Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт им. П. Н. Лебедева
Российской академии наук

На правах рукописи

Забков Илья Васильевич

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОДНОМЕРНЫХ И ДВУМЕРНЫХ ПЛАЗМОННЫХ НАНОСТРУКТУР

Специальность 01.04.21 – Лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
Климов Василий Васильевич

Москва – 2017

Оглавление

Введение 5

Глава 1. Обзор литературы 15

1.1 Оптическая активность, циркулярный дихроизм и киральность 15

1.2 Киральные среды: приближение эффективной среды 21

1.3 Спонтанный распад, эффект Парселла 25

1.4 Управление поляризационными и пространственными свойствами света с помощью периодических решеток 29

1.5 Компенсация оптических потерь, PT-симметричные системы 47

1.6 Линейный кластер наноразмерных шаров 58

Глава 2. Оптические свойства кирального наноразмерного шара 66

2.1 Введение 66

2.2 Моделирование киральных сред методом конечных элементов 67

2.3 Собственные моды кирального шара 69

2.4 Рассеяние плоской волны на киральном шаре 74

2.5 Влияние кирального шара на излучение киральной молекулы 78

2.6 Выводы 84

Глава 3. Оптические свойства димеров с распределенной компенсацией потерь 85

3.1 Введение 85

3.2 Двухмерный димер с распределенной компенсацией потерь 86

3.3 Компенсация потерь в системе, состоящей из двух шаров 96

3.4 Выводы 105

Глава 4. Оптические свойства линейного кластера сферических наночастиц 107

4.1 Введение 107

4.2 Собственные моды линейного кластера в квазистатическом приближении 108

4.3 Собственные моды линейного кластера с учетом запаздывания 115

4.4 Метод ASM расчета возбуждения периодической системы одиночным источником 121

4.5 Спонтанный распад диполя вблизи бесконечного линейного кластера 127

4.6 Выводы 130

Глава 5. Оптические свойства массива киральных наноотверстий 132

5.1 Введение 132

5.2 Метод исследования состояния поляризации волн в различных дифракционных порядках 134

5.3 Апробация методов расчета на задаче рассеяния волны гексагональной решеткой шаров 140

5.4 Конверсия волны с круговой поляризацией 145

5.5 Конверсия линейно поляризованной волны 149

5.6 Выводы 153

Заключение **155**

Список литературы **158**

Введение

Актуальность темы

Активное развитие технологий привело к существенному прогрессу в изготовлении наноразмерных структур, а также к развитию методов работы с ними. В связи с этим актуальной задачей современной оптики является разработка методов эффективного управления электромагнитным излучением с помощью таких структур.

Важной является задача изучения влияния наноокружения на излучение квантовых источников света (атомы, молекулы, квантовые точки, центры окраски в кристаллах и пр. – далее двухуровневые системы), в частности, на характеристики их спонтанного распада [1]. Изменение параметров спонтанного излучения приводит к изменению флюоресценции молекул, что находит широкое применение в биотехнологиях и медицине [2,3]. Среди возможных приложений можно отметить создание ярких маркеров для задач флюоресцентной спектроскопии: иммуноферментного анализа, иммуногистохимического исследования [4], ДНК-ДНК гибридизации [5] и др. Модификация спонтанного распада является критически важным эффектом для создания миниатюрных источников излучения: лазеров, светоизлучающих диодов [6–10], а также источников одиночных фотонов [11]. Область применения последних включает в себя построение сверхчувствительных детекторов электромагнитного поля [12,13], создание квантового генератора случайных чисел [14], а также создание устройств для обработки и передачи квантовой информации (квантовые компьютеры, квантовая телепортация) [15–17].

Модификация характеристик спонтанного распада: его скорости, диаграммы направленности излучения и др., – происходит за счет взаимодействия излучаемой

электромагнитной волны с окружением [18,19]. При этом источник излучения взаимодействует с собственными модами системы, вблизи которой он расположен. В качестве собственных мод могут выступать поверхностные плазмоны, возникающие на границе металлического и диэлектрического слоев [20–22], объемные плазмонные колебания, возникающие в частицах с конечным объемом [23], оптическое таммовское состояние в гибридных металло-диэлектрических структурах [24], моды с большим волновым вектором (high-k) в материалах с гиперболическим законом дисперсии [25], моды шепчущей галереи в диэлектрических структурах [26–28] и др. Из вышеперечисленного следует, что развитие численных и аналитических методов исследования влияния наноокружения на излучение двухуровневых систем, а также поиск новых систем для эффективного управления их свойствами является **актуальной** задачей.

Другой важной задачей современной оптики является разработка и создание компактных устройств для управления поляризационными свойствами света. В основе стандартных методов управления поляризацией лежит эффект двойного лучепреломления в кристаллах, приводящий к фазовой задержке между двумя ортогональными компонентами электромагнитной волны. Поляризация изменяется непрерывно по мере распространения света, и устройства, работающие на этом принципе, являются относительно большими, поэтому сложно интегрируемы с современной компонентной базой. Использование метаматериалов [29,30] и метаповерхностей [31,32], состоящих из резонансных элементов размером меньше длины волны, является привлекательной альтернативой. Потенциальными областями применения являются разработка и создание жидкокристаллических дисплеев [33], проекторов [34], оптических носителей информации (DVD и Blue-Ray) [35], а также оптические вычисления [36].

Циркулярный дихроизм (ЦД) – это различное поглощение средой электромагнитных волн с правой и левой круговыми поляризациями. ЦД-

спектроскопия является важным инструментом исследования киральных молекул, по-разному взаимодействующих с волнами разной поляризации. Так как большинство органических молекул являются киральными, ЦД-спектроскопия активно применяется в исследованиях биологических соединений [37], анализе структуры белков и ДНК [38], конформационном анализе [39]. Стандартные ЦД-спектрометры производят серию последовательных измерений с правой и левой круговыми поляризациями [40], что реализуется с помощью сложной аппаратной части для переключения поляризации и сбора данных. Создание устройств, осуществляющих пространственное разделение света различной поляризации, может привести к существенному удешевлению метода ЦД-спектроскопии [41].

Следовательно, задача создания устройств на базе метаматериалов и метаповерхностей, осуществляющих конверсию поляризации электромагнитной волны, является **актуальной**. Большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных этой задаче (см. обзор литературы в разделе 1.4), также подтверждают этот тезис.

Цели и задачи работы

Целью диссертационной работы является изучение оптических свойств различных плазмонных и фотонных структур и возможности их применения для эффективного управления спонтанным распадом двухуровневых систем, а также для задачи конверсии поляризации электромагнитного поля. В рамках диссертации решались следующие задачи:

1 Исследование собственных колебаний кирального наношара и их влияния на рассеяние плоской электромагнитной волны и излучение киральной молекулы.

2 Исследование оптических свойств димеров с распределенной компенсацией потерь, возбуждаемых двухуровневой системой.

3 Исследование собственных колебаний линейного кластера металлических наношаров, и их влияния на спонтанный распад двухуровневых систем.

4 Исследование конверсии поляризации периодической решеткой киральных отверстий в металлической пленке с периодом, большим длины волны.

Научная новизна

1 Впервые получено аналитическое решение, описывающее собственные колебания бесконечного линейного кластера металлических наношаров в квазистатическом приближении. Показано, что при небольшом расстоянии между шарами в системе возникает новый тип собственных колебаний.

2 Разработан подход к решению задачи взаимодействия излучения одиночного диполя, расположенного вблизи пространственно периодических систем. Решена задача о распаде электрического диполя, расположенного вблизи бесконечного линейного кластера металлических наношаров.

3 Разработан подход к численному моделированию задач рассеяния электромагнитных волн объектами произвольной формы, сделанными их кирального материала. Исследован вопрос влияния кирального шара на диаграмму излучения и скорость распада киральной молекулы.

4 Получено аналитическое решение, описывающее собственные плазмонные колебания двухмерного димера с распределенной компенсацией потерь. Показано существование нового типа мод, которые, в отличие от PT симметричных мод, требуют меньшего коэффициента усиления в активной частице. Показано, что аналогичные моды существуют в системе, состоящей из двух шаров.

5 Показано, что периодическая решетка киральных отверстий в металлической пленке, имеющая период больше длины волны, позволяет добиться эффективной конверсии поляризации света в ненулевых дифракционных порядках.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты данной диссертационной работы посвящены актуальным научным проблемам, и все они представляют теоретическую ценность. Кроме того, эти проблемы имеют перспективные научные применения.

Среди систем с распределенной компенсацией потерь преимущественно исследуются PT-симметричные – в которых мнимые части показателей преломления активной и пассивной частей равны по модулю. Из-за существующих ограничений на достижимый коэффициент усиления активной среды (определяющий мнимую часть показателя преломления) чаще всего для реализации таких систем используются диэлектрические структуры, имеющие низкие оптические потери и размеры от единиц до десятков микрон. Обнаруженные моды нового типа (LCS-моды) позволяют добиться полной компенсации потерь при накачках в активной среде, существенно меньших, чем в PT-случае. Они могут быть использованы для построения систем, по свойствам похожим на PT-симметричные системы, за счет применения плазмонных материалов. Фундаментальный интерес к исследованию этих систем связан, во-первых, с их необычными свойствами, например, нарушением PT-симметрии и осцилляциями энергии [42], а во-вторых, с их схожестью с квантовомеханическими системами, имеющими PT-симметричный гамильтониан [43]. Из возможных практических приложений можно отметить создание одномодовых лазеров для нового поколения оптоэлектронных устройств [44] и сверхчувствительных лазерных гироскопов [45]. Значительное увеличение радиационной скорости спонтанного распада двухуровневой системы за счет PT и LCS-мод может быть использовано для создания сверхбыстрых источников одиночных фотонов [11], которые могут быть использованы в устройствах передачи и обработки квантовой информации [15–17]. Кроме того, все полученные аналитические выражения для

собственных плазмонных колебаний двух- и трехмерных димеров представляют академическую ценность.

Эффект различия скоростей спонтанного распада биологических молекул различной киральности, расположенных вблизи киральных структур, может быть использован для оптического разделения рацемических смесей [46–48]. Это является актуальной задачей современной фармацевтики, так как часто в процессе синтезирования медикаментов образуются молекулы обоих киральностей, и необходимо проводить фильтрацию. Ключевым элементом в такой схеме разделения является реакционная камера, содержащая киральные частицы. Рацемическую смесь энантиомеров помещают в камеру и молекулы переводят в возбужденное состояние, например, фотовозбуждением. Из-за наличия киральных частиц один тип оптически активных энантиомеров излучает эффективно и быстро переходит в основное состояние, в то время как оставшаяся часть молекул одной киральности может быть ионизирована резонансным полем и в результате этого удалена из камеры. Таким образом требуемый чистый энантиомер останется в камере. В работах [46–48] аналитические выражения были получены для скоростей распада киральной молекулы вблизи одного и двух киральных шаров. Однако для реальных применений необходимо рассматривать киральные структуры сложной формы, поэтому разработанный автором численный метод (позволяющий работать с киральными частицами произвольной формы) может быть использован для более детальной проработки механизма оптического разделения киральных молекул. Помимо этого, ценность представляет задача изучения собственных колебаний кирального шара и их влияния на параметры излучения киральной молекулы: скорость спонтанного распада и диаграмму направленности излучения.

Исследование линейных кластеров частиц интересно как с практической точки зрения – для использования их в качестве плазмонных волноводов или разветвителей [49], так и с фундаментальной – наблюдаются качественные

изменения спектра по сравнению со спектрами частиц конечного объема. Несмотря на большой интерес к таким системам, основной используемой моделью для их описания остается дипольная, которая имеет очень ограниченную область применения. В связи с этим найденное аналитическое решение задачи на собственные моды линейного кластера шаров с учетом всех мультиполей имеет академическую ценность. Обнаруженные моды с сильной локализацией поля в зазоре между шарами обладают меньшими потерями по сравнению с дипольными модами, и поэтому более перспективны для приложений передачи информации. Кроме того, разработанный метод решения задачи о возбуждении периодической системы одиночным диполей является значительным вкладом в инструментарий теоретических исследований. Обнаруженное существенное увеличение скорости спонтанного распада двухуровневой системы, расположенной вблизи линейного кластера, может быть использовано для повышения эффективности флюоресценции молекул, что является важной задачей для множества биологических и медицинских применений [2].

В отличие от систем, в которых возбуждается только главный дифракционный порядок, рассматриваемая в диссертации система (периодическая решетка киральных отверстий с периодом, большим длины волны) позволяет управлять поляризацией в нескольких пространственных каналах. Это может найти применение в задачах ЦД-спектроскопии [41], а также для создания поляризационных светоделителей (polarized beam splitter) [50] и спектральных и поляризационных фильтров [51].

Положения, выносимые на защиту

1 Скорость распада двухуровневой системы может быть существенным образом увеличена за счет взаимодействия её излучения с линейным кластером металлических наношаров.

2 В бесконечном линейном кластере металлических наношаров существуют собственные моды с сильной локализацией поля в зазорах между шарами.

3 Взаимодействие излучения киральной молекулы с шаром, состоящим из кирального материала, приводит к увеличению скорости спонтанного распада, а также к качественному изменению диаграммы направленности излучения.

4 В системе с распределенной компенсацией потерь, состоящей из двух металлических частиц, одна из которых усиливает электромагнитное излучение, помимо известных PT-симметричных колебаний существуют собственные колебания, для которых полная компенсация потерь достижима в случае, когда мнимая часть диэлектрической проницаемости в пассивной частице много больше коэффициента усиления в активной.

5 Система периодических киральных отверстий в металлической пленке с периодом, большим длины волны, позволяет эффективно управлять состоянием поляризации прошедшего излучения в различных дифракционных порядках.

Достоверность результатов

Достоверность результатов, представленных в диссертации, подтверждается совпадением аналитических результатов с результатами численного моделирования, докладами на международных конференциях и публикациями в ведущих мировых научных журналах. Правильность используемых подходов для численного моделирования подтверждается совпадением численных результатов с экспериментальными для задачи рассеяния плоской волны на периодической решетке диэлектрических шаров [52].

Апробация результатов

Основные результаты работы докладывались на следующих международных конференциях:

1 2nd Chinese-Russian Workshop / Youth Summer School on Laser Physics, Fundamental and Applied Photonics, Tianjin, China, 2012.
2 PIERS (Progress In Electromagnetics Research Symposium), Moscow, Russia, 2012.
3 ICONO/LAT: 2013, Moscow, Russia, 2013.
4 COMSOL Conference 2013 Rotterdam, Netherlands, 2013.
5 COMSOL Conference 2014 Cambridge, England, 2014.
6 XII Международная конференция по наноструктурированным материалам NANO 2014, Москва, Россия, 2014.
7 Quantum Plasmonics, Benasque, Spain, 2015.
8 10th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials 2016, Chania, Greece, 2016.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 9 работ, в том числе 4 статьи в ведущих рецензируемых научных журналах, индексируемых в базе данных Web of Science:

1 Забков И.В., Климов В.В., Трешин И.В., Глазов О.А., Плазмонные колебания в линейном кластере сферических наночастиц // Квантовая электроника. – 2011. – Vol. 41, № 8. – P. 742–747.
2 Klimov V.V., Zabkov I.V., Pavlov A.A., Guzatov D.V., Eigen oscillations of a chiral sphere and their influence on radiation of chiral molecules // Opt. Express. – 2014. – Vol. 22, № 15. – P. 18564.
3 Moufarej E., Maurin I., Zabkov I., Laliotis A., Ballin P., Klimov V., Bloch D., Infiltrating a thin or single-layer opal with an atomic vapour: Sub-Doppler signals and crystal optics // Europhysics Lett. – 2014. – Vol. 108. – P. 17008.

4 Klimov V.V., Zabkov I.V., Pavlov A.A., Shiu R.-C., Chan H.-C., Guo G.Y., Manipulation of polarization and spatial properties of light beams with chiral metafilms // Opt. Express. – 2016. – Vol. 24, № 6. – P. 6172.

Личный вклад соискателя

Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автор принимал непосредственное участие в выборе объектов исследования, постановке задач, аналитическом решении, численном моделировании и обсуждении полученных результатов. Непосредственно автором были разработаны методы численного моделирования киральных структур, расчета возбуждения периодической системы одиночным точечным источником.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 160 наименований. Общий объем 169 страниц, в том числе 69 рисунков.

Глава 1. Обзор литературы

1.1 Оптическая активность, циркулярный дихроизм и киральность

История изучения и открытия киральности тесно связана с такими понятиями, как оптическая активность и циркулярный дихроизм. Первое – это вращение плоскости поляризации линейно-поляризованной волны при прохождении через среду, тогда как второе связано с различным поглощением средой лево- и право-поляризованных плоских волн.

