоты перехода $\Delta\nu/\nu \approx 8\times10^{-21}$ для характерных скоростей атомов тулия при температуре 10 мкК.

1.4.4 Туннелирование и сила тяжести

В предыдущем разделе рассматривался бесконечный гармонический потенциал. В реальности потенциал, удерживающий атомы, формируется оптическим излучением и представляет из себя периодическую в пространстве серию потенциальных ям конченой глубины. Конечная глубина потенциальных ям означает ненулевую вероятность туннелирования атомов между ними, а также потери атомов. Это может приводить к сдвигу резонансной частоты перехода и уширению, что можно рассматривать как остаточные эффекты Доплера и отдачи, связанные с делокализацией атома. В случае атома стронция эти эффекты были исследованы в работе [47].

Если потенциальные ямы расположены вертикально (как в случае вертикальной оптической решётки), то это снимает вырождение между соседними потенциальными ямами, снижая вероятность туннелирования. Постоянная сила тяжести делает невозможным существование связных состояний в серии потенциалов. Волновая функция атома всегда будет явно зависеть от времени.

Стоит отдельно рассмотреть скорость туннелирования атома через потенциалы с изменением номера уровня энергии в потенциале. Оценка вероятности такого туннелирования по теории Ландау-Зенера согласно [48] для характерных параметров потенциала в эксперименте:

$$\Gamma_{LZ} = \frac{\lambda m g}{2h} \exp\left(-\frac{\Omega_L^2 \lambda}{16 g}\right), \tag{1.22}$$

где m — масса атома, g — ускорение свободного падения, λ — длина волны излучения, формирующего периодический потенциал. Характерное время

туннелирования атома значительно превышает любые разумные длительности эксперимента. Даже для самых слабых потенциалов, используемых в эксперименте, эта величина пренебрежимо мала $< 10^{-5}\,\mathrm{c}^{-1}$ и убывает экспоненциально с усилением потенциала.

Туннелирование между потенциалами со сменой номера уровня энергии n экспоненциально подавлено, но без смены уровня — нет. Атомы будут испытывать осцилляции Блоха-Зенера [49] с периодом:

$$\tau_{BZ} = \frac{2h}{\lambda m g} = 0.6\,\text{мс}\,. \tag{1.23}$$

Колебания атома с этим периодом могут вносить сдвиги и уширения в частоту исследуемого перехода. С одной стороны, этот эффект усреднится если в качестве времени опроса выбирать значение, кратное τ_{BZ}. С другой стороны, как уже было показано на примере оптической решётки для атома стронция [47], эффект подавляется с увеличением глубины потенциала. При глубине потенциала $5\,\mathrm{E_{rec}}$ он составляет менее мГц, а в нашем эксперименте используются глубины от $50\,\mathrm{E_{rec}}$. Интересно отметить, что длина волны оптической решётки для оптических часов на атомах стронция практически совпадает с длиной волны для атомов тулия (см. раздел 2.3.5). Кроме того, динамические поляризуемости двух атомов на этой длине волны отличаются примерно в 1.5 – 2 раза. В этом смысле результаты работ [47; 49] применимы к атомам тулия.

1.5 Регистрация Фурье-ограниченных контуров линии поглощения

Возбуждение часового перехода в атоме тулия лазерным излучением позволяет определить вероятность возбуждения, спектр которой может быть подвержен различным механизмам уширения. В предыдущем разделе обсуждался способ подавления уширения Доплера с использованием удерживающего потенциала. Для создания такого потенциала может быть использована оптическая решётка.

1.5.1 Одномерная оптическая решётка

Одномерная оптическая решётка представляет из себя стоячую волн, обычно сформированную двумя гауссовыми пучками, распространяющимися в противоположных направлениях. Введём координату z вдоль направления распространения одного из пучков и радиальную координату r в перпендикулярной плоскости. Интенсивность оптической решётки распределена в пространстве следующим образом:

$$I(r,z) = I_0 \frac{1}{1+\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \exp\left(-2\frac{r^2}{w_0^2+\left(\frac{\lambda z}{\pi}\right)^2}\right) \cos^2\left(2\pi\frac{z}{\lambda}\right), \tag{1.24}$$

где λ — длина волны излучения, формирующего стоячую волну, w_0 — радиус перетяжки гауссова пучка по уровню e^{-2} по интенсивности.

В присутствии излучения интенсивности $I(r,z)$ определённой поляризации на длине волны λ атомные уровни сдвигаются по энергии в силу динамической поляризуемости атома α. Зависимость динамической поляризуемости α от длины волны и внутреннего состояния атома будет описано в главе 2. Пространственное распределение интенсивности таким образом создаёт потенциал:

$$U(r,z) = -\frac{2\pi a_0^3}{c}\alpha I(r,z)\,. \tag{1.25}$$

Экспериментальная реализация захвата атомов в оптическую решётку и измерение её параметров было подробно проделано в диссертационных работах [20; 21]. Оптическая решётка в нашем эксперименте формируется с помощью усиливающего резонатора, который позволяет в разы увеличивать интенсивность излучения. Длину волны излучения оптической решётки предполагалось варьировать в диапазоне 800 – 815 нм для поиска магической длины волны (подробнее в Главе 2).

Радиус перетяжки мог варьироваться в пределах 80 – 160 мкм благодаря изменению геометрии усиливающего резонатора. Уменьшение радиуса перетяжки увеличивает глубину потенциала, но уменьшает перекрытие потенциалом облака атомов. Для определения параметров потенциала решётки можно воспользоваться оценкой поляризуемости 195 а.е. из работы

[17]. В зависимости от мощности заводимого в резонатор излучения глубина потенциала решётки могла меняться в интервале 100–400 E_{rec} (из формул (1.24,1.25) при $r = z = 0$ и интенсивности $I_0 = 20 - 80$ кВт/см^2). Интенсивность определяется с использованием калиброванного фотодиода на выходе резонатора и рассчитывается с учётом радиуса перетяжки. Более подробное описание дизайна резонатора представлено в разделе 2.3.1.

Гармонический потенциал в формуле (1.11) получается из разложения потенциала (1.25) в ряд по степеням r/λ и z/λ. Вдоль оси O_z потенциал более острый, поскольку определяется только длиной волны излучения λ, а не геометрией гауссова пучка:

$$\Omega_z^2 = (2\pi a_0)^3 \frac{2\alpha I_0}{mc\lambda^2}\,. \tag{1.26}$$

Поэтому при возбуждении часового перехода вдоль оси O_z параметр Лэмба-Дике $\eta = \sqrt{2\pi\nu_r/\Omega_z}$ может меняться в диапазоне 0.11 – 0.16. Эта теоретическая оценка примерно в два раза меньше экспериментально полученных значений из затуханий осцилляций Раби в работе [21]. Расхождение может быть связано с ангармонизмом потенциала оптической решётки (1.24,1.25). Тем не менее, как видно из рисунка 1.4, этого вполне достаточно для разделения линий поглощения по частоте на величину, намного превышающую естественную ширину часового перехода.

Оптическая решётка является удобным и относительно просто реализуемым средством удержания нейтральных атомов. Однако из-за динамических поляризуемостей двух уровней исследуемого часового перехода она может вносить уширения и сдвиги частоты (см. рис. 1.5). В разделе 1.4.3 использовалось предположение, что удерживающий потенциал не зависит от внутреннего состояния атома. Это почти всегда неверно. Так, при использовании оптической решётки на длине волны 532 нм в работе [20] наблюдалась ширина часового перехода в несколько сотен килогерц.

Существуют длины волн излучения оптической решётки, при которых поляризуемости совпадают (так называемая “магическая длина волны”) [50]. Подробному исследованию этого вопроса посвящена Глава 2. Согласно теоретическим расчётам было предсказано положение магической длины волны в районе 800 – 815 нм [17]. Поэтому в эксперименте по наблюдению Фурье-ограниченных контуров часового перехода использовалась оптическая решётка в этой области длин волн.

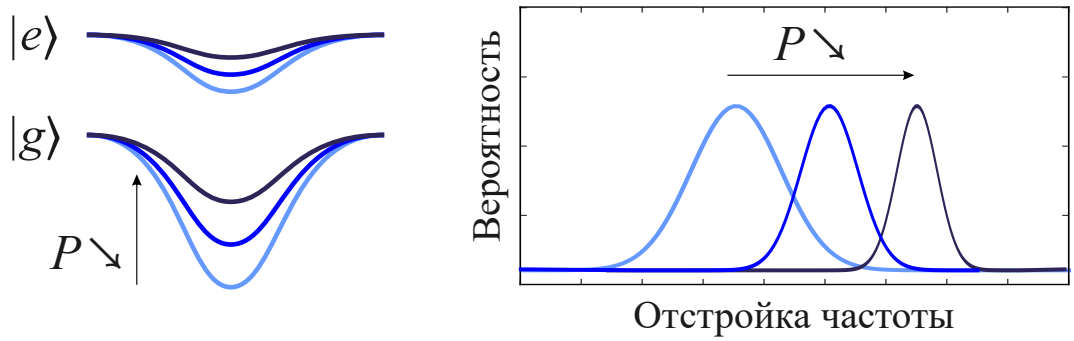


Рисунок 1.5 — Влияние разности между поляризуемостями основного $|g\rangle$ и верхнего часового $|e\rangle$ уровней на сдвиг и уширение частоты часового перехода. Слева схематично изображены потенциалы различной глубины, а справа — соответствующие спектры перехода.

1.5.2 Оптическая накачка

Магическая длина волны перехода зависит от поляризации атома, то есть от значения проекции полного момента. Магическая длина волны для перехода между конкретными двумя подуровнями не обязательно является магической для других. Без достаточно большого магнитного поля уровни с различной проекцией полного момента вырождены, и при возбуждении часового перехода будет наблюдаться уширение и сдвиг частоты. Для этого в первую очередь необходимо прикладывать магнитное поле, которое расщепляет магнитные подуровни на величину, превышающую регистрируемую ширину часового перехода. Магнитного поля 1 мГс уже вполне достаточно для этой задачи (подробнее об эффекте Зеемана в атоме тулия в разделе 3.2.2).

В эксперименте использовались магнитные поля в диапазоне 0.1 – 1.5 Гс. При этом эффект Зеемана сдвигает подуровни так, что спектры поглощения часового уровня между разными подуровнями разнесены по частотам на сотни килогерц. Настроившись на конкретный переход по частоте, мы не будем видеть влияния других подуровней.

Сразу после перезахвата из магнито-оптической ловушки атомы равномерно распределены по магнитным подуровням, то есть на каждом из девяти находится $1/9$ часть атомов. Для увеличения сигнала необходимо поляризовать атомы, чтобы увеличить число атомов на нужном магнитном подуровне.

Все переходы, кроме $|m_F = 0\rangle \to |m_F = 0\rangle$ подвержены линейному эффекту Зеемана, а переход $|m_F = 0\rangle \to |m_F = 0\rangle$ — только квадратичному эффекту Зеемана. При характерных для эксперимента магнитных полях квадратичный эффект Зеемана на порядки меньше линейного, поэтому предпочтительнее использовать переход между уровнями с нулевой проекцией полного момента. Подготовка атомов в состояниях с $|m_F = 0, \pm 4\rangle$ проще, чем в любых других. Для атомов в состоянии $|m_F = 0\rangle$ магнитное диполь-дипольное взаимодействие равно нулю [17]. Становится очевидно, что поляризация атомов на подуровень $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J = 7/2, F = 4, m_F = 0\right\rangle$ выгоднее всего.

Для поляризации атомов в эксперименте используется оптическая накачка, подробно описанная в [21]. Накачка осуществляется с помощью возбуждения перехода $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J = 7/2, F = 4\right\rangle \to \left|4f^{12}(^3\mathrm{H}_6)5d_{5/2}6s^2; J = 9/2, F = 4\right\rangle$ π-поляризованным излучением лазера на длине волны 530.7 нм. Для этого используется тот же лазер, что и для вторичного охлаждения, смещённый по частоте АОМом в резонанс. Переход $|F = 4, m_F = 0\rangle \to |F = 4, m_F = 0\rangle$ запрещён правилами отбора, поэтому атомы накапливаются в нужном состоянии. Такой механизм требует наличия перекачивающего излучения с уровня $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J = 7/2, F = 3\right\rangle$, поскольку большая часть атомов распадается с $\left|4f^{12}(^3\mathrm{H}_6)5d_{5/2}6s^2; J = 9/2, F = 4\right\rangle$ именно на этот подуровень. В будущем планируется использовать совершенно другой переход $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J = 7/2, F = 4\right\rangle \to \left|4f^{12}(^3\mathrm{F}_4)5d_{5/2}6s^2; J = 7/2, F = 4\right\rangle$ для оптической накачки, не требующий перекачивающего излучения.

1.5.3 Лазер для возбуждения часового перехода

Для возбуждения часового перехода используется диодный лазер фирмы Toptica на длине волны 1.14 мкм. Для краткости будем называть этот лазер часовым.

Часовой переход в атомах тулия является магнито-дипольным переходом, поэтому для него термин “линейная π-поляризация” означает случай, когда вектор магнитного поля излучения сонаправлен с осью

квантования. “Круговая $\sigma^{+(-)}$ поляризация” — вектор магнитного поля совершает вращение против(по) часовой стрелки(е) относительно оси квантования. Возбуждение перехода $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J=7/2, F=4, m_F=0\right\rangle \rightarrow \left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J=5/2, F=3, m_F=0\right\rangle$ требует π-поляризации, то есть магнитное поле излучения должно быть сонаправлено с осью квантования.

Контур линии поглощения атома определяется свёрткой спектра излучения лазера и контура линии перехода, подверженного различным уширениям. Для наблюдения контуров с шириной менее 10 Гц необходимо использовать лазер с шириной линии, меньшей, чем 10 Гц. Для этого используется стабилизация частоты лазера по высокодобротному резонатору. Подробнее это описано в разделе 3.1.3 с характеризацией медленного дрейфа частоты.

1.5.4 Последовательный подбор параметров

С целью уменьшения уширений, связанных с оптической решёткой, на начальном этапе была выбрана длина волны оптической решётки 807 нм, близкая к магической по теоретическим расчётам. Были выбраны параметры оптической накачки согласно теоретическим расчётам. Длительность импульсов накачивающего и перекачивающего излучений составляли примерно 4-5 мс, а их мощности подбирались экспериментально. При этом использовалось эмпирическое правило, что наличие потерь атомов из ловушки из-за этих импульсов соответствует наличию оптической накачки.

Для контроля частоты и интенсивности излучения, возбуждающего часовой переход, а также для создания прямоугольных импульсов используется акустооптический модулятор (АОМ). Сначала была найдена частота АОМа часового лазера, соответствующая центру уширенного до десятков килогерц контура в отсутствии магнитного поля, задающего ось квантования. Ось квантования здесь определяется полем, вызывающим самое сильное расщепление, но этого расщепления недостаточно для снятия вырождения магнитных подуровней. В этом случае возбуждаются переходы со всех $2F+1=9$ магнитных подуровней основного состояния, что и вызывает уширение. После включения магнитного поля и оптической накачки был

произведён новый поиск перехода. Он оказался сдвинутым на несколько десятков килогерц и имел ширину порядка одного килогерца. Уменьшение мощности излучения часового лазера понизило частоту Раби, что уменьшило уширение мощностью, и спектр имел ширину около 300 Гц. Появилась зависимость центральной частоты контура от длины волны оптической решётки. Приближение к магической длине волны позволило достигнуть ширины 50 Гц.

Полученный спектр шириной около 50 Гц имел максимум, соответствующий вероятности возбуждения менее 0.5. Оптимизацией параметров оптической накачки и эффективности АОМа часового лазера удалось увеличить это значение до 0.8. Этого оказалось достаточно для точного поиска магической длины волны. Окончательный подбор параметров мощности и длительности импульса часового лазера позволил получить Фурье-ограниченный контур часового перехода. Для этого при выбранной длительности импульса излучения, возбуждающего часовой переход, подбиралась его мощность, соответствующая максимальной вероятности возбуждения (при этом нужно следить, чтобы частота излучения была в центре пика возбуждения).

После этого требуется точное выставление угла поляризации (раздел 2.3.4) и длины волны решётки вблизи магической длины волны (раздел 2.3.5) для максимального сужения спектра.

1.5.5 Экспериментальный контур линии поглощения

Практически все эксперименты по спектроскопии часового перехода были реализованы с использованием периодической последовательности действий, изображённой на рисунке 1.6. Период составляет менее 1 с, и может быть уменьшен при должной оптимизации количества захватываемых атомов. В течение всего периода работает оптическая решётка. После лазерного охлаждения осуществляется оптическая накачка, а затем следует импульс излучения часового лазера. Резонансный импульс пробного излучения 410.6 нм позволяет регистрировать число оставшихся на основном уровне атомов, откуда становится известна вероятность возбуж-

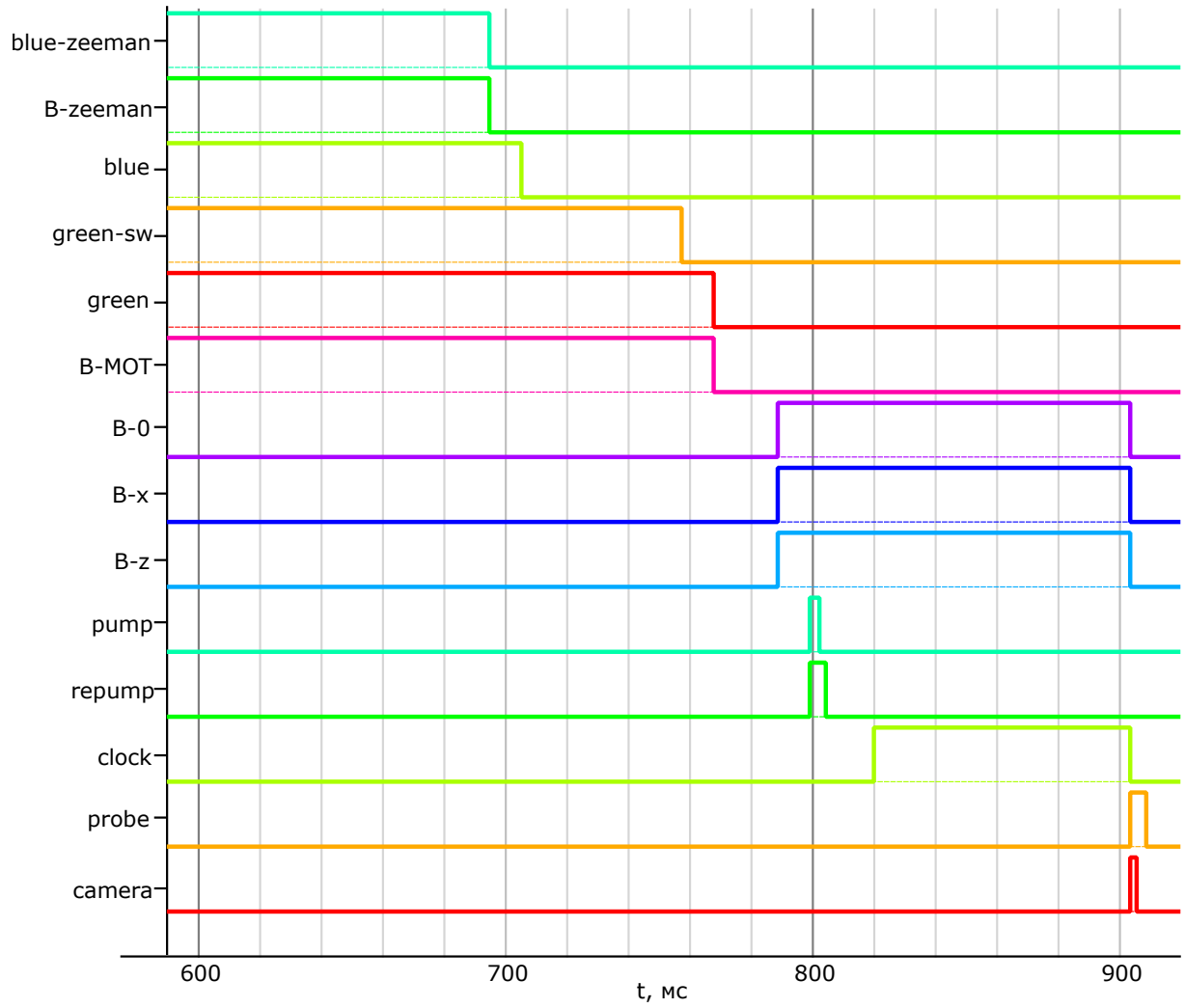


Рисунок 1.6 — Временная последовательность импульсов в эксперименте. “blue-zeeman” и “B-zeeman” — излучение и магнитное поле зеемановского замедлителя; “blue”, “green” — две стадии охлаждения на 410 и 530.7 нм, “green-sw” — переключение режима работы вторичного охлаждения для эффективного перезахвата атомов в решётку; “B-MOT”, “B-0”, “B-x”, “B-z” — магнитные поля для МОЛ, оси квантования и юстировки оси квантования по двум координатам; “pump” и “repump” — оптическая накачка и вспомогательное перекачивающее излучение; “clock” — импульс часового лазера, в данном случае длительностью 80 мс; “probe” и “camera” — резонансный импульс 410.6 нм и триггер камеры для регистрации люминесценции 410.6 нм от атомов, не возбудившихся импульсом часового лазера. Эта последовательность повторяется периодически. Излучение оптической решётки присутствует весь период.

дения. Все переключения оптических сигналов выполнялись с помощью акусто-оптических модуляторов (АОМов), которые вносят лишь небольшую

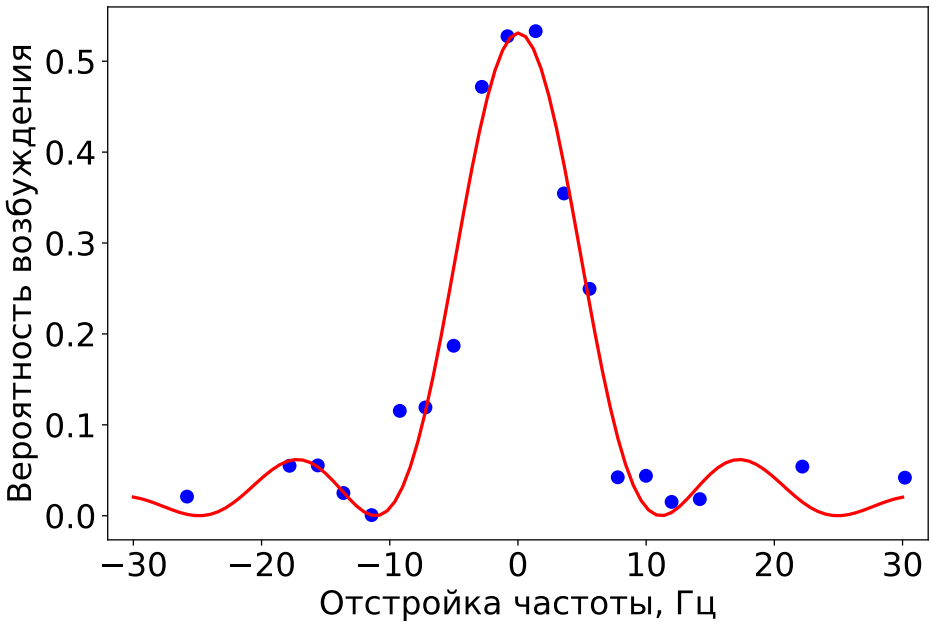


Рисунок 1.7 — Вероятность возбуждения часового перехода в зависимости от отстройки частоты лазерного излучения от резонанса. Ширина на полувысоте составляет 10 Гц и определяется длительностью возбуждающего импульса 80 мс. Сплошная красная линия — теоретическая аппроксимация функцией (1.5).

задержку порядка долей микросекунды, зависящую от скорости распространения звуковой волны в АОМе.

В качестве подтверждения режима Лэмба-Дике для часового перехода в атомах тулия, захваченных в оптическую решётку, наблюдается ширина контура линии поглощения менее 1 кГц вплоть до 10 Гц (рис. 1.7), в то время как доплеровская ширина составляет 46 кГц. Частота излучения часового лазера изменялась с использованием АОМа, после которого излучение по волокну доставлялось к облаку атомов.

Ширина на полувысоте Фурье-ограниченного спектра определяется длительностью импульса возбуждения и соотношения неопределённостей $\Delta\nu_{\mathrm{FWHM}} \times \tau \approx 0.8$. При приближении длительности импульса к времени жизни часового уровня амплитуда пика начинает снижаться (рис. 1.8). При уменьшении длительности π-импульса максимум вероятности возбуждения примерно равняется 0.8. Это означает, что чистота поляризации при оптической накачки составляет 80%, что подтверждает эффективность оптической накачки.

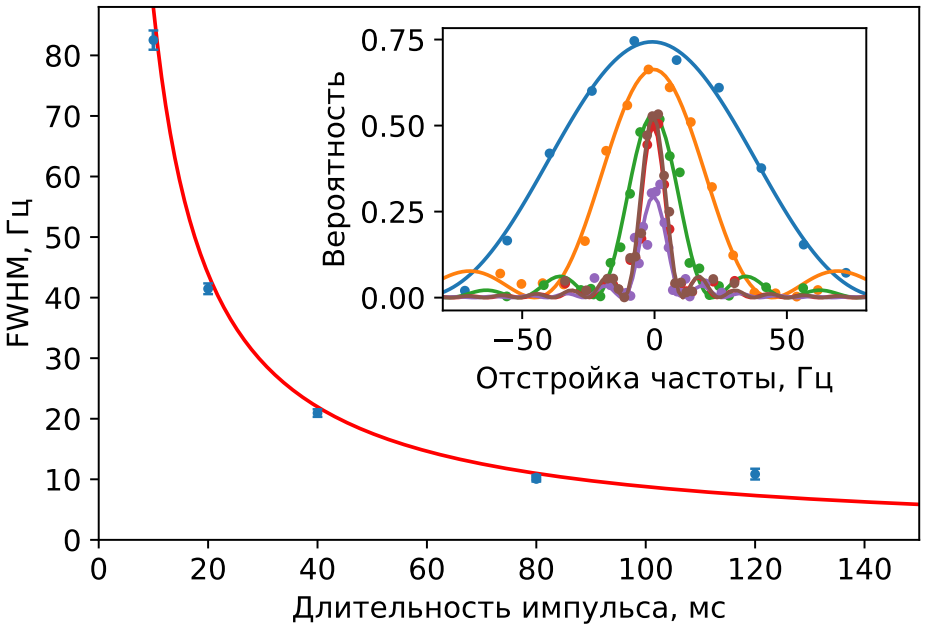


Рисунок 1.8 — Ширина на полувысоте контура линии поглощения (спектры на вставке) в зависимости от длительности импульса лазера часового перехода в схеме Раби. Сплошная красная линия — теоретический расчёт исходя из времени жизни перехода и длительности импульса возбуждения.

Регистрация Фурье-ограниченного спектра часового перехода с шириной 10 Гц — значительный шаг к созданию оптических часов. Это позволяет производить достаточно точные измерения различных параметров атома, влияющих на сдвиг частоты перехода.

1.6 Основные результаты Главы 1

1. Получен спектр возбуждения часового перехода в режиме Лэмба-Дике для атомов тулия, захваченных в оптическую решётку. Ширина спектра на полувысоте много намного меньше доплеровской. Для этого достаточно использовать оптическую решётку с глубиной потенциала более 20 мкК.
2. Экспериментально подтверждено, что ширина спектра возбуждения часового перехода подчиняется ограничению Фурье и может

достигать 10 Гц при использовании длительности импульса возбуждения 80 мс.

Глава 2. Дифференциальная поляризуемость часового перехода в атоме тулия

2.1 Теоретическая модель поляризуемости

Волновая функция атомного уровня есть собственная функция гамильтониана взаимодействия всех электронов атома с ядром. Присутствие внешнего переменного электрического поля

$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\mathcal{E}_0}\mathrm{e}^{-i\omega t} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\mathcal{E}_0^*}\mathrm{e}^{i\omega t} \tag{2.1}$$

добавляет новое слагаемое взаимодействия с полем в гамильтониан атома, отчего меняются собственные функции и собственные значения (энергии уровней). В рамках теории возмущений, в случае, если внешнее поле много меньше внутриатомных электрических полей, структура всего множества электронных уровней сохраняется, но появляется наведенный дипольный момент. В связи с этим эффект проявляется во втором порядке теории возмущений (вырождение уровней атома водорода здесь не рассматривается) [51]. Коэффициент пропорциональности между поправкой к энергии и второй степенью поля называется поляризуемостью, но вводится здесь с множителем $1/2$ для согласования определения со случаем постоянного поля:

$$\Delta E = -\frac{1}{2}\alpha \left\langle |\boldsymbol{\mathcal{E}}| \right\rangle /2 = -\frac{1}{4}\alpha |\boldsymbol{\mathcal{E}_0}|^2 \,, \tag{2.2}$$

где треугольные скобки означают усреднение по периоду световой волны $2\pi/\omega$.

Коэффициент α, характеризующий чувствительность энергии уровня к внешнему полю, называется поляризуемостью, а эффект изменения энергии уровней — эффектом Штарка. В настоящей работе во всех формулах для простоты поляризуемость будет использоваться как безразмерная величина, записанная в атомных единицах $1\,\text{а.е.} = 4\pi\epsilon_0 a_0^3$, где a_0^3 — радиус Бора, ϵ_0 — диэлектрическая постоянная. В связи с этим здесь сразу же сделаем замену $\alpha \to 4\pi\epsilon_0 a_0^3 \alpha$:

$$\Delta E = -\alpha\pi\epsilon_0 a_0^3 |\boldsymbol{\mathcal{E}_0}|^2 = -\alpha\frac{2\pi a_0^3}{c} I_l \,, \tag{2.3}$$

где $I_l = \epsilon_0 c|\boldsymbol{\mathcal{E}_0}|^2/2$ — интенсивность излучения. Такая замена сокращает появление величины ϵ_0 практически во всех формулах в работе и упрощает проверку на размерность.

Поляризуемость можно также вводить как комплексную величину, причём действительная часть $\Re(\alpha)$ определяет сдвиг энергии, а мнимая $\Im(\alpha)$ — вероятность в единицу времени рассеяния фотона из-за дипольного перехода [52]. В данной работе под поляризуемостью подразумевается её действительная часть, а скорость рассеяния фотонов рассматривается отдельно в разделе 2.2.3.

2.1.1 Поляризуемость атомного уровня

Чувствительность атома к постоянному полю называют статической поляризуемостью α^{stat}, а к переменному — динамической. В случае переменного поля стоит говорить об электромагнитной волне, и чувствительность атома к излучению $\alpha(\omega)$ зависит от круговой частоты ω. Заметим, что в пределе $\alpha(\omega \to 0) = \alpha(0) = \alpha^{stat}$. В этом смысле не будем далее различать понятия динамической и статической поляризуемости, подразумевая, что динамическая поляризуемость при нулевой частоте поля и есть статическая.

Внешнее магнитное поле тоже вносит изменения в значения энергий атомных уровней в силу эффекта Зеемана. Введём несколько предположений относительно внешних полей и атома. Будем считать, что атом находится в однородном магнитном поле $\boldsymbol{B_0}$, причём сдвиги энергий из-за эффекта Зеемана для магнитных подуровней преобладают над эффектом Штарка. Таким образом магнитное поле задаёт ось квантования, и подуровни с определённой проекцией полного момента m_F на эту ось являются собственными функциями гамильтониана атома во внешних полях. Будем также считать, что световая волна имеет линейную поляризацию, направленную под углом Θ к оси квантования, интенсивность $I_l = \epsilon_0 c \left\langle \boldsymbol{\mathcal{E}_0^2} \right\rangle /2$ и частоту вдали от частот атомных переходов (по сравнению с их естественными ширинами). В этом случае поляризуемость атома можно записать в явном виде [53]:

$$\alpha = \alpha_J^S + \frac{3\cos^2\Theta - 1}{2} \times \frac{3m_F^2 - F(F+1)}{F(2F-1)} \alpha_{J,F}^T \tag{2.4}$$

$$\alpha_{J,F}^T = \alpha_J^T (-1)^{I+J+F} \begin{Bmatrix} J & J & 2 \\ F & F & I \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{F(2F-1)(2F+1)(2J+3)(2J+1)(J+1)}{(2F+3)(F+1)(2J-1)J}} \tag{2.5}$$

Для упрощения записи формул далее в качестве исследуемого уровня всегда будем иметь в виду один из тонких подуровней основного состояния, то есть нижний уровень любого дипольного перехода, связанного с этим уровнем. Скалярная и тензорная поляризуемости определяются из суммы по всем возможным переходам с исследуемого уровня:

$$\alpha_J^T = \sum_k \alpha_{J\to J_k} 6(2J+1)(-1)^{J+J_k} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J & J & J_k \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{5J(2J-1)}{6(J+1)(2J+1)(2J+3)}} \tag{2.6}$$

$$\alpha_J^S = \sum_k \alpha_{J\to J_k} \tag{2.7}$$

$$\alpha_{J\to J_k} = \frac{c^3}{2a_0^3} \frac{2J_k+1}{2J+1} \frac{A_k}{\omega_k^2(\omega_k^2 - \omega^2)}\,, \tag{2.8}$$

2.1.2 Дифференциальная поляризуемость

Энергия электронного перехода между двумя уровнями зависит от значений энергий каждого из этих уровней. Поляризуемости двух разных электронных уровней могут отличаться, поэтому появляется сдвиг частоты перехода между двумя уровнями $|J,F,m_F\rangle \to |J',F',m_F'\rangle$:

$$\Delta\nu = (\Delta E' - \Delta E)/h = -\frac{2\pi a_0^3}{hc} \Delta\alpha I_{eff} \tag{2.9}$$

где $\Delta\alpha = \alpha' - \alpha$ называется дифференциальной поляризуемостью. Следуя формуле (2.4), можно определить скалярную и тензорную дифференциальные поляризуемости:

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha^s + \frac{3\cos^2\Theta - 1}{2} \Delta\alpha^t\,. \tag{2.10}$$

Каждому дипольному переходу соответствует резонанс в спектре поляризуемости уровня. Спектр дифференциальной поляризуемости, соответственно, содержит резонансы, соответствующие каждому из двух уровней перехода. Под резонансами обычно понимают дипольные переходы, однако вклады от переходов более высоких порядков тоже имеют место быть. Следующими поправками будут магнито-дипольная (M1) и электро-квадрупольная поляризуемости (E2), но их вклады будут отличаться на характерный множитель $\alpha_{hf}^2 \approx 1/137^2$, то есть меньше на несколько порядков.

2.2 Магическая длина волны

Длина волны излучения, при которой дифференциальная поляризуемость часового перехода обращается в ноль, называется магической длиной волны. В области между двумя резонансами поляризуемость является непрерывной функцией (разрывы происходят как раз в резонансах) и согласно формуле (2.7) принимает все возможные значения, в том числе и нулевое. Поскольку с каждого из уровней возможно огромное количество дипольных переходов, следует ожидать, что магических длин волн для конкретного перехода тоже много. Вычислить их положения можно, подставив в формулы раздела 2.1.1 экспериментальные, либо теоретические значения вероятностей и частот переходов. Теоретические значения можно получить, например, с использованием пакета COWAN [54].

В работе [20] представлены результаты теоретических расчётов дифференциальной поляризуемости. Для расчёта поляризуемости необходимо знать энергии и вероятности всех переходов, при этом чем вероятнее переход, тем больше его вклад в суммарную поляризуемость и тем с большей точностью его нужно учитывать. Самые точные значения энергий и вероятностей могут быть получены из эксперимента, поскольку экспериментальные данные наиболее полно описывают реальность (хотя и с присущей эксперименту погрешностью), в то время как теоретические расчёты уровней неизбежно пользуются некоторыми приближениями. Если игнорировать все слабые дипольные переходы (скажем, вероятность кото-

рых меньше, чем для магнито-дипольного часового перехода), то энергии известны для подавляющего большинства исследуемых переходов. Вероятности же известны лишь для сильных переходов с естественной шириной более килогерца [55], как правило. Для остальных остаётся полагаться только на расчёты.

Использование расчётов скорее всего даст результаты, которые будут верно отражать качественные характеристики спектра дифференциальной поляризуемости, но могут иметь значительную ошибку в конкретных значениях магических длин волн. Ошибку вычислений можно снизить, если правильно идентифицировать уровни, полученные при расчётах, с экспериментальными данными, тем самым заменив часть расчётных параметров на более точные.

В формуле (2.4) учитывается лишь дискретный спектр атомных уровней. Непрерывный спектр (уровни энергии иона и свободного электрона) тоже вносит определённый вклад, зависящий от спектра сечения фотоионизации уровня $\sigma(\omega)$ и предела фотоионизации ω_{ion} [56]. Этот вклад, однако, приведёт к несколько отличающимся теоретическим оценкам на положение магической длины волны. При экспериментальном определении положения магической длины волны он будет учтён автоматически.

Есть несколько характеристик магических длин волн, которые следует учитывать при выборе длины волны оптической решётки для оптических часов на ансамблях нейтральных атомов. Далее будем подразумевать, что исследуется область длин волн вблизи магической для часового перехода.

2.2.1 Стабилизация частоты излучения оптической решётки

Как и в случае любого лазера, излучение для оптической решётки подвержено нестабильностям частоты. Это приводит к флуктуациям дифференциальной поляризуемости, которые пропорциональны производной частотного спектра поляризуемости в окрестности магической длины волны. Это приводит к появлению сдвига частоты перехода согласно формуле (2.9):

$$\delta\Delta\nu = -\frac{2\pi a_0^3}{hc} I_{eff} \delta\Delta\alpha = -\frac{2\pi a_0^3}{hc} I_{eff} \frac{d\Delta\alpha}{d\omega} \delta\omega \,, \tag{2.11}$$

где $\delta\omega$ - нестабильность частоты оптической решётки. В связи с этим малое значение производной $\frac{d\Delta\alpha}{d\omega}$ является предпочтительным.

Ширина спектра излучения лазера, формирующего оптическую решётку, играет немаловажную роль. Вообще говоря, использование значения поляризуемости в одной точке неверно. Необходимо вычислять свёртку спектра поляризуемости со спектром излучения лазера. В данном эксперименте в качестве такого лазера используется титан-сапфировый лазер с относительно узкой шириной линии менее МГц, и его шириной можно пренебречь. В будущем мы планируем использовать этот лазер для других целей, поэтому его предполагается заменить на диодный лазер с усилителем. Усилители обладают неприятным свойством — усиленная спонтанная эмиссия, мощность которой пропорциональна полезной мощности, а ширина спектра зависит от чипа и может достигать нескольких нанометров согласно производителям этих чипов. Свёртка такого спектра с поляризуемостью может сдвигать магическую длину волны и влиять на стабильность частоты часового перехода [57]. Это необходимо учитывать при использовании таких устройств.

2.2.2 Точность угла поляризации оптической решётки

Поляризуемость зависит от угла поляризации оптической решётки по отношению к оси квантования согласно формуле (2.4). В случае магической длины волны скалярная составляющая дифференциальной поляризуемости компенсируется тензорной, в сумме давая ноль. Однако, тензорная составляющая поляризуемости входит с множителем $3\cos^2\Theta - 1$. В случае, если угол несколько отличается от желаемого, появится сдвиг частоты часового перехода. Для случая малых отклонений $\delta\Theta$ от нуля:

$$\delta\Delta\nu = \frac{3\pi a_0^3}{hc} I_{eff} \left[\frac{3m_F'^2 - F'(F'+1)}{F'(2F'-1)} \alpha^T_{J',F'} - \frac{3m_F^2 - F(F+1)}{F(2F-1)} \alpha^T_{J,F} \right] \delta\Theta^2 \tag{2.12}$$

Поскольку поляризуемость атома зависит от угла поляризации оптической решётки, для произвольно выбранной длины волны также возможно существование “магического угла” $\Theta_m(\lambda)$. Для этого требуется, чтобы множество значений функции $\Delta\alpha(\Theta)$ включало ноль, то есть чтобы тензорная составляющая дифференциальной поляризуемости была достаточно большой.

С учётом вышесказанного наиболее правильно говорить не о магической длине волны, а о “магической паре” (λ, Θ) для перехода между конкретными магнитными подуровнями. Производная от множителя $3\cos^2\Theta - 1$ минимальна при углах $\Theta = 0, \pi/2$, поэтому для понижения чувствительности к углу разумно использовать именно эти значения. В исследуемом спектральном диапазоне 800 – 860 нм при $\Theta = 0$ имеется две магические длины волны, а при $\Theta = \pi/2$ — одна. Как мы увидим далее, среди двух магических длин волн при $\Theta = 0$ одна гораздо предпочтительней другой, при этом при выборе $\Theta = \pi/2$ её значение уходит далеко за исследуемый диапазон длин волн, который был доступен экспериментально на момент измерений. В данной работе под магической длиной волны понимается случай, когда $\Theta = 0$.

2.2.3 Скорость рассеяния фотонов оптической решётки

Как было упомянуто в начале раздела 2.1, скорость рассеяния фотонов оптической решётки может быть вычислена по формуле [17; 58]:

$$\Gamma(\omega)_{0\to 0} = I_{eff}\frac{12\pi^2 c^2}{h}\sum_k \frac{\omega_k^2+\omega^2}{(\omega_k^2-\omega^2)^2}\frac{A_k\Gamma_k}{\omega_k^3}\left(F_k+\frac{1}{2}\right)\begin{pmatrix} F_k & 1 & F \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}^2, \qquad (2.13)$$

Скорость рассеяния существенно зависит от длины волны оптической решётки, и это необходимо учитывать при выборе магической длины волны. Если длина волны решётки расположена достаточно близко к резонансу, то скорость рассеяния может быть $> 1\,\text{с}^{-1}$. В результате время жизни атома в оптической решётке в исследуемом состоянии будет ограничена этим фактором. В худшем случае это время будет ограничивать предельную ширину

Фурье-ограниченного контура линии поглощения, а значит и ограничивать предельную погрешность оптических часов в целом.

2.2.4 Гиперполяризуемость

До этого в этом разделе рассматривались собственные функции гамильтониана атома (атомные уровни) во втором порядке теории возмущений. Безусловно, существуют и вклады в сдвиг частоты перехода более высокого порядка по интенсивности, характеризуемые гиперполяризуемостью $\Delta E^{hyp} = -\frac{1}{64}\gamma|\boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0}|^4$ [59], где

$$\gamma = \frac{\gamma_g^+ + \gamma_g^-}{4}\,, \tag{2.14}$$

$$\gamma_g^+ = \frac{4}{\hbar^3}\sum_{m,k,n} D_{gm}D_{mk}D_{kn}D_{ng} \times \Big(\frac{4\omega_{mg}\omega_{ng}}{\omega_{kg}(\omega^2-\omega_{mg}^2)(\omega^2-\omega_{ng}^2)} + \\ + \frac{1}{(\omega_{mg}-\omega)(\omega_{kg}-2\omega)(\omega_{ng}-\omega)} + \frac{1}{(\omega_{mg}+\omega)(\omega_{kg}+2\omega)(\omega_{ng}+\omega)}\Big)\,, \tag{2.15}$$

$$\gamma_g^- = \frac{8}{\hbar^3}\sum_{m,n} |D_{gm}|^2|D_{ng}|^2 \times \frac{\omega_{mg}(\omega^2+3\omega_{ng}^2)}{(\omega^2-\omega_{mg}^2)(\omega^2-\omega_{ng}^2)^2}\,, \tag{2.16}$$

D_{pq} — матричный элемент z-проекции дипольного момента перехода между уровнями p и q.

Гиперполяризуемость вносит дополнительную погрешность в сдвиг частоты часового перехода. Этот вклад необходимо иметь в виду при создании оптических часов. Вклады более высоких порядков при разумных экспериментальных интенсивностях оптической решётки малы по сравнению с гиперполяризуемостью (которая мала по сравнению с обычной поляризуемостью).

Если не забывать о гиперполяризуемости, то магических длин волн не существует, поскольку всегда есть нелинейная зависимость от мощности излучения оптической решётки (следует говорить о “магической тройке” длина волны-угол-интенсивность). Вклад этого эффекта в сдвиг частоты

был оценён в работе [17] и составляет единицы 16-го знака. Исследование этого эффекта возможно только после создания достаточно точных часов с погрешностью на этом уровне.

2.3 Эксперимент по измерению дифференциальной поляризуемости

Согласно описанию предыдущего раздела нами были проведены теоретические расчёты дифференциальной поляризуемости атома тулия для оценки положения магической длины волны. В качестве частот и вероятностей переходов использовались результаты расчётов с использованием пакета COWAN [54]. Среди имеющихся экспериментальных данных самым длинноволновым измеренным переходом является переход $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J=5/2\right\rangle \rightarrow \left|4f^{12}(^3\mathrm{F}_4)5d_{3/2}6s^2; J=5/2\right\rangle$ на длине волны 806.9 нм с вероятностью $A_{806.9} = 7500\,\mathrm{c}^{-1}$ [60]. Он был идентифицирован среди результатов расчёта COWAN, и для него использовались экспериментальные значения вероятности и частоты. Результаты расчётов представлены в работе [17]. Вблизи перехода 806.9 нм было предсказано наличие магической длины волны.

Метод поиска магической длины волны подразумевает исследование спектра дифференциальной поляризуемости. Для формирования излучения оптической решётки использовался лазер на основе кристалла титан-сапфира фирмы Coherent с внешней накачкой. Лазер в своей конструкции имеет кольцевой резонатор с перестраиваемым эталоном и внешним резонатором Фабри-Перо для стабилизации частоты. При работающей системе стабилизации флуктуации частоты находятся ниже разрешения 5 МГц измерителя длин волн WSU-30 фирмы Angstrom. Выходная мощность достигает 1 Вт.

Имеющийся комплект зеркал резонатора позволяет перестраивать длину волны лазера в широком диапазоне длин волн 800 – 860 нм. Согласно экспериментальным данным [55; 61] в этом диапазоне имеется два перехода с верхнего уровня часового уровня: переходы на тонкие подуровни $|J=5/2\rangle$ и $|J=7/2\rangle$ конфигурации $4f^{12}(^3\mathrm{F}^4)5d_{3/2}6s^2$ на длинах волн 806.9 нм

и 809.5 нм соответственно. Упомянутые переходы схематично изображены на рис. 2.1.

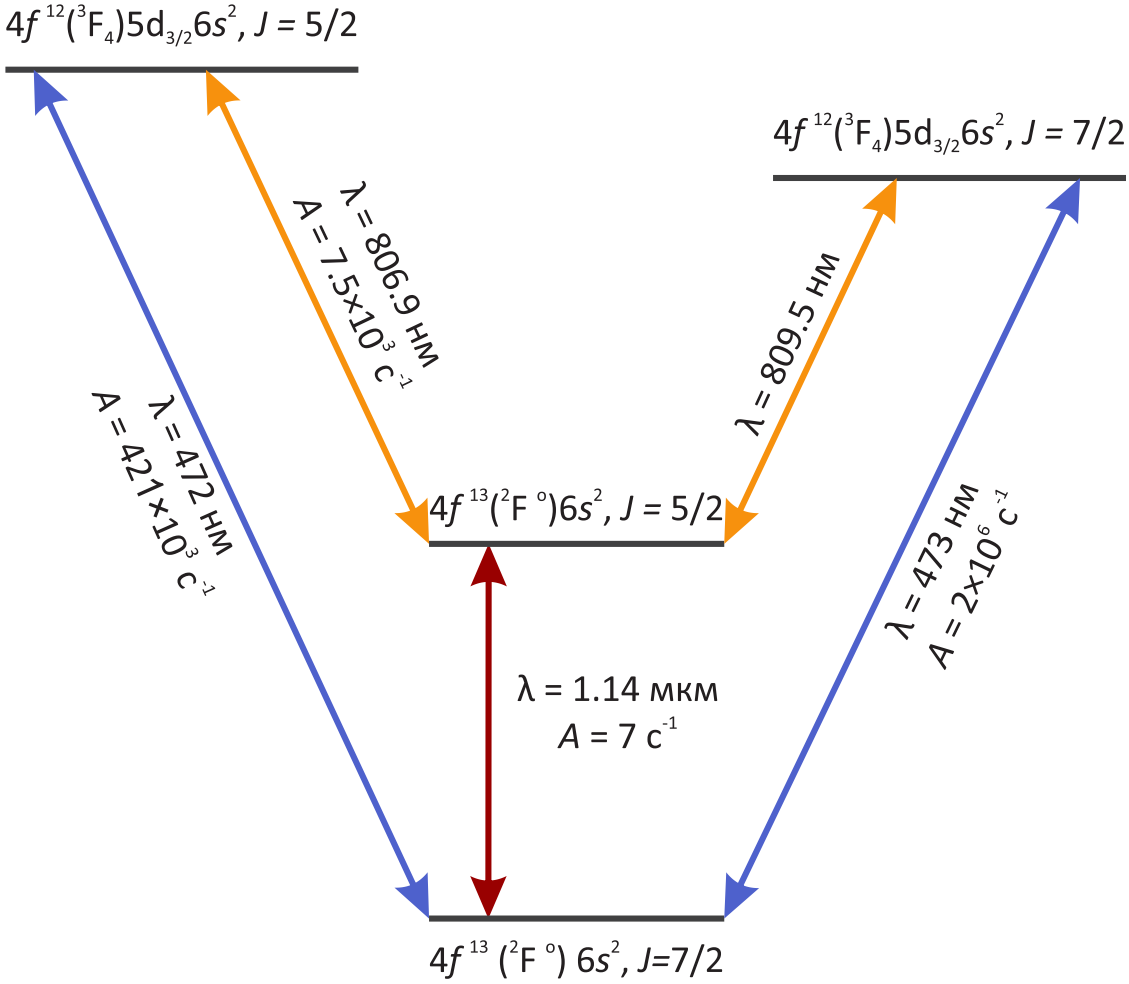


Рисунок 2.1 — Схема уровней атома тулия, определяющих спектр дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода в диапазоне 800 – 815 нм. Все указанные вероятности переходов взяты из работ [24; 55; 60]. На схеме не указано сверхтонкое расщепление уровней.

В ходе проведения эксперимента было поставлено две задачи: поиск магической длины волны и экстреполяция значений поляризуемости в инфракрасную область для анализа сдвига частоты, связанного с тепловым излучением.

2.3.1 Схема эксперимента

Для увеличения мощности излучения оптической решётки был собран усиливающий резонатор, позволяющий получать мощность до 4 Вт внутри вакуумной камеры с возможностью контролировать размер перетяжки геометрией резонатора. Подробно сборка резонатора описана в работе [62] и диссертации [21]. Упрощенное изображение представлено на рис. 2.2. Угол Θ в формуле 2.4 — угол между векторами $\vec{E}_{\text{lattice}}$ и $\vec{B}_0$. Изображённый на схеме поляризационный кубик обеспечивает чистоту поляризации излучения оптической решётки.

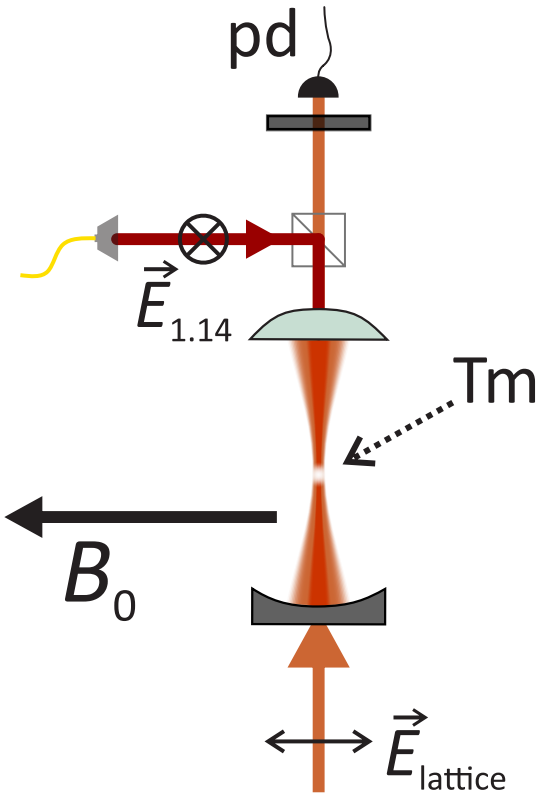


Рисунок 2.2 — Схема экспериментальной установки по определению поляризуемости. Излучение, формирующее оптическую решётку, заводится снизу в резонатор, состоящий из (в порядке по ходу луча) вогнутого зеркала, линзы, поляризационного делителя и плоского зеркала. B_0 — магнитное поле, задающее ось квантования, pd — фотодиод для измерения мощности решётки, $\vec{E}_{\text{lattice}}$ и $\vec{E}_{1.14}$ — векторы поляризации излучений решётки (в плоскости рисунка) и 1.14 мкм (перпендикулярно плоскости рисунка).

При выборе зеркал резонатора учитывались потери при прохождении окошек вакуумной камеры: 87% по мощности при прохождении излучения в две стороны (полный круг в резонаторе). Более подробная схема с вакуумной камерой представлена на рис. 2.7. Входное зеркало резонатора было изготовлено с пропусканием на уровне $\approx 87\%$ для согласования с потерями. Такое согласование потерь позволяет увеличить процент заводимой в резонатор мощности излучения. Расположение вакуумной камеры относительно оптического стола и уже имеющихся оптических элементов диктовало конструкцию резонатора. Входное зеркало располагалось снизу на расстоянии 244 мм от геометрического центра вакуумной камеры и имело радиус кривизны 250 мм для создания перетяжки пучка вблизи атомного облака в центре вакуумной камеры.