Первые эксперименты [53,54], в которых был обнаружен эффект оптической активности, были проведены в начале 19 века. Франсуа Араго (1811) исследовал кристаллы анизотропного кварца, тогда как Жан-Батист Био (1812, 1815) – кристаллы гипса. Позже Био заинтересовался оптическими свойствами жидкостей и газов: он подозревал, что оптическая активность являлась следствием структуры отдельных молекул, нежели их агрегации в твердое тело. И действительно, в 1817 году он обнаружил оптическую активность паров скипидара.

Концепция поляризации излучения была формализована Френелем в работах по открытию поперечной природы света (1821) и круговой поляризации (1822). С введением понятий волн с правой и левой круговыми поляризациями стало возможным следующее объяснение эффекта оптической активности: если в среде имеется различие фазовых скоростей (из-за различия эффективных показателей преломления) волн с правой и левой круговыми поляризациями, то происходит постоянный набег фазы между ними, и, следовательно, вращение плоскости поляризации линейно поляризованной волны, которая является их суперпозицией.

После работ Френеля оставалось неясным, что за свойство веществ делает их оптически активными. В то время были известны пространственно несимметричные кристаллы, являющиеся зеркальным отражением друг друга (имеющие различную закрученность). Луи Пастер, изучая тартраты, показал, что оптическая активность связана с дисбалансом элементов с различной закрученностью, тогда как в случае растворов с равными долями этих элементов (такие растворы называются рацемическими – racemic) она не наблюдается. Говорят, что элементы с различной закрученностью имеют различную киральность.

Киральность – это свойство геометрических тел не совпадать со своим зеркальным изображением ни при каких сдвигах и поворотах. Большинство органических соединений, таких как белки и аминокислоты, имеют киральную структуру, и поэтому киральность играет важную роль во многих областях науки, в том числе в молекулярной биологии и аналитической химии.

Первым, кто показал, что оптическая активность может быть получена в радиоволновом диапазоне частот, был Карл Линдман [53,54], проводивший свои исследования на медных спиралях размером 10 мм. Было обнаружено вращение поляризации в диапазоне частот от 1 до 3 ГГц. Линдман также продемонстрировал, что рацемическая смесь таких спиралей не является оптически активной. Важный вывод работы Линдмана состоит в том, что киральность является геометрическим свойством и может встречаться не только у структур молекул.

Развитие технологий позволило создавать структуры с элементами, аналогичными спиралям Линдмана, только гораздо меньшего размера, имеющие оптическую активность и циркулярный дихроизм в ближнем ИК и видимом диапазонах частот. Характерные размеры элементов таких структур составляют единицы микрон и даже сотни нанометров. Материалы на основе таких структур

называют метаматериалами [29,55–57]. Пример метаматериала, состоящего из золотых спиралей [29], показан на Рис. 1.1.

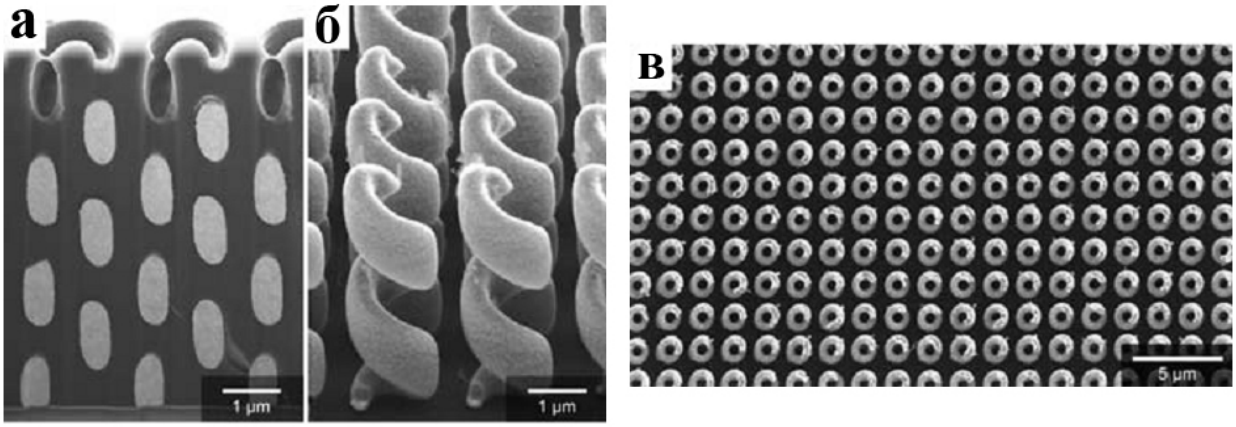

Рис. 1.1 Метаматериал, состоящий из золотых спиралей. (а) Срез ионным пучком (FIB) полимера, частично заполненного золотом методом гальванизации. (б) Вид сбоку на левозакрученные спирали после удаления полимера плазменным травлением. (в) Вид сверху.

Спектры прохождения этой системы по нормали представлены на Рис. 1.2 для двух различных поляризаций падающей волны (правой и левой круговой – синие и красные линии) и для трех различных структур: право- и левозакрученных спиралей, состоящих из двух оборотов (в) и (б), а также левозакрученной спирали, состоящей из неполного одного оборота (а).

Из Рис. 1.2 видно, что одна из двух циркулярно поляризованных волн блокируется структурой, тогда как другая эффективно проходит. Блокирование происходит при совпадении закрученности падающего поля и спиралей. Так, коэффициент прохождения волны с левой круговой поляризацией через левозакрученные спирали (красная линия на Рис. 1.2б) действительно оказывается относительно небольшим по сравнению с прохождением волны с правой поляризацией (синяя линия на Рис. 1.2б). Можно предположить, что эффект связан

с эффективным возбуждением собственных мод спирали при совпадении закрученности, что приводит к большому коэффициенту поглощения. Также из Рис. 1.2а видно, что уменьшение количества витков спирали приводит к ослаблению этого эффекта.

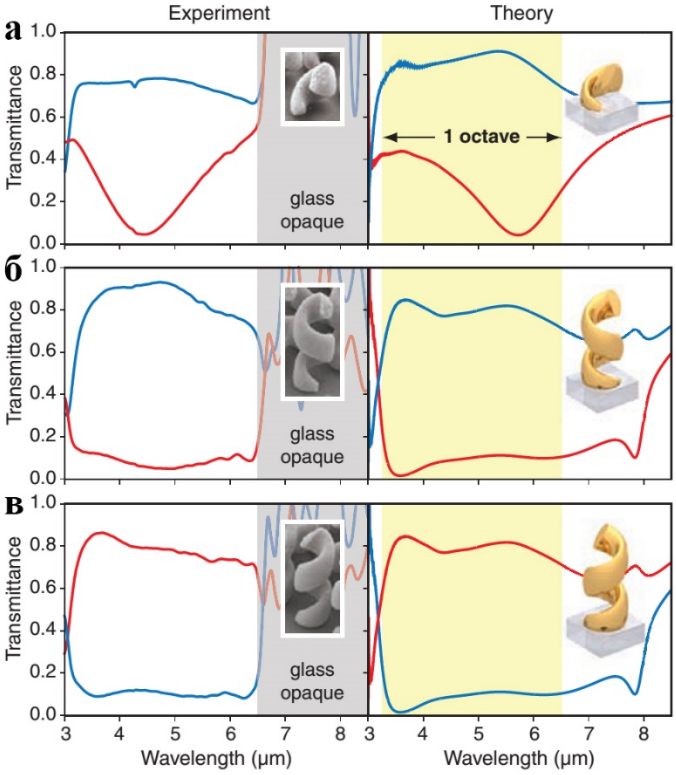

Рис. 1.2 Экспериментальные (левая колонка) и численные (правая колонка) спектры пропускания волны, падающей по нормали. Красные линии соответствуют левой круговой поляризации падающей волны, синие – правой круговой. (а) Левозакрученная спираль, состоящая из одного неполного оборота. (б) Левозакрученная спираль, состоящая из двух оборотов. (в) Правозакрученная спираль, состоящая из двух оборотов. Для длин волн, больших 6.5 мкм, стеклянная подложка становится непрозрачной (серая область на правой колонке).

Другой пример кирального метаматериала, изготовленного с помощью технологии, называемой “ДНК оригами” (DNA origami), показан на Рис. 1.3 [58]. Спирали образуются золотыми наночастицами диаметром 10 нм.

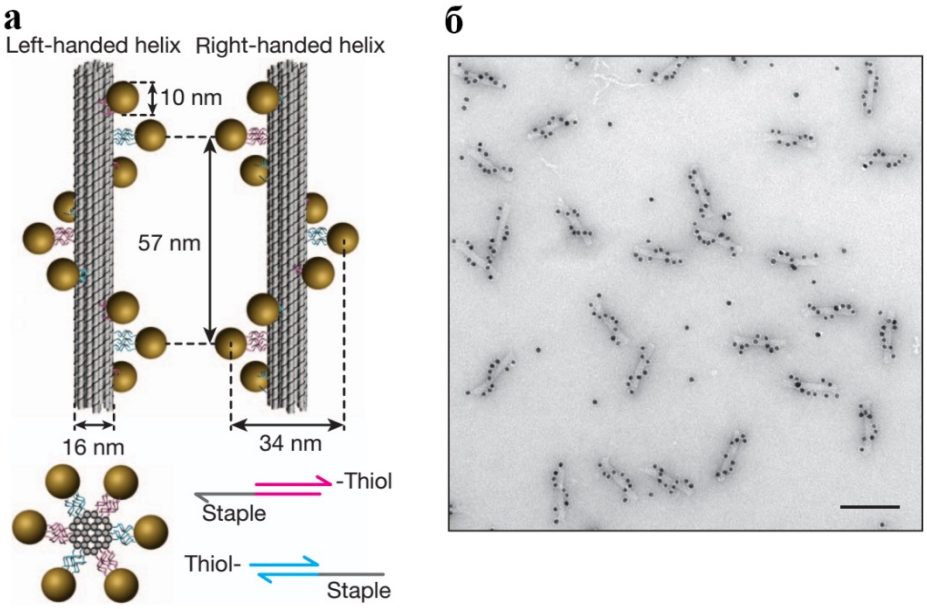

Рис. 1.3 Спирали, состоящие из золотых наночастиц и изготовленные с помощью метода ДНК оригами. (а) Спирали с правой и левой закрученностью диаметром 34 нм и шагом 57 нм, состоящие из золотых наночастиц диаметром 10 нм. (б) Изображение в трансмиссионном электронном микроскопе (TEM) раствора спиралей, шкала 100 нм.

Растворы спиралей с различной закрученностью изучались с помощью CD (cirular dichrosim – циркулярный дихроизм) спектрометра. Результаты измерений показаны на Рис. 1.4.

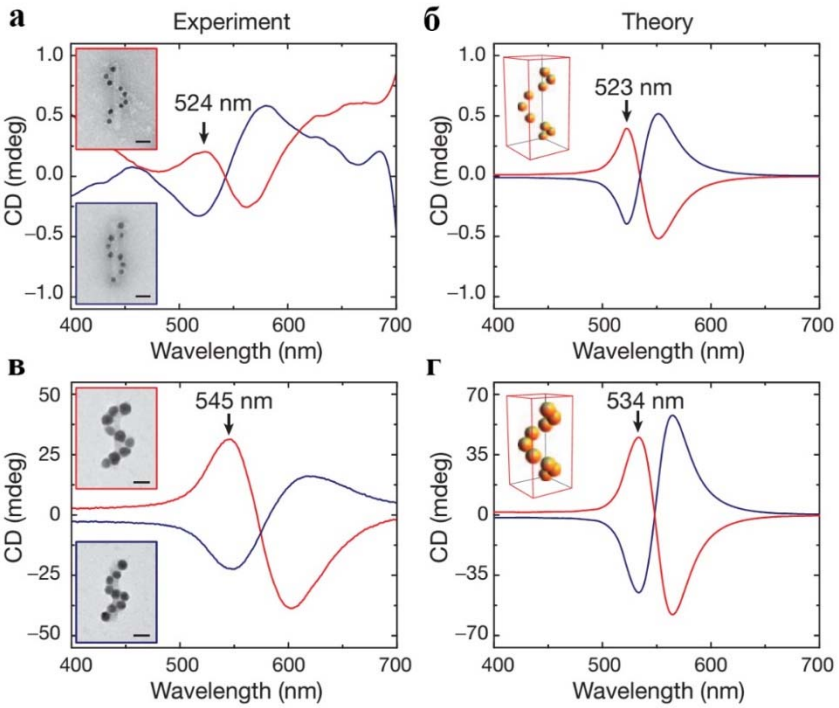

Рис. 1.4 Экспериментальные измерения (а), (в) и численные расчеты (б), (г) циркулярного дихроизма раствора спиралей с левой (красные линии) и правой (синие линии) закрученностью.

Результаты численных расчетов CD, определяемого как разница коэффициентов поглощения волн с правой и левой поляризациями $\Delta A = A_{\mathrm{LCP}} - A_{\mathrm{RCP}}$, приведены в правой колонке Рис. 1.4 для шаров диаметром (б) 10 и (г) 16 нм. Видно, что положение резонанса зависит от размера шаров. Кроме того, CD для спиралей с различной закрученностью отличается знаком. В левой колонке приведены соответствующие экспериментальные результаты, которые хорошо совпадают с теоретическими.

1.2 Киральные среды: приближение эффективной среды

Как уже было сказано выше, открытие киральности тесно связано с изучением оптической активности: вращения плоскости поляризации падающей волны при прохождении её через киральную среду. Феноменологическое изучение оптической активности Друде [59] привело к тому, что он показал, что вращение плоскости поляризации можно получить добавлением в вектор поляризации электрического поля $\mathbf{P}$ слагаемого, пропорционального ротору электрического поля $\operatorname{rot}\mathbf{E}$. На основании этого Борн [60] предложил следующие уравнения для описания киральных сред:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon\left(\mathbf{E} + \eta \operatorname{rot}\mathbf{E}\right), \\ \mathbf{B} &= \mu\mathbf{H}, \end{aligned} \tag{1.1}$$

где $\mathbf{D},\mathbf{E}$ и $\mathbf{B},\mathbf{H}$ – индукция и напряженность электрического и магнитного полей, соответственно, ε,μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, η –параметр киральности, имеющий размерность длины.

Позже Борен показал, что среды, описываемые уравнениями (1.1), не являются взаимными [53]. Федоров [61,62], изучая оптическую активность кристаллов, дополнил эти уравнения, добавив зависимость вектора намагниченности $\mathbf{M}$ от ротора магнитного поля $\operatorname{rot}\mathbf{H}$, что решило проблему невзаимности. Итоговые материальные уравнения носят имя Друде-Борна-Федорова и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon\left(\mathbf{E} + \eta \operatorname{rot}\mathbf{E}\right), \\ \mathbf{B} &= \mu\left(\mathbf{H} + \eta \operatorname{rot}\mathbf{H}\right). \end{aligned} \tag{1.2}$$

Применимость уравнений (1.2) для описания эффективных киральных сред была подтверждена Бореном, изучавшим оптическую активность молекул [63]. Отметим, что существуют альтернативные формы материальных уравнений для описания киральности [53] – Поста, Кондона и др., однако все они могут быть сведены к форме (1.2) для монохроматических волн.