Поляризация излучения в резонаторе чрезвычайно важна. Чтобы сделать её как можно чище в резонатор был помещён поляризационный делитель пучка (PBS). Он должен выделять нужную поляризацию при каждом проходе излучения через резонатор, тем самым повышая чистоту. Работа поляризационного делителя оптимизирована для плоского фронта излучения, поэтому в резонаторе вместо вогнутого обратного зеркала использовалась пара плоское зеркало и линза. Положение линзы с фокусным расстоянием ≈ 400 мм подбиралось экспериментально по количеству перезахватываемых в решётку атомов из МОЛ для каждого положения входного зеркала. В описываемой конфигурации это расстояние составило 384 мм от облака атомов. За линзой располагалось плоское зеркало резонатора на расстоянии 500 мм от облака. Между этим зеркалом и линзой располагался поляризационный делитель. Коэффициент отражения выходного зеркала составляет $> 99\%$. В эксперименте использовались попеременно оба хода пучка после поляризационного делителя для быстрой смены поляризации внутрирезонаторного излучения. Два хода пучка соответствуют углам поляризации $\Theta = 0, \pi/2$.

Описанная конфигурация оптических элементов резонатора обеспечивает формирование пучка с радиусом перетяжки 126.0(2.5) мкм в области облака атомов. Погрешность определяется из точности измерения геометрии резонатора: точность измерения расстояний между оптическими элементами 1 мм и точность определения расстояния до атомного облака

2 мм. Более подробное описание оптической решётки с зависимостью размера перетяжки пучка излучения от геометрии представлено в работе [21].

Мощность излучения P внутри резонатора вычисляется исходя из показаний одного из калиброванных фотодиодов, установленным после выходного зеркала (рис. 2.2). В случае использования другой поляризации оптической решётки и соответственно другого плеча резонатора использовался другой калиброванный фотодиод, не изображённый на рисунке. Для каждого фотодиода мы измерили калибровочную функцию перевода напряжения в мощность излучения внутри резонатора с использованием абсолютно калиброванного измерителя мощности Thorlabs S121C. Линейность отклика фотодиода проверялась отдельно, и было обнаружено, что она лучше 3% в рабочей области. Калибровка фотодиода проводилась во всем спектральном диапазоне 800 – 860 нм. Хотя указанная погрешность измерителя мощности Thorlabs S121C равна 3%, мы оцениваем погрешность измерения мощности в 10% на основе сравнения показаний трех разных абсолютно откалиброванных приборов.

Вблизи атомного облака из формулы (1.24) получаем следующее распределение интенсивности:

$$I(r,z) = I_0 \exp(-2r^2/w^2) \cos^2(2\pi z/\lambda)\,, \tag{2.17}$$

где характерное значение $I_0 = 8P/(\pi w^2) = 64\,\text{кВт/см}^2$ при мощности $P = 4\,\text{Вт}$. Соответствующая глубина потенциала в единицах энергии отдачи $E_{\text{rec}} = h^2/(2m\lambda^2)$ равняется $U_0 = 330E_{\text{rec}} = k_B \times 43\,\text{мкК}$. Поскольку атомы имеют ненулевую температуру, сравнимую с глубиной потенциала, они имеют пространственное распределение согласно волновой функции в этом потенциале. Пространственная свёртка плотности вероятности с распределением интенсивности даст величину $I_{eff} = \zeta I_0$. В рамках квазиклассического приближения можно записать:

$$\zeta = \sum_{n_z} \frac{\exp(-E_{n_z}/k_B T)}{Z_0} \zeta_z(n_z)\zeta_r(n_z)\,, \tag{2.18}$$

где $Z_0 = \sum_{n_z} \exp(-E_{n_z}/k_B T)$. Первый множитель определяет вероятность атому быть на конкретном уровне n_z потенциала оптической решётки вдоль оси O_z с энергией E_{n_z}, а множители $\zeta_{z,r}$ - коэффициент средней интенсивности, которую испытывает атом с учётом своей волновой функции.

Для вычисления множителей $\zeta_{z,r}$ обратимся к формуле для интенсивности, формирующей потенциал 2.17. Множитель $\exp(-2r^2/w^2)$ усредним в квазиклассическом приближении:

$$\zeta_r(n_z) = \frac{\int_0^{U_0-E_{n_z}} \mathrm{e}^{-E/k_BT} \left(\frac{1}{2r_0} \int_{-r_0}^{r_0} \mathrm{e}^{-2r^2} \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}E}{\int_0^{U_0-E_{n_z}} \mathrm{e}^{-E/k_BT}}, \tag{2.19}$$

где $r_0 = (-\ln(1 - E/U_0))^{-0.5}$ — классическая точка поворота. В случае координаты z зависимость более сложная. Для подобной оценки коэффициента ζ_z мы воспользовались численным усреднением по волновой функции в потенциале, определяемом одним периодом функции $\cos^2$.

В результате получилось $I_{eff} = \zeta I_0$, где $\zeta = 0.76(15)$ при температуре $T \approx 0.3U_0/k_B$. Погрешность учитывает погрешность температуры и неполноту модели, используемую при расчётах (синусоидальный потенциал был заменён одним периодом).

Для различных значений мощности излучения оптической решётки измерялся сдвиг частоты компоненты $|F = 4, m_F = 0\rangle \to |F = 3, m_F = 0\rangle$ часового перехода аналогично тому, как описано в разделе 1.5.5. Зависимость частоты от мощности для конкретной длины волны определяет дифференциальную поляризуемость.

2.3.2 Спектр дифференциальной поляризуемости в диапазоне 800 – 860 нм

Для аппроксимации экспериментальных данных мы воспользовались формулами из раздела 2.1.1 с теоретическими значениями частот и вероятностей переходов. Поскольку измерения происходили в области длин волн 800 – 860 нм, вклад переходов 806.9 нм и 809.5 нм в поляризуемость был вынесен отдельно от общей суммы всех остальных переходов. Частоты переходов известны с высокой точностью, в то время как вероятность известна лишь для первого с погрешностью 15% [60]. Поэтому для аппроксимации мы использовали следующее уравнение:

$$\frac{\Delta\nu}{P}\times\frac{hcw^2}{16\zeta a_0^3}=\frac{c^3}{a_0^3}\left[6.152\frac{A_{806.9}}{\omega_{806.9}^2(\omega_{806.9}^2-\omega^2)}+8.048\frac{A_{809.5}}{\omega_{809.5}^2(\omega_{809.5}^2-\omega^2)}\right]+\alpha_0+A(\omega)\,, \tag{2.20}$$

где $A(\omega)$ — сумма из формулы (2.7) по всем остальным переходам, посчитанная численно, а α_0 — свободный член для возможной корректировки расчётных данных. Отсутствие резонансов в диапазоне 800 – 860 нм в слагаемом $A(\omega)\approx -0.27$ а.е. приводит к тому, что оно меняется не более чем на 0.001 а.е. и практически не влияет на результаты аппроксимации. Коэффициенты 6.152 и 8.048 в формуле (2.20) были посчитаны явно согласно формулам раздела 2.1.1 (включают в себя численные значения $3j$-символов, значения $m_F = 0$ и $\Theta = 0$).

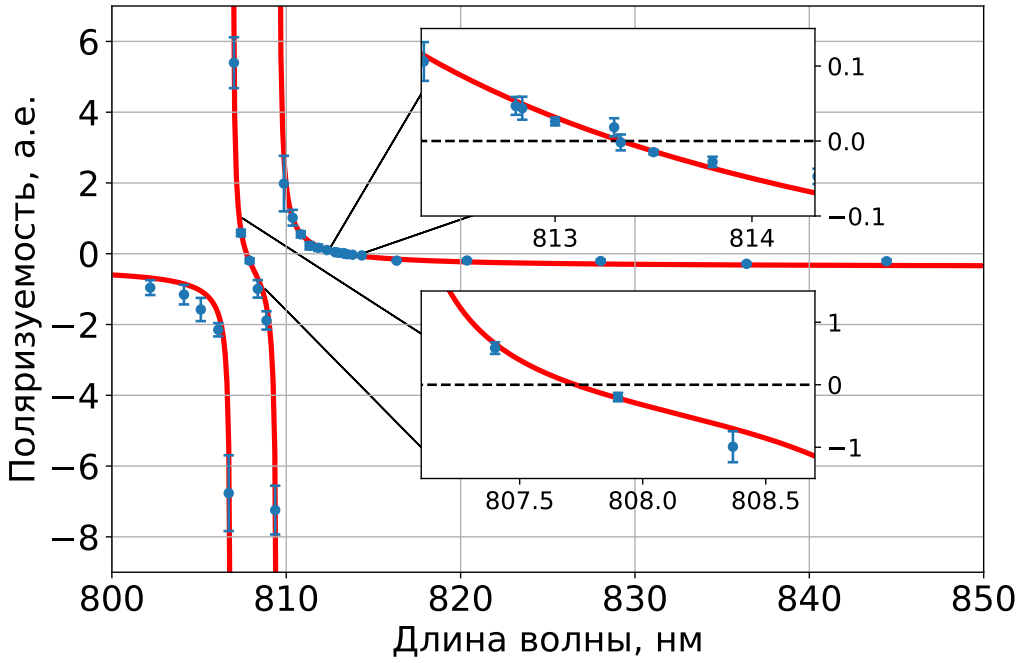


Рисунок 2.3 — Спектр дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода. Точками обозначены экспериментальные данные, сплошной линией — теоретическая аппроксимация. На вставках в большем масштабе представлены области вблизи магических длин волн.

В результате аппроксимации экспериментальных данных уравнением (2.20) со свободными параметрами ζ, $A_{809.5}$ и α_0 (рис. 2.3) были получены следующие значения параметров (вероятность $A_{806.9} = 7.5(1.1)\times 10^3\,\text{с}^{-1}$

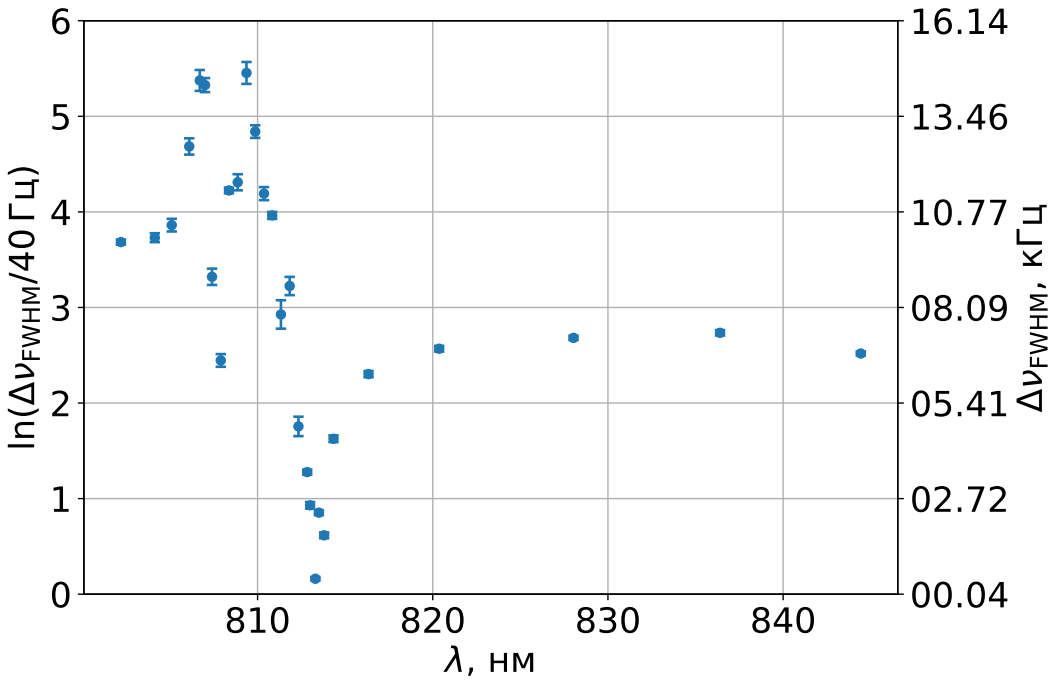


Рисунок 2.4 — Зависимость наблюдаемой ширины часового перехода (в логарифмическом масштабе) от длины волны оптической решётки. Минимальная ширина соответствует ограничению Фурье при длительности прямоугольного импульса часового лазера 20 мс.

известна экспериментально [60]):

$$\begin{aligned} \zeta &= 0.68(9) \\ A_{809.5} &= 460(70)\,\text{с}^{-1} \\ \alpha_0 &= -0.11(6)\,\text{а.е.} \end{aligned} \tag{2.21}$$

Главный источник погрешности здесь — неопределённость параметра $A_{806.9}$. Ошибки эксперимента, изображённые на графике, отражают погрешность определения мощности решётки по калиброванному фотодиоду и определения центра линии поглощения часового перехода. Зависимость ширины линии поглощения от длины волны оптической решётки представлена на рис. 2.4. Погрешность определения мощности преобладает над характерной погрешностью определения центра линии, которая обычно на порядок величины меньше значения ширины контура на полувысоте.

Корректность модели 2.20 подтверждается близким к единице редуцированным параметром $\chi^2 = 1.8$. Значение параметра ζ согласуется с проведенной ранее теоретической оценкой $\zeta = 0.76(15)$. Малое значение параметра α_0, сравнимое с погрешностью, подтверждает корректность

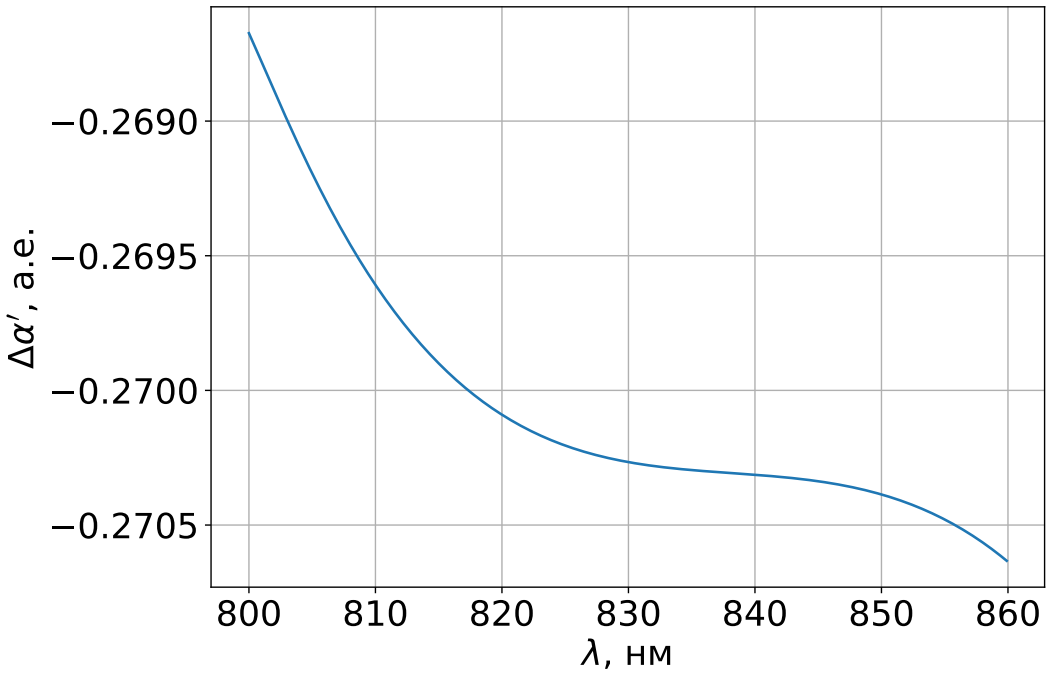


Рисунок 2.5 — Вклад в дифференциальную поляризуемость часового перехода от уровней вне представленного спектрального диапазона. Результат есть практически полная компенсация поляризуемостей основного и часового уровней с характерным значением 195 а.е.

теоретических расчетов вклада остальных атомных переходов в дифференциальную поляризуемость. Отметим, что этот вклад корректирует неточность определения разности поляризуемостей двух переходов с характерным значением 195 а.е., на несколько порядков превышающее эту неточность (рис. 2.5).

2.3.3 Магические длины волн

На рис. 2.3 выделены два пересечения дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода с нулём — две магические длины волны. Их значения получились следующие: $\lambda_{m1} = 807.727(18)$ нм с углом наклона $\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}\lambda = -1.39(20)$ а.е./нм и $\lambda_{m2} = 813.3(2)$ нм с углом наклона $\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}\lambda = -0.087(12)$ а.е./нм. Погрешность в определении магической длины волны определяется в основном углом наклона и погрешностью определе-

ния параметра α_0 в формуле (2.20). Главный источник погрешность угла наклона — параметр $A_{806.9}$. Рассмотрим некоторые различия двух магических длин волн согласно разделу 2.2.

Во-первых, угол наклона в точке пересечения с нулём для λ_{m2} заметно меньше (в 16 раз), что приводит к меньшим требования на стабильность длины волны оптической решётки. В случае оптической решётки на магической длине волны λ_{m1} с интенсивностью $I_{eff} = 45\,\text{кВт/см}^2$ (глубина решётки в единицах энергии отдачи $U \approx 300 E_{\text{recoil}}$) стабилизация частоты излучения оптической решётки на уровне 200 кГц приводит к относительной нестабильности частоты часового перехода 5×10^{-18}, в то время как в случае магической длины волны λ_{m2} для этого достаточно стабилизации в пределах 3 МГц.

Во-вторых, тензорная составляющая дифференциальной динамической поляризуемости в формулах (2.9, 2.4) в 7 раз меньше для магической длины волны λ_{m2} по сравнению с λ_{m1}. Поэтому при одинаковой точности выставления угла поляризации оптической решётки соответствующий вклад в ошибку частоты часового перехода в случае магической длины волны λ_{m2} будет на порядок величины ниже.

И наконец, λ_{m2} отстоит дальше по частоте от переходов на 806.9 нм и 809.5 нм. Несмотря на это, для оптической решётки с интенсивностью $45\,\text{кВт/см}^2$ скорости рассеяния фотонов с верхнего уровня часового перехода равны $\Gamma(\lambda_{m1}) \approx \Gamma(\lambda_{m2}) \approx 0.1\,\text{с}^{-1}$ для определённых ранее двух магических длин волн. Эти оценки были проведены согласно (2.13) с использованием экспериментальных данных для переходов. Переходы 806.9 нм и 809.5 нм расположены достаточно далеко от магических длин волн и вносят небольшой вклад в скорость рассяния: лишь 5% и 0.7% от суммарного значения для λ_{m1} и λ_{m2} соответственно. При этом определяющий вклад вносят сильные переходы с естественными ширинами > 10 МГц. Если сравнить результаты, основанные на экспериментальных данных и расчётах, то отличие здесь всего 20%, так что можно с уверенностью заключить, что скорость рассеяния заметно меньше $1\,\text{с}^{-1}$.

Однако, близость резонансов к длине волны излучения оптической решётки сказывается на гиперполяризуемости. Согласно оценкам, проведённым в [17], вклад гиперполяризуемости в сдвиг частоты часового перехода для оптической решётки с интенсивностью $45\,\text{кВт/см}^2$ ($U \approx$

$300E_{\text{recoil}}$) составляет $< 1\,\text{Гц}$ и $< 10\,\text{мГц}$ для магических длин волн λ_{m1} и λ_{m2} соответственно.

Таким образом, среди двух магических длин волн $\lambda_{m2} = 813.3(2)$ нм обладает лучшими характеристиками для формирования оптической решётки для оптических часов на атомах тулия.

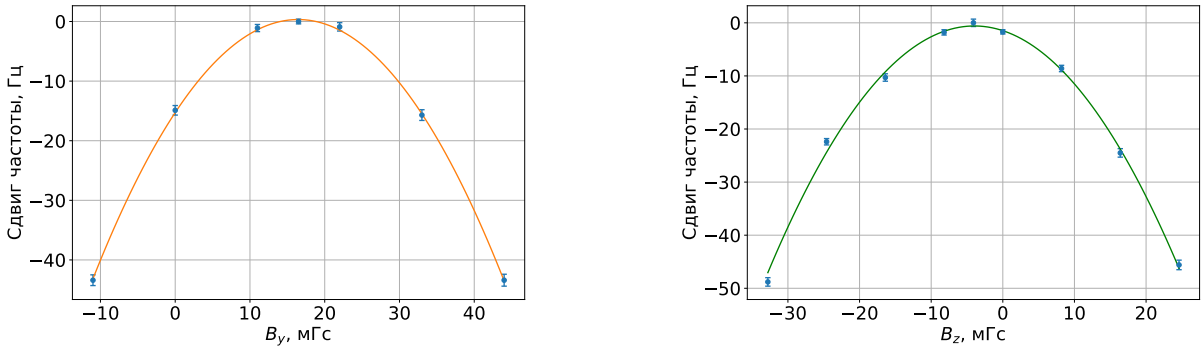
2.3.4 Контроль угла поляризации излучения оптической решётки

Для точного контроля угла между поляризацией оптической решётки и магнитным полем, задающим ось квантования, были использованы дополнительные компенсационные катушки. Каждая из них создаёт магнитное поле B_y или B_z, пропорциональное току и направленное перпендикулярно задающему магнитному полю B_0 (направление B_0 вдоль оси Ox), тем самым поворачивая результирующее магнитное поле на угол $\Theta = B_{y(z)}/B_0$. Согласно формуле (2.12):

$$\Delta\nu = \frac{3\pi a_0^3}{hc} I_{eff} \Delta\alpha^t \Theta^2 \,, \tag{2.22}$$

где $\alpha^t = 5/7\alpha^T_{7/2,4} - 4/5\alpha^T_{5/2,3}$. Катушка, создающая магнитное поле B_0, была откалибрована с помощью эффекта Зеемана (см. раздел 3.2.2). Для калибровки катушек, формирующие магнитные поля $B_y(z)$ в перпендикулярных направлениях, использовался тот факт, что МОЛ формируется вблизи области с нулевым значением магнитного поля. Сравнение смещений МОЛ при изменении тока в катушках позволяет сравнивать калибровки разных катушек. Точность выставления тока катушки равняется 0.01 А, что соответствует 0.7 мГс, в то время как точность калибровки значительно хуже и составляет 10%. Точность калибровки влияет лишь на переведённые в Гс значения полей, в то время как статистика отклонения экспериментальных данных от параболы определяется точностью тока в катушках. Поэтому на графике 2.6 не отражена погрешность калибровки, хотя для наглядности значения полей переведены в мГс. В будущем калибровка будет проведена с лучшей точностью.

Вблизи магической длины волны 813.3 нм абсолютная точность измерения сдвига частоты часового перехода максимальна, поэтому этот эксперимент проводился при этой длине волны.



а) б)

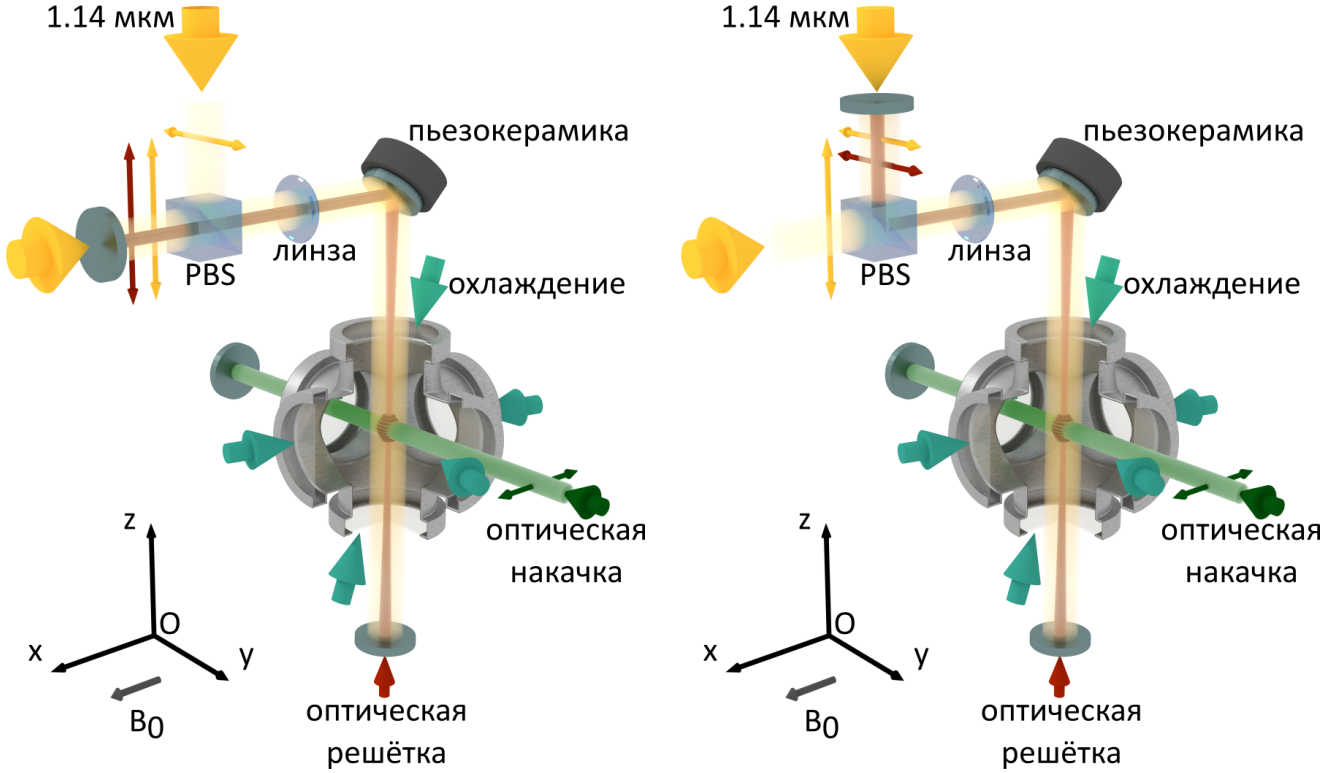
Рисунок 2.6 — Зависимость сдвига частоты часового перехода от компенсационных полей B_y и B_z в случае задающего магнитного поля $B_0 = 225$ мГс

Помимо определения правильного угла между поляризацией и магнитным полем, данный эксперимент позволил определить значение тензорной поляризуемости из аппроксимации параболой $\Delta\alpha^t(\lambda_{m2}) = -0.9(2)$ а.е.

Таким методом определялись правильные компенсационные поля для любого используемого задающего магнитного поля B_0. В случае бóльших значений магнитного поля B_0 требуются бóльшие значения компенсационных полей. Для используемых катушек характерные значения токов составляли от 0 А до 1 А. При этом для определения оптимального значения необходимо исследование сдвигов частоты в диапазоне, превышающем это значение. К счастью, при увеличении магнитного поля B_0 требуемая точность определения компенсационного тока падала. Например, при маленьком поле изменение тока компенсационной катушки B_z с 0 А до 0.3 А приводило к значительному сдвигу частоты в десятки герц. Аналогичное изменение с 1 А до 1.3 А для больших полей B_0 приводило к заметно меньшему сдвигу в несколько герц.

2.3.5 Измерение магической длины волны λ_{m2}

Измерение спектра поляризуемостей в диапазоне длин волн 800 – 860 нм позволило определить параметры перехода на 806.9 нм и с относительно грубой точностью определить положение магической длины волны. Каждая точка на графике 2.3 была получена с использованием двух значений мощности оптической решётки, и весь эксперимент проводился для одного угла $\Theta = 0$. Наглядное представление о взаимной ориентации поляризаций и магнитного поля можно получить из рис. 2.7.



а) $\Theta = 0$ б) $\Theta = \pi/2$

Рисунок 2.7 — Схема установки по измерению дифференциальных поляризуемостей часового перехода. PBS — поляризационный разделитель пучка, который выделяет поляризацию оптической решётки, при этом совмещая излучение часового лазера с облаком атомов. Поляризация решётки в области взаимодействия с облаком атомов может быть сонаправлена с магнитным полем ($\Theta = 0$) или перпендикулярна ему ($\Theta = \pi/2$).

Для повышения точности при каждом значении длины волны мы провели измерения при 4 значениях мощности оптической решётки. Кроме

погрешности измерения каждой точки, эти измерения позволили точнее определить частоту часового перехода, не смещённую мощным излучением оптической решётки. Зависимости частоты от мощности для длин волн вблизи магической длины волны показаны на рис. 2.8. Поскольку сдвиг и уширение линии поглощения часового перехода минимальны вблизи магической длины волны, именно эта область использовалась для определения несмещённой частоты.

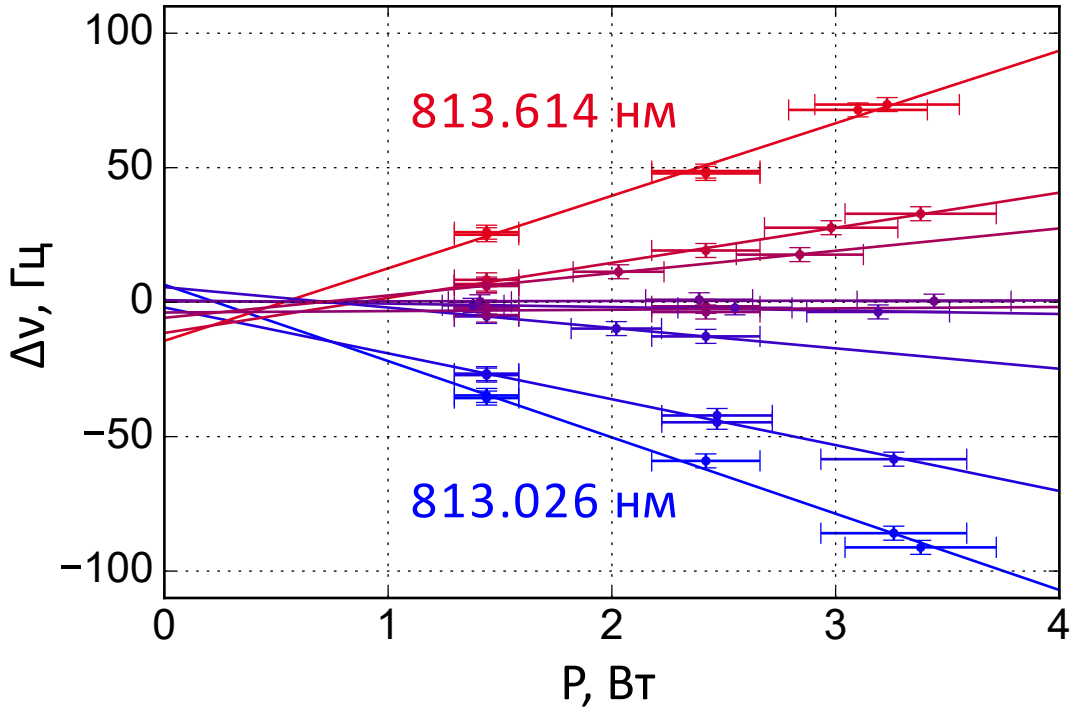


Рисунок 2.8 — Измерение сдвига частоты $\Delta\nu$ часового перехода в зависимости от мощности P оптической решётки и от её длины волны. Сплошные линии представляют собой линейную аппроксимацию зависимости сдвига частоты от мощности. Погрешность мощности связана с точностью калибровки фотодиода.

Был получен результат, уточняющий положение магической длины $\lambda_{m2} = 813.320(6)$ нм. На рис. 2.9 изображены экспериментальные данные с аппроксимацией, аналогичной предыдущему разделу 2.3.2.

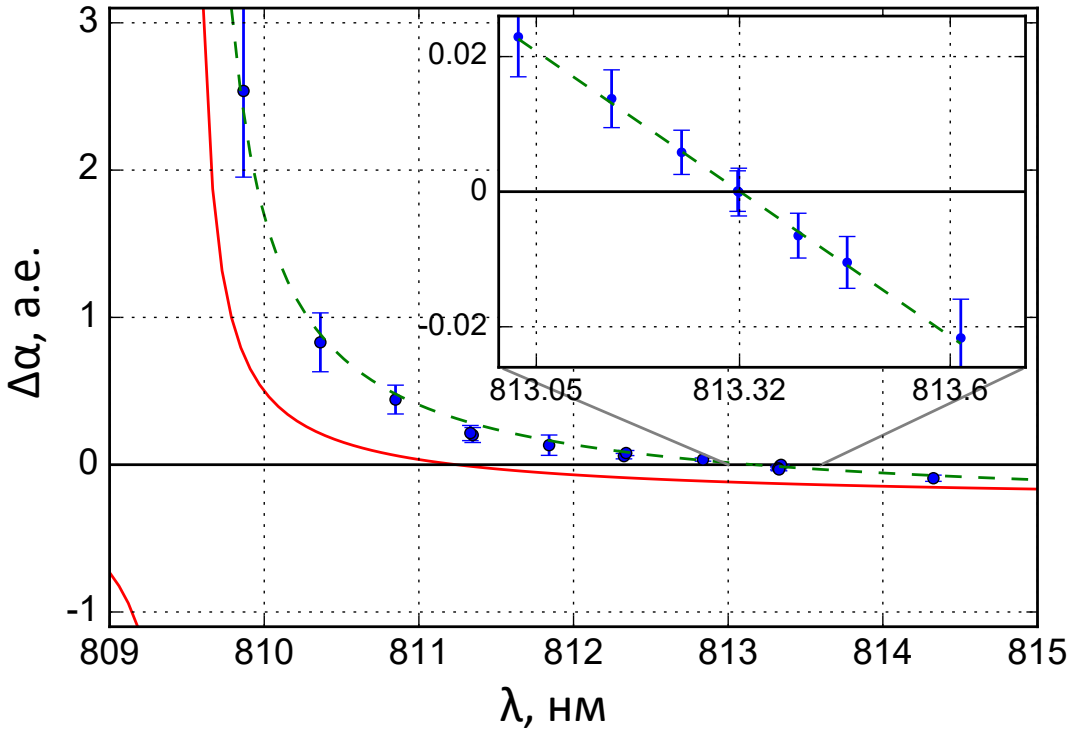


Рисунок 2.9 — Спектр дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода. Точками обозначены экспериментальные данные, пунктирной линией — теоретическая аппроксимация. Сплошной линией обозначена теоретическая оценка без свободных параметров. На вставке в большем масштабе представлена области вблизи магической длины волны.

2.3.6 Определение дифференциальных скалярной и тензорной поляризуемости

Для измерения отдельно скалярной и тензорной поляризуемостей мы воспользовались измерениями поляризуемости для углов $\Theta = 0$ и $\Theta = \pi/2$. Соответствующие схемы эксперимента представлены на рис. 2.7а и 2.7б соответственно. Из формулы (2.10) имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha^s &= \frac{1}{3}\Delta\alpha(\Theta = 0) + \frac{2}{3}\Delta\alpha(\Theta = \frac{\pi}{2}) \\ \Delta\alpha^t &= \frac{2}{3}\Delta\alpha(\Theta = 0) - \frac{2}{3}\Delta\alpha(\Theta = \frac{\pi}{2})\,. \end{aligned} \tag{2.23}$$

Кроме того, для увеличения точности экстраполяции результатов в инфракрасную область, помимо доступного лазером на кристалле титан-сапфира диапазона была добавлена точка на 1064 нм. Для этого использовался волоконный лазер фирмы AzureLight, мощность которого достигает

10 Вт. Для отдельной точки 1064 нм использовался несколько отличный метод измерения поляризуемости. Оптическая решётка формировалась на длине волны, близкой к магической, для исключения её влияния на сдвиг частоты. Затем излучение 1064 нм фокусировалось на облако атомов, вызывая сдвиг частоты. Поскольку излучение 1064 нм не используется здесь для удержания атомов, его можно было включать/выключать для регистрации сдвига частоты. Схема эксперимента представлена на рис. 2.10. На рис. 2.11а изображены результаты измерений в диапазоне 810 – 860 нм вместе с отдельной точкой 1064 нм. Воспользовавшись соотношениями (2.23), мы получаем результаты, представленные на рис. 2.11б.

Отметим, что каждая из точек на представленных графиках есть результат определения угла наклона по 4 точкам (подобно графику 2.8), каждая из которых есть результат определения центра линии по 20 – 30 точкам (подобно графику 1.7), для каждой из которых было сделано 5 – 9 усреднений фотографий облака атомов, получаемых с периодом примерно в 1 секунду. За это время частота высокодобротного резонатора часового лазера может заметно измениться из-за линейного дрейфа. Этот эффект здесь учитывался, подробнее об этом в разделе о стабильности лазера 3.1.3.

Отметим, что для случая $\Theta = \pi/2$ влияния излучения 1064 нм на частоту часового перехода замечено не было, с точностью лучше ≈ 3 Гц. Это говорит о том, что для $\Theta = \pi/2$ магическая длина волны может оказаться вблизи 1064 нм. Угол наклона спектра поляризуемости в точке пересечения с осью абсцисс (рис. 2.11а) довольно мал даже по сравнению с магической длиной волны 813.320(6) нм. В связи с этим в будущем после более детальных исследований возможно использование “почти магической” длины волны 1064 нм, для которой существует множество лазерных источников на рынке.

2.3.7 Определение статической дифференциальной поляризуемости

В разделе 2.3.2 была описана аппроксимация экспериментальных данных теорией. Теоретическая модель поляризуемости здесь представляет из

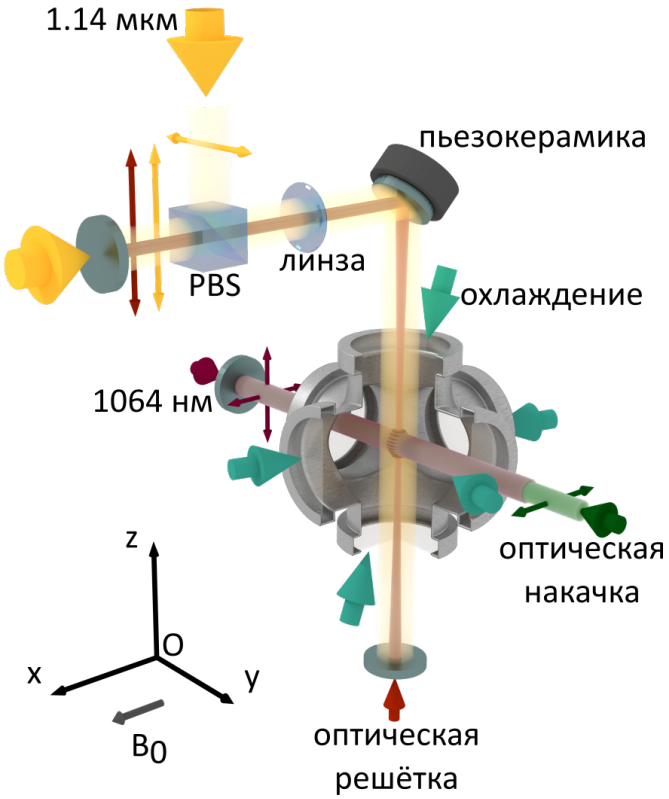


Рисунок 2.10 — Схема установки по измерению дифференциальной поляризуемости на длине волны 1064 нм. PBS — поляризационный разделитель пучка, который выделяет поляризацию оптической решётки, при этом совмещая излучение часового лазера с облаком атомов. Поляризация решётки в области взаимодействия с облаком атомов сонаправлена с магнитным полем. Поляризация излучения 1064 нм задавалась независимо, на схеме изображены оба варианта $\Theta = 0$ и $\Theta = \pi/2$.

себя сумму вкладов в поляризуемость от всех уровней атома, дипольно связанных с уровнями часового перехода. Каждый такой дипольный переход привносит резонанс в спектр поляризуемостей подобно трём переходам в области длин волн 900 – 1000 нм на рис. 2.11. Слабые переходы влияют на поляризуемость вблизи своей частоты и почти не вносят вклада в остальной спектр. Переходы в области длин волн 900 – 1000 нм — как раз такие слабые переходы. Экспериментально их вероятности не известны, но теоретические расчёты с помощью пакета COWAN дают примерную оценку.

Сплошные линии на рис. 2.11 — результат расчёта поляризуемости, если в качестве вероятностей всех переходов в области $\lambda > 800$ нм использовать те, что получены пакетом COWAN (включая известную вероятность для перехода 806.5 нм). Стоит заметить, что положения переходов были взя-

ты не из расчётов COWAN, поскольку энергии атомных уровней известны достаточно хорошо [55]. В результате расчёты поляризуемостей исходя из вероятностей переходов, полученных из пакета COWAN, довольно неплохо согласуются с экспериментом. Небольшое отклонение вносит значительную ошибку в значение магических длин волн в связи с малым углом наклона зависимости, но сами значения поляризуемостей оказываются близки к экспериментальным, причём они действительно малы. Статические дифференциальные поляризуемости оказываются равны $\Delta\alpha^s(0) = -0.062$ а.е. и $\Delta\alpha^t(0) = -0.092$ а.е. из этих расчётов.

Воспользуемся аппроксимацией четырьмя свободными параметрами: вероятности переходов 806.9 нм и 809.5 нм, и постоянные добавки к скалярной и тензорной поляризуемости, подобно α_0 в формуле (2.20). В результате получаем пунктирную линию на рис. 2.11. Экстраполяция поляризуемостей в длинноволновую область даёт значения $\Delta\alpha^s(0) = -0.063$ а.е. и $\Delta\alpha^t(0) = -0.17$ а.е.. Отметим, что значение скалярной поляризуемости практически совпало с расчётами.

Оценим погрешность, с которой полученные экспериментальные данные позволяют определить статические поляризуемости. При аппроксимации основная погрешность возникает при определении двух постоянных добавок к скалярной и тензорной составляющей. Эти слагаемые добавлены в модель аппроксимации для корректировки вклада в поляризуемость всех уровней вне исследуемого диапазона. Как было отмечено на рис. 2.5, теоретически вклад всех этих ровней в поляризуемость представляет из себя постоянную величину в исследуемом диапазоне. Погрешность определения обоих описанных слагаемых составила 0.025 а.е. Это вносит основной вклад в суммарную погрешность (табл. 3).

Неизвестные экспериментально вероятности переходов в области $>$ 900 нм могут вносить неопределённость в результат. Для оценки этой погрешности мы сравнили спектр поляризуемостей в случае, если эти вероятности отличаются в 2 раза (больше или меньше) от посчитанных. Этот вклад оказался на уровне 0.01 а.е., что заметно меньше погрешности, связанной с данными в диапазоне 810 – 860 нм.

Схема эксперимента с использованием 1064 нм отличается от схемы исследования спектра в диапазоне 800–860 нм, поэтому связанная с ней

погрешность вынесена отдельно, как и погрешность, связанная с неправильным выставлением угла поляризации.

Результирующая погрешность посчитана в таблице 3 и составляет 0.03 а.е. В следующей главе нам понадобится значение статической поляризуемости, поэтому ещё раз приведём его здесь:

$$\Delta\alpha^s(0) = -0.063(30)\,\text{а.е.} \tag{2.24}$$

$$\Delta\alpha^t(0) = -0.170(30)\,\text{а.е.} \tag{2.25}$$

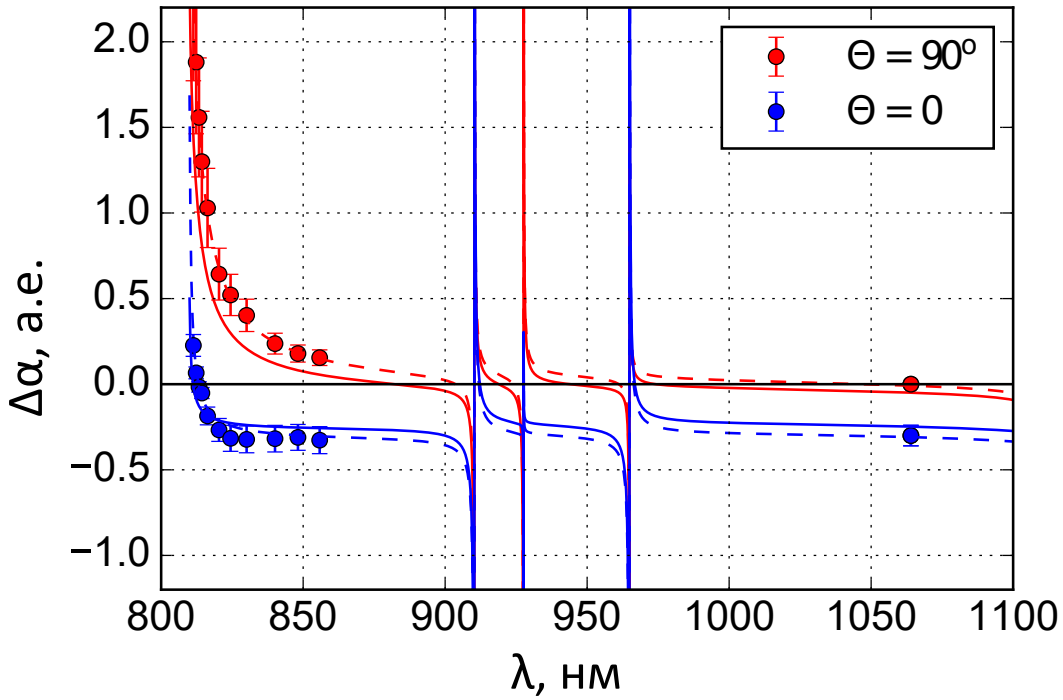
Источник погрешности	Погрешность, а.е.
Данные в диапазоне 810 – 860 нм	0.025
Данные для 1064 нм	0.0014
Юстировка угла Θ	0.002
Влияние переходов в области $\lambda > 900$ нм	0.01
Итого	0.03

Таблица 3 — Источники погрешности определения дифференциальной статической поляризуемости.

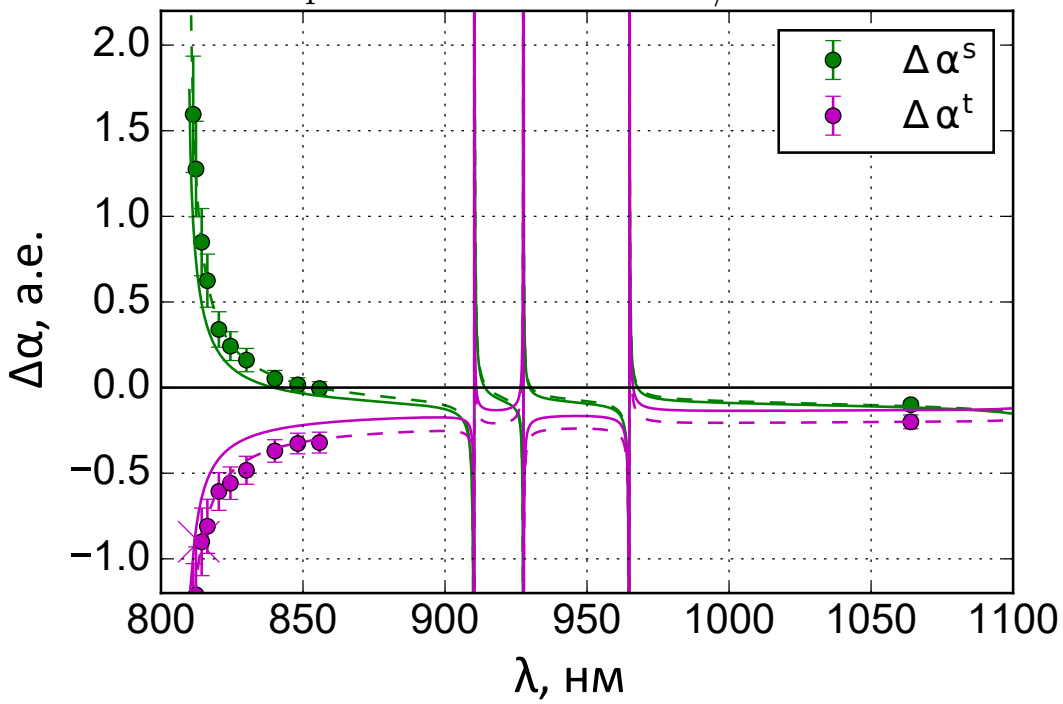
2.4 Основные результаты Главы 2

1. Экспериментально измерен спектр дифференциальной поляризуемости часового перехода в широком диапазоне длин волн 800 – 860 нм.
2. Из аппроксимации спектра теорией получена ранее неизвестная вероятность перехода на длине волны 809.5 нм с часового уровня в атоме тулия $A_{809.5} = 460(70)\,\text{с}^{-1}$.
3. Обнаружены две магические длины волны для часового перехода $\lambda_{m1} = 807.727(18)$ нм и $\lambda_{m2} = 813.320(6)$ нм, произведено сравнение их характеристик, важных для создания оптических часов на атоме тулия. Длина волны λ_{m2} выбрана для дальнейших исследований.

4. Произведена экстраполяция спектра дифференциальной поляризуемости в инфракрасную область и тем самым определена статическая скалярная дифференциальная поляризуемость $\Delta\alpha^s(0) = -0.063(30)$ а.е..



а) Спектры дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода для углов между магнитным полем и поляризацией оптической решётки $\Theta = 0$ и $\Theta = \pi/2$.



б) Спектры дифференциальных динамических скалярной и тензорной поляризуемостей часового перехода. Крестом в нижнем левом углу обозначено измеренное в разделе 2.3.4 значение тензорной поляризуемости $\Delta\alpha^t(813.32) = -0.9(2)$ а.е.

Рисунок 2.11 — Спектры поляризуемости в диапазоне 810 – 860 нм и 1064 нм. Точками обозначены экспериментальные данные, пунктирной линией — теоретическая аппроксимация. Сплошной линией обозначена теоретическая оценка без свободных параметров.

Глава 3. Частота часового перехода

Создание репера частоты требует тщательного учёта всевозможных сдвигов частоты часового перехода. Для каждого источника сдвига частоты требуется либо его компенсация на этапе разработки экспериментальной установки, либо определение величины сдвига с достаточной точностью во время измерения. Все эти усилия подкрепляются возможностью перевода стабильности и точности оптической частоты в радиодиапазон, в котором существует возможность измерения частоты. За создание надёжного способа такого перевода (фемтосекундной гребёнки частот [63]) Теодор Хенш и Джон Холл получили Нобелевскую премию по физике в 2005 году. В этой главе описано измерение частоты часового перехода в атоме тулия с использованием фемтосекундной гребёнки частот с учётом всех значимых источников сдвига частоты, а также их вклад в разрабатываемые оптические часы.

3.1 Измерение частоты

3.1.1 Дисперсия Аллана

Понятие дисперсии Аллана, или Аллановской дисперсии, будет использовано достаточно часто в этой главе, поэтому дадим его определение. Положим, что у нас есть величина $y(t)$, которая изменяется со временем (в качестве этой величины мы будем рассматривать измерения частоты). Для величины $y(t)$ введём понятие M-выборочной дисперсии для времени усреднения τ и периода наблюдения $T \geqslant \tau$:

$$\sigma_y^2(M,T,\tau) = \frac{1}{M-1}\sum_{i=0}^{M-1}\left(\frac{1}{\tau}\int_{t_i}^{t_i+\tau} y dt - \frac{1}{M}\sum_{j=0}^{M-1}\frac{1}{\tau}\int_{t_j}^{t_j+\tau} y dt\right)^2 . \qquad (3.1)$$

Стандартное определение статистической дисперсии говорит нам об отклонениях от среднего на всём времени усреднения MT. M-выборочная дисперсия хранит в себе информацию о дисперсии усреднёной величины. В отличии от стандартной дисперсии, эта величина учитывает возможные корреляции случайной величины на исследуемых интервалах времени. Аллановской дисперсией называется величина $\sigma_y^2(\tau) = \sigma_y^2(2,\tau,\tau)$. Как функция времени, эта величина хранит информацию о шумах системы. Определённые шумы можно устранить простым усреднением. Однако, простое усреднение начнёт давать большую ошибку в присутсвии случайных блужданий величины. Зависимость дисперсии Аллана от времени даёт ответ на вопрос о том, какое время разумно усреднять величину для получения наиболее точных результатов.

В наших экспериментах усреднение частоты проводилось и записывалось на коротких временах усреднения $\tau \sim 0.1\,\text{с}$ в течение длительного времени, и затем для бóльших значений τ восстанавливалось уже после измерений. Это экономит время, позволяя за один эксперимент провести измерения диспрерсии Аллана для набора τ, кратных самому короткому времени усреднения.

Корень из дисперсии Аллана называется отклонением Аллана. Именно отклонение Аллана имеют в виду, когда говорят о стабильности оптических часов. Зависимость отклонения Аллана от времени быстрее ($\tau \approx 1\,\text{час}$) опускается до уровня 10^{-18} в передовых оптических часах на нейтральных атомах в оптических решётках, чем в случае часов на одиночных ионах. Суммарная неточность определения вкладов различных эффектов окружения в значение частоты перехода часто находится на том же уровне, что и минимум функции $\sigma(\tau)$. Связано это с тем, что вклад окружения измеряется экспериментально. Чтобы заметить изменение частоты перехода с изменением внешних факторов, необходимо усреднять сигнал, и эффективность такого усреднения как раз определяется отклонением Аллана.