С появлением материальных уравнений (1.2) возник вопрос об аналитическом решении задач взаимодействия электромагнитного поля с киральными объектами различной формы. Метод для решения таких задач предложил Борен, решая задачу о рассеянии плоской волны на киральном шаре . Он заключается в линейном преобразовании электрического и магнитного полей, которое приводит к независимым уравнениям, решениями которых являются волны с правой и левой круговыми поляризациями. Рассмотрим его более подробно. Подставляя материальные уравнения (1.2) в уравнения Максвелла и полагая, что все колебания имеют зависимость от времени вида $\exp(-i\omega t)$, где ω, t – частота и время колебаний, получим:

$$\begin{aligned} &\operatorname{rot}\mathbf{E} - i\mu\chi\operatorname{rot}\mathbf{H} = ik_0\mu\mathbf{H}, \\ &\operatorname{rot}\mathbf{H} + i\varepsilon\chi\operatorname{rot}\mathbf{E} = -ik_0\varepsilon\mathbf{E}. \end{aligned} \tag{1.3}$$

В (1.3) $k_0 = \omega / c$ – волновое число в вакууме, c – скорость света в вакууме и $\chi = k_0\eta$ – безразмерный параметр киральности. Систему (1.3) можно переписать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \operatorname{rot}\mathbf{E} \\ \operatorname{rot}\mathbf{H} \end{pmatrix} = K\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}, \quad K = \frac{k_0}{1-\chi^2\varepsilon\mu}\begin{pmatrix} \chi\varepsilon\mu & i\mu \\ -i\varepsilon & \chi\varepsilon\mu \end{pmatrix}. \tag{1.4}$$

Линейное преобразование электромагнитного поля (преобразование Борена [64,65]), приводящее матрицу K к диагональному виду, имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \mathbf{Q}^{(L)} \\ \mathbf{Q}^{(R)} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -i\mu / \sqrt{\varepsilon\mu} \\ -i\sqrt{\varepsilon\mu} / \mu & 1 \end{pmatrix}, \tag{1.5}$$

Действительно, получаем:

$$\begin{gathered} A^{-1}KA = \begin{pmatrix} k_L & 0 \\ 0 & -k_R \end{pmatrix}, \\ k_L = \frac{k_0\sqrt{\varepsilon\mu}}{1-\chi\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad k_R = \frac{k_0\sqrt{\varepsilon\mu}}{1+\chi\sqrt{\varepsilon\mu}}. \end{gathered} \tag{1.6}$$

Компоненты преобразованного поля $\mathbf{Q}^{(L)}, \mathbf{Q}^{(R)}$ (1.5) независимо друг от друга удовлетворяют уравнениям:

$$\nabla^2\mathbf{Q} + k^2\mathbf{Q} = 0, \tag{1.7}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{Q} = k\mathbf{Q}, \tag{1.8}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{Q} = 0, \tag{1.9}$$

где $k = k_L, -k_R$ для $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_L, \mathbf{Q}_R$ соответственно. Уравнение (1.8) получается подстановкой (1.5) в (1.4), а (1.7) и (1.9) могут быть легко получены подстановкой (1.5) в волновое уравнение и уравнение на дивергенцию электрического и магнитного полей соответственно. Решением уравнений (1.7)-(1.9) в свободном пространстве являются волны с круговой поляризацией. Действительно, решением волнового уравнения (1.7) является волна вида $\mathbf{Q} = \exp(i\mathbf{kr})$, распространяющаяся в направлении единичного вектора $\hat{\mathbf{e}}$, такого что $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{e}}$. Уравнения (1.8) и (1.9) можно записать в виде:

$$i\hat{\mathbf{e}} \times \mathbf{Q} = \pm\mathbf{Q}, \tag{1.10}$$

$$\hat{\mathbf{e}}\mathbf{Q} = 0. \tag{1.11}$$

Из (1.11) следует поперечный характер поля, то есть $\mathbf{Q}$ может быть разложена по двум ортогональным векторам $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1\hat{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{Q}_1\hat{\mathbf{e}}_2$, так что $\hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2, \hat{\mathbf{e}}$ образуют правую тройку векторов. Тогда из уравнения (1.10):

$$\mathbf{Q} = Q_2\left(\hat{\mathbf{e}}_2 \mp i\hat{\mathbf{e}}_1\right), \tag{1.12}$$

где минус относится к случаю $\mathbf{Q}_L$, а плюс – к $\mathbf{Q}_R$. Комплексный вектор $\hat{\mathbf{e}}_2 + i\hat{\mathbf{e}}_1$ описывает поляризованную по кругу волну с правым направлением вращения (при наблюдении в направлении источника), а вектор $\hat{\mathbf{e}}_2 - i\hat{\mathbf{e}}_1$ – с левым. Следовательно, $\mathbf{Q}_R$ и $\mathbf{Q}_L$ определяют волны с правой и левой круговыми поляризациями соответственно. То есть электромагнитное поле в киральной неограниченной среде является суперпозицией волн с правой и левой круговыми поляризациями (в соответствии с (1.5)).

При $0 < \chi << 1$ волновые вектора $k_L > k_R$ и, следовательно, волны с левой поляризацией распространяются с меньшей фазовой скоростью, чем волны с правой поляризацией. В этом случае говорят, что среда является правой. В противоположном случае $0 > \chi >> -1$ среда является левой. Важно, что произвольная суперпозиция $\mathbf{Q}_1$ и $\mathbf{Q}_2$ может дать волну с линейной поляризацией только в случае некиральной среды $\chi = 0$, так как иначе волны с левой и правой поляризациями распространяются с разными фазовыми скоростями.

Используя описанный подход, Борен решил задачу о рассеянии плоской волны киральным шаром [64] (аналог задачи Ми). В своей следующей работе [66] он решил аналогичную задачу для двухслойного шара, а также получил выражения для циркулярного дихроизма и оптической активности неупорядоченного массива таких шаров, расположенных в тонком слое. Позже было получено аналитическое решение задачи в случае произвольного числа слоев [36], а также в случае шара с неоднородным показателем преломления, зависящим от радиуса [67]. Рассеяние

электромагнитного поля эрмитова-гауссова пучка на киральном шаре было рассмотрено в [68].

Задача рассеяния плоской волны киральным цилиндром была также впервые решена Бореном [69]. Аналогичная задача для двухслойного цилиндра была решена в [70].

1.3 Спонтанный распад, эффект Парселла

Квантовая теория излучения полагает, что свет излучается либо поглощается при переходе атома между двумя квантовыми состояниями. Процесс излучения фотона при переходе электрона в атоме из верхнего в нижний энергетический уровень называется спонтанным излучением. До работы Парселла [1] считалось, что спонтанное излучение – это внутреннее свойство атомов или молекул, и поэтому не зависит от окружающего пространства. Парселл экспериментально показал, что скорость спонтанной релаксации магнитного диполя увеличивается при помещении его в резонатор по сравнению со скоростью излучения в свободном пространстве. В другой пионерской работе [71] было экспериментально показано влияние планарного интерфейса на скорость спонтанного распада молекул.

Аналитическое описание спонтанного распада возможно как в рамках квантовой, так и классической электродинамики. В последнем случае двухуровневая система представляется классическим точечным источником, например, дипольным. Оказывается, оба эти подхода приводят к одинаковым результатам скорости распада и смещения частоты [72,73].

В рамках квантовой электродинамики решается задача о вероятности перехода двухуровневой системы из возбужденного состояния в основное. Эта вероятность, согласно золотому правилу Ферми, определяется выражением:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{f_{\mathbf{k}}}\left|\left\langle f \,|\, \hat{H}_I \,|\, i\right\rangle\right|^2 \delta\left(\omega_i - \omega_f\right), \tag{1.13}$$

где $|i\rangle, |f\rangle$ – операторы возбужденного и конечных состояний с частотами ω_i, ω_f, $\hat{H}_I = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \hat{\mathbf{E}}$ – оператор взаимодействия в дипольном приближении, $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ – оператор дипольного момента, $\hat{\mathbf{E}}$ – оператор электрического поля в точке расположения системы. Конечные состояния $f_{\mathbf{k}}$ имеют одинаковую частоту ω_f и могут отличаться только модой поля $\mathbf{k}$. Подставляя в (1.13) выражения для операторов дипольного момента и электрического поля, а также выражая последний через диадную функцию Грина $\overleftrightarrow{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r},\omega)$, можно получить следующее выражение для скорости спонтанного распада [19]:

$$\gamma = \frac{2\omega_0^2}{c^2\hbar\varepsilon_0}\left|\boldsymbol{\mu}\right|^2\left[\mathbf{n}_\mu^{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{Im}\left\{\overleftrightarrow{\mathbf{G}}\left(\mathbf{r}_0,\mathbf{r}_0,\omega_0\right)\right\} \cdot \mathbf{n}_\mu\right], \tag{1.14}$$

В (1.14) $\mathbf{n}_\mu$ – единичный вектор в направлении матричного элемента дипольного момента $\boldsymbol{\mu}$, ω_0 – частота перехода, c – скорость света, ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, $\hbar$ – постоянная Планка, $\mathbf{r}_0$ – координата точки расположения двухуровневой системы. Таким образом, для определения скорости спонтанной релаксации двухуровневой квантовой системы достаточно знать диадную функцию Грина в точке её расположения. С точки зрения классической электродинамики это соответствует электрическому полю, рассеянному на окружении.

При классическом рассмотрении двухуровневая система представляется точечным диполем. Для электрического диполя с моментом $\boldsymbol{\mu}$, расположенного в точке $\mathbf{r}_0$ и имеющего частоту колебаний ω, вектор плотности тока может быть записан в виде:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -i\omega\boldsymbol{\mu}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0). \tag{1.15}$$

Излучающий диполь будет терять энергию в соответствии с теоремой Пойтинга, которая в случае линейных сред и гармонических колебаний имеет вид:

$$P = \int_{\partial V} \mathbf{S}\mathbf{n}da = \frac{1}{2}\int_V \mathrm{Re}\left(\mathbf{j}^*\mathbf{E}\right)dV, \tag{1.16}$$

где $\mathbf{S}$ – вектор Пойтинга, $\mathbf{n}$ – вектор нормали. Подставляя (1.15) в (1.16), получим:

$$P = \frac{\omega}{2}\mathrm{Im}\left(\boldsymbol{\mu}^*\mathbf{E}(\mathbf{r}_0)\right). \tag{1.17}$$

С учетом определения диадной функции Грина:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \omega^2\mu\mu_0\overleftrightarrow{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0)\boldsymbol{\mu}, \tag{1.18}$$

легко увидеть, что выражения (1.18) и (1.14) отличаются только постоянными коэффициентами и дают одинаковые результаты для относительной скорости распада. Действительно, обозначая за γ_0, P_0 скорость распада и потери энергии в свободном пространстве, получим соотношение:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{P}{P_0}. \tag{1.19}$$

Выделяя в $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) + \mathbf{E}_S(\mathbf{r}_0)$ поле, излучаемое диполем $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)$, и рассеянное поле $\mathbf{E}_S(\mathbf{r}_0)$, а также подставляя известное выражение [18] для поля диполя в свободным пространстве $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)$, можно получить следующее соотношение для модификации скорости спонтанного распада двухуровневой системы в произвольном окружении:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 + \frac{6\pi\varepsilon_0}{|\boldsymbol{\mu}_0|^2}\frac{1}{k^3}\mathrm{Im}\left(\boldsymbol{\mu}_0^*\mathbf{E}_s(\mathbf{r}_0)\right). \tag{1.20}$$

Справедливость уравнения (1.20) была подтверждена экспериментально [73,74]. На Рис. 1.5 представлены результаты сравнения эксперимента и расчета по формуле (1.20) времени жизни возбужденного состояния молекул Eu^{3+}, расположенных вблизи пленки серебра [73].

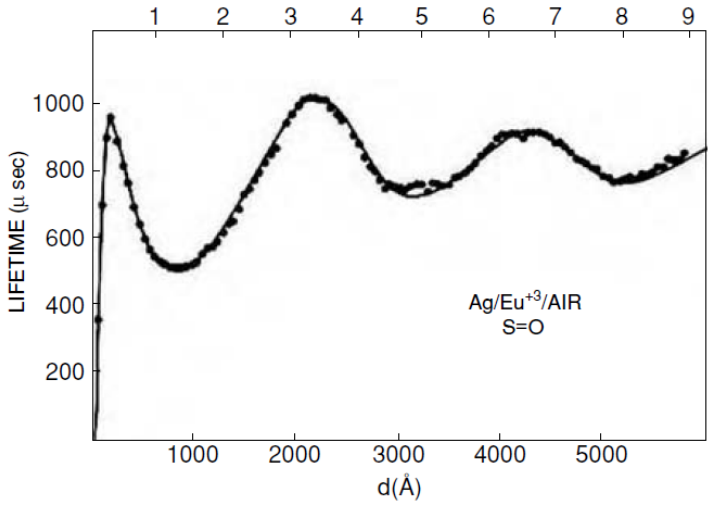

Рис. 1.5 Время жизни возбужденного состояния молекул Eu^{3+}, расположенных вблизи пленки серебра, в зависимости от расстояния до неё. Точки соответствуют экспериментальным результатам, линия – расчету в соответствии с формулой (1.20)
.

Влияние киральных структур, описываемых с помощью приближения эффективной среды (см. раздел 1.2), на излучение двухуровневых систем рассматривалось в целом ряде работ. На настоящий момент аналитические решения получены для следующих геометрий: полупространство с плоской границей [75], один киральный шар [76–78] и два киральных шара [79]. Излучение электрического диполя, находящегося в центре киральной сферической частицы, исследовано в [76], где получены выражения для полей и показано, что поле вне шара можно представить в виде суперпозиции полей электрического и магнитного диполей, расположенных в свободном пространстве. Случай произвольно

расположенного электрического диполя рассмотрен в [77], где также получены выражения для полей диполя, расположенного как снаружи, так и внутри шара, и показано, что при определенных параметрах шара в дальнем поле можно получить волну чисто круговой поляризации. Кроме того, в обеих работах ([76], [77]) исследована зависимость скорости распада диполя от радиуса кирального шара и показано, что она может быть увеличена при определенных параметрах. В них рассматривался наиболее простой случай: диполь, расположенный в центре шара. В [78] показано, что существуют два фокуса кирального шара, при помещении в которые электрического диполя в дальнем поле будет образовываться плоская волна с правой или левой поляризацией. Особый интерес представляет изучение взаимодействия киральных молекул с киральными средами. С точки зрения электродинамики киральные молекулы могут быть описаны суперпозицией двух дипольных моментов: электрического и магнитного [80,81]. Выражение для модификации скорости спонтанного распада (1.20) в этом случае изменится: в нем появится дополнительное слагаемое, связанное с магнитным диполем [75]. В работах [47,48] получены аналитические выражения для одного кирального шара, а в [46] – для двух киральных шаров. В этих работах показано, что для молекул с различной киральностью время жизни возбужденного состояния может существенно различаться.

1.4 Управление поляризационными и пространственными свойствами света с помощью периодических решеток

Среды, обсуждаемые выше, можно разделить на две основные группы по типу расположения элементов: структурированные и неструктурированные. Первый тип подразумевает детерминированное расположение элементов друг относительно

друга, как например в случае периодически расположенных спиралей в работе [29]. Пример второго типа приведен в работе [58]. Преимуществом метаматериалов первого типа является наличие дополнительного параметра, определяющего взаимное расположение элементов (метаатомов) и существенно влияющего на оптические характеристики. Среди таких материалов большой популярностью пользуются периодические решетки частиц [29,31,82–85], а также отверстий [30,86].

Одной из интересных областей применения структурированных метаматериалов является управление с их помощью поляризационными свойствами света. Отметим, что в этом случае нужно с осторожностью пользоваться такими терминами, как циркулярных дихроизм и оптическая активность, по крайней мере в изначальном смысле этих слов. Так, например, в работе [30] оптической активностью называют вращение плоскости поляризации падающей волны, притом что сама поляризация изменяется с линейной на эллиптическую. При этом изначально оптическая активность определялась для сред, сохраняющих поляризацию линейной (типичный пример – раствор сахара). Более корректными подходами для описания поляризационных свойств среды являются описания с помощью матрицы Джонса [87] (иногда также говорят T матрицы) или с помощью поляризационного эллипса [82].

Матрица Джонса представляет из себя матрицу коэффициентов преобразования волн различной поляризации (например, двух линейных поляризаций) друг в друга при прохождении через исследуемую структуру:

$$\begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \end{pmatrix}, \tag{1.21}$$

где i_x, i_y и t_x, t_y – комплексные амплитуды плоских падающих и проходящих волн. Другим возможным базисом являются две волны с круговыми поляризациями: правой и левой.

Поляризационный эллипс – фигура, описываемая вектором электрического поля в плоскости, нормальной направлению распространения волны; характеризуется эллиптичностью и углом вращения поляризации. Последний можно определить как угол между главной осью эллипса и произвольно выбранной координатной осью.

Примеры использования структурированных метаматериалов для изменения поляризационных свойств света могут быть найдены в работах [29–32,83–85].

В [83] рассматривается периодическая решетка частиц в форме гаммадионов (Рис. 1.6), и исследуется поляризация волны, прошедшей через такую структуру при падении на неё волны, имеющей линейную поляризацию.