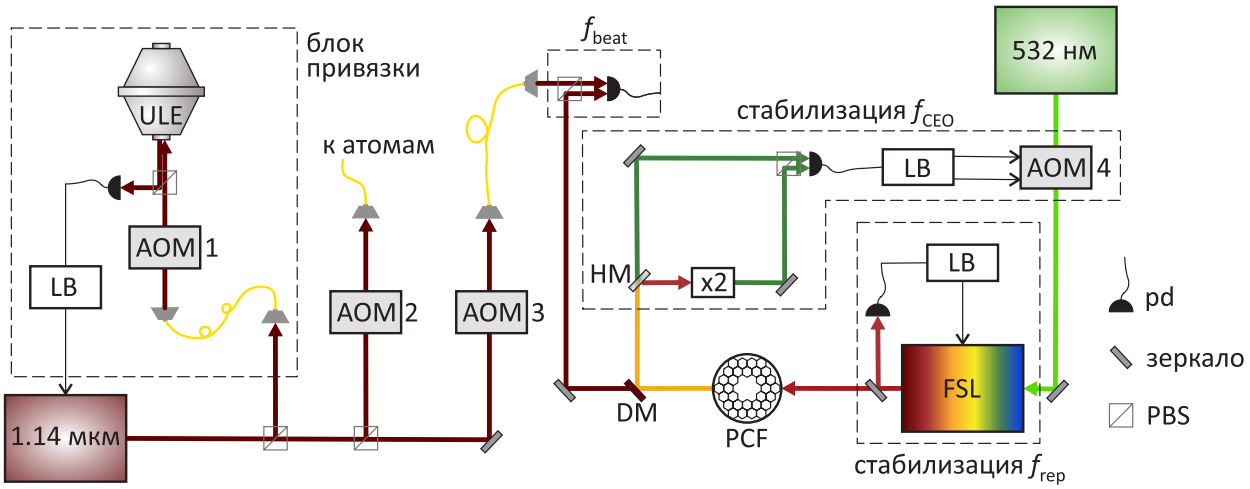
3.1.2 Фемтосекундная гребенка

Основным инструментом для определения частоты часового лазера является фемтосекундная гребёнка частот. В основу экспериментальной установки положен фемтосекундный титан-сапфировый лазер GigaJet 30S с длительностью импульсов 14.5 фс и частотой повторения ≈ 980 МГц, центральная длина волны 814 нм. Накачка осуществляется лазером Coherent Verdi V5 с мощностью ~ 5 Вт на длине волны 532 нм. Частота повторений стабилизирована по генератору Rohde&Schwarz SLM 03 (LB в блоке стабилизации f_{rep} на рис. 3.1). Стабильность работы генератора сверяется по пассивному водородному мазеру Время-Ч Ч1–1006. Заявленная производителем стабильность работы мазера на коротких временах определяется отклонением Аллана $7 \times 10^{-13}/\sqrt{\tau[\text{сек}]}$. Мазер калибруется по системе ГЛОНАСС с относительной погрешностью 10^{-13} с помощью Время-Ч ВЧ-313. Спектр частот на выходе из фемтосекундного лазера представляет из себя серию равноудалённых мод (рис. 3.1):

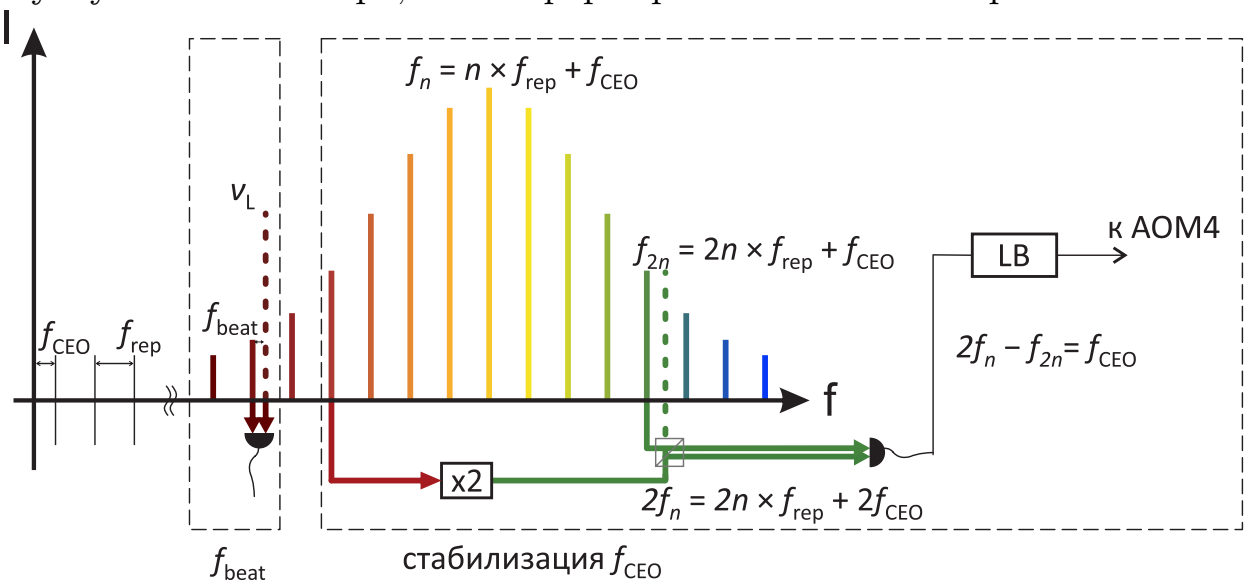
$$\nu_n = n \times f_{\text{rep}} + f_{\text{CEO}}\,, \tag{3.2}$$

где f_{rep} — уже стабилизированная частота повторений, а f_{CEO} — общий сдвиг, возникающий из-за разности групповой и фазовой скоростей фемтосекундного импульса лазера. Без стабилизации этого слагаемого серия равноотстоящих мод может свободно сдвигаться в пространстве частот.

Для стабилизации частоты f_{CEO} используется так называемый метод $f - 2f$ интерферометра. Для этого спектр излучения гребёнки в нелинейном фотонно-кристаллическом оптическом волокне SCG-800 фирмы NKT Photonics уширяется до одной октавы (покрывает отрезок $[\nu; 2\nu]$ для некоторой частоты ν). Как показано на рис. 3.1, спектр разделяется зеркалом НМ, отражающим лишь низкочастотную его часть, которая затем удваивается в нелинейном кристалле. Излучение удвоенной частоты низкочастотной части спектра и высокочастотной сбиваются на фотодиоде, где наблюдается интерференция в виде сигнала биений. Все частоты $2f_n$ отличаются от f_{2n} ровно на $2f_n - f_{2n} = f_{\text{CEO}}$, в результате чего сигнал биений имеет такую частоту $|f_{\text{CEO}}| < f_{\text{rep}}$. Эту частоту можно контролировать, изменяя мощность накачивающего лазера с помощью AOM-4. Используя генератор SRS



а) Экспериментальная установка для измерения частоты часового лазера с помощью фемтосекундной гребёнки частот. Подробное описание отдельных компонент приведено в тексте. PBS — поляризационный разделитель пучка, pd — фотодиод, HM — зеркало, отражающее низкочастотную часть спектра, DM — зеркало, пропускающее лишь узкую часть спектра, LB — формирование сигнала обратной связи.



б) Спектр фемтосекундной гребёнки частот, метод его стабилизации и получение сигнала биений с часовым лазером.

Рисунок 3.1 —

SG382 и смеситель частот, мы смещали эту частоту к $\approx$ 10 МГц. Полученный сигнал стабилизировался с помощью фазового детектора и сигнала 10 МГц, идущего от мазера. Таким образом, весь спектр гребёнки частот стабилизируется с использованием мазера, который постоянно калибруется по системе ГЛОНАСС.

Для измерения частоты часового лазера его излучение заводится через AOM3 в оптическое волокно и сбивается с излучением гребёнки на фотодиоде (рис. 3.1). В результате частота часового лазера ν_{L} определяется как:

$$\nu_{\mathrm{L}} = n \times f_{\mathrm{rep}} \pm f_{\mathrm{CEO}} \pm f_{\mathrm{beat}}\,, \tag{3.3}$$

где f_{beat} — частота биений часового лазера с гребёнкой. Все частоты f_{beat}, f_{CEO} измеряются с помощью счётчика K+K Messtechnik FX80, который калибруется с помощью мазера. Для определения знаков $\pm$ и натурального числа n мы слегка меняем f_{rep} и замечаем, в какую сторону и на какую величину изменяются значения f_{beat} и f_{CEO} (при этом частота лазера ν_{L} остаётся неизменной).

3.1.3 Стабилизация часового лазера

Для стабилизациии частоты излучения часового лазера используется метод Паунда-Древера-Холла [64; 65]. Мы использовали резонатор длиной 75 мм. Резонатор состоит из монолитного тела с полостью внутри для прохождения излучения и двух зеркал и помещён в вакуумную камеру. Тело резонатора изготовлено из стекла ULE, у которого согласно поставщику при определённой температуре выше комнатной коэффициент линейного температурного расширения обращается в ноль (действительно, эта температура оказалась $T_0 = 32.1(1)\,^{\circ}\mathrm{C}$). К телу резонатора на оптический контакт прикреплены пара зеркал с диэлетрическим покрытием на подложке из SiO_2. Покрытие зеркал обеспечивает высокую резкость резонатора, а значит, узкую спектральную линию излучения стабилизированного лазера. Для изменения частоты лазера относительно моды резонатора используется AOM-1 (рис. 3.1). Мы модулируем ток лазера на частоте ~ 20 МГц, получаем модуляцию амплитуды сигнала, отражённого от резонатора на фотодиод, и затем сформированный сигнал ошибки направляем в качестве слагаемого на модуляционный вход тока лазера (рис. 3.1). Полоса обратной связи оценивается как 100 – 1000 кГц, в то время как ширина нестабилизированного лазера $<$ 1 МГц.

Излучение стабилизированного лазера направляется по оптоволокну к атомам в вакуумной камере через двухпроходной AOM-2 в -1 порядке и к измерениям частоты через $+1$ порядок AOM-3.

Полученные в разделе 1.5.5 контуры линии поглощения свидетельствуют о том, что ширина спектра лазера меньше 10 Гц. Для получения более конкретного значения необходимо создание второй аналогичной системы.

3.1.4 Зависимость частоты моды от температуры резонатора

Измерение частоты стабилизированного лазера в зависимости от температуры резонатора позволяет найти температуру, при которой он имеет нулевой коэффициент температурного расширения. В этой точке зависимость имеет нулевую производную (и ненулевую вторую производную в случае резонатора из стекла ULE). Для изначальной грубой оценки положения искомой температуры измерения частоты биений лазерного излучения с гребёнкой проводились с использованием анализатора спектра HAMEG HM5014-2, который не требователен к качеству сигнала, но имеет большую ошибку. Ширина линии сигнала биений составляет примерно 1.2 МГц и позволяет определять центр линии с погрешностью 200 кГц. Для измерений вблизи искомой температуры для большей точности использовался описанный в 3.1.2 счётчик K+K Messtechnik FX80. Результаты представлены на рис. 3.2.

При T_0 флуктуации температуры будут приводить к минимальным флуктуациям частоты, то есть к меньшим значениям дисперсии Аллана.

3.1.5 Линейный дрейф частоты моды резонатора

Резонатор из стекла ULE имеет тот недостаток, что медленно изменяет свою длину с течением времени [66]. Как увидим далее, этот эффект достаточно мал, чтобы влиять на одно измерение частоты в течение одной

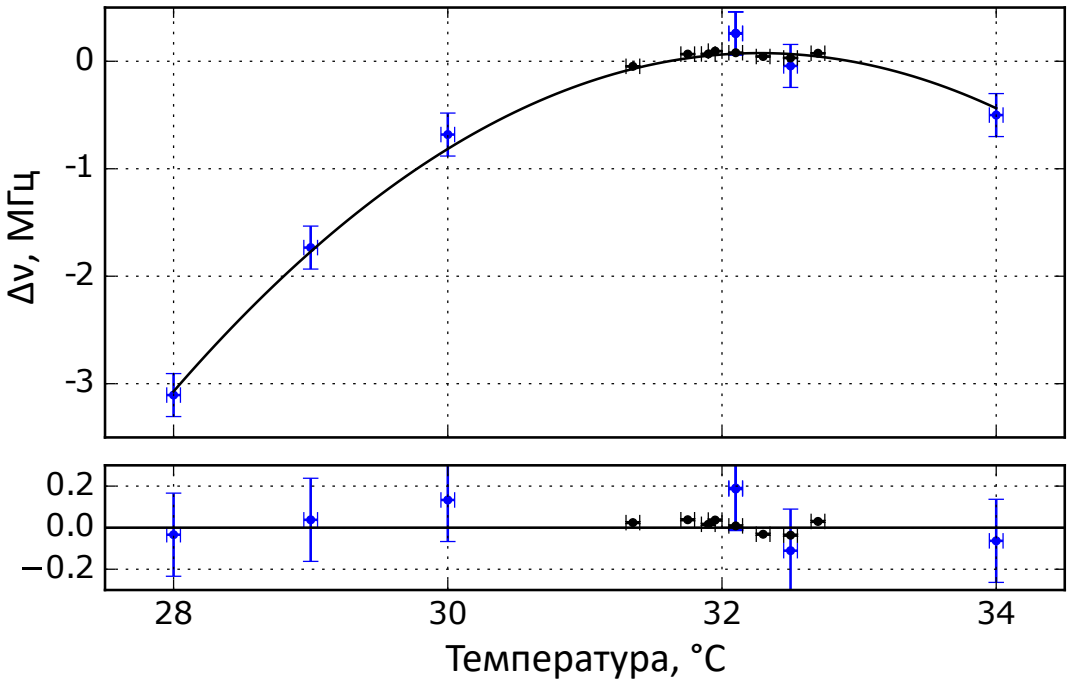


Рисунок 3.2 — Частота моды резонатора ULE в зависимости от его температуры, $\Delta\nu = \nu - 262957711\,\text{МГц}$. Синие точки с большей погрешностью — измерения сигнала биений анализатором спектра. Черные точки вблизи центра параболы — измерения счётчиком. Аппрокисмация параболой даёт точку с нулевой производной $T_0 = 32.1(1)\,^\circ\text{C}$.

минуты, однако при измерениях в течение нескольких часов или даже дней он начинает проявляться. Если проводить измерения частоты несколько раз в течение нескольких дней, это позволит довольно точно определить линейный дрейф частоты (синие точки на рис. 3.3). Линейный дрейф частоты $28.8(3)\,\text{мГц/с}$ можно компенсировать с помощью AOM-1 на рис. 3.1, который работает в $+1$ порядке. Мы добавляем к его частоте $288\,\text{мГц}$ каждые 10 секунд, в результате при постоянной частоте лазера AOM-1 всегда следует за частотой моды резонатора ULE.

Однако, спустя полгода (зелёные точки на рис. 3.3) начинает быть заметен остаточный дрейф частоты $-2.52(2)\,\text{мГц/с}$, который свидетельствует о том, что он не является линейным и замедляется. В связи с этим раз в несколько месяцев необходимо изменять скорость подстройки частоты AOM-1. Это необходимо для того, чтобы не приходилось менять частоту AOM-2, который используется для сканирования часового перехода в атоме тулия (описываемые здесь AOMы соответствуют представленным на рис. 3.1). Подобная компенсация при регулярной калибровке позволяет забыть о

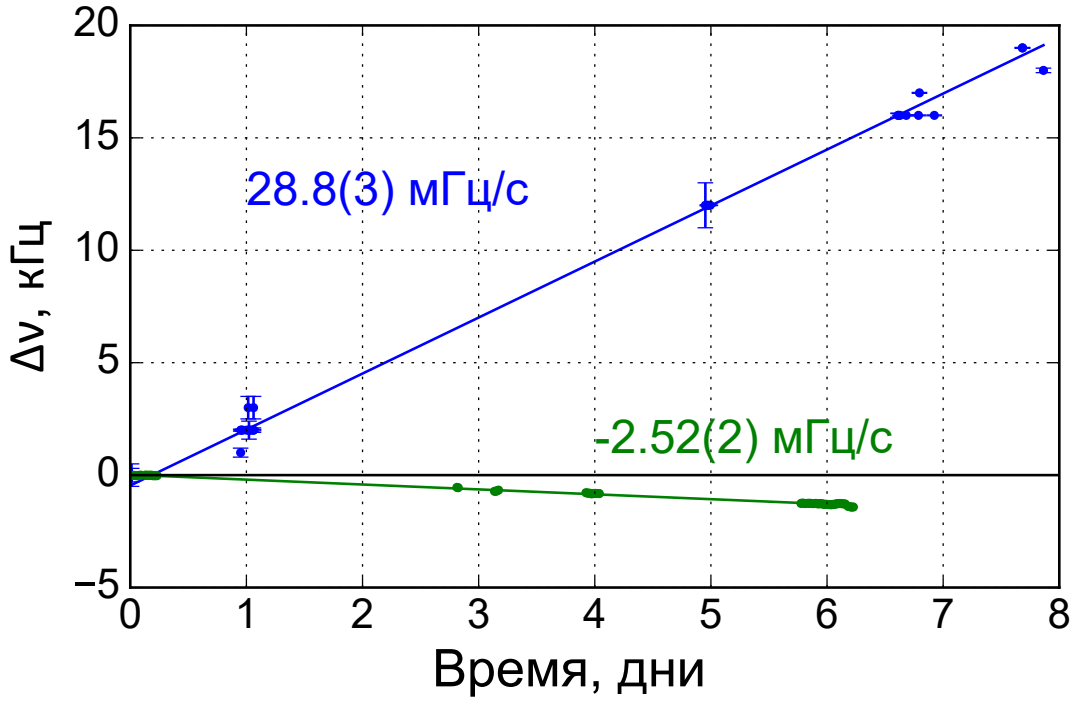


Рисунок 3.3 — Частота лазера, стабилизированного по резонатору ULE, в зависимости от времени. Синие точки и их линейная аппроксимация — изначальное определение величины линейного дрейфа частоты. Зелёные точки и их аппрокисмация — остаточный линейный дрейф спустя полгода.

линейном дрейфе частоты высокодобротного резонатора при исследовании часового перехода в атомах. Тем не менее, при любом измерении частоты перехода следует записывать частоты всех используемых АОМов, поскольку компенсация дрейфа может быть неточной (в частности, если калибровка давно не производилась).

В результате стабильность лазера на временах усреднения более 100 с можно улучшить компенсацией линейного дрейфа частоты, как видно из отклонения Аллана на рис. 3.4. В случае компенсации мы можем при большем времени усреднения $\tau \approx 1000$ с получать меньшее относительное отклонение 3×10^{-14}.

Безусловно, корректное измерение частоты часового перехода в атомах (а не частоты часового лазера) всегда будет приводить к одинаковому результату независимо от компенсации линейного дрейфа резонатора ULE. Однако, в случае компенсации часовой лазер обладает лучшей стабильностью на временах усреднения 100 – 10000 с, что позволяет улучшить точность измерения частоты на порядок величины.

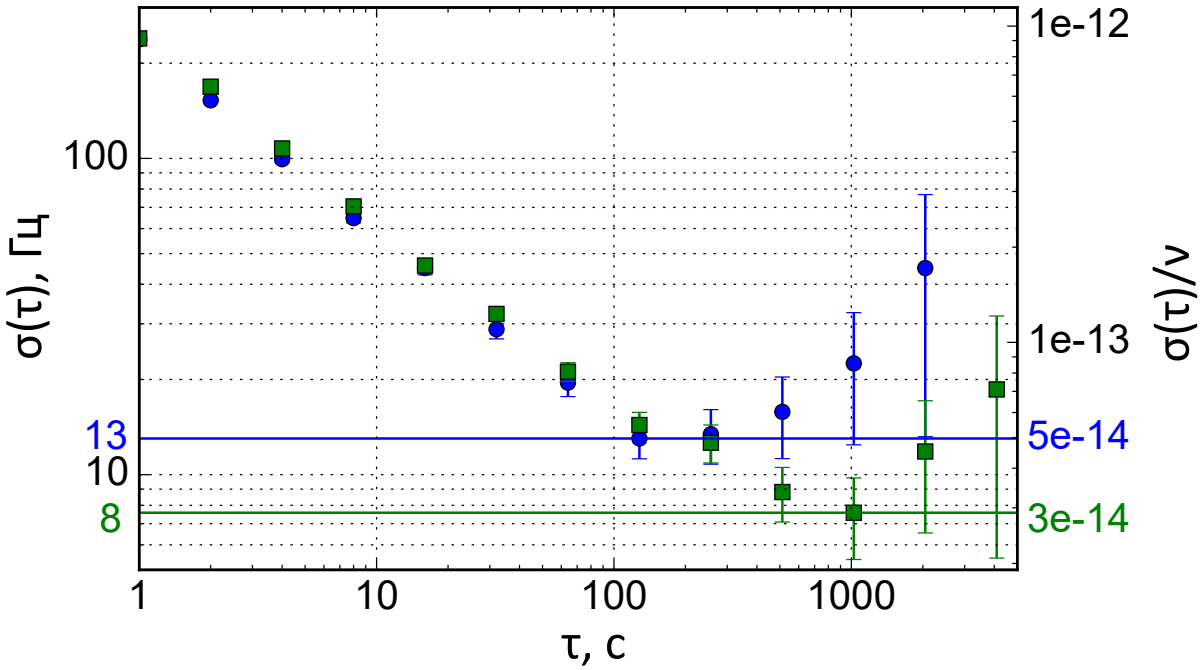


Рисунок 3.4 — Отклонение Аллана для часового лазера в случае компенсации линейного дрейфа резонатора ULE (зелёные точки) и без компенсации (синие точки).

Начальный склон зависимости $\sigma(\tau < 100\,\text{с})$ на рис. 3.4 определяет минимальное значение на времени усреднения $\tau \approx 1000\,\text{с}$ и обусловлен фемтосекундной гребёнкой частот, в частности, водородным мазером согласно его спецификации $7 \times 10^{-13}/\sqrt{\tau[\text{сек}]}$.

В случае прямого сравнения частот с потенциальной второй системой на атомах тулия или с другими оптическими часами через фемтосекундную гребёнку частот можно получить меньшее значение отклонения Аллана, определяемое худшей из систем. При этом следует изменить схему стабилизации частот гребёнки, чтобы избежать использование цезиевого стандарта и системы ГЛОНАСС, по которой сейчас происходит калибровка мазера. Для этого можно использовать одни из сравниваемых часов. В результате таких изменений повышается точность сравнения часов, но исчезает возможность использовать размерность герц, лишь безразмерное отношение частот.

3.1.6 Измерение частоты часового перехода

Для получения меньшего отклонения Аллана частоты лазера на больших временах усреднения требуется стабилизация частоты лазера с использованием часового перехода. Перед этим нам в первую очередь необходимо учесть и правильно контролировать всевозможные источники сдвигов частоты.

Приведём здесь результат измерения частоты перехода с учётом сдвигов, описанных в разделе 3.2. В процессе усреднения сигнала биений часового лазера с фемтосекундной гребёнкой одновременно проводилось измерение контуров линии поглощения часового перехода. В результате мы имеем частоту лазера согласно измерениям по гребёнке и отстройке частоты лазера от атомного перехода, что даёт нам значение:

$$\nu_{4-3} = 262\,954\,938\,269\,213(30)\ \text{Гц} \tag{3.4}$$

Для получения этой величины в течение нескольких часов производились измерения узкого контура спектра поглощения часового перехода (подобно рис. 1.7) при магической длине волны оптической решётки. При этом сигнал биений с гребёнкой записывался непрерывно, насколько это позволяют системы стабилизации частот гребёнки и лазера к высокодобротному резонатору (характерное значение — несколько часов непрерывной работы).

Наилучшим методом измерения частоты перехода была бы стабилизация частоты лазера к атомному переходу, а не сканирование Фурье-ограниченной линии поглощения. Но на данный момент система обратной связи ещё не до конца реализована, поэтому этот метод был невозможен.

3.2 Источники сдвигов частоты

Частота атомного перехода является постоянной величиной, при условии, что атом не подвержен никаким внешним воздействиям. Однако, сам принцип стабилизации частоты по атомному переходу требует возбуждения

перехода, что уже есть внешнее воздействие. В реальности же мы сталкиваемся с гораздо большим количеством внешних факторов, каждый из которых необходимо принимать во внимание. Перечислим наиболее полно все источники сдвигов частоты и будем разбираться с ними по порядку.

1. Мы находимся на планете Земля, которая согласно общей теории относительности вносит гравитационный сдвиг. Гравитационное воздействие других тел много меньше;
2. Облако атомов окружено вакуумной камерой и лабораторией при некоторой температуре. Тепловое излучение — это целый спектр электромагнитных волн, который влияет на электронные уровни атома;
3. В вакуумной камере всегда ненулевое давление. Столкновения с остаточными частицами могут вызывать сдвиг;
4. Необходимо учитывать взаимодействие с другими атомами тулия;
5. Вокруг Земли есть магнитное поле. Кроме того, близость атомов к элементам установки, в том числе катушкам тока, может создавать дополнительное магнитное и электрическое поле в области локализации атомов. Более того, в момент опроса часового перехода магнитное поле прикладывается специально для задания оси квантования магнитных подуровней;
6. В момент возбуждения часовым лазером облако атомов находится в потенциале оптической решётки. Влияние оптической решётки неизбежно;
7. Опрос часового перехода атома — это взаимодействие с импульсом лазерного излучения определённой поляризации, мощности и длительности. Помимо уширений это может привлечь к нерезонансному возбуждению переходов или возбуждению неправильной поляризацией излучения.

Постараемся проанализировать все эти источники сдвигов, но будем помнить основную цель данной главы — измерение частоты часового перехода. Детальный анализ сдвигов и их неопределённостей с точки зрения создания оптического репера частоты был представлен в диссертационной работе [20].При измерении частоты часового перехода были учтены все возможные ошибки, которые могут вносить вклад на уровне итоговой погрешности.

3.2.1 Излучение оптической решётки

В главе 2 приведена теоретическая оценка влияния оптической решётки на частоту часового перехода. Более того, были экспериментально получены некоторые необходимые здесь величины.

Измерение частоты часового перехода происходило при использовании магической длины волны $\lambda_{m2} = 813.32\,\text{нм}$. При этом зависимости от мощности излучения оптической решётки не было замечено с точностью определения центра контура линии поглощения, которая составляет $2.6\,\text{Гц}$.

Сдвиги более высокого порядка по мощности (гиперполяризуемость) составляют менее 10^{-17} относительных единиц при характерных для эксперимента интенсивностях оптической решётки. Данная оценка была проведена согласно формулам раздела 2.2.4 с использованием данных о переходах, полученных с помощью COWAN [17].