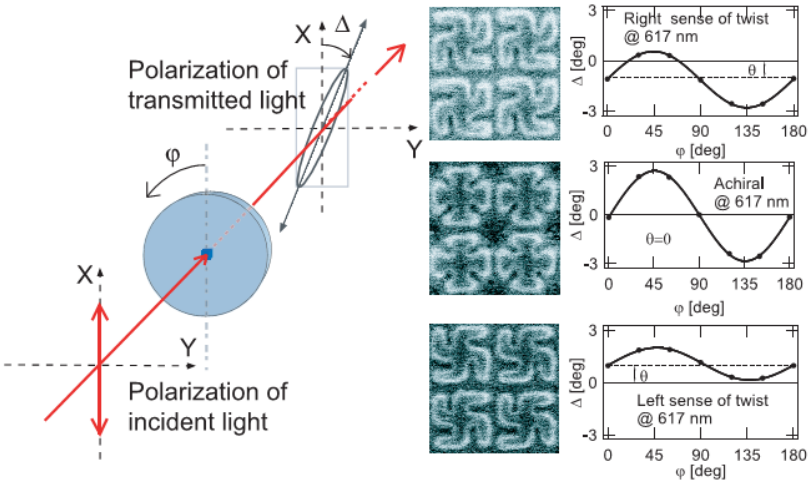

Рис. 1.6 Экспериментальная схема и изображение исследуемых структур в форме акиральных, лево- и правозакрученных гаммадионов [83]. Графики показывают зависимость измеренного угла вращения поляризации Δ от угла вращения образца φ.

Гаммадионы, изготовленные из золота, имеют высоту 95 нм, поперечную ширину 80 нм и период 500 нм. Поляризация прошедшей волны в данной работе описывается эллипсом поляризации, характеризующимся углом между осью x и главной осью эллипса Δ, а также эллиптичностью:

$$\eta = \arctan\left(a / b\right), \tag{1.22}$$

где a,b – большая и малая оси.

Зависимость угла Δ от угла вращения образца φ показана на Рис. 1.6 для трех образцов: гаммадионов с правой и левой закрученностью, а также для акиральных частиц. Из графиков видно, что даже в случае акиральных частиц может наблюдаться существенное вращение плоскости поляризации. Однако при усреднении Δ по всем положениям образца (обозначим это за θ) получается 0. В случае киральных частиц усреднение Δ по всем φ дает ненулевое значение (обозначим результат усреднения за θ), которое отличается знаком для образцов с противоположной киральностью. Конкретные значения усредненного угла вращения поляризации θ, эллиптичности η, а также общего коэффициента прохождения через структуру приведены на Рис. 1.7.

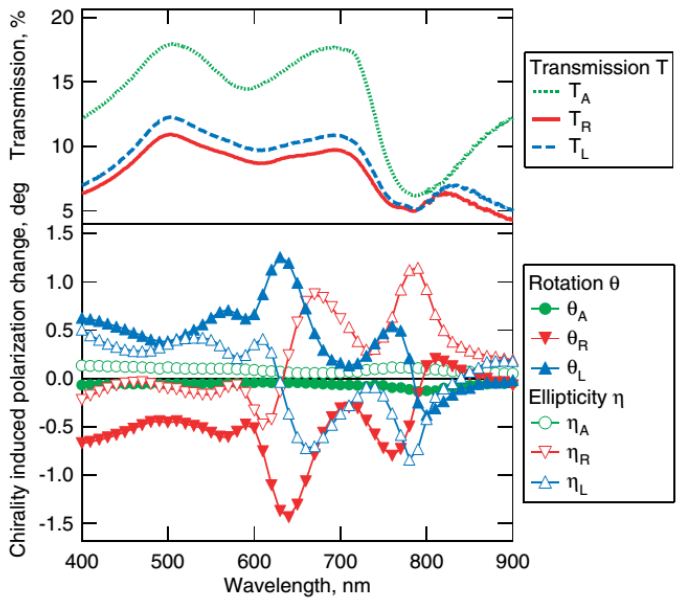

Рис. 1.7 Зависимость усреднённого (по всем положениям образца) угла вращения поляризации θ, эллиптичности η, а также полного коэффициента прохождения от длины волны для образцов, приведенных на Рис. 1.5: гаммадионов с левой и правой закрученностью, а также акиральных частиц.

Из Рис. 1.7 видно, что структура, состоящая из акиральных элементов, дает эллиптичность, существенно меньшую, чем из киральных, хотя, как было показано выше, может вращать плоскость поляризации падающей волны. То есть линейно поляризованная волна, прошедшая через такую структуру, практически сохраняет свою линейную поляризацию, испытывая при этом только вращение направления колебания вектора электрического поля. Структуры, состоящие из киральных элементов, помимо вращения плоскости поляризации также изменяют эллиптичность прошедшей волны. Вместе с этим происходит уменьшение полного коэффициента прохождения почти в два раза по сравнению с акиральной структурой.

Частицы в форме гаммадионов также рассматривались в работе [84], однако, в отличие от [83], они состояли из трех слоев (золото-MgF_2-золото). Схема

рассматриваемых частиц, а также спектры прохождения волн с правой и левой поляризациями показаны на Рис. 1.8.

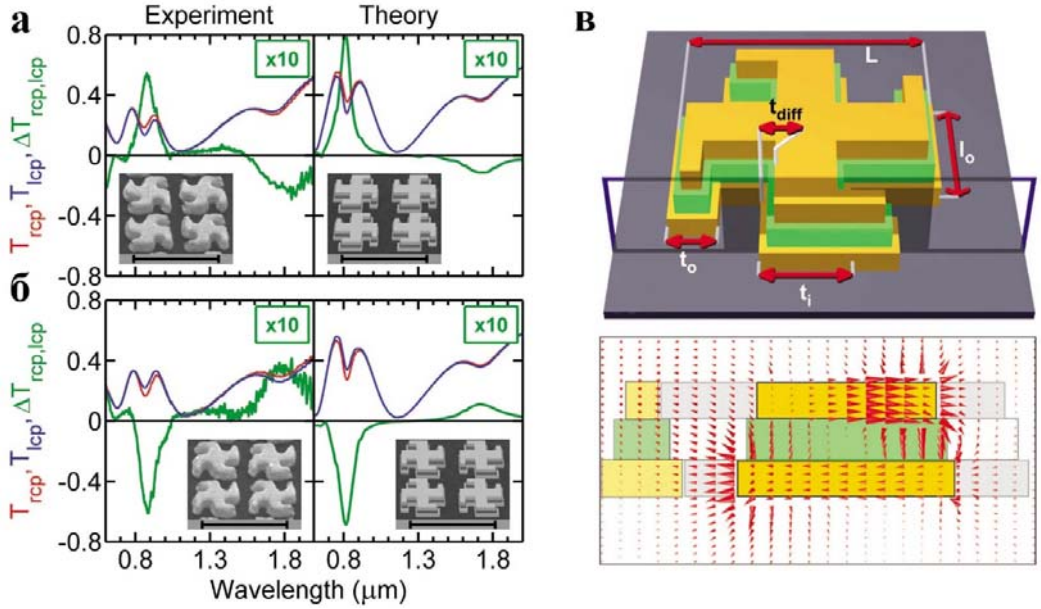

Рис. 1.8 (а, б) Спектры прохождения волны с круговой поляризацией (правой и левой – красная и синяя линии) через периодическую решетку гаммадионов: экспериментальный (правая колонка) и теоретический (левая колонка). Зеленая линия соответствует разнице коэффициента прохождения для правой и левой волн, умноженной на 10. (а) и (б) соответствуют право- и левозакрученным гаммадионам. (в) Схема трехслойных частиц (золото-MgF_2-золото) в форме гаммадионов. Толщина всех слоев 25 нм, L = 274 нм.

Из Рис. 1.8а,б видно, что имеется различие в коэффициенте прохождения правой и левой волн $\Delta T_{rcp,lcp}$, причем разница имеет противоположный знак для гаммадионов различной закрученности, чего и можно было ожидать из соображений симметрии. Максимальное значение разницы $\Delta T_{rcp,lcp}$ составило 6%. Помимо трехслойной структуры в работе [84] также была рассмотрена однослойная структура, состоящая из золота толщиной 50 нм, однако для неё не

наблюдалось существенной разницы в коэффициенте прохождения правой и левой волн $\Delta T_{\mathrm{rcp,lcp}}$.

Подчеркнем, что частицы в форме гаммадионов не являются истинно киральными, потому что они эффективно двумерные. Действительно, любой двумерный объект (который является изотропным по направлению третьего измерения) можно совместить со своим зеркальным отражением, в случае если он расположен в однородном пространстве. Эффективная киральность в данном случае возникает из-за неравенства оптических параметров подложки и верхней среды [88]. Термин «киральный» в таком случае определяет всю структуру в целом, а не конкретную форму элементов.

Для того, чтобы структура была истинно киральной, она должна быть неоднородной и по третьему измерению. Такой пример рассматривался в работе [85], в которой киральный элемент состоял из двух крестов, повернутых друг относительно друга. Геометрия структуры и соответствующие спектры изображены на Рис. 1.9.

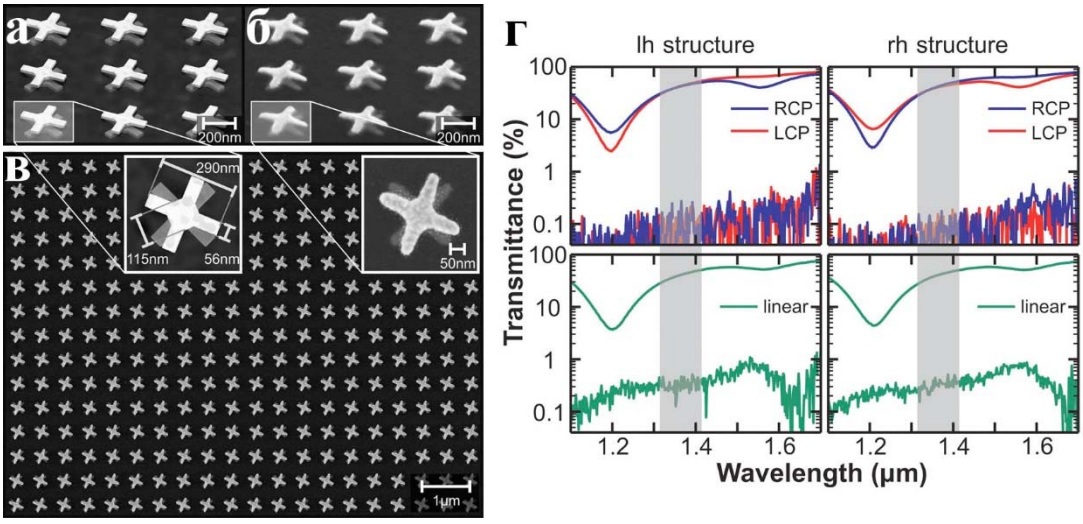

Рис. 1.9 (а) Схема кирального метаматериала, состоящего из двух крестов, повернутых друг относительно друга. (б), (в) Изображение реальных структур. (г)

Спектры прохождения волн с круговыми поляризациями (сверху), а также линейной поляризацией (снизу) для структур различной закрученности (левая и правая колонки).

В данной работе, в отличие от работы [84], помимо полного прохождения измерялся также коэффициент прохождения волны с правой и левой поляризациями независимо. То есть в какой-то мере измерялась поляризация прошедшей волны. На Рис. 1.9г вверху показаны спектры прохождения волн с круговой поляризацией: красные и синие линии соответствуют различной поляризации падающей волны (левой и правой). Конверсия между волнами с различной поляризацией очень мала и поэтому показана тем же цветом. То есть две красные линии на одном рисунке соответствуют: верхняя – конверсии левополяризованной волны в левую, нижняя – левой в правую. Амплитуда конверсии меньше 10^{-3}, что соответствует пределу точности эксперимента.

Отсутствие конверсии между волнами круговой поляризации интересно по нескольким причинам. Первая – эффективная киральная среда, описываемая уравнениями (1.2), обладает таким же свойством, так как собственными состояниями для неё являются волны с круговой поляризацией. С другой стороны, эффективная киральная среда обладает чистой оптической активностью при отсутствии конверсии. Рассматриваемая же структура демонстрирует ненулевую конверсию для волны с линейной поляризацией. Это показано в нижнем ряду Рис. 1.9г, где две зеленные линии на каждом рисунке соответствуют: верхняя – прохождению линейно поляризованной волны в волну с аналогичной поляризацией, нижняя – конверсии между двумя перпендикулярными линейными поляризациями. Вторая причина – это соответствие со статьей [87], в которой показано, что для структуры с симметрией C4 (объект переходит сам в себя при повороте на 90 градусов) должны сохранять поляризацию круговых волн.

Другой пример истинно кирального метаматериала уже рассматривался в разделе 1.1, где речь шла о решетке золотых спиралей – см. Рис. 1.1. В [29] было показано, что в зависимости от направления закрученности спиралей метаматериал хорошо пропускает плоскую волну с правой или левой круговой поляризациями, при этом блокируя волну с противоположной. Такое различие можно объяснить особенностью собственных мод этой системы эффективно взаимодействовать (возбуждаться) со светом определенной закрученности. Важно, что в [29] не исследовалась поляризация прошедшего излучения, и следовательно не было показано что такая система будет преобразовывать линейно поляризованную волну в волну с круговой поляризацией (аналог четвертьволновой пластинки). При этом авторы называют свою систему круговым поляризатором, подразумевая разные коэффициенты прохождения волн с различной поляризацией. Такое определение является контринтуитивным, так как в случае, например, линейного поляризатора обычно подразумевают устройство, конвертирующее неполяризованное излучение в излучение с линейной поляризацией.

Киральный метаматериал с эффективной конверсией линейно поляризованной волны в волну с круговой поляризацией рассматривался в работе [30]. Геометрия структуры и результаты измерения поляризации прошедшего через неё излучения изображены на Рис. 1.10.

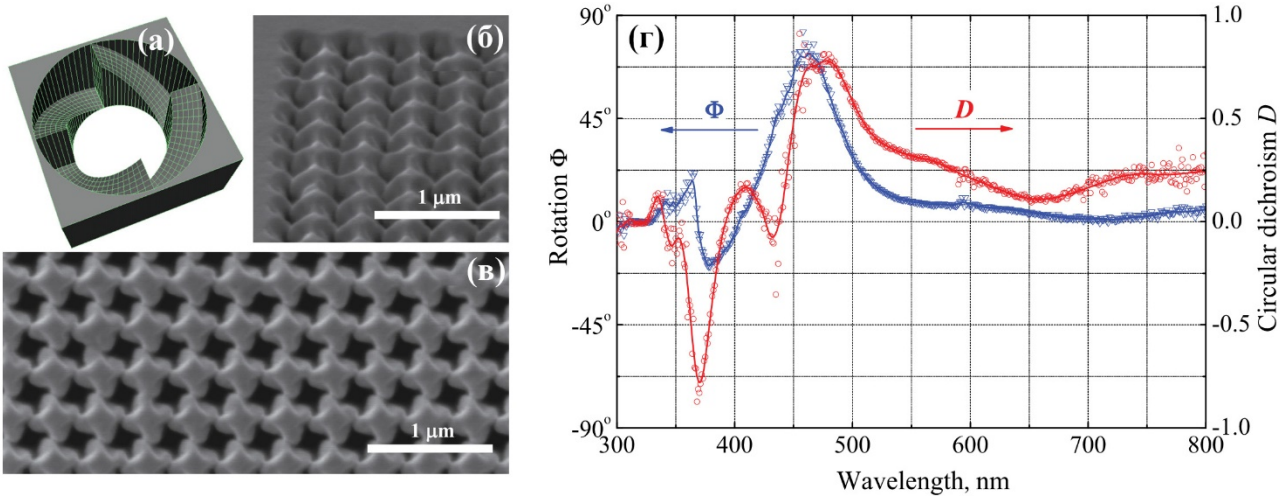

Рис. 1.10 (а) Трехмерная модель элементарной ячейки. (б), (в) Изображение в сканирующем электронном микроскопе структуры, изготовленной с помощью фокусируемого ионного пучка в серебряной пленке толщиной 270 нм. (г) Состояние поляризации прошедшего излучения в зависимости от длины волны. Поляризация падающего излучения – линейная. Вращение поляризации показано на левой оси, эллиптичность – на правой.

На Рис. 1.10 приведены два параметра, характеризующие поляризацию прошедшего излучения: угол вращения поляризации (аналог угла Δ, Рис. 1.6) и параметр, характеризующий степень эллиптичности прошедшего излучения и связанный с параметром η (1.22) формулой:

$$D = \sin 2\eta. \tag{1.23}$$

Можно показать, что параметр D можно также выразить через коэффициенты прохождения волн с правой и левой круговыми поляризациями $T_{\mathrm{R}}, T_{\mathrm{L}}$ при падении на систему линейно поляризованной волны следующим образом:

$$D = \left(T_{\mathrm{R}} - T_{\mathrm{L}}\right) / \left(T_{\mathrm{R}} + T_{\mathrm{L}}\right), \tag{1.24}$$

Изменение эллиптичности от -45 до 45 градусов соответствует изменению параметра D от -1 до 1. Для линейно поляризованной волны $D = 0$, тогда как для

волн с круговой поляризацией $|D|=1$. Из Рис. 1.10 видно, что имеется конверсия линейно поляризованной волны в волну с большим D в диапазоне длин волн 450-500 нм. Максимальное значение параметра $D=0.75$, что соответствует $\eta=24°$. Угол вращения поляризации Δ изменяется от -22 до 70 градусов.

Истинно киральные структуры, примеры которых приведены в рассмотренных выше работах [29,30,85], можно разбить на две основные группы. Первая – это структуры, простейшие элементы (метаатомы) которых имеют киральность сами по себе, как спирали (Рис. 1.1) и отверстия сложной формы (Рис. 1.10а). Для второй группы метаатомы состоят из множества простых, некиральных частиц, например, два креста, смещенных и повернутых друг относительно друга (Рис. 1.9). Еще более простые формы частиц, составляющих метаатомы, были рассмотрены в работе [31]. На Рис. 1.11 показан метаматериал, состоящий из нескольких слоев повернутых друг относительно друга брусков.

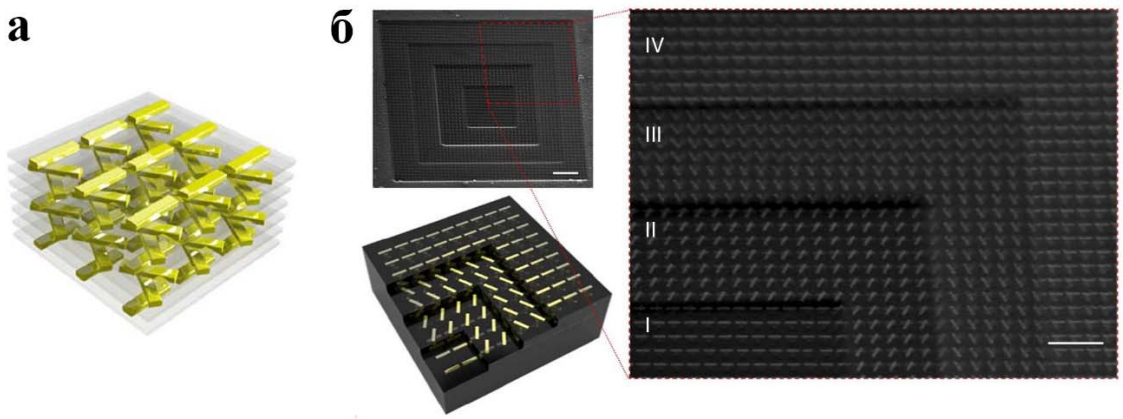

Рис. 1.11 (а) Схема кирального метаматериала, состоящего из 7 слоев, каждый слой состоит из золотых брусков и имеет разный угол поворота. (б) Изображение в сканирующем электронном микроскопе: цифры I, II, III, IV соответствуют разным слоям метаматериала.

На Рис. 1.12 показана зависимость коэффициента прохождения волн правой и левой поляризаций от количества слоев метаматериала.

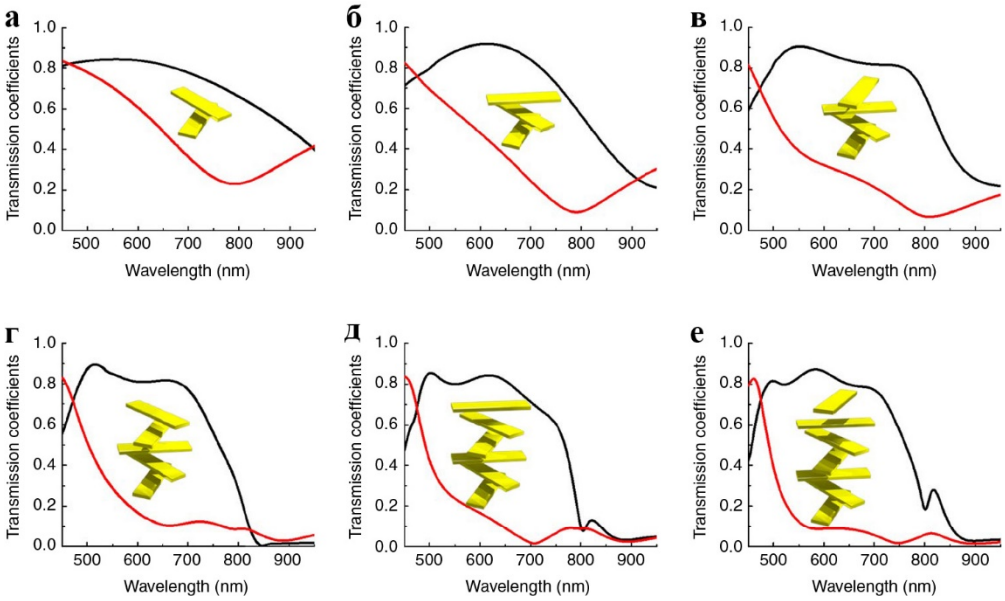

Рис. 1.12 Коэффициент прохождения волны с правой (черные линии) и левой (красные линии) поляризациями в зависимости от количества слоев метаматериала. Длина бруска составляет 120 нм, угол поворота брусков между слоями 60 градусов.

Видно, что даже в случае двух слоев имеется существенное различие в прохождении волн с правой и левой поляризациями. Кроме того, по мере добавления слоев эффект усиливается. Преимуществом такого метаматериала является относительная легкость изготовления каждого слоя. Отметим, что в данной работе, как и в [29], не проводилось измерение состояния поляризации прошедшего излучения. Соответственно, вопрос о конверсии волн с круговой поляризацией такого типа структурами остается открытым.

Помимо использования плазмонного резонанса, возникающего в металлических структурах, в ближнем ИК диапазоне можно использовать диэлектрики с большим показателем преломления. Так, в работе [32]

использовался киральный метаматериал, изготовленный из кремния. Геометрия предложенной структуры и её изображение в СЭМ приведены на Рис. 1.13.

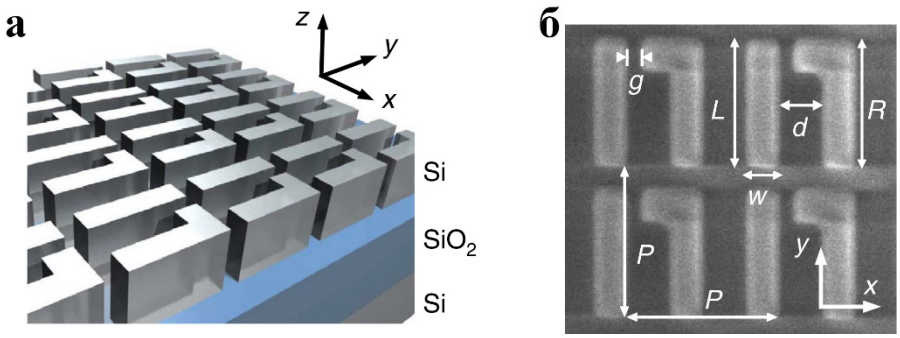

Рис. 1.13 (а) Схема кирального диэлектрического метаматериала, изготовленного из кремния. (б) СЭМ изображение изготовленных структур. Значения параметров: P = 2.4 мкм, w = 500 нм, d = 500 нм, g = 200 нм, R = 2 мкм, L = 1.8 мкм.

Схема и результаты измерения поляризации прошедшего излучения приведены на Рис. 1.14.

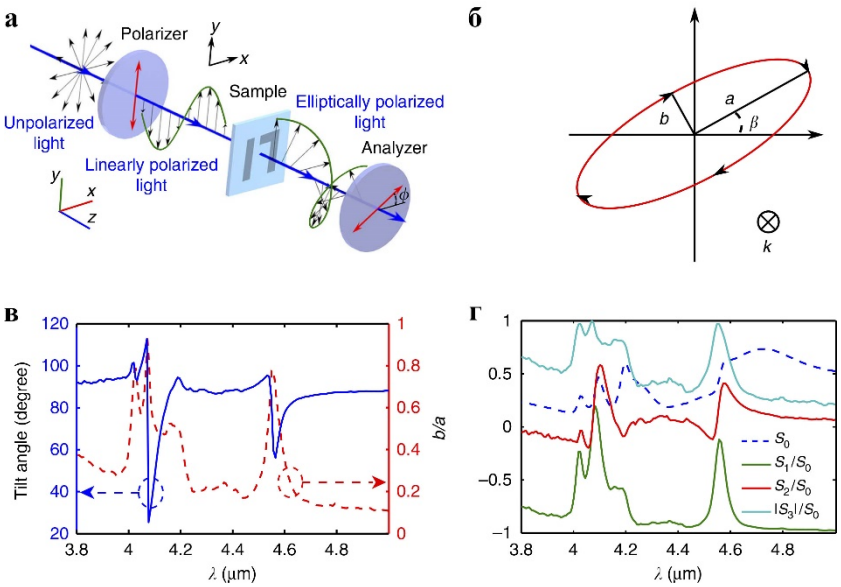

Рис. 1.14 (а) Схема для определения поляризации прошедшего излучения. Падающая волна имеет линейную поляризацию. (б) Определение параметров,

характеризующих эллипс поляризации. (в) Измеренный угол вращения β и обратное значение эллиптичности b/a. (г) Измеренные параметры Стокса.

Из Рис. 1.14в видно, что вдали от возникающих в системе Фано резонансов поляризация прошедшего излучения остается практически линейной $a/b \approx 0.1$, тогда как в резонансах имеется сильная конверсия линейной волны в круговую $b/a \approx 0.8$ на 4.55 мкм и $b/\mathrm{a} \approx 0.9$ на 4.1 мкм. Таким образом, предложенная структура может работать как четвертьволновая пластина в узком диапазоне частот.

Усложнение формы простейшего элемента метаматериала привело к созданию метаповерхностей, элементы которых состоят из большого количества простых частей [89–97].

Составление метаатома из множества простых элементов позволяет получить желаемые параметры отклика (фазу и амплитуду) при взаимодействии с плоской волной. В рамках этой парадигмы в [89] была получена метаповерхность, демонстрирующая аномальное преломление и отражение, которые описываются обобщёнными законами дифракции. Линза толщиной 380 нм, состоящая из кольцевых массивов нанодырок в золотой пленке и фокусирующая плоскую волну, была продемонстрирована в [91]. Другим возможным приложением метаповерхностей являются аналоговые вычисления [92–94].

В работе [97] была предложена метаповерхность, преобразующая волну с линейной поляризацией в волну с круговой. Её схематичное изображение представлено на Рис. 1.15.

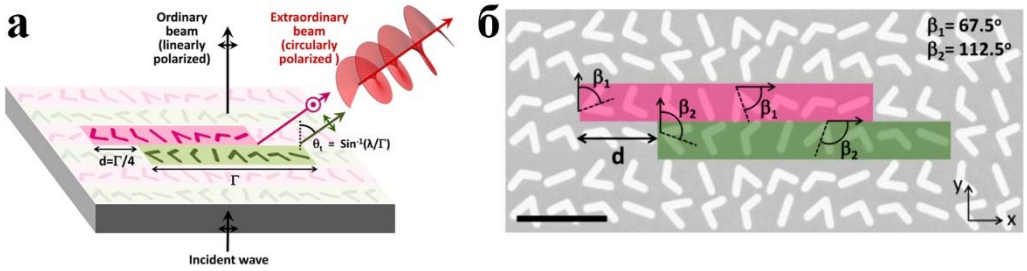

Рис. 1.15 (а) Схема метаповерхности, преобразующей нормально падающую линейно поляризованную волну в волну с круговой поляризацией. (б) СЭМ изображение изготовленной метаповерхности.

Единичный метаатом такой метаповерхности состоит из двух частей (красная и зеленая области), каждая из которых состоит из 8 золотых V-образных частиц. При возбуждении плоской волной каждая из частей рассеивает два луча, распространяющихся в одном направлении и имеющих ортогональные линейные поляризации. Из-за специально подобранного расстояния между двумя частями между этими лучами имеется $\pi/2$ фазовый сдвиг. В результате сумма этих двух лучей образует луч с круговой поляризацией. Такой луч называют экстраординарым или также аномальным, так как он отражается от метаповерхности под углом, не описывающимся обычными законами отражения. Результат экспериментального измерения состояния поляризации экстраординатного луча представлен на Рис. 1.16.

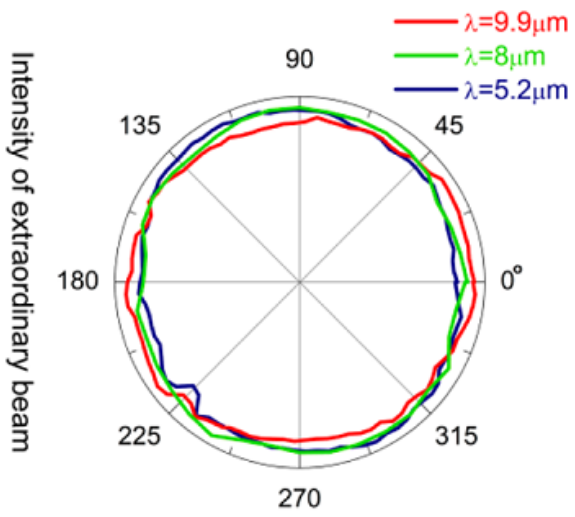

Рис. 1.16 Состояние поляризации экстраординарного луча для трех длин волн: 5.2, 8 и 9 мкм. Измерения интенсивности прошедшей волны производились при вращении линейного поляризатора перед детектором.

Поляризация измерялась с помощью линейного фильтра, помещенного перед детектором. На Рис. 1.16 представлена зависимость энергии прошедшего излучения от угла вращения линейного поляризатора. Из того, что интенсивность для всех углов одинакова, можно заключить, что исследуемый экстраординарный луч имеет круговую поляризацию. Следует отметить, что по сравнению с метаматериалами, рассмотренными выше, эта метаповерхность имеет очень широкий рабочий диапазон длин волн (хотя и работает только в инфракрасном диапазоне). Другим её преимуществом является сохранение поляризации аномального луча при вращении поляризации возбуждающего (имеющего линейную поляризацию и падающего нормально поверхности).

Метаповерхность, работающая в видимом диапазоне частот, была недавно предложена в [98]. Её схематичное изображение представлено на Рис. 1.17.

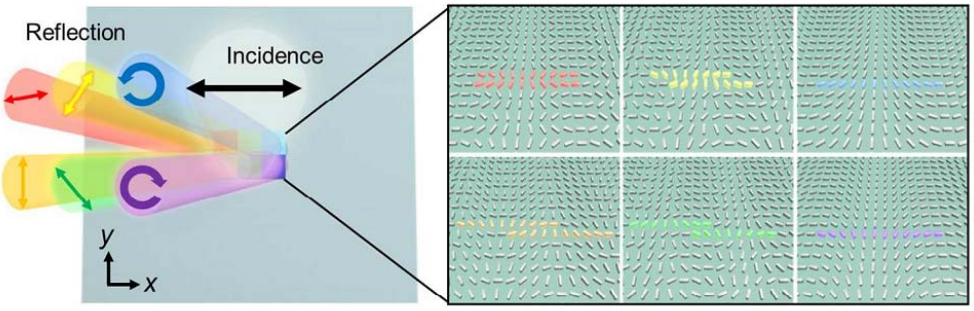

Рис. 1.17 Схема алюминиевой метаповерхности, преобразующей поляризацию падающей волны. Метатомы различного типа отвечают за образования аномальных лучей с различной поляризацией.

Метаповерхность состоит из одинаковых элементов – алюминиевых брусков размером 170 x 50 x 50 нм, расположенных в квадратной решетке с периодом 150 нм. Использование алюминия позволяет перейти от ИК диапазона частот (как в работе [97]) к видимому за счет меньших оптических потерь.

Манипуляция фазой падающего излучения происходит за счет вращения индивидуального бруска, вследствие чего появляется различная задержка фазы падающей волны с круговой поляризацией. Один метаатом (показан цветом на Рис. 1.17) состоит из нескольких брусков, расположенных таким образом, что фаза отраженной волны изменяется от 0 до 2π вдоль него. Амплитуда отраженной волны при этом сохраняется одинаковой, так как частицы имеют одинаковую форму и размеры.