Поляризацию излучения оптической решётки необходимо контролировать с высокой точностью, как уже было отмечено в разделе 2.3.4. Изменение угла поляризации с $\Theta = 0$ до $\Theta = \pi/2$ приводит к тому, что магическая длина волны сдвигается на десятки или сотни нанометров, а на исходном значении $813.32\,\text{нм}$ возникает существенный сдвиг частоты в сотни герц, зависящий от мощности. Из эксперимента, результаты которого можно видеть на графике 2.6, вектор поляризации оптической решётки совмещался с осью квантования так, что эффект был меньше точности определения центра линии. Даже при достаточно грубом выставлении угла поляризации магнитным полем с погрешностью $5\,\text{мГс}$, соответствующая погрешность сдвига частоты составляет всего $1.45\,\text{Гц}$.

Для относительной погрешности оптических часов на уровне 10^{-17} необходимо контролировать угол поляризации на уровне $|\Delta\Theta| < 10^{-3}$ при характерных параметрах эксперимента (глубина оптической решётки $100\,\text{E}_{\text{rec}}$, задающее магнитное поле $100\,\text{мГс}$). Данное требование вытекает из зависимости от угла, описанной в разделе 2.3.4, которая была подтверждена и измерена экспериментально.

Из зависимости поляризуемости от длины волны вблизи магической длины волны $813.32\,\text{нм}$ в разделе 2.3.3 был сделан вывод, что для относительной неопределённости частоты часового перехода на уровне лучше

10^{-17} необходима стабилизация частоты оптической решётки с точностью 3 МГц. Это легко осуществляется с помощью измерителя длин волн.

Влияние векторной поляризуемости в данной работе не обсуждается, поскольку рассматривается переход между уровнями с $|m_F = 0\rangle$ и используется линейная поляризация излучения оптической решётки. Любого из этих двух условий достаточно для зануления векторной поляризуемости.

Отметим также, что изменение интенсивности оптической решётки в несколько раз соответствует примерно такому же масштабу изменения концентрации облака атомов. Влияние сдвигов, связанных с взаимодействием атомов, необходимо рассматривать отдельно от сдвигов из-за интенсивности решётки.

3.2.2 Сдвиг Зеемана

Атом в магнитном поле подвержен эффекту Зеемана. Мы используем магнитное поле для задания оси квантования и вынуждены учитывать этот эффект. Теоретический вывод формулы для эффекта Зеемана, а также необходимые g-факторы основного и часового уровней можно найти в работах [67—69]. Атом тулия имеет спин ядра $I = 1/2$, поэтому к нему применима формула Брейта-Раби с заменами ($I \leftrightarrow J$, $\mu_N \leftrightarrow \mu_B$). Для уровня с $F = J \pm 1/2$ сдвиг энергии выглядит следующим образом:

$$E(F = J \pm 1/2, B_0) = -\frac{1}{4}hA + g_J \mu_B B_0 m_F \pm \frac{hA(2J+1)}{4}\sqrt{1 - \frac{4m_F}{2J+1}x + x^2} \tag{3.5}$$

$$x = \frac{2(g_J \mu_B - g_I \mu_N)}{hA(2J+1)} B_0 \tag{3.6}$$

где A — константа сверхтонкого расщепления. В приближении малых полей имеем более простую формулу:

$$E(F = J \pm 1/2, B_0) = -\frac{1}{4}hA + g_F \mu_B B_0 m_F \pm \\ \pm \frac{(g_J \mu_B - g_I \mu_N)^2 B_0^2}{2A(2J+1)} \left(1 - \frac{m_F^2}{(2J+1)^2}\right) \quad (3.7)$$

Подобную зависимость энергии от магнитного поля имеют часовой и основной уровень. Отсюда получаем сдвиг частоты как разницу между ними:

$$h\Delta\nu_{m_F \to m_{F'}}(F = J \pm 1/2, B_0) = (g_{F'} m_{F'} - g_F m_F)\mu_B B_0 \pm \\ \pm \left[\frac{(g_{J'} \mu_B - g_I \mu_N)^2}{2A(2J'+1)} \left(1 - \frac{m_{F'}^2}{(2J'+1)^2}\right) - \frac{(g_J \mu_B - g_I \mu_N)^2}{2A(2J+1)} \left(1 - \frac{m_F^2}{(2J+1)^2}\right)\right] B_0^2 \quad (3.8)$$

Если рассматривать атомы в состоянии $|F = 4, m_F = 0\rangle$, то в случае π- и $\sigma^{\pm}$-поляризации излучения часового лазера мы имеем следующие сдвиги частот:

$$\nu_{0 \to 0} = 257.2\,\text{Гц}/\text{Гс}^2 \times B_0^2 \\ \nu_{0 \to \pm 1} = \pm 0.9972\,\text{МГц}/\text{Гс} \times B_0 \quad (3.9)$$

Мы использовали линейный эффект Зеемана для калибровки катушек, создающих магнитное поле. Например, используемое в эксперименте поле 225 мГс создаёт сдвиг частоты в сотни кГц. Переходы $|F = 4, m_F = 0\rangle \to |F' = 3, m_{F'} = \pm 1\rangle$ имеют уширение и сдвиг из-за дифференциальной поляризуемости и мощности оптической решётки (магическая длина волны является магической только для перехода $|F = 4, m_F = 0\rangle \to |F' = 3, m_{F'} = 0\rangle$). Однако в разнице сдвигов частот между ними влияние оптической решётки сокращается (по крайней мере в первом приближении), и разница зависит только от линейного эффекта Зеемана. Линейный сдвиг Зеемана составлял 100 – 700 кГц, а смещения определялись с точностью 0.5 кГц.

С помощью откалиброванной катушки тока был измерен квадратичный эффект Зеемана, результаты представлены на рис. 3.5. Экспериментальный коэффициент несколько отличается от теоретического и равен $\beta = 258.3(3)\,\text{Гц}/\text{Гс}^2$.

В результате сдвиг частоты из-за эффекта Зеемана при задающем магнитном поле 225 мГс равняется $+13.02(12)$ Гц. Погрешность здесь состоит

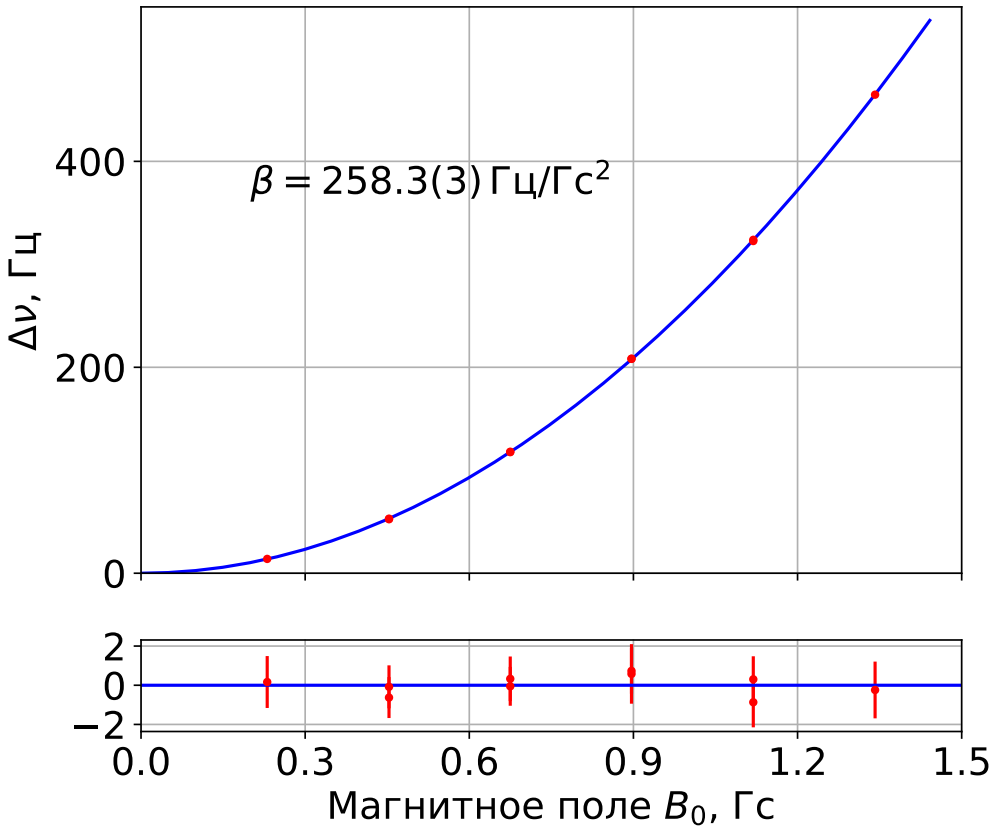


Рисунок 3.5 — Измерение квадратичного эффекта Зеемана. Сдвиг частоты $\Delta\nu$ часового перехода в зависимости от магнитного поля (сверху), а также отклонения эксперимента от квадратичной аппроксимации $\Delta\nu = \beta B_0^2$ (снизу).

из двух вкладов. Во-первых, расхождение между теоретическим и экспериментальным коэффициентом квадратичного эффекта Зеемана дают вклад 0.05 Гц (причины расхождения пока не выявлены, повторного эксперимента пока не проводилось). Во-вторых, неточность калибровки магнитного поля составляет 0.4%, что приводит к погрешности 0.11 Гц из-за квадратичной зависимости сдвига от магнитного поля.

Отметим, что при создании репера частоты этот эффект может вносить значительную ошибку. Для создания оптических часов с относительной неточностью на уровне 10^{-17} необходима стабилизация магнитного поля на уровне 0.02 мГс. Это может оказаться трудоёмкой технической задачей. Хорошим решением этой проблемы может стать использование часового перехода для подавления эффектов магнитного поля, подобно тому, как в часах на атомах стронция компенсируется линейный эффект Зеемана.

Для компенсации сдвига планируется использовать схему попеременного измерения частоты различных сверхтонких переходов с последующим усреднением. Дело в том, что для перехода $|F = 3,m_F = 0\rangle \rightarrow |F' = 2, m_{F'} = 0\rangle$ квадратичный эффект Зеемана имеет противоположный знак по сравнению с $|F = 4,m_F = 0\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 0\rangle$. Это легко видно из формулы (3.8).

Существует несколько переходов, использование которых может перенести населённость атомов на уровень с $F = 3$. Переход на длине волны 418 нм со сверхтонкими компонентами $F = 3,4$ может быть использован для оптической накачки на центральный магнитный подуровень любого из сверхтонких подуровней основного состояния.

В качестве альтернативного решения можно использовать уже имеющееся излучение оптической накачки без перекачивающего излучения (которое как раз возвращает атомы с подуровня $|F = 3\rangle$. Если сделать это после цикла текущей версии оптической накачки, то большая часть атомов останется на центральных магнитных подуровнях двух сверхтонких компонент. В этом случае можно производить спектроскопию обоих часовых переходов одновременно.

Такой приём не только позволит автоматически учитывать сдвиг, связанный с квадратичным эффектом Зеемана, но и избавит от погрешности, связанной с медленными (с частотой 2 Гц и менее) изменениями магнитного поля. Поляризуемости уровней $|J,F = J \pm 1/2,m_F = 0\rangle$ совпадают, что следует из формулы (2.4), поэтому магическая длина волны будет работать одновременно для обоих переходов.

В случае реализации таких оптических часов на синтетической частоте (полусумма частот двух часовых переходов) стабильность и точность должна заметно возрасти по сравнению с использованием одного перехода. Конкретные количественные оценки станут возможны лишь после экспериментальной проверки метода.

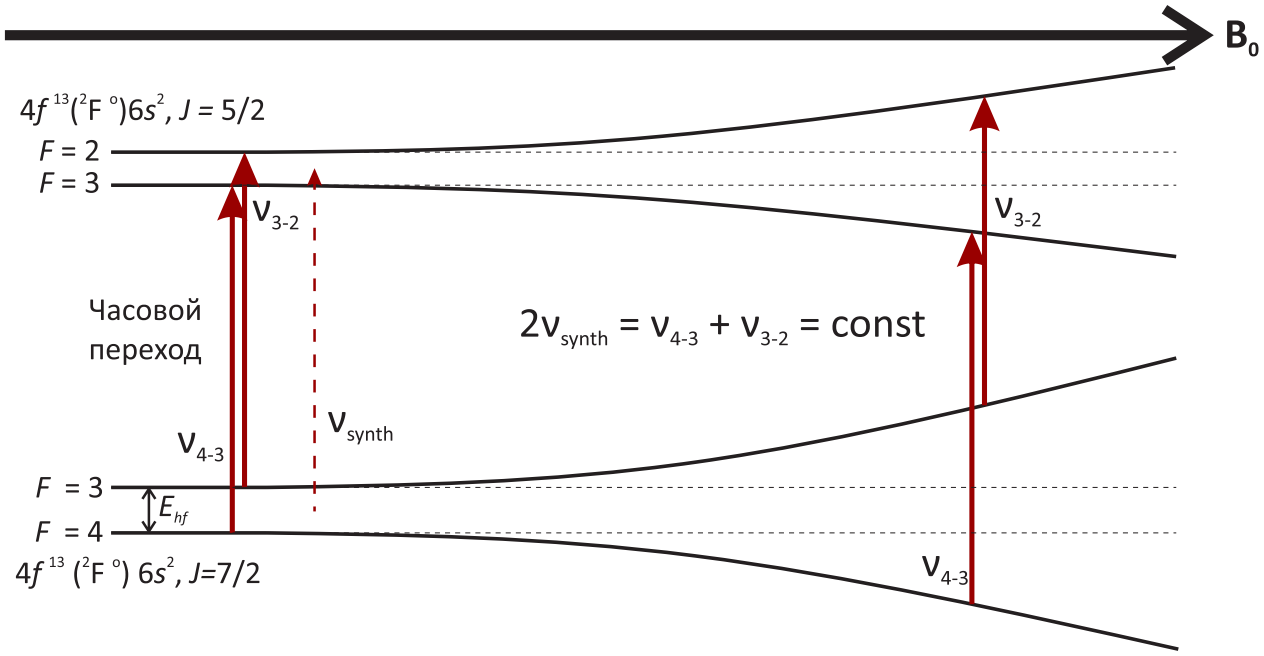


Рисунок 3.6 — Поясняющая иллюстрация к использованию синтетической частоты для компенсации эффекта Зеемана при создании оптического репера частоты. Горизонтальная ось B_0 представляет собой величину магнитного поля, и ниже изображены соответствующие сдвиги энергий рассматриваемых уровней. Полусумма частот ν_{4-3} и ν_{3-2} не зависит от магнитного поля, в то время как их разность пропорциональна квадрату поля.

3.2.3 Поляризуемость на частоте часового перехода

В рамках приближения двухуровневого атома излучение на частоте часового перехода не сдвигает резонансную частоту, присутствует лишь уширение мощностью. На самом деле атом не двухуровневый, и излучение на частоте часового перехода может вызывать сдвиг из-за переходов на других, возможно близких частотах.

В качестве примера рассмотрим режим, когда длительность π-импульса составляет $\tau = 80\,\text{мс}$, а наблюдаемая ширина — $10\,\text{Гц}$. В этом случае частота Раби равняется $\Omega = \pi/\tau \approx 39\,\text{Гц}$, а параметр насыщения $s = \Omega^2/\Gamma^2 \approx 31$, где $\Gamma = 2\pi\gamma$ — вероятность перехода с часового уровня в единицу времени. Соответствующая этому значению s интенсивность выражается через интенсивность насыщения как:

$$I = sI_{sat} = s\hbar c\gamma k^3/3 = 7.7 \times 10^{-9}\,\text{Вт/см}^2\,. \tag{3.10}$$

Независимо от поляризации излучения часового лазера дифференциальная поляризуемость из раздела 2.3.6 строго меньше 1 а.е., и соответствующий сдвиг частоты не превышает 4×10^{-10} Гц.

В разделе 2.3.6 учитывались лишь вклады дипольных переходов в поляризуемость, потому что остальные переходы на порядки слабее. В нашем случае может обнаружиться разрешённый магнито-дипольный переход, хотя и слабый, но близкий по частоте.

Линейная поляризация излучения возбуждает часовой переход $|F = 4, m_F = 0\rangle \;\to\; |F' = 3, m'_F = 0\rangle$. Переход с $|F = 4, m_F = 0\rangle$ на другую сверхтонкую компоненту $|F = 2, m_F = 0\rangle$ запрещён. Аналогично запрещён переход с другой сверхтонкой компоненты основного состояния $|F = 3, m_F = 0\rangle$ на часовой подуровень $|F' = 3, m'_F = 0\rangle$. Больше близлежащих разрешённых переходов нет, причём это верно и для другого перехода при использовании синтетической частоты из предыдущего раздела. Можно заключить, что излучение часового лазера не сдвигает частоту перехода.

Если есть примесь излучения другой поляризации, то это может изменить ситуацию. $\sigma^{\pm}$-поляризация связывает основной уровень часового перехода с $|F = 3', m'_F = \pm 1\rangle$, при этом по частоте эти переходы отстроены лишь благодаря линейному эффекту Зеемана, то есть на величину порядка 100 кГц. Аналогично $|F = 4, m_F = \pm 1\rangle$ уровни основного перехода будут сдвигать положение $|F' = 3, m'_F = 0\rangle$.

Для оценки поляризуемости стоит воспользоваться формулой для конкретного магнитного подуровня из работ [17; 53; 58]:

$$\alpha_{F,m} = \frac{3c^3\hbar^4}{2a_0^3}\frac{2F_u + 1}{(\Delta E)^2}\begin{pmatrix} F_u & 1 & F_d \\ -m-\sigma & \sigma & m \end{pmatrix} \times \frac{A_{F_u \to F_d}}{(\Delta E)^2 - (\hbar\omega)^2}\,, \tag{3.11}$$

где индекс u соответствует верхнему из двух уровней, d — нижнему, а $\sigma = 0, \pm 1$ — поляризация излучения. Характерные параметры эксперимента дают дифференциальную поляризуемость менее 10^5 а.е. для $\sigma^{\pm}$-поляризованного излучения.

Предположим, что чистота поляризация часового излучения настолько плоха, что в круговой поляризации лежит столько же мощности, что и в линейной. Тогда сдвиг частоты составит менее 10^{-4} Гц. С помощью

поляризационного кубика удается получить поляризацию на два порядка величины лучше, а значит и сдвиг частоты будет пренебрежимо мал по сравнению с точностью часов.

3.2.4 Эффекты концентрации атомов

Столкновительные сдвиги и уширения линии безусловно зависят от концентрации. Поскольку единственный стабильный изотоп тулия — бозон, этими эффектами не следует пренебрегать. Для их определения необходимо сравнение частоты перехода при разных концентрациях. Поскольку концентрация атомов растёт с глубиной потенциала оптической решётки, данный эффект может скрываться за зависимостью от интенсивности оптической решётки. В худшем случае это может повлиять на определяемое значение магической длины волны. В нашем эксперименте в случае, когда эффективность перезахвата атомов в решётку падает по каким-либо причинам, не было замечено влияния на частоту часового перехода с точностью определения центра линии порядка 2 – 3 Гц. Использование многомерной (более 1) оптической решётки со средним числом заполнения ячеек менее 1 практически устраняет этот сдвиг.

Электрическое взаимодействие двух нейтральных атомов описывается потенциалом Ван дер Ваальса, в работе [17] соответствующий относительный сдвиг частоты для часового перехода в атоме тулия был оценён как $< 4 \times 10^{-18}$ при межатомном расстоянии 400 нм. Как было показано в диссертации [21], в случае одномерной оптической решётки, используемой в нашем эксперименте, среднее межатомное расстояние составляет ≈ 1.2 мкм, так что сдвигом частоты из-за межатомного взаимодействия можно пренебречь. Этого можно было ожидать ещё из результатов главы 2, где была продемонстрирована низкая чувствительность часового перехода в атоме тулия к электрическим полям.

Атом тулия в основном состоянии обладает магнитным моментом $4\mu_B$ (это связано с большим значением орбитального момента L, что приводит помимо этого и к большим значениям полного электронного J и атомного F моментов). От магнитных атомов стоит ожидать большого

магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Однако мы рассматриваем исключительно переход между центральными магнитными компонентами $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 0\rangle$. Для атомов на подуровнях с $m_F = 0$ магнитное диполь-дипольное взаимодействие равно нулю [17].

3.2.5 Тепловое излучение

В случае температуры окружения 300 K тепловое излучение имеет спектральную плотность энергетической светимости в виде распределения Планка с максимумом в области ≈ 10 мкм согласно закону смещения Вина. Свертка этого спектра с функцией зависимости сдвига частоты от длины волны излучения даст суммарное смещение частоты часового перехода. В диапазоне, где максимален спектр чёрного тела и где набирается основная часть интеграла, в случае атома тулия нет никаких электро-дипольных переходов с основного или часового уровней, в результате чего при оценке сдвига можно использовать значение статической дифференциальной поляризуемости атома. Свёртка с постоянной функцией таким образом представляет собой простой результат в виде закона Стефана-Больцмана:

$$\Delta\nu^{E-BBR} = -\Delta\alpha^s(0)\frac{a_0^3\pi^2 k_B^4}{15c^3\hbar^4}T^4 = 0.60(28)\,\text{мГц} \tag{3.12}$$

где неопределённость возникает из погрешности определения статической дифференциальной поляризуемости (раздел 2.3.6).

Таким образом, относительная величина сдвига частоты при температуре 300 K составила $2.3(1.1) \times 10^{-18}$, что на несколько порядков меньше, чем в случае лучших оптических реперов частоты на других нейтральных атомах (сравнение в таблице 4). Это практически полностью снимает требования на стабилизацию температуры окружения. Для повышения точности оптических часов на атомах стронция или иттербия приходится учитывать тот факт, что поляризуемость не является постоянной величиной — вклад так называемого динамического сдвига излучения чёрного тела. Этот эффект является малой поправкой к статическому сдвигу излучения чёрного тела, который в случае часового перехода в атоме тулия даже при комнатной температуре имеет величину менее мГц.

Элемент	$\Delta\nu^{BBR}, 10^{-17}$
Tm	0.23
Sr [5]	-550
Yb [5]	-270
Hg [70]	-16
Yb^+ [5]	-11
Al^+ [5]	-0.4
Lu^+ [71]	-0.14

Таблица 4 — Сдвиг частоты часовых переходов различных элементов в связи с тепловым излучением при температуре 300 K.

Здесь стоит быть аккуратными и не забывать о магнитной части спектра излучения чёрного тела. Чувствительность часового перехода к статическому магнитному полю значительна, что уже обсуждалось в разделе 3.2.2. Но рассуждения, проведённые выше для электрического поля здесь не совсем применимы, поскольку существуют магнито-дипольные переходы в гораздо более длинноволновой области, чем 10 мкм. Это переходы между компонентами сверхтонкой структуры на частотах 1.5 ГГц и 2.1 ГГц для основного и часового уровней соответственно. Следуя работе [72], запишем вклад магнито-дипольного перехода в сдвиг частоты часового перехода:

$$\Delta\nu^{B-BBR} = -\frac{\omega_0\mu_B^2\mu_0}{2\pi^2\hbar c^3}\int_0^\infty \frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\frac{\omega^3 d\omega}{\exp\frac{\hbar\omega}{kT}-1} = -\frac{\omega_0}{2\pi}\frac{\gamma}{2}\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 f(y)\,, \qquad (3.13)$$

где $T_0 = 300\,\text{K}$, $y = \hbar\omega_0/k_BT$ и

$$\gamma = \frac{\mu_B^2 k_B^2 T_0^2}{6\hbar^3 c^5 \varepsilon_0} = 9.78\times10^{-18}\,, \qquad (3.14)$$

$$f(y) = \frac{6}{\pi^2}\int_0^\infty \frac{1}{y^2-x^2}\frac{x^3 dx}{\exp x - 1}\,. \qquad (3.15)$$

Для переходов между уровнями сверхтонкого расщепления волновые числа крайне маленькие ($0.05\,\text{см}^{-1}$ и $0.07\,\text{см}^{-1}$ для основного и часового уровней), то есть соответствующие $y \ll 1$, а значит $f(y) \approx -1$. Для этих переходов получаем крайне маленький сдвиг порядка 10^{-8} Гц. Следующий по энергии переход — часовой, для которого $y = 42$ и $f(y) = 0.0023$, что даёт незначительный сдвиг $\Delta\nu^{B-BBR} = -3\times10^{-6}$ Гц. Все остальные переходы

выше по энергии, где плотность спектра излучения чёрного тела спадает экспоненциально.

Таким образом, сдвиг частоты в связи с излучением чёрного тела при температуре определяется электрической компонентой и составляет $2.3(1.1) \times 10^{-18}$ относительных единиц. Для поправки к текущему результату измерения частоты часового перехода это не имеет особого отношения, но при создании репера частоты означает, что достаточно самой грубой стабилизации температуры излучения.

Малая статическая поляризуемость также означает низкую чувствительность к внешним статическим электрическим полям.

3.2.6 Гравитационный сдвиг

Спектр атома тулия в некотором гравитационном потенциале испытывает гравитационный сдвиг по сравнению со спектром атома тулия в другом гравитационном потенциале [73]:

$$\Delta\nu = -\nu\frac{\Delta u}{c^2}\,, \tag{3.16}$$

где Δu — разность гравитационных потенциалов для тела единичной массы. В случае, если напряженность гравитационного поля $\vec{g}$ можно считать постоянной на всём расстоянии между двумя точками $\Delta\vec{r}$, можно записать этот сдвиг через ускорение свободного падения:

$$\Delta\nu = -\nu\frac{\vec{g}\Delta\vec{r}}{c^2}\,. \tag{3.17}$$

Часовой переход в атоме тулия показывает правильное время в нашей лаборатории (а точнее, на высоте, где находится облако атомов). При этом частота часового перехода измеряется в герцах, то есть на самом деле измеряется отношение частот часового перехода в тулии к частоте сверхтонкого перехода в атоме цезия. Происходит это через некоторое количество посредников, но в конечном итоге герц (или секунду) определяют атомы цезия, которые находились бы на уровне моря. Для осознания масштаба можно посчитать, на сколько бы отличалась частота перехода, если бы атом тулия

находился на вершине Эвереста: $\Delta\nu = +254\,\text{Гц}$; или на дне Марианской впадины: $\Delta\nu = -316\,\text{Гц}$. Высота Москвы над уровнем моря составляет около $200\,\text{м}$, что приводит к сдвигу примерно $+6\,\text{Гц}$.

Мы этот сдвиг не учитывали, потому что для этого необходимо знать высоту лаборатории с хорошей точностью. Кроме того, точность измерения частоты перехода на текущем этапе заметно превосходит гравитационный сдвиг. В случае сличения работы часов на атоме тулия с другими оптическими часами, расположенными достаточно далеко, а главное на другой высоте, гравитационную составляющую сдвига частоты придётся учитывать.

Чувствительность оптических часов к разности высот в гравитационном потенциале уже используют для геодезии [12], как отмечалось в главе 1. Относительная погрешность часов 10^{-18} позволяет регистрировать изменение высоты всего на 1 см. Интересно, что всего 3 порядка величины отделяет этот результат от того, чтобы начать учитывать разность гравитационного потенциала для атомов в различных ячейках оптической решётки. В работе [74] уже сталкивались с подобной ситуацией, только в случае с градиентом магнитного поля.