При отражении нормально падающей волны с круговой поляризацией от диэлектрического слоя поляризация отраженной волны изменяется на противоположную. Из-за введения дополнительной задержки фазы за счет алюминиевых брусков угол отраженной волны изменяется – появляется аномальный луч, имеющий круговую поляризацию. Угол отражения аномального луча при этом имеет различный знак для волн с правой и левой круговыми

поляризациями. В результате нормально падающая волна с линейной поляризацией будет преобразована в два луча с правой и левой круговыми поляризациями, распространяющихся в различных направлениях. Для того, чтобы аномальный луч имел линейную поляризацию, необходимо разместить рядом два метаатома, дающих волну с круговой поляризацией с определенной фазовой задержкой. Метаповерхность, рассмотренная в [98], состоит из 6 различных типов метаатомов, таких что при облучении её линейно поляризованной волной образуется 6 аномальных лучей с различными поляризациями: 2 с круговой (правой и левой) и 4 с линейной (различного направления поляризации). Разные углы отражения этих лучей обеспечиваются различным линейным размером метаатомов L_x и определяются обобщенным законом Снелиусса $\theta_r = \mathrm{asin}\left(\lambda / L_x\right)$. Результаты измерения поляризации аномальных лучей для длины волны 600 нм представлены на Рис. 1.18.

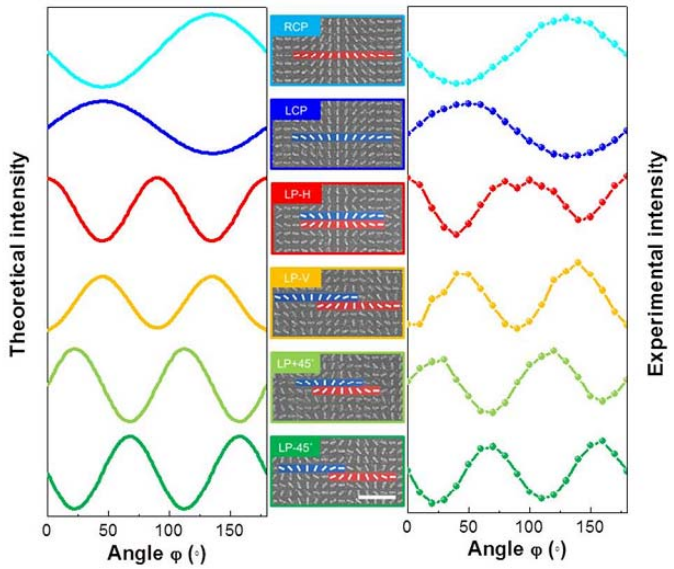

Рис. 1.18 Теоретическая (слева) и экспериментральная (справа) диаграммы интенсивности аномальных лучей в зависимости от угла вращения

четвертьволновой пластинки, стоящей перед анализатором. Средняя колонка: СЭМ изображение соответствующих метаатомов.

1.5 Компенсация оптических потерь, PT-симметричные системы

Оптические резонансы в системах, рассмотренных выше, часто обладают большими оптическими потерями и, следовательно, низкой добротностью. Компенсация оптических потерь в таких системах является важной задачей, так как она может привести не только к количественному улучшению параметров оптических устройств (чувствительности сенсоров, направленности антенн и пр.), но также к качественному изменению структуры возникающих резонансов. В частности, при рассеянии света на наночастицах с малыми внутренними потерями вместо дипольного излучения начинает доминировать квадрупольное излучение [99]. Новый тип сильно локализованных колебаний (плазмонные молекулы) можно наблюдать в димерах, то есть системах, состоящих из двух частиц, при условии малых потерь и маленького расстояния между частицами [100–102].

Высокодобротные электромагнитные резонансы довольно легко наблюдать в области инфракрасных частот, где существуют практически прозрачные материалы с высоким значением диэлектрической проницаемости (кремний, германий и т.п.). Режим малости потерь также относительно легко может быть достигнут в среднем инфракрасном диапазоне для фонон-поляритонных резонансов для SiC и др. [103] и для графена [104,105]. В видимом диапазоне частот ситуация значительно сложнее, и наиболее характерные для этой области плазмон-поляритонные колебания в наночастицах обладают довольно большими потерями, что не позволяет обнаруживать в них многие интересные эффекты.

Для преодоления этой проблемы в настоящее время широко используется концепция компенсации потерь с помощью добавления в систему активных компонентов: молекул красителей, квантовых точек, ионов редкоземельных металлов, полупроводниковых кристаллов и др. В частности, некоторые успехи достигнуты в области компенсации потерь в метаматериалах [106–110]. Пример компенсации потерь в fishnet метаматериале с отрицательным эффективным показателем преломления приведен в [106] – см. Рис. 1.19.

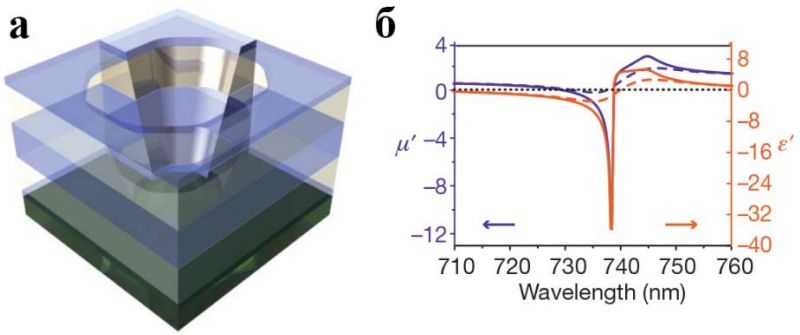

Рис. 1.19 (а) Схематичное изображение одной ячейки fishnet структуры: серебряным цветом показаны слои серебра, синим – оксида алюминия. (б) Эффективные электрическая и магнитная проницаемости материала в случае без (пунктирная линия) и с (сплошная линия) накачкой.

На Рис. 1.19(а) представлена единичная ячейка метаматериала, представляющая собой конусообразное отверстие в слоистой системе, состоящей из серебра и оксида алюминия. Действительная часть показателя преломления этого материала отрицательна в диапазоне частот 730-750 нм. Это достигается за счет возбуждения плазмонного резонанса в этой системе. Как следствие, в системе без усиления имеется сильное поглощение – см. синюю линию на Рис. 1.19(б). Уменьшение мнимой части показателя преломления достигается за счет использования активной среды – эпоксидной смолы, допированной молекулами родамина-800. В результате мнимая часть показателя преломления существенно

уменьшается в определенном диапазоне длин волн, и кроме того, модуль действительной части увеличивается. В частности, на длине волны 737 нм n' изменяется с -0.66 до -1.017, тогда как n'' – с 0.66 до 0.039.

Активная среда, компенсирующая оптические потери, обычно размещается пространственно однородно. Например, структуры равномерно покрываются диэлектрическими матрицами (PMMA, PVA и др.) с растворенными в них молекулами красителя или квантовыми точками. Другой пример – выращивание активных слоев (например, квантовых ям) внутри самой структуры. Однородность расположения обуславливается желанием получить большой интеграл перекрытия поля, излучаемого активными элементами, с полем собственных мод системы [111–115].

Другим вариантом размещения активной среды является создание пространственно симметричной структуры, отличающейся от основной только знаком мнимой части диэлектрической проницаемости. Частным случаем являются так называемые PT (parity-time – пространственно-временные) симметричные системы. PT-симметрия – понятие из квантовой механики, обозначающее наличие пространственной и временной симметрии у гамильтониана, что обеспечивает его действительный спектр [43], несмотря на его неэрмитовость. Оптическая система обладает PT-симметрией, если ее диэлектрическая проницаемость подчиняется соотношению $\varepsilon(x,y,z)=\varepsilon^*(x,y,-z)$ [116,117].

Рассмотрим основные свойства PT-симметричной оптической системы на примере работы [42]. Предположим, что имеются два волновода, направленных вдоль оси z, один из которых является активным, так что мнимые части показателей преломления совпадают по модулю и отличаются знаками. Другими словами, имеется пространственное распределение показателя преломления системы такое, что:

$$
\begin{aligned}
&n = n_{\mathrm{R}}(x) + i n_{\mathrm{I}}(x),\\
&n_{\mathrm{R}}(x) = n_{\mathrm{R}}(-x),\\
&n_{\mathrm{I}}(x) = -n_{\mathrm{I}}(-x).
\end{aligned}
\tag{1.25}
$$

Тогда электрическое поле в каждом волноводе в случае, когда между ними нет взаимодействия, имеет следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&E_{n,0} = U_{n,0}(z) F_n(x,y),\\
&U_{n,0}(z) = \exp(i\beta_n z),
\end{aligned}
\tag{1.26}
$$

где $F_n(x,y)$ – пространственное распределение поля в поперечном сечении волноводов (определяемое формой сечения), $n = 1,2$ – номер волновода, β_n – продольный волновой вектор (его также называют эффективным показателем преломления моды). Причем из (1.25) следует, что должно выполнятся соотношение $\beta_1 = \beta_2^*$. То есть поле в одном волноводе экспоненциально затухает, тогда как в другом усиливается.

Рассмотрим ситуацию, в которой волноводы начинают взаимодействовать между собой и имеется комплексная константа связи κ. Продольные волновые вектора мод гибридной системы λ_1, λ_2 могут быть найдены в рамках теории взаимодействующих мод (coupled mode theory) и описываются следующим уравнением:

$$
i\frac{d}{dz}\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta + \delta & \kappa \\ \kappa^* & \beta^* + \delta^* \end{pmatrix}\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix},
\tag{1.27}
$$

где δ это малая поправка к волновому вектору, возникающая из-за близкого расположения волноводов. Подставляя в уравнения (1.27) зависимость $U_n = \exp(i\lambda_n z)$, получим следующие выражения для $\lambda_{1,2}$:

$$\begin{aligned} &\lambda_{1,2} = -\mathrm{Re}\left(\beta+\delta\right) \pm \sqrt{\left|\kappa\right|^2 - \left(\alpha/2\right)^2}, \\ &\alpha/2 = -\mathrm{Im}\left(\beta+\delta\right). \end{aligned} \tag{1.28}$$

Коэффициент α соответствует коэффициенту усиления или поглощения в изолированных волноводах и определяется комплексным показателем преломления (1.25) и распределением поля в поперечном сечении волновода. Из (1.28) следует, что имеется два режима, переход между которыми происходит, когда выполняется равенство $\alpha = \alpha_{\mathrm{c}} = 2\left|\kappa\right|$.

В первом случае $\alpha < \alpha_{\mathrm{c}}$ волновые вектора гибридных мод являются чисто действительными, и, следовательно, поле внутри каждого из волноводов (активного и пассивного) является незатухающим. Это происходит за счет перетекания поля из одного волновода в другой и обратно: поле, затухшее в пассивном волноводе, перетекает в активный, усиливается в нем, перетекает обратно в пассивный и т.д. Действительные части волновых векторов в этом случае различаются на $2\sqrt{\left|\kappa\right|^2 - \left(\alpha/2\right)^2}$. Эффект колебания энергии при распространении вдоль волноводов известен как динамические осцилляции энергии (dynamic power oscillations) и рассмотрен в большом количестве работ [118–124].

Второй режим реализуется в случае $\alpha \geq \alpha_{\mathrm{c}} = 2\left|\kappa\right|$. При этом подкоренное выражение в (1.28) становится отрицательным, и у волновых векторов $\lambda_{1,2}$ появляется мнимая часть разных знаков. В результате поле в одном из волноводов экспоненциально растет, тогда как в другом затухает. Иными словами, реализуется режим, аналогичный невзаимодействующим волноводам. Переход системы от первого режима ко второму называется нарушением PT-симметрии (PT-symmetry breaking).

Все эти эффекты можно увидеть на Рис. 1.20, где показаны результаты численного расчета для AlGaAs волноводов, один из которых является активным, а в другом имеется поглощение [42].

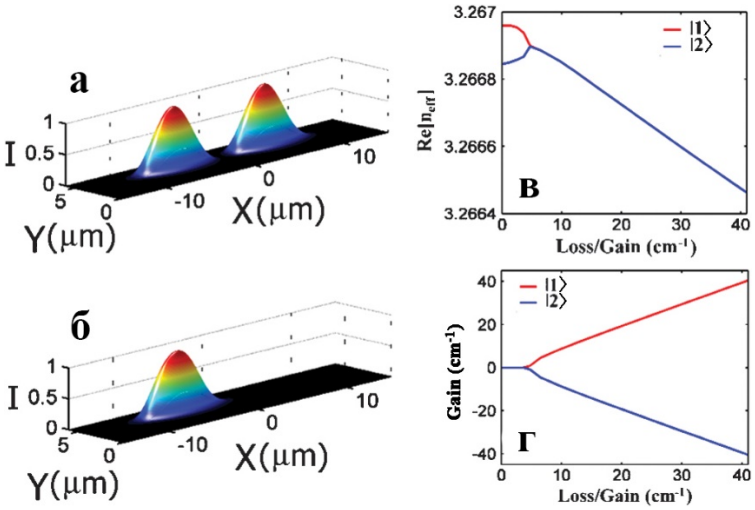

Рис. 1.20 Моды PT-симметричной системы. Пространственное распределение интенсивности электрического поля в волноводах: (а) ниже критического значения усиления потерь поле распределенно равномерно, (б) выше критического значения интенсивность поля в активном и пассивном волноводах разная. Действительная(в) и мнимая(г) части волновых векторов гибридной системы $\lambda_{1,2}$ в зависимости от коэффициента α, определяемые уравнением (1.28). Ниже критического значения в 3.7 см$^{-1}$ $\lambda_{1,2}$ действительны, выше – имеют мнимую часть разного знака.

Можно сделать вывод, что величина коэффициента связи мод накладывает ограничение на максимальное значение усиления/затухания, при котором может реализовываться PT-симметричное решение. И в обратную сторону: при фиксированных коэффициентах усиления/затухания имеется пороговое значение коэффициента связи мод κ (которое может определяться, например, расстоянием между волноводами), ниже которого распределение полей не является PT-симметричным.

Реализация PT-симметричной системы в оптике является сложной технологической и экспериментальной задачей. Однако, как показано в [42], нарушение PT-симметрии может также наблюдаться в полностью пассивной системе, в которой в одном из каналов (волноводов) имеется поглощение $-\mathrm{Im}(\beta_2)=\alpha/2$, тогда как во втором потери отсутствуют – $\mathrm{Im}(\beta_1)=0$. Легко видеть, что используя преобразование $U_{1,2}(z)=V_{1,2}(z)\exp(-\alpha z/4)$, такую систему можно свести к системе, описываемой уравнениями (1.27) и (1.28), с новым значением точки перехода $\alpha_c \approx 4\kappa$. Нарушение PT-симметрии в подобной системе будет проявляться в изменении поведения коэффициента прохождения через систему. Под коэффициентом прохождения подразумевается прохождение через волновод, в котором нет потерь (левый волновод на Рис. 1.21а). В обычном случае можно ожидать, что коэффициент прохождения будет уменьшаться при увеличении потерь в пассивном волноводе (правый волновод на Рис. 1.21а). Оказывается, при переходе порогового значения поглощения прохождение начинает увеличиваться при увеличении потерь. Величина потерь в пассивном волноводе регулируется шириной нанесенной на его поверхность полоски хрома. Параметры изготовленной структуры и результаты экспериментальных измерений приведены на Рис. 1.21.

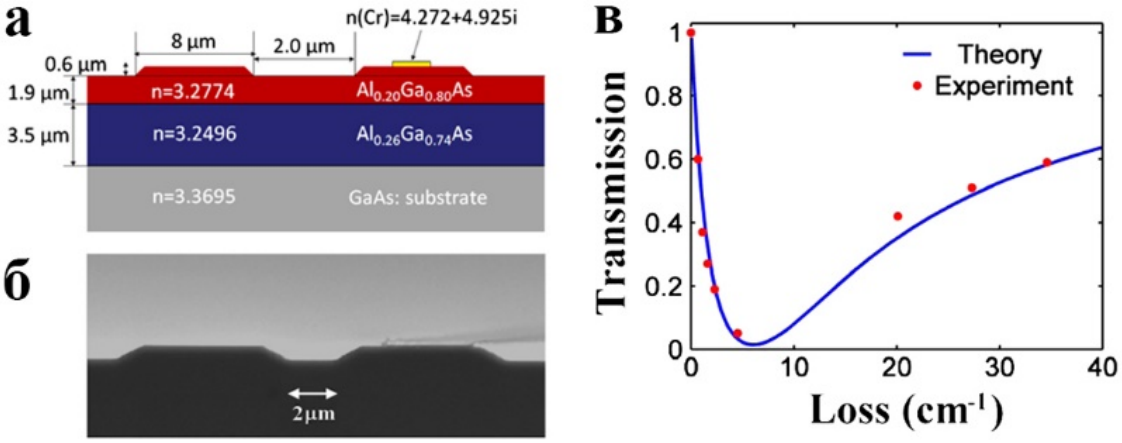

Рис. 1.21 (а) Схема и (б) СЭМ-изображение структуры, состоящей из двух волноводов: в левом волноводе нет потерь, в правом волноводе потери вводятся за счет нанесения на него полоски хрома. (в) График зависимости коэффициента прохождения через левый волновод от потерь в правом волноводе.