3.2.7 Бюджет ошибок

Суммируем все приведённые сдвиги в виде таблицы 5.

Среди перечисленных в таблице условий на данный момент остаются нереализованными только требования к точному определению магической длины волны, магнитным полям и углу поляризации оптической решётки (который тоже связан с магнитными полями). Использование синтетической частоты перехода (раздел 3.2.2) требует дальнейших исследований и может ослабить требования к магнитным полям.

Реализация представленных условий позволит создать оптические часы с относительной погрешностью $< 5 \times 10^{-18}$. Для проверки их работы потребуется сличение со другими часами, способными работать на таком же уровне.

Источник	$\Delta\nu$, мГц	$\delta\nu$, мГц	условия
Длина волны оптической решётки	0	1	$\lvert\Delta\nu\rvert < 3$ МГц, $\lvert\Delta U\rvert/U < 0.1$, $U = 100\,\mathrm{E_{rec}}$
Поляризация оптической решётки	0	1	$\lvert\Delta\Theta\rvert < \mathbf{10^{-3}}$, $U = 100\,\mathrm{E_{rec}}$
Гиперполяризуемость	0	< 0.3	$\lvert\Delta U\rvert/U < 0.1$, $U = 100\,\mathrm{E_{rec}}$
Тепловое излучение при 300 К	-0.6	0.3	$T = 295 \pm 3$ К, неточность из-за измерения $\Delta\alpha^s(0)$
Квадратичный эффект Зеемана	-2572	1	$B = 100 \pm \mathbf{0.02}$ мГс, необходимо точное измерение чувствительности
Квадратичный эффект Зеемана, синтетическая частота	0	<1	$B = 100 \pm \mathbf{0.02}$ мГс, неопределённость зависит от флуктуаций магнитного поля

Таблица 5 — Бюджет ошибок предлагаемых оптических часов на переходе 1.14 мкм в атоме тулия. $\Delta\nu$ — сдвиг частоты, $\delta\nu$ — погрешность его определения. Жирным шрифтом выделены невыполненные на данный момент условия.

3.3 Основные результаты Главы 3

1. Измерена величина линейного дрейфа частоты часового лазера, стабилизированного с помощью высокодобротного резонатора. Компенсация этого линейного сдвига частоты на порядок величины повысила стабильности частоты лазера.
2. Измерена частота часового перехода в атоме тулия, которая составила 262 954 938 269 213(30) Гц.
3. Представлена схема оптических часов на атоме тулия с компенсацией влияния магнитного поля при использовании синтетической частоты перехода.
4. Представлены оценки на параметры установки для создания оптических часов на атоме тулия в оптической решётке с относительной погрешностью 10^{-17}. Оптическая решётка должна формироваться

излучением, частота которого отличается от магической не более чем на 3 МГц. Угол между поляризацией излучения и магнитным полем должен быть выставлен с погрешностью не хуже 10^{-3}. Стабильность магнитного поля должна быть обеспечена на уровне 0.02 мГс. Температуру окружения для заявленной погрешности часов можно не стабилизировать.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Исследован контур линии часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия в режиме Лэмба-Дике. Облако атомов было захвачено в оптическую решётку с глубиной потенциала 20 мкК и более. При этих параметрах для часового перехода параметр Лэмба-Дике не превышал 0.3, что позволило получить контуры линии поглощения часового перехода без уширения Доплера. Минимальная ширина на полувысоте полученного контура равнялась 10 Гц при длительности возбуждения 80 мс, что соответствует ограничению Фурье.
2. Измерены спектры разностных скалярных и тензорных поляризуемостей часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия: длина волны оптической решётки варьировалась в диапазоне 800 – 860 нм, а также отдельно получены значения поляризуемостей для 1064 нм. Поляризуемости определялись по сдвигу частоты часового перехода вследствие эффекта Штарка.
3. Экспериментально найдено положение магической длины волны 813.320(6) нм. Оптическую решётку на этой длине волны можно создать как с помощью титан-сапфирового, так и полупроводникового лазера. Разностная поляризуемость в зависимости от длины волны оптической решётки пересекает в этой точке нулевой уровень под малым углом $-0.075(17)$ а.е./нм, что накладывает достаточно мягкие условия на уровень стабильности этой длины волны — в пределах 10 МГц для обеспечения точности измерения частоты часового перехода лучше 10^{-17}.
4. В результате аппроксимации спектра поляризуемостей часового перехода была получена вероятность в единицу времени дипольного перехода с верхнего уровня часового перехода $\left|4f^{13}(^2\mathrm{F^o})6s^2; J=5/2\right\rangle$ на уровень $\left|4f^{12}(^3\mathrm{F}_4)5d_{3/2}6s^2; J=5/2\right\rangle$ $A_{809.5} = 460(70)\,\mathrm{c}^{-1}$. Основной источник погрешности — экспериментальное значение вероятности близлежащего перехода $A_{806.9} = 7.5(1.1)\times 10^3\,\mathrm{c}^{-1}$.

5. В результате экстраполяции спектра поляризуемостей часового перехода в длинноволновую область был определён сдвиг частоты часового перехода 1.14 мкм вследствие теплового излучения при температуре окружения 300 K. При экстраполяции использовалась теоретическая модель расчета поляризуемостей, в которой варьировались параметры неизвестных переходов в атоме тулия. Была определена статическая скалярная дифференциальная поляризуемость перехода $\Delta\alpha^s(0) = -0.063(30)$ а.е.. Относительный сдвиг частоты, вызванный излучением чёрного тела, составил $2.3(1.1) \times 10^{-18}$. Это на два порядка величины меньше, чем соответствующий сдвиг в передовых реперах частоты на нейтральных атомах. Данный результат открывает возможность создания транспортируемого оптического стандарта частоты с высоким уровнем точности, поскольку требования к стабильности температуры окружения существенно снижены.
6. Произведено измерение частоты часового перехода 1.14 мкм в атоме тулия. Частота перехода составила 262 954 938 269 213(30) Гц. Измерение производилось с помощью оптической гребёнки частот, стабилизированной по водородному мазеру Время-Ч Ч1–1006. Указанная точность ограничена калибровкой мазера по системе ГЛОНАСС. При измерении был учтён квадратичный эффект Зеемана. Эффект Штарка даёт вклад, много меньший заявленной погрешности.

Атомы тулия в оптической решётке могут быть использованы для создания оптических часов с относительной погрешностью на уровне 5×10^{-18}.

В заключение я хотел бы поблагодарить своего научного руководителя Хабарову Ксению Юрьевну и научного консультанта член-корр. РАН, д.ф.-м.н. Колачевского Николая Николаевича за их неоценимую помощь и наставления, зав. Лабораторией оптики активных сред ФИАН проф., д.ф.-м.н. Сорокина Вадима Николаевича за ценные советы и обсуждения, Головизина Артёма Алексеевича и Фёдорову Елену Сергеевну за многолетнюю помощь и передачу опыта, Вишнякову Гульнару Александровну и Сукачёва Дениса Дмитриевича за огромный вклад в развитие проекта и советы, и всех остальных коллег за поддержку и дружественную атмосферу в лаборатории.

Список сокращений и условных обозначений

МОЛ	магнито-оптическая ловушка
АОМ	акусто-оптический модулятор
En	электрический 2^n-польный переход
Mn	магнитный 2^n-польный переход
$\Re$	действительная часть числа
$\Im$	мнимая часть числа
$\mathrm{diag}(a_{11} \dots a_{nn})$	квадратная матрица с диагональными элементами $a_{11} \dots a_{nn}$ и нулевыми недиагональными
$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}$	$3j$-символ Вигнера
$\begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & j_6 \end{Bmatrix}$	$6j$-символ Вигнера
L_n^α	обобщённый полином Лагерра
$\mathrm{sinc}(x)$	$\sin(x)/x$
$\dot{x}$	временна́я производная от x
$\boldsymbol{x}$	$\vec{x}$
c	скорость света, 299792458 м/с
h	постоянная Планка, $6.62607015 \times 10^{-34}$ Дж с
$\hbar$	редуцированная постоянная Планка, $h/2\pi$
k_B	постоянная Больцмана, 1.380649×10^{-23} Дж/К
g	ускорение свободного падения, $9.80665\,\text{м/с}^2$
μ_N	ядерный магнетон, $5.050783699(31) \times 10{-}27$
μ_B	магнетон Бора, $9.274009994(57) \times 10^{-24}$
a_0	радиус Бора, $5.29177210903(80) \times 10^{-11}$ м
μ_0	магнитная постоянная, $1.25663706212(19) \times 10^{-6}\,\text{Н/А}^2$
δ	погрешность или неопределённость величины
λ	длина волны электромагнитного излучения
k	волновой вектор электромагнитного излучения, $2\pi/\lambda$
ω	круговая частота электромагнитного излучения, kc
ν	частота электромагнитного излучения, c/λ
f	частота электромагнитного излучения, обычно в радиодиапазоне

γ	естественная ширина электронного перехода
Γ	вероятность спонтанного распада в единицу времени, $2\pi\gamma$
α	поляризуемость
Ω	частота Раби
η	параметр Лэмба-Дике
μ	магнито-дипольный момент
B	магнитное поле
L	момент электронной оболочки атома
S	спин электронов в атоме
J	электронный момент
I	спин ядра
F	полный момент атома
m_F	проекция полного момента
ρ	матрица плотности
T	температура

Список литературы

1. *Riehle, F.* Frequency standards: basics and applications / F. Riehle. — John Wiley & Sons, 2006.
2. 17e CONFÉRENCE GÉNÉRALE DES POIDS ET MESURES. — 10/1983. — (17). — URL: https://www.bipm.org/utils/common/pdf/CGPM/CGPM17.pdf.
3. Convocation of the General Conference on Weights and Measures. — 11/2018. — (26). — URL: https://www.bipm.org/utils/en/pdf/CGPM/Convocation-2018.pdf.
4. Uncertainty evaluation of the caesium fountain clock PTB-CSF2 / V. Gerginov [и др.] // Metrologia. — 2009. — Т. 47, № 1. — С. 65.
5. Optical atomic clocks / A. D. Ludlow [и др.] // Reviews of Modern Physics. — 2015. — Т. 87, № 2. — С. 637. — URL: https://doi.org/10.1103/RevModPhys.87.637.
6. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10- 18 level / B. Bloom [и др.] // Nature. — 2014. — Т. 506, № 7486. — С. 71.
7. An atomic clock with 10–18 instability / N. Hinkley [и др.] // Science. — 2013. — Т. 341, № 6151. — С. 1215—1218.
8. Frequency Ratio of Two Optical Clock Transitions in Yb+ 171 and Constraints on the Time Variation of Fundamental Constants / R. Godun [и др.] // Physical review letters. — 2014. — Т. 113, № 21. — С. 210801.
9. Frequency comparison of two high-accuracy Al+ optical clocks / C.-w. Chou [и др.] // Physical review letters. — 2010. — Т. 104, № 7. — С. 070802.
10. New limits on coupling of fundamental constants to gravity using Sr 87 optical lattice clocks / S. Blatt [и др.] // Physical Review Letters. — 2008. — Т. 100, № 14. — С. 140801.
11. Two clock transitions in neutral Yb for the highest sensitivity to variations of the fine-structure constant / M. S. Safronova [и др.] // Physical review letters. — 2018. — Т. 120, № 17. — С. 173001.

12. Geodesy and metrology with a transportable optical clock / J. Grotti [и др.] // Nature Physics. — 2018. — Т. 14, № 5. — С. 437.

13. A clock network for geodesy and fundamental science / C. Lisdat [и др.] // Nature communications. — 2016. — Т. 7, № 1. — С. 1—7.

14. *Delehaye, M.* Single-ion, transportable optical atomic clocks / M. Delehaye, C. Lacroûte // Journal of Modern Optics. — 2018. — Т. 65, № 5/6. — С. 622—639.

15. Compact Transportable Optical Standard Based on a Single 171 Yb+ Ion ("YBIS" Project) / I. Semerikov [и др.] // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. — 2018. — Т. 45, № 11. — С. 337—340.

16. Direct detection of the 229 Th nuclear clock transition / L. von der Wense [и др.] // Nature. — 2016. — Т. 533, № 7601. — С. 47.

17. Inner-shell magnetic dipole transition in Tm atoms: A candidate for optical lattice clocks / D. Sukachev [и др.] // Physical Review A. — 2016. — Т. 94, № 2. — С. 022512. — URL: https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.022512.

18. *Сукачев, Д.* Лазерное охлаждение атомов тулия : дис. ... канд. / Сукачев ДД. — ФИАН, 2013.

19. *Вишнякова, Г.* Вторичное лазерное охлаждение атомов тулия : дис. ... канд. / Вишнякова ГА. — ФИАН, 2017.

20. *Головизин, А.* Прямое лазерное возбуждение часового магнито-дипольного перехода 1.14 мкм в ультрахолодных атомах тулия : дис. ... канд. / Головизин АА. — ФИАН, 2017.

21. *Фёдорова, Е.* Исследование ультрахолодных атомов тулия в оптической решётке вблизи магической длины волны : дис. ... канд. / Фёдорова ЕС. — ФИАН, 2019.

22. Неуширяемая столкновениями линия тулия 1.14 мкм / Е. Александров [и др.] // Оптика и спектроскопия. — 1983. — Т. 54, № 1. — С. 3—4.

23. *Aleksandrov, E.* Broadening and shift of thulium resonance lines by helium / E. Aleksandrov, V. Vedenin, V. Kulyasov // Optics and Spectroscopy. — 1984. — Т. 56, № 4. — С. 365—368.

24. Blue laser cooling transitions in Tm I / N. Kolachevsky [и др.] // Applied Physics B. — 2007. — Т. 89, № 4. — С. 589—594.

25. Measurement of the upper clock level lifetime in ^{169}Tm / A. Golovizin [и др.] // Journal of Physics: Conference Series. Т. 941. — IOP Publishing. 2017. — С. 012114. — URL: https://doi.org/10.1088/1742-6596/941/1/012114.

26. The absolute frequency of the 87Sr optical clock transition / G. K. Campbell [и др.] // Metrologia. — 2008. — Т. 45, № 5. — С. 539.

27. *Ludlow, A. D.* The strontium optical lattice clock: optical spectroscopy with sub-Hertz accuracy : дис. ... канд. / Ludlow Andrew D. — Citeseer, 2008.

28. Tackling the blackbody shift in a strontium optical lattice clock / T. Middelmann [и др.] // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. — 2011. — Т. 60, № 7. — С. 2550—2557.

29. Systematic evaluation of an atomic clock at 2×10^{-18} total uncertainty / T. Nicholson [и др.] // Nature communications. — 2015. — Т. 6. — С. 6896.

30. High accuracy correction of blackbody radiation shift in an optical lattice clock / T. Middelmann [и др.] // Physical review letters. — 2012. — Т. 109, № 26. — С. 263004.

31. Blackbody-radiation shift in the Sr optical atomic clock / M. Safronova [и др.] // Physical Review A. — 2013. — Т. 87, № 1. — С. 012509.

32. *Lemke, N. D.* Optical Lattice Clock with Spin-1/2 Ytterbium Atoms / N. D. Lemke. — 2012.

33. *Hinkley, N.* An Atomic Clock for 10^-18 Timekeeping : дис. ... канд. / Hinkley Nathan. — University of Colorado, Boulder, 2016.

34. Atomic clock with 1×10^{-18} room-temperature blackbody stark uncertainty / K. Beloy [и др.] // Physical review letters. — 2014. — Т. 113, № 26. — С. 260801.

35. Single-ion atomic clock with 3×10^{-18} systematic uncertainty / N. Huntemann [и др.] // Physical review letters. — 2016. — Т. 116, № 6. — С. 063001.

36. An $^{27}Al^{+}$ quantum-logic clock with systematic uncertainty below 10^{-18} / S. Brewer [и др.] // arXiv preprint arXiv:1902.07694. — 2019.

37. Optical clock intercomparison with 6×10^{-19} precision in one hour / E. Oelker [и др.] // arXiv preprint arXiv:1902.02741. — 2019.

38. *Derevianko, A.* Highly charged ions as a basis of optical atomic clockwork of exceptional accuracy / A. Derevianko, V. Dzuba, V. Flambaum // Physical review letters. — 2012. — Т. 109, № 18. — С. 180801.

39. Coulomb crystallization of highly charged ions / L. Schmöger [и др.] // Science. — 2015. — Т. 347, № 6227. — С. 1233—1236.

40. Detection of the $5p - 4f$ orbital crossing and its optical clock transition in Pr ^{9+} / H. Bekker [и др.] // arXiv preprint arXiv:1910.09010. — 2019.

41. Energy of the 229Th nuclear clock transition / B. Seiferle [и др.] // Nature. — 2019. — Т. 573, № 7773. — С. 243—246. — URL: https://doi.org/10.1038/s41586-019-1533-4.

42. *Letokhov, V.* Cooling and trapping of atoms and molecules by a resonant laser field / V. Letokhov, V. Minogin, B. Pavlik // Optics Communications. — 1976. — Т. 19, № 1. — С. 72—75.

43. *Balykin, V.* Electromagnetic trapping of cold atoms / V. Balykin, V. Minogin, V. Letokhov // Reports on Progress in Physics. — 2000. — Т. 63, № 9. — С. 1429.

44. *Cohen-Tannoudji, C.* Atom-photon interactions: basic processes and applications / C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg // Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Applications, by Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, Gilbert Grynberg, pp. 678. ISBN 0-471-29336-9. Wiley-VCH, March 1998. — 1998. — С. 678.

45. Sodium Bose-Einstein condensates in the F= 2 state in a large-volume optical trap / A. Görlitz [и др.] // Physical review letters. — 2003. — Т. 90, № 9. — С. 090401.

46. *Sucher, J.* Magnetic dipole transitions in atomic and particle physics: ions and psions / J. Sucher // Reports on Progress in Physics. — 1978. — Т. 41, № 11. — С. 1781.

47. *Lemonde, P.* Optical lattice clock with atoms confined in a shallow trap / P. Lemonde, P. Wolf // Physical Review A. — 2005. — Т. 72, № 3. — С. 033409.

48. Observation of atomic tunneling from an accelerating optical potential / C. Bharucha [и др.] // Physical Review A. — 1997. — Т. 55, № 2. — R857.

49. *Kolovsky, A.* Bloch oscillations of cold atoms in two-dimensional optical lattices / A. Kolovsky, H. Korsch // Physical Review A. — 2003. — Т. 67, № 6. — С. 063601.

50. An optical lattice clock / M. Takamoto [и др.] // Nature. — 2005. — Т. 435, № 7040. — С. 321.

51. *Ландау, Л.* Теоретическая физика, том 3: Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Ландау, Е. Лифшиц. — Наука. Глав. ред. физ-мат. лит., 1989.

52. *Grimm, R.* Optical dipole traps for neutral atoms / R. Grimm, M. Weidemüller, Y. B. Ovchinnikov // Advances in atomic, molecular, and optical physics. Т. 42. — Elsevier, 2000. — С. 95—170.

53. *Angel, J. R. P.* The hyperfine structure Stark effect I. Theory / J. R. P. Angel, P. Sandars // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. — 1968. — Т. 305, № 1480. — С. 125—138.

54. *Cowan, R. D.* The theory of atomic structure and spectra / R. D. Cowan. — Univ of California Press, 1981.

55. A. Kramida [и др.]. — 2018. — NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.6.1), [Online]. Available: https://physics.nist.gov/asd [2019, September 2]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.

56. *Veseth, L.* Polarizabilities and photoionization cross sections of OH and HF / L. Veseth, H. Kelly // Physical Review A. — 1992. — Т. 45, № 7. — С. 4621.

57. Experimental realization of an optical second with strontium lattice clocks / R. Le Targat [и др.] // Nature communications. — 2013. — Т. 4. — С. 2109.

58. *Lepers, M.* Anisotropic optical trapping of ultracold erbium atoms / M. Lepers, J.-F. Wyart, O. Dulieu // Physical Review A. — 2014. — Т. 89, № 2. — С. 022505.

59. *Bishop, D. M.* Explicit nondivergent formulas for atomic and molecular dynamic hyperpolarizabilities / D. M. Bishop // The Journal of chemical physics. — 1994. — Т. 100, № 9. — С. 6535—6542.

60. *Wickliffe, M.* Atomic transition probabilities for Tm i and Tm ii / M. Wickliffe, J. Lawler // JOSA B. — 1997. — Т. 14, № 4. — С. 737—753.

61. *Sugar, J.* Spectrum and energy levels of neutral thulium / J. Sugar, W. Meggers, P. Camus // J. res. Nat. Bur. Stand., A. — 1973. — Т. 77, № 1. — С. 1—43.

62. Trapping of thulium atoms in a cavity-enhanced optical lattice near a magic wavelength of 814.5 nm / E. S. Kalganova [и др.] // Quantum Electronics. — 2018. — Т. 48, № 5. — С. 415. — URL: https://doi.org/10.1070/QEL16656.

63. *Udem, T.* Optical frequency metrology / T. Udem, R. Holzwarth, T. W. Hänsch // Nature. — 2002. — Т. 416, № 6877. — С. 233.

64. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator / R. Drever [и др.] // Applied Physics B. — 1983. — Т. 31, № 2. — С. 97—105.

65. Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Pérot cavities / J. Alnis [и др.] // Physical Review A. — 2008. — Т. 77, № 5. — С. 053809.

66. *Fox, R.* Stable optical cavities for wavelength references / R. Fox, K. Corwin, L. W. Hollberg. — Citeseer, 2004.

67. *Giglberger, D.* Ground-state hyperfine structure and nuclear magnetic moment of thulium-169 / D. Giglberger, S. Penselin // Zeitschrift fuer Physik. — 1967. — Т. 199, № 2. — С. 244—255.

68. *Blaise, J.* PROGRES RECENTS DANS LETUDE DES SPECTRES DARC ET DETINCELLE DU THULIUM / J. Blaise, P. Camus // COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SEANCES DE L ACADEMIE DES SCIENCES. — 1965. — Т. 260, № 18. — С. 4693.

69. *Van Leeuwen, K.* High resolution measurements of the hyperfine structure in 10 levels of Tm I / K. Van Leeuwen, E. Eliel, W. Hogervorst // Physics Letters A. — 1980. — Т. 78, № 1. — С. 54—56.

70. Comparing a mercury optical lattice clock with microwave and optical frequency standards / R. Tyumenev [и др.] // New Journal of Physics. — 2016. — Т. 18, № 11. — С. 113002.

71. Blackbody radiation shift assessment for a lutetium ion clock / K. J. Arnold [и др.] // Nature communications. — 2018. — Т. 9.

72. Oscillating-magnetic-field effects in high-precision metrology / H. Gan [и др.] // Physical Review A. — 2018. — Т. 98, № 3. — С. 032514.

73. *Schiff, L. I.* On experimental tests of the general theory of relativity / L. I. Schiff // American Journal of Physics. — 1960. — Т. 28, № 4. — С. 340—343.

74. Imaging optical frequencies with 100 μ Hz precision and 1.1 μ m resolution / G. E. Marti [и др.] // Physical review letters. — 2018. — Т. 120, № 10. — С. 103201.

75. Improved measurement of the hyperfine structure of the laser cooling level $4f^{12}(^3H_6)5d_{5/2}6s^2$ ($J = 9/2$) in $^{169}_{69}$Tm / S. Fedorov [и др.] // Applied Physics B. — 2015. — Т. 121, № 3. — С. 275—282.

76. *Gross, C.* Quantum simulations with ultracold atoms in optical lattices / C. Gross, I. Bloch // Science. — 2017. — Т. 357, № 6355. — С. 995—1001.

Список рисунков

1.1 Схема установки по лазерному охлаждению атомов тулия. Кратко описана в тексте и в диссертационных работах [18; 19]. Servo — система обратной связи, ULE — высокодобротный резонатор из стекла с нулевым коэффициентом температурного расширения, ПЗС — камера для регистрации атомов, Tm — печка с тулием, $\times 2$ — генерация второй гармоники. 22

1.2 Используемые в эксперименте уровни переходы в атоме тулия. . 23

1.3 Зависимость параметров наблюдаемого контура часового перехода в зависимости от длительности возбуждения π-импульсом. 27

1.4 Спектры поглощения излучения атомом в гармоническом потенциале, определяемом параметром Ω_L (подробное описание в тексте). В качестве примера использованы характерные параметры для атома тулия в эксперименте: энергия отдачи $h\nu_r$ и температура T. $\Delta\nu = \nu - \nu_0$ — отстройка частоты излучения от резонанса (в качестве резонансного используется частота часового перехода в атоме тулия). По мере ослабления потенциала и увеличения параметра $\eta = \sqrt{2\pi\nu_r/\Omega}$ 32

1.5 Влияние разности между поляризуемостями основного $|g\rangle$ и верхнего часового $|e\rangle$ уровней на сдвиг и уширение частоты часового перехода. Слева схематично изображены потенциалы различной глубины, а справа — соответствующие спектры перехода. 37

1.6 Временная последовательность импульсов в эксперименте. “blue-zeeman” и “B-zeeman” — излучение и магнитное поле зеемановского замедлителя; “blue”, “green” — две стадии охлаждения на 410 и 530.7 нм, “green-sw” — переключение режима работы вторичного охлаждения для эффективного перезахвата атомов в решётку; “B-MOT”, “B-0”, “B-x”, “B-z” — магнитные поля для МОЛ, оси квантования и юстировки оси квантования по двум координатам; “pump” и “repump” — оптическая накачка и вспомогательное перекачивающее излучение; “clock” — импульс часового лазера, в данном случае длительностью 80 мс; “probe” и “camera” — резонансный импульс 410.6 нм и триггер камеры для регистрации люминесценции 410.6 нм от атомов, не возбудившихся импульсом часового лазера. Эта последовательность повторяется периодически. Излучение оптической решётки присутствует весь период. 41

1.7 Вероятность возбуждения часового перехода в зависимости от отстройки частоты лазерного излучения от резонанса. Ширина на полувысоте составляет 10 Гц и определяется длительностью возбуждающего импульса 80 мс. Сплошная красная линия — теоретическая аппроксимация функцией (1.5). 42

1.8 Ширина на полувысоте контура линии поглощения (спектры на вставке) в зависимости от длительности импульса лазера часового перехода в схеме Раби. Сплошная красная линия — теоретический расчёт исходя из времени жизни перехода и длительности импульса возбуждения. 43

2.1 Схема уровней атома тулия, определяющих спектр дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода в диапазоне 800 – 815 нм. Все указанные вероятности переходов взяты из работ [24; 55; 60]. На схеме не указано сверхтонкое расщепление уровней. 54

2.2 Схема экспериментальной установки по определению поляризуемости. Излучение, формирующее оптическую решётку, заводится снизу в резонатор, состоящий из (в порядке по ходу луча) вогнутого зеркала, линзы, поляризационного делителя и плоского зеркала. B_0 — магнитное поле, задающее ось квантования, pd — фотодиод для измерения мощности решётки, $\vec{E}_{\text{lattice}}$ и $\vec{E}_{1.14}$ — векторы поляризации излучений решётки (в плоскости рисунка) и 1.14 мкм (перпендикулярно плоскости рисунка). 55

2.3 Спектр дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода. Точками обозначены экспериментальные данные, сплошной линией — теоретическая аппроксимация. На вставках в большем масштабе представлены области вблизи магических длин волн. 59

2.4 Зависимость наблюдаемой ширины часового перехода (в логарифмическом масштабе) от длины волны оптической решётки. Минимальная ширина соответствует ограничению Фурье при длительности прямоугольного импульса часового лазера 20 мс. 60

2.5 Вклад в дифференциальную поляризуемость часового перехода от уровней вне представленного спектрального диапазона. Результат есть практически полная компенсация поляризуемостей основного и часового уровней с характерным значением 195 а.е. 61

2.6 Зависимость сдвига частоты часового перехода от компенсационных полей B_y и B_z в случае задающего магнитного поля $B_0 = 225$ мГс 64

2.7 Схема установки по измерению дифференциальных поляризуемостей часового перехода. PBS — поляризационный разделитель пучка, который выделяет поляризацию оптической решётки, при этом совмещая излучение часового лазера с облаком атомов. Поляризация решётки в области взаимодействия с облаком атомов может быть сонаправлена с магнитным полем ($\Theta = 0$) или перпендикулярна ему ($\Theta = \pi/2$). . 65

2.8 Измерение сдвига частоты $\Delta\nu$ часового перехода в зависимости от мощности P оптической решётки и от её длины волны. Сплошные линии представляют собой линейную аппроксимацию зависимости сдвига частоты от мощности. Погрешность мощности связана с точностью калибровки фотодиода. 66
2.9 Спектр дифференциальной динамической поляризуемости часового перехода. Точками обозначены экспериментальные данные, пунктирной линией — теоретическая аппроксимация. Сплошной линией обозначена теоретическая оценка без свободных параметров. На вставке в большем масштабе представлена области вблизи магической длины волны. 67
2.10 Схема установки по измерению дифференциальной поляризуемости на длине волны 1064 нм. PBS — поляризационный разделитель пучка, который выделяет поляризацию оптической решётки, при этом совмещая излучение часового лазера с облаком атомов. Поляризация решётки в области взаимодействия с облаком атомов сонаправлена с магнитным полем. Поляризация излучения 1064 нм задавалась независимо, на схеме изображены оба варианта $\Theta = 0$ и $\Theta = \pi/2$. 69
2.11 Спектры поляризуемости в диапазоне 810 – 860 нм и 1064 нм. Точками обозначены экспериментальные данные, пунктирной линией — теоретическая аппроксимация. Сплошной линией обозначена теоретическая оценка без свободных параметров. . . . 73

3.1 77
3.2 Частота моды резонатора ULE в зависимости от его температуры, $\Delta\nu = \nu - 262957711$ МГц. Синие точки с большей погрешностью — измерения сигнала биений анализатором спектра. Черные точки вблизи центра параболы — измерения счётчиком. Аппрокисмация параболой даёт точку с нулевой производной $T_0 = 32.1(1)\,^\circ$C. 80

3.3 Частота лазера, стабилизированного по резонатору ULE, в зависимости от времени. Синие точки и их линейная аппроксимация — изначальное определение величины линейного дрейфа частоты. Зелёные точки и их аппрокисмация — остаточный линейный дрейф спустя полгода. 81

3.4 Отклонение Аллана для часового лазера в случае компенсации линейного дрейфа резонатора ULE (зелёные точки) и без компенсации (синие точки). 82

3.5 Измерение квадратичного эффекта Зеемана. Сдвиг частоты $\Delta\nu$ часового перехода в зависимости от магнитного поля (сверху), а также отклонения эксперимента от квадратичной аппроксимации $\Delta\nu = \beta B_0^2$ (снизу). 88

3.6 Поясняющая иллюстрация к использованию синтетической частоты для компенсации эффекта Зеемана при создании оптического репера частоты. Горизонтальная ось B_0 представляет собой величину магнитного поля, и ниже изображены соответствующие сдвиги энергий рассматриваемых уровней. Полусумма частот ν_{4-3} и ν_{3-2} не зависит от магнитного поля, в то время как их разность пропорциональна квадрату поля. 90

Б.1 Вероятность обнаружить атом в определённом состоянии в зависимости от длительности возбуждения перехода. Для расчётов использовался часовой переход в атоме тулия в магнитном поле под действием излучения интенсивностью $36 I_s$. 126

Список таблиц

1 Бюджет ошибок оптических часов на переходе в атоме стронция, взято из работы [29]. $\Delta\nu$ — сдвиг частоты, $\delta\Delta\nu$ — погрешность его определения. 13

2 Бюджет ошибок оптических часов на переходе в атоме иттербия, взято из работы [33]. $\delta\Delta\nu$ — погрешность определения сдвига $\Delta\nu$ частоты ν. 16

3 Источники погрешности определения дифференциальной статической поляризуемости. 71

4 Сдвиг частоты часовых переходов различных элементов в связи с тепловым излучением при температуре 300 K. 94

5 Бюджет ошибок предлагаемых оптических часов на переходе 1.14 мкм в атоме тулия. $\Delta\nu$ — сдвиг частоты, $\delta\nu$ — погрешность его определения. Жирным шрифтом выделены невыполненные на данный момент условия. 97

6 Некоторые уровни атома тулия и их сверхтонкая структура, в порядке возрастания энергии. Значения энергии E, параметров A сверхтонкого расщепления и g_J-факторы взяты из работ [24; 55; 67; 75] 117

Приложение А

Электронные уровни атома тулия

В этом разделе будет описана электронная структура атома тулия с ключевыми характеристиками уровней, используемых для лазерного охлаждения [42].

Лазерное охлаждение и прецизионная спектроскопия, в том числе спектроскопия часового перехода, требуют предварительных знаний об электронной структуре. Поскольку стабильный изотоп у тулия один — ^{169}Tm, отметим здесь лишь спин его ядра $I = 1/2$.

А.1 Электронные уровни атома тулия

В основном состоянии атом тулия имеет электронную конфигурацию $[\mathrm{Xe}]4\mathrm{f}^{13}6\mathrm{s}^2$. Соответствующие электронные момент и спин равны $L = 3$ и $S = 1/2$. Тонкое расщепление данной конфигурации атома приводит к двум тонким подуровням с полными электронными моментами $J = 3.5$ и $J = 2.5$. Мы будем их именовать “основной” и “часовой” уровни соответственно.

А.1.1 Основной уровень

Магнитный момент основного уровня атома равен $(L + 2S)\mu_B = 4\mu_B$. Это достаточно много для создания сильного взаимодействия между атомами для проведения квантовых симуляций [76]. Применительно к оптическим часам на атоме тулия, это может негативно отразиться на сдвиге частоты часового перехода в силу межатомного взаимодействия (раздел 3.2.4).

Взаимодействие электронной оболочки атома с ядром приводит к сверхтонкому расщеплению на уровни $F = 4$ и $F = 3$ с константой сверхтонкого расщепления $A = -374.1\,\mathrm{МГц}$. Поскольку один из суммируемых

Конфигурация	Название	J	E, $см^{-1}$	g_J	A, МГц	F	g_F
$[Xe]4f^{13}6s^2$	ground	3.5	0	1.141	-374.137661	4	0.999
						3	1.284
	clock	2.5	8771.243	0.855	-704.982	3	0.712
						2	0.998
$4f^{12}(^3H_6)5d_{5/2}6s^2$	green	4.5	18837.385	1.132	-422.112	5	1.019
						4	1.245
$4f^{12}(^3H_5)5d_{3/2}6s^2$	blue	4.5	24348.692	1.120	-371.5	5	1.008
						4	1.232
$4f^{12}(^3F_2)5d_{5/2}6s^2$	repump	3.5	33623.78	0.920	—	4	0.805
						3	1.035

Таблица 6 — Некоторые уровни атома тулия и их сверхтонкая структура, в порядке возрастания энергии. Значения энергии E, параметров A сверхтонкого расщепления и g_J-факторы взяты из работ [24; 55; 67; 75]

.

моментов всегда есть спин ядра $I = 1/2$, константа B сверхтонкого расщепления здесь и далее равна 0. Эти и другие константы представлены для всех переходов в таблице 6 (основной уровень обозначен как “ground”). Отрицательная величина константы A свидетельствует о том, что уровень с бóльшим значением полного момента расположен ниже по энергии.

A.1.2 Уровень первичного охлаждения

Среди всего многообразия электронных уровней для зеемановского замедлителя и первичного охлаждения был выбран $\left|4f^{12}(^3H_5)5d_{3/2}6s^2; J = 9/2\right\rangle$ (в таблице 6 обозначен как “blue”). Этому послужили следующие причины:

1. уровень имеет полный момент $F = 5$ — на единицу больше основного. Таким образом двухуровневая система лазерного охлаждения не имеет темных состояний;
2. вероятность распада на неосновное состояние пренебрежимо мала, что делает переход лазерного охлаждения практически цикличе-

ским [24]. Использование дополнительных перекачивающих полей не является необходимым, хотя и может увеличить количество захватываемых атомов на несколько процентов;

3. естественная ширина перехода с основного состояния равна $\gamma = \Gamma/2\pi = 10\,\text{МГц}$. Это соответствует доплеровскому пределу охлаждения $T = 240\,\text{мкК}$. g_F-фактор уровня слабо отличается от основного уровня, что делает возможным эффективное субдоплеровское охлаждение (табл. 6).

В результате зеемановского замедления и лазерного охлаждения нам удаётся получать около 5×10^6 атомов при температуре около $200\,\text{мкК}$ за время порядка $1\,\text{с}$.

А.1.3 Уровень вторичного охлаждения

Температура облака атомов после первой стадии охлаждения оказывается слишком большой для последующего перезахвата в оптическую решетку. Ситуацию можно улучшить, используя вторую стадию лазерного охлаждения на более узком переходе. В качестве электронного уровня для вторичного охлаждения был выбран $\left|4f^{12}(^3\text{H}_6)5d_{5/2}6s^2; J = 9/2\right\rangle$ (в таблице 6 обозначен как “green”). Этому послужили следующие причины:

1. уровень имеет полный момент $F = 5$ — на единицу больше основного. Таким образом двухуровневая система лазерного охлаждения не имеет темных состояний;
2. вероятность распада на неосновное состояние пренебрежимо мала, что делает переход лазерного охлаждения практически циклическим;
3. естественная ширина перехода с основного уровня равна $\gamma = \Gamma/2\pi = 350\text{кГц}$. Это соответствует доплеровскому пределу охлаждения $T = 10\,\text{мкК}$.

Область эффективно охлаждаемых атомов в пространстве скоростей задаётся характерным значением $V_c \approx \gamma/k = 0.2\,\text{м/с}$. Это примерно совпадает со среднеквадратичной скоростью атомов после первичного охлаждения

$V_2 = \sqrt{3k_BT/m} \approx 0.2\,\text{м/с}$, поэтому вторичному охлаждению подвергаются практически все атомы.

A.1.4 Уровень часового перехода

Уровень часового перехода (в таблице 6 обозначен как “clock”) совпадает по чётности с основным уровнем, что делает электро-дипольный переход запрещённым. Магнито-дипольный переход является разрешённым, и, согласно теоретическим расчётам в [24], сила магнито-дипольного перехода на порядки превышает силу электро-квадрупольного.

В связи с этим в данной работе в качестве частоты Раби используется параметр $\Omega = \mu B/\hbar$, аналогично случаю электро-дипольного перехода. При исследовании перехода необходимо иметь в виду особенности поляризации возбуждающего излучения: поляризация задаётся направлением вектора магнитного поля в световой волне, а не электрического.

A.1.5 Вспомогательный уровень для перекачки населённости с часового перехода

Существует несколько способов определения количества атомов, возбужденных на часовой уровень $\left|4f^{13}(^2\text{F}^\text{o})6s^2; J = 5/2\right\rangle$. Самый простой способ — определение разности населенностей основного уровня до и после попытки возбуждения. Однако такой способ оставляет некую неопределенность, так как неизвестно точно, что в действительности стало с исчезнувшими атомами. Можно убедиться в том, что атомы действительно перешли на верхний уровень часового перехода, если есть возможность сохранить атомы в ловушке ещё некоторое время и наблюдать динамику их возврата в связи с конечным временем жизни уровня. Большое время жизни перехода, хотя и является неоспоримым преимуществом во всех остальных отношениях, делает такой способ неудобным.

Второй возможный способ — использовать переход с верхнего часового на ещё более высокоэнергетичный уровень. На этот уровень накладывается несколько условий. Он должен быть сильно связан с основным уровнем, доступен с часового уровня и практически не распадаться на остальные. Он должен более вероятно распадаться на удобные сверхтонкие компоненты основного уровня. Иначе это повлечет необходимость дополнительного перекачивающего лазера. Также немаловажно, чтобы частота перехода с часового уровня была в доступном диапазоне.

Среди многочисленных кандидатов был выбран переход на длине волны 402 нм на уровень $4f^{12}(^3F_2)5d_{5/2}6s^2$ (в таблице 6 обозначен как “repump”). Переход с часового уровня имеет естественную ширину 70 кГц, а с основного уровня — 10 МГц [55]. Узкая ширина линии перехода с часового уровня требует стабилизации частоты лазера на уровне лучше 70 кГц, либо высокой мощности. Зато распад с этого уровня преимущественно идёт на основной уровень, что делает удобным прямое измерение числа возбудившихся атомов.

Приложение Б

Решение задачи двухуровневого атома

В разделе 1.4.1 была описана задача двухуровневого атома, были приведены теоретические формулы в рамках некоторых приближений. Точное решение задачи с учётом спонтанного распада в аналитическом виде не представляется возможным, но всегда есть путь численного решения дифференциальных уравнений.

Для полноты задачи рассмотрим переход между двумя уровнями с ненулевым значением полного момента F, то есть каждый из уровней имеет $2F + 1$ магнитных подуровней. Силы переходов между конкретными магнитными подуровнями определяются коэффициентами Клебша-Гордона. Коэффициенты Клебша-Гордона в данном случае будут задавать правила отбора, в том смысле, что они обращаются в ноль для запрещённых электродипольных переходов. На самом деле в этом разделе будем использовать $3j$-символы, обозначаемые матрицей 2×3 в круглых скобках. Отличаются они простым ненулевым множителем, но конкретные реализации вычисления коэффициентов $3j$-символов проще найти в вычислительных средах.

Б.1 Уравнение Линдблада

Рассмотрим в качестве примера атом тулия в магнитном поле под воздействием внешнего излучения с π-поляризацией на частоте, близкой к частоте часового перехода $2\pi\nu = 2\pi\nu_0 + \Delta$.

Б.1.1 Матрица плотности

Имеется основной уровень с полным моментом $F = 4$ и верхний уровень с полным моментом $F' = 3$. Всего магнитных подуровней $2F + 2F' + 2$,

что определяет размер матрицы плотности. Будем нумеровать уровни в следующем порядке: сначала подуровни для нижнего уровня $m_F = -F, -F+1, \ldots, +F$, а затем для верхнего $m'_F = -F', -F'+1, \ldots, +F'$. Коэффициенты матрицы плотности будут $\rho[i,j,t]$, где i,j — индексы магнитных подуровней уровней в установленном порядке, а t — время (коэффициенты матрицы плотности зависят от времени). Удобно разбить матрицу плотности на 4 части размерами $(2F+1)\times(2F+1)$, $(2F+1)\times(2F'+1)$, $(2F'+1)\times(2F+1)$ и $(2F'+1)\times(2F'+1)$:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{eg} & \rho_{ee} \end{bmatrix} \tag{Б.1}$$

Диагональные элементы матрицы соответствуют вероятности обнаружить атом в соответствующем состоянии с конкретной проекцией полного момента. Сумма диагональных элементов всегда равна 1 и не зависит от времени. Матрица вообще говоря комплексная, но эрмитова.

Положим, что начальная матрица плотности соответствует атому на магнитном подуровне основного состояния с нулевой проекцией полного момента (например, сразу после оптической накачки, подобно эксперименту с атомами тулия). Все коэффициенты такой матрицы равны 0, кроме одного диагонального элемента, соответствующего подуровню $|m_F = 0\rangle$. Он равен 1. Явный вид начальной матрицы плотности для часового перехода $|F = 4\rangle \;\rightarrow\; |F' = 3\rangle$:

$$\rho_{gg}(t=0) = \mathrm{diag}(0{,}0{,}0{,}0{,}1{,}0{,}0{,}0{,}0)\,, \tag{Б.2}$$

и остальные части матрицы нулевые $\rho_{ge}, \rho_{eg}, \rho_{ee} = 0$.

Б.1.2 Гамильтониан

Интенсивность внешнего поля будем задавать параметром насыщения s, равный значению интенсивности света в единицах интенсивности насыщения. Интенсивность насыщения зависит от естественной ширины перехода $\Gamma = 2\pi\gamma$ и его длины волны:

$$I_s = \frac{2\pi h c \Gamma}{3\lambda^3} = \hbar c \gamma k^3/3\,. \tag{Б.3}$$

В приближении вращающейся волны (частота лазерного излучения много больше отстройки от резонанса, то есть почти всегда на практике) опишем ненулевые коэффициенты гамильтониана взаимодействия с внешним полем. Разделим матрицу гамильтониана на четыре части аналогично матрице плотности. $H_{gg} = 0$. H_{ee} содержит на своей диагонали отстройку лазерного излучения от резонанса Δ. Наложим на это возможные сдвиги линейного эффекта Зеемана из-за магнитного поля $\Delta_z = 40.6\,\text{кГц}$ и получим:

$$H_{ee} = \text{diag}(\Delta + m_F \Delta_z)\,, m_F = (-3, \ldots, 3)\,. \tag{Б.4}$$

Введём параметр $\Omega = \Gamma\sqrt{s}$, называемый частотой Раби. Аккуратный переход от определения частоты Раби через напряжённость электрического (магнитного) поля и дипольный (магнитный) момент перехода к интенсивности подтверждает, что это одна и та же величина. $H_{eg} = H_{ge}^T$, и их коэффициенты определяются по формуле:

$$H_{i,j} = \frac{\Omega}{2}\sqrt{2F'+1}\begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ m_i & \sigma & -m_j \end{pmatrix} \tag{Б.5}$$

где σ — поляризация возбуждающего излучения. В случае π-поляризации $\sigma = 0$, тем самым гамильтониан связывает уровни согласно правилу отбора $m_j = m_i + \sigma$.

Б.1.3 Оператор Линдблада

Любой из магнитных подуровней верхнего состояния с вероятностью Γ в единицу времени распадается на один из магнитных подуровней нижнего состояния. Этот процесс спонтанного распада можно моделировать с использованием оператора Линдблада. Построим матрицу спонтанных распадов $A = a_{i,j}$:

$$a_{i,j} = \sqrt{\Gamma}\sqrt{2F'+1}\begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ m_i & m_j - m_i & -m_j \end{pmatrix}\,, \tag{Б.6}$$

где m_i — проекция полного момента, соответствующая уровню с индексом i.

Используя такую матрицу, оператор Линдблада можно представить в виде:

$$G = A\rho A^T - \frac{1}{2}\left\{A^T A, \rho\right\} \tag{Б.7}$$

Б.1.4 Эволюция матрицы плотности

Мы описали все необходимые составляющие уравнения на эволюцию матрицы плотности, называемое уравнением Линдблада:

$$\frac{d\rho}{dt} = i\left[H, \rho\right] + A\rho A^T - \frac{1}{2}\left\{A^T A, \rho\right\} . \tag{Б.8}$$

Итоговая система дифференциальных уравнений для примера часового перехода в тулии слишком громоздка, чтобы аккуратно представить её здесь. Все отдельные составляющие были подробно описаны ранее.

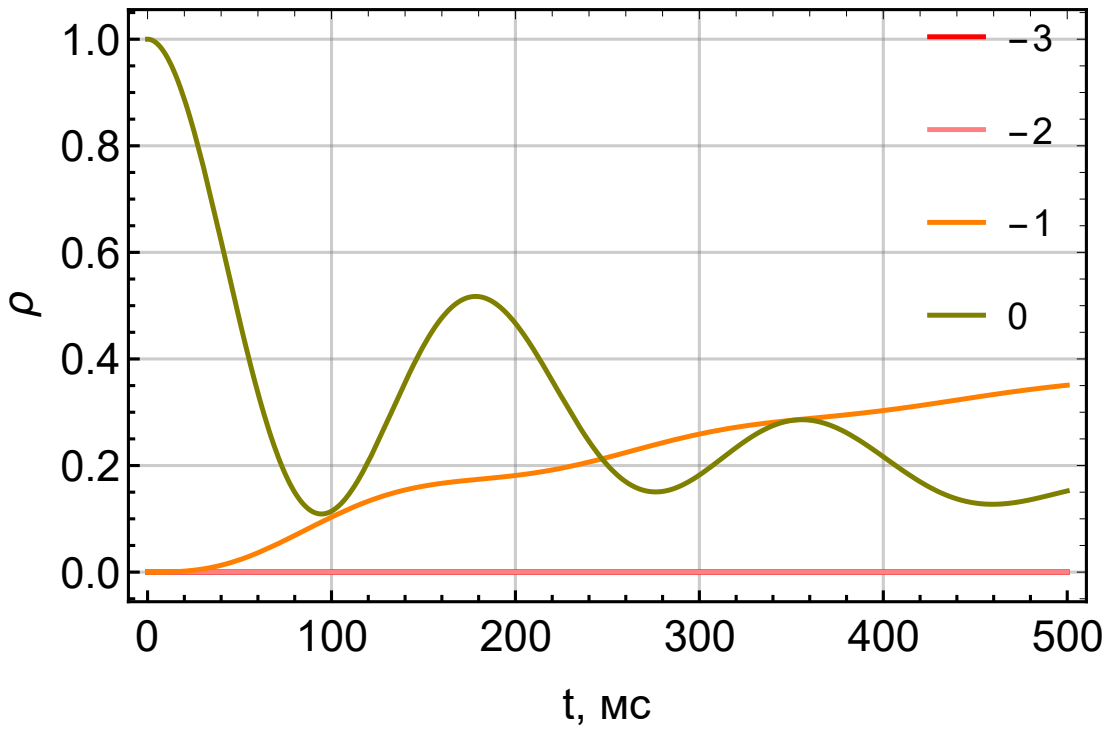
Нас будут интересовать диагональные коэффициенты матрицы плотности по истечении определённого времени, когда происходит измерение населённости нижнего уровня в эксперименте.

Б.2 Численное решение

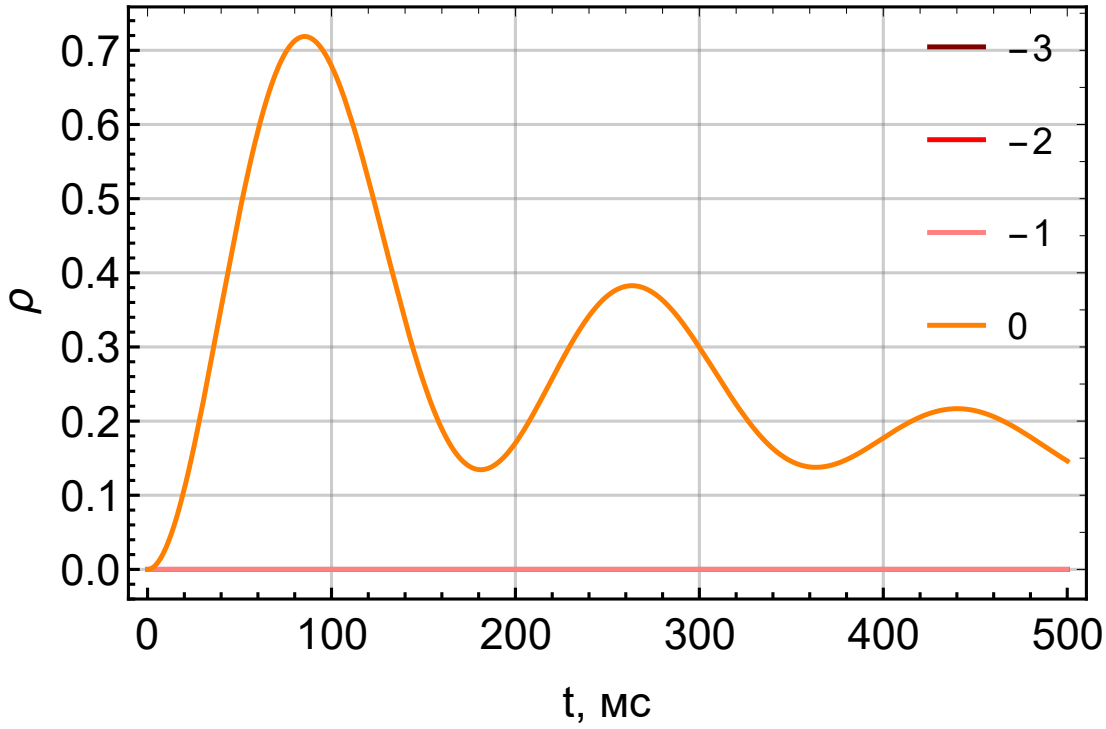
Уравнение Линдблада на матрицу плотности можно решить стандартными численными методами. Например, в случае $\Omega = 6\Gamma$ результат представлен на рис. Б.1. Видны характерные осцилляции Раби, которые затухают в связи со спонтанным распадом.

Здесь для расчётов использовалась нулевая отстройка $\Delta = 0$. В конкретном примере видно, что для большей вероятности возбуждения требуется длительность $\tau \approx 80\,\text{мс}$. Зафиксировав эту длительность мы можем менять отстройку частоты Δ. В результате получим численный расчёт результатов эксперимента, описанного в разделе 1.5.5.

С увеличением времени импульса максимальная вероятность возбуждения уменьшается. При этом наблюдаемая ширина перехода тоже уменьшается. Но для создания оптических часов нас интересует их отношение. Все три величины представлены на рис. 1.3. Как видно из рисунка, оптимальная длительность возбуждения лежит в диапазоне 150–300 мс.



а) Вероятности обнаружить атом на магнитных подуровнях основного состояния. Разные линии соответствуют различным значениям m_F.



б) Вероятности обнаружить атом на магнитных подуровнях верхнего уровня. Разные линии соответствуют различным значениям m'_F.

Рисунок Б.1 — Вероятность обнаружить атом в определённом состоянии в зависимости от длительности возбуждения перехода. Для расчётов использовался часовой переход в атоме тулия в магнитном поле под действием излучения интенсивностью $36 I_s$

.