Из Рис. 1.21в видно, что сначала при увеличении потерь прохождение через левый волновод уменьшается. Однако при переходе порогового значения в 6 см$^{-1}$ он начинает увеличиваться. Согласно [42] этот эффект является аналогом эффекта нарушения PT-симметрии, и поэтому такую систему называют пассивной PT-симметричной, или более обще – псевдо PT-симметричной.

В работе [125] исследовалась активная псевдо PT-симметричная система из двух волноводов, полученных допированием подложки из ниобата лития молекулами Ti (для модулирования действительной части показателя преломления) и молекулами Fe (для модулирования мнимой части). Оптические потери обеспечивались возбуждением электронов Fe^{2+} центров. Оптическое усиление, обеспечиваемое двухволновым смешением, пропорционально концентрации Fe^{3+} центров и имеет конечное время отклика. Полагая временную зависимость усиления вида $\gamma_G(t) = \gamma_{\max}\left[1 - \exp(-t/\tau)\right]$, можно наблюдать временную динамику распределения интенсивности на выходе волноводов как

функцию времени. Результаты, полученные в рамках эксперимента, представлены на Рис. 1.22.

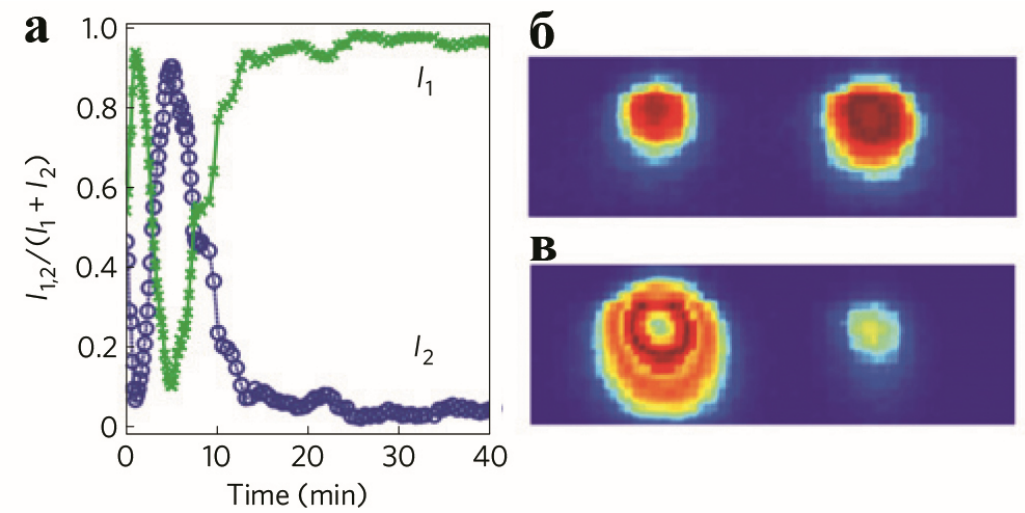

Рис. 1.22 Нарушение PT-симметрии в псевдо PT-симметричной системе, состоящей из двух волноводов. (а) Зависимость интенсивности света в каждом волноводе при возбуждении 1-го волновода. Поглощение в первом волноводе фиксировано, накачка во втором нарастает во времени. Распределение интенсивностей в обоих волноводах ниже (б) и выше (в) порога нарушения PT-симметрии (происходит на 10 минуте).

Поглощение в пассивном волноводе подбиралось таким образом, что $\gamma_{\mathrm{L}} = 2\kappa$, где γ_{L} – коэффициент затухания моды (аналог коэффициента α, введенного выше), κ – коэффициент связи двух волноводов. В активном волноводе $\gamma_{\mathrm{Geff}}(t) = \gamma_{\mathrm{G}}(t) - \gamma_{\mathrm{L}}$ и γ_G изменяется от 0 при $t = 0$ до $2.5\gamma_{\mathrm{L}}$ при $t >> \tau$. Таким образом, при пересечении γ_G значения $2\gamma_{\mathrm{L}}$ в системе должно наблюдаться нарушение PT-симметрии, что и видно из Рис. 1.22. При переходе порогового значения свет сосредотачивается преимущественно в активном волноводе и экспоненциально нарастает в нем.

В работе [126] нарушение PT-симметрии наблюдалось при фиксированной накачке в зависимости от коэффициента связи. Для этого рассматривалась система, состоящая из двух микротороидальных резонаторов, поддерживающих моды шепчущей галереи – см. Рис. 1.23.

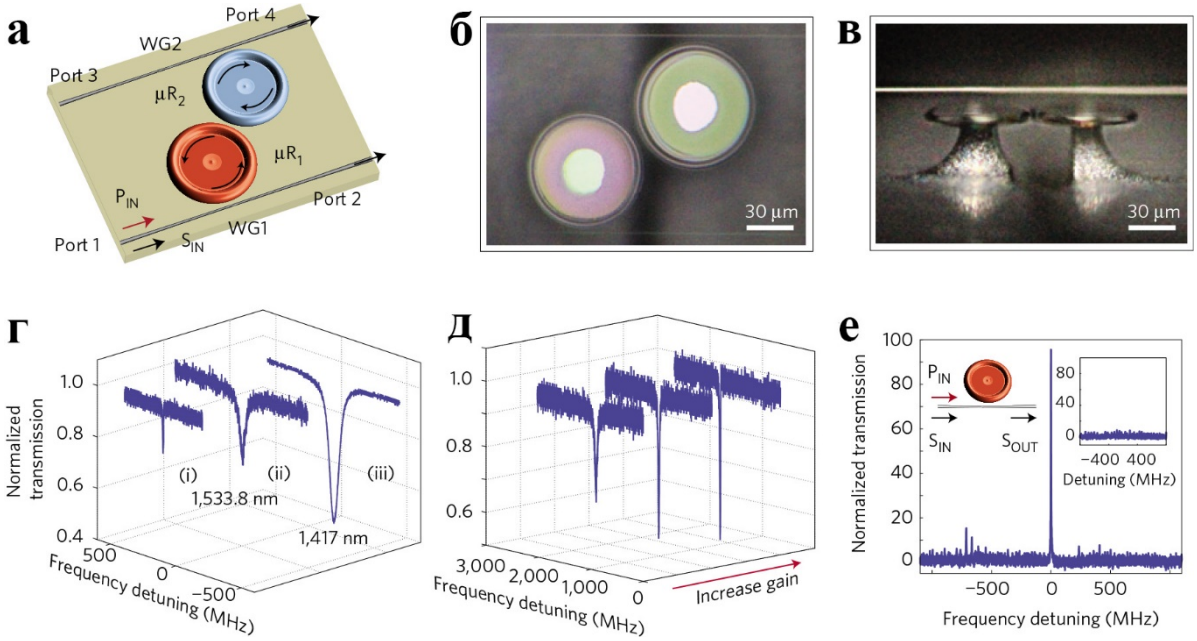

Рис. 1.23 (а) Схема системы, состоящей из двух тороидальных микрорезонаторов SiO_2, связанных с двумя волноводами: μR_1 – активный резонатор, допированный ионами Er^{3+}, μR_2 – пассивный резонатор, P_{IN} – накачка ионов Er^{3+} на длине волны 1460 нм, обеспечивающая усиление на 1550 нм. (б, в) Вид сверху и сбоку на изготовленную структуру. (г) Коэффициент прохождения, показывающий резонанс μR_2 на 1533.8 нм (i) и резонансы μR_1 на 1533,8.0 нм (ii) и 1417 нм (iii). (д) Накачка за счет ионов Er^{3+}, приводящая к сужению линии резонанса μR_1. (е) Слабый входящий сигнал, усиленный за счет резонанса μR_1 в случае с накачкой. На вставке показано, что без накачки сигнал не усиливается.

Усиление на 1550 нм в μR_1 резонаторе обеспечивалось за счет допирования его ионами Er^{3+}, накачиваемыми на длине волны 1460 нм. Резонаторы и волноводы располагались на краю чипов, размещенных на системе позиционирования, которая позволяла контролировать расстояние и, следовательно, коэффициент взаимодействия между резонаторами. Действительная и мнимая части частот связанных резонаторов определялись из спектров прохождения через волноводы. Результаты измерений для случаев без накачки и с накачкой (обеспечивающей псевдо PT-симметрию системы) приведены на Рис. 1.24.

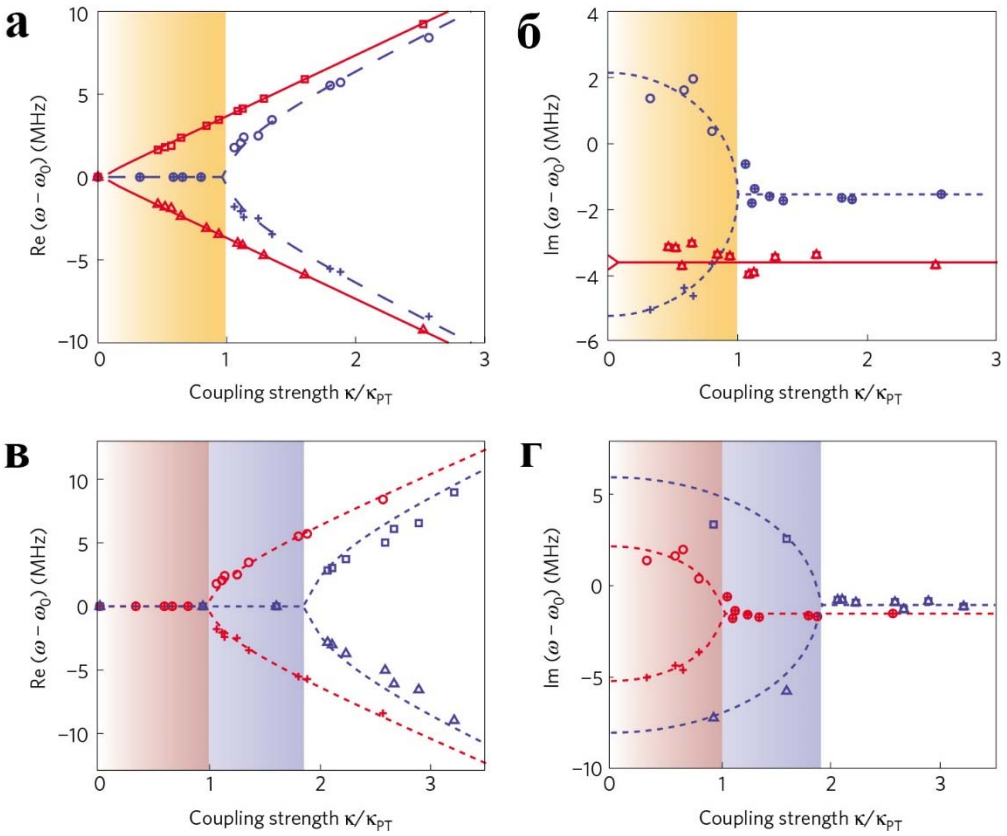

Рис. 1.24 Экспериментально измеренные действительные (а, в) и мнимые части (б, г) собственных частот связанных резонаторов в зависимости от коэффициента взаимодействия κ. ω_0 – частота невзаимодействующих резонаторов.

На Рис. 1.24(а, б) показаны зависимости действительной и мнимой частей собственных частот связанных резонаторов для двух случаев: без накачки (красная линия) и с накачкой, обеспечивающей псевдо PT-симметрию (синяя линия). В случае без накачки связанные резонаторы демонстрируют типичное поведение: расщепление собственных мод, которое увеличивается при увеличении коэффициента связи. В случае с накачкой можно выделить два режима. При коэффициенте связи $\kappa / \kappa_{\text{PT}} < 1$ наблюдается режим нарушенной PT-симметрии, в котором действительные части частот одинаковые, а мнимые симметричны относительно базового смещения, существующего из-за неидеальности реализованной системы. В случае $\kappa / \kappa_{\text{PT}} > 1$ возникает режим псевдо PT-симметрии. Кроме этого, в работе показано, что для различных значений накачки активного резонатора значение критического коэффициента связи различное – см. Рис. 1.24 (в, г).

1.6 Линейный кластер наноразмерных шаров

Изучению оптических свойств линейного кластера сферических частиц посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ. Прикладной интерес исследования такой системы связан с желанием использовать линейный кластер в качестве плазмонного волновода [127]. С фундаментальной точки зрения важно понимать, как изменяется спектр системы при переходе от одной частицы к нескольким. Так, переход от одного шара, решение для которого получено еще в начале 20 века [128,129], к двум [100] приводит к появлению нового типа собственных мод с сильной локализацией поля в зазоре между шарами. Переход к бесконечному числу шаров приводит к появлению непрерывного спектра собственных мод (в отличие от дискретного спектра для конечного числа

шаров), аналогичного спектру поверхностного плазмона на границе металл-диэлектрик.

Простейшей моделью исследования произвольных кластеров изолированных частиц является дипольная модель. В этом случае каждая частица аппроксимируется точечным электрическим диполем с поляризуемостью, определяемой формой частицы. Поляризиуемость шара при возбуждении в нем дипольного резонанса можно вычислить по формуле:

$$\alpha = a^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}, \tag{1.29}$$

где a – это радиус шара, а ε – его диэлектрическая проницаемость. В дипольном приближении квадрупольный и моменты более высокого порядка не учитываются. В работе [130] было показано, что дипольная модель работает хорошо для двух, трех и бесконечного числа частиц в случае, когда расстояние между центрами частиц в три раза больше их радиуса.

В дипольном приближении линейный кластер имеет два типа собственных мод: соответствующих дипольным колебаниям вдоль и поперек оси кластера (longitudinal and transverse). Дисперсионные зависимости этих мод показаны на Рис. 1.25. Результаты взяты из [131], где рассматривались серебряные шары радиусом 25 нм, расположенные на расстоянии 75 нм. Полагалось, что каждый шар взаимодействовал с ограниченным числом соседей.

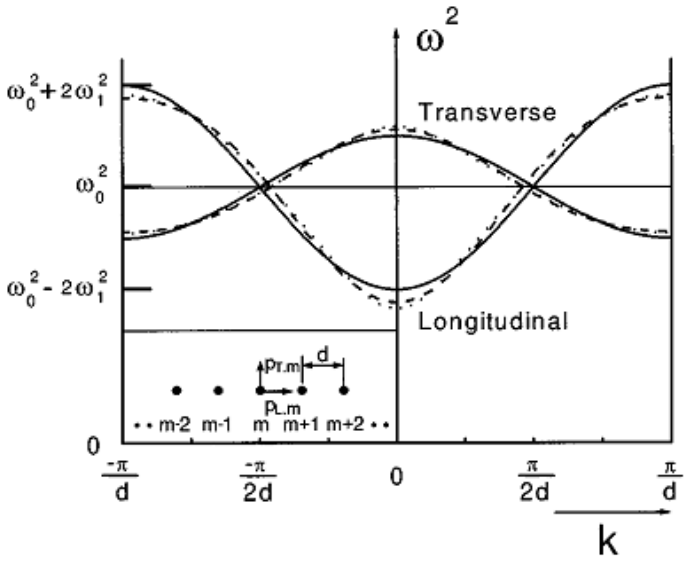

Рис. 1.25 Дисперсионные зависимости собственных мод линейного кластера сферических частиц в дипольном приближении. Сплошной, пунктирной линиями и точками показаны результаты с учетом взаимодействия с 1, 2 и 5 ближайшими соседями соответственно.

Из Рис. 1.25 видно, что групповая скорость мод $\upsilon_g = d\omega / dk$, определяемая углом наклона кривых, больше для продольных колебаний, чем для поперечных. Сравнение результатов, полученных с учетом взаимодействия с 1, 2 и 5 ближайшими соседями, показывает, что доминирующим эффектом является взаимодействие ближайших шаров. Бесконечное число соседей было учтено аналитически в [132]. В этой работе использовалось стандартное выражение для поля диполя $\mathbf{p}$ в точке $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{3\mathbf{r}(\mathbf{pr}) - \mathbf{p}r^2}{r^5}. \qquad (1.30)$$

Полагая, что фаза колебаний n диполя кластера изменяется по закону $\mathbf{p}_n \propto \exp(inkd)$, и решая самосогласованную задачу (когда каждый диполь

возбуждается полем, излучаемым другими диполями), можно получить следующее дисперсионное выражение:

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 + 2\beta \frac{a^3}{d^3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\cos jkd}{j^3}, \qquad (1.31)$$

где фактор $\beta = 1, -2$ для поперечных и продольных волн соответственно, a, d – радиус шаров и расстояние между их центрами соответственно, $\omega_0 = \omega_\text{p} / \sqrt{3}$, а ω_p – плазменная частота серебра. Диэлектрическая проницаемость серебра определялась как $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$. Структура мод, описываемая выражением (1.31), также подтверждена численным расчетом методом FDTD [49].

Для учета запаздывания в дипольном приближении нужно вместо (1.30) использовать выражение:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \left(\left(1 - \frac{i\omega r}{c} \right) \frac{3\mathbf{r}(\mathbf{pr}) - \mathbf{p}r^2}{r^5} + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\mathbf{p}r^2 - \mathbf{r}(\mathbf{pr})}{r^3} \right) \exp(i\omega r / c). \qquad (1.32)$$

В результате в дисперсионных выражениях (аналог (1.31)) появляется фактор $\sum_{j=1}^{\infty} A_j \exp(i\omega dj / c)$, где суммирование ведется по всем шарам кластера и A_j уменьшается при увеличении j. Для того, чтобы эта сумма сходилась, должно выполняться $\operatorname{Im}(\omega) \geq 0$, в то время как из условия затухания мод во времени следует $\operatorname{Im}(\omega) \leq 0$. Обойти эту сложность можно двумя способами. Первый – рассмотреть кластер, состоящий из конечного числа шаров, что было сделано в [132]. Дисперсионные кривые для кластера, состоящего из 20 серебряных шаров, приведены на Рис. 1.26. Радиус шаров 25 нм, расстояние между их центрами 75 нм.

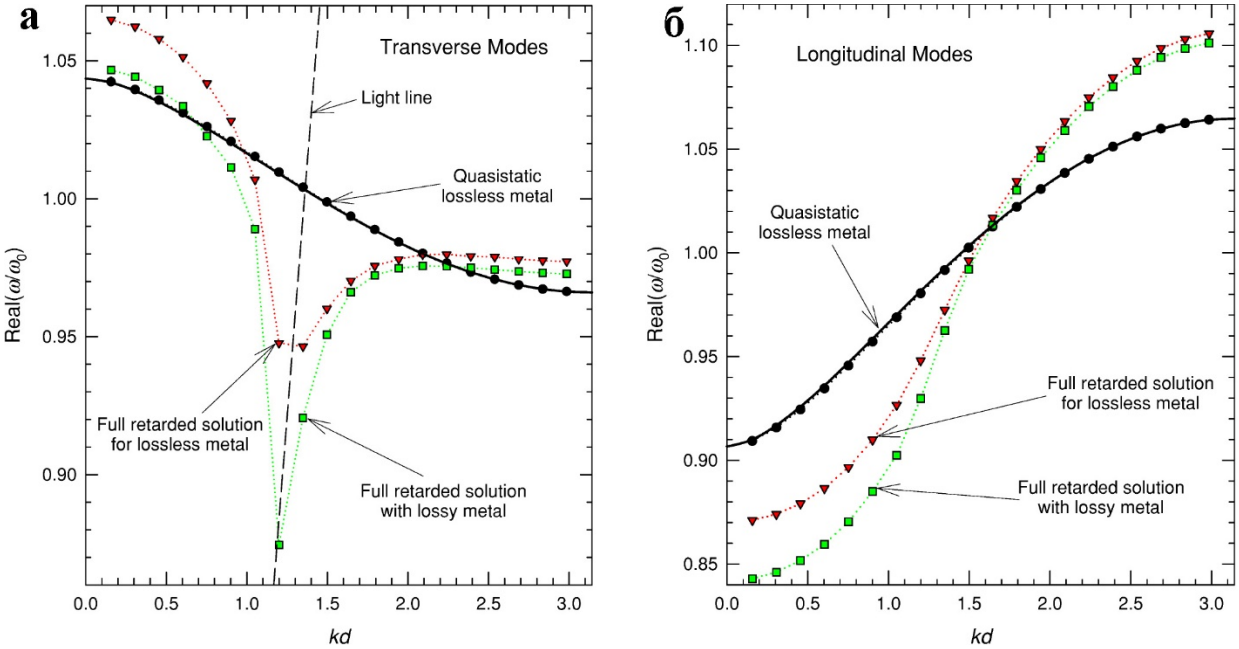

Рис. 1.26 Дисперсионные зависимости мод линейного кластера в дипольном приближении. Маркерами показаны результаты для кластера, состоящего из 20 частиц: в квазистатическом приближении (круги), с учетом запаздывания и поглощения в металле (квадраты) и с учетом запаздывания без поглощения в металле (треугольники). Поперечные (а) и продольные (б) моды.

Из Рис. 1.26 следует, что учет запаздывания и рассмотрение конечного числа шаров приводит к сильному изменению спектров по сравнению с квазистатическими. Особенно сильные различия наблюдаются для поперечных мод (Рис. 1.26а) при пересечении светового конуса. Мнимые части частот, найденные для тех же параметров, показывают, что слева от световой линии имеются сильные радиационные потери, приводящие к быстрому затуханию мод даже в отсутствие джоулевых потерь.

Другим способом решения проблемы расходимости при учете запаздывания является аналитическое вычисление имеющихся сумм с последующим их аналитическим продолжением. Соответствующее дисперсионное соотношение было получено в [133], и результат его решения в рамках теории возмущения

приведен на Рис. 1.27а (пунктирная линия). Численное решение полного дисперсионного уравнения было проведено в [134], и соответствующие результаты представлены на Рис. 1.27б,в. В этой работе рассматривались серебряные шары, помещенные в стеклянную матрицу с $n = 1.5$. Радиус шаров и расстояние между их центрами полагались 30 и 75 нм.

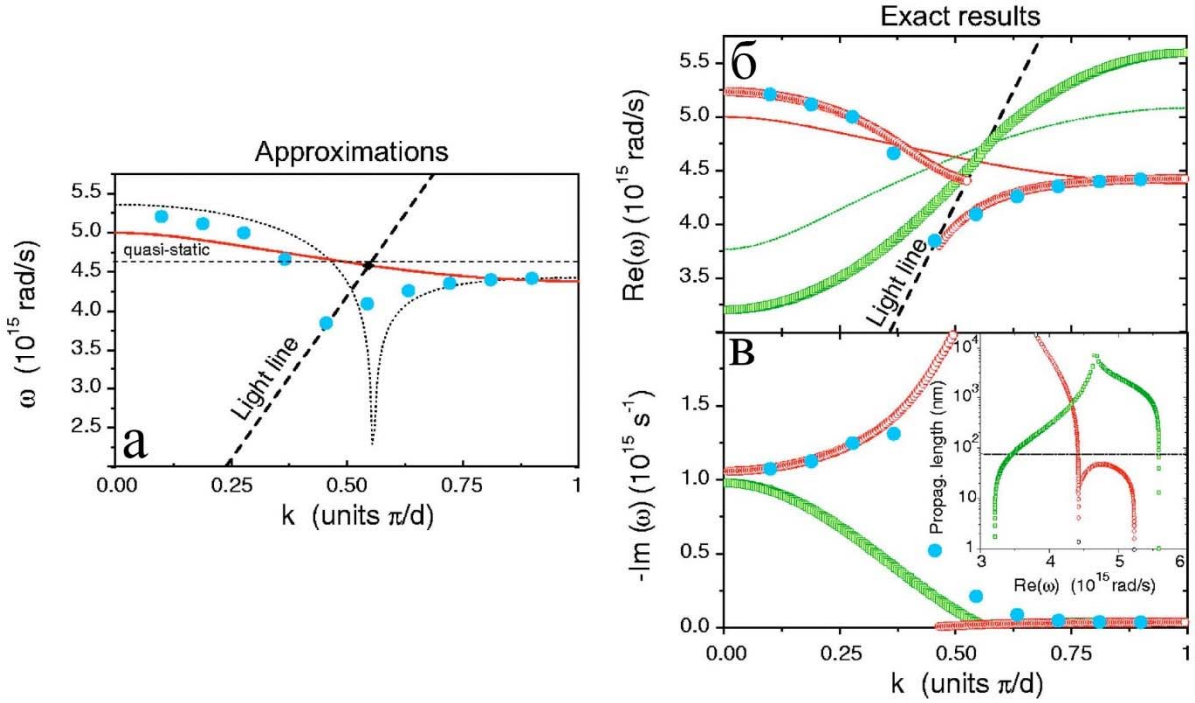

Рис. 1.27 Дисперсионные зависимости мод линейного кластера в дипольном приближении: (а) Квазистатическое решение для поперечных мод (красная линия), резонанс одного шара (горизонтальная пунктирная линия), моды цепочки, состоящей из 20 шаров, (синие круги), моды, полученные учетом запаздывания с помощью теории возмущения [133] (пунктирная линия). (б) Точное аналитическое решение с учетом запаздывания (красные круги – поперечные моды, зеленые квадраты – продольные моды). Сплошными линиями показано квазистатическое решение. Синими кругами – моды цепочки из 20 шаров. (в) То же самое, что и (б), только для мнимой части частоты.

Результаты, представленные на Рис. 1.27б, показывают, что расхождения с квазистатическим решением, обнаруженные в [132] (Рис. 1.26), связаны не с конечным размером кластера, а с запаздыванием и оптическими потерями. Интересно, что для поперечных мод появляются две дисперсионные ветви, расталкивающиеся в районе светового конуса (красные круги). Продольные же моды, которые не возбуждаются плоской волной, распространяющейся вдоль кластера, не имеют особенностей при пересечении световой линии. На Рис. 1.27в приведена зависимость мнимой части частоты от волнового вектора. Видно, что моды, лежащие выше световой линии, подвержены сильному затуханию, увеличивающемуся по мере приближения к световому конусу. Время затухания этих мод составляет один оптический цикл для поперечных колебаний.

Длина распространения мод приведена на вставке Рис. 1.27в, где пунктирной линией показано расстояние между ближайшими шарами d. Для поперечных и продольных мод она может достигать 5 и 1 мкм соответственно. В [132] было также подтверждено, что аналогичная модовая структура имеется и у кластеров с другими параметрами. При этом рассматривались различные материалы шаров (золото и серебро), различные расстояния между шарами ($d = 50 - 200$ нм) и различные показатели преломления окружающего шары пространства $n = 1 - 3.5$.

Экспериментальное исследование собственных мод линейной цепочки было проведено в [135]. Моды, лежащие выше светового конуса, возбуждались плоской волной, падающей под разными углами, с последующим анализом спектра прохождения (схема эксперимента показана на Рис. 1.28в). На Рис. 1.28г символами показаны минимумы спектров прохождения для серебряных частиц высотой 50 нм и радиусом 30 нм, расположенных с периодом 100 нм. Тонкими и толстыми линиями показаны результаты, полученные без и с учетом запаздывания соответствено в рамках дипольной модели. Частицы размещены на стеклянной подложке и покрыты слоем PMMA.

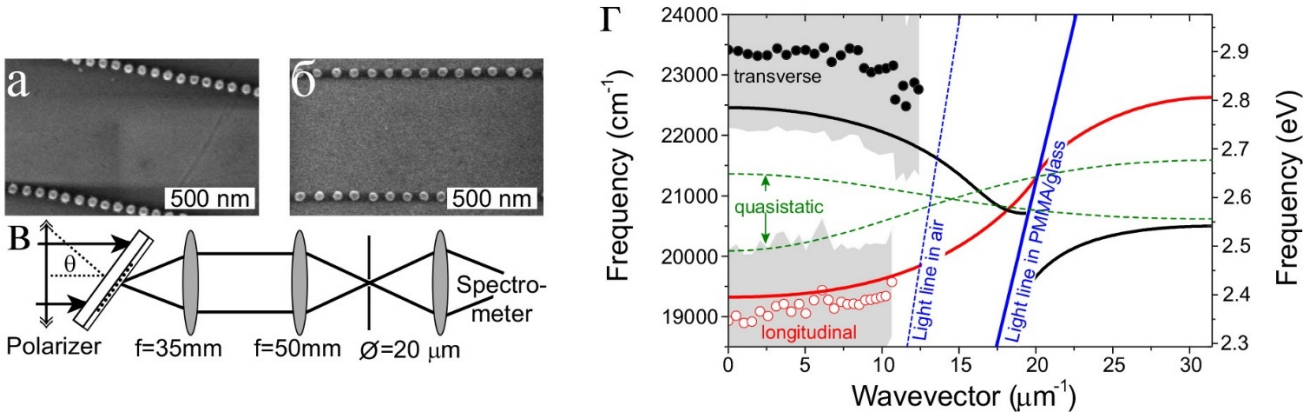

Рис. 1.28 Экспериментальное исследование мод линейных цепочек золотых и серебряных частиц. (а, б) Изображение в сканирующем микроскопе изготовленных золотых и серебряных частиц. (в) Схема эксперимента. (г) Измеренные дисперсионные кривые. Символами показан минимум коэффициента прохождения. Синие линии соответствуют световым конусам в воздухе (пунктирная) и среде, окружающей частицы (сплошная). Зеленные линии показывают аналитический результат, полученный в рамках квазистатической модели, тогда как красные и синие линии – при учете запаздывания.

Сравнение экспериментальных результатов с результатами квазистатической модели показывает, что имеется сильное расхождение в расщеплении мод для нормального падения – в 3 раза. Кроме того, предсказываемое квазистатической моделью пересечение мод в районе $kd = 0.46\pi$ не наблюдается в действительности. Учет запаздывания приводит к более удовлетворительному соответствию с результатами эксперимента. Оставшееся при этом различие авторы связывают с анизотропией частиц, наличием границ воздух PMMA и мультипольными эффектами.

Глава 2. Оптические свойства кирального наноразмерного шара

2.1 Введение

В главе проведено исследование собственных мод наноразмерного шара, сделанного из кирального материала (далее киральный шар), и их влияния на взаимодействие шара с плоской волной и киральной молекулой. Киральность описывается в приближении эффективной среды (см. раздел 1.2), и в качестве материальных уравнений используются уравнения в форме Друде-Борна-Федорова (1.2). Важным вкладом главы в изучение оптических свойств киральных сред является разработанный метод численного моделирования киральных объектов произвольной формы.

Глава разбита на четыре раздела. Первый раздел посвящен описанию метода моделирования киральных структур произвольной формы в системе Comsol Multiphysics® (далее Comsol). Второй раздел посвящен исследованию собственных мод кирального шара. В третьем и четвертом разделах рассматриваются задачи рассеяния плоской волны на киральном шаре и излучения киральной молекулы, расположенной вблизи кирального шара. Все колебания электромагнитного поля полагаются монохроматическими с зависимостью от времени $\exp(-i\omega t)$, где ω – частота колебаний электромагнитной волны, t – время.

2.2 Моделирование киральных сред методом конечных элементов

Известно, что количество систем координат, для которых производится разделение переменных при решении уравнения Гельмгольца (скалярный аналог волнового уравнения (1.7)), ограничено [136]. То есть аналитическое решение задач дифракции может быть получено только для ограниченного числа форм объектов (шар, цилиндр, эллипсоид и т.д.). Но даже имея его, не всегда просто получить конечный числовой результат, так как могут возникать проблемы с вычислением значений специальных функций. Другого рода проблемы могут возникать при рассмотрении нескольких объектов: например, пары шаров или цилиндров. В этом случае приходится использовать теорему сложения, и задача сводится к бесконечным цепочкам уравнений, решение которых часто оказывается ресурсозатратным. Поэтому важно иметь инструменты численного моделирования задач электродинамики, в том числе позволяющие моделировать киральные среды.

Для решения задачи будем применять программу Comsol, использующую метод конечных элементов. Так как в ней решаются дифференциальные уравнения второго порядка для электрического поля, систему уравнений Максвелла с материальными уравнениями (1.2) необходимо свести к волновому уравнению для вектора $\mathbf{E}$:

$$\mathrm{rot}\left(\mathrm{rot}\,\mathbf{E}\left(1-k_0^2\eta^2\varepsilon\mu\right)/\,\mu\right)-k_0^2\,\mathrm{rot}\left(\varepsilon\eta\mathbf{E}\right)-k_0^2\varepsilon\eta\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}-k_0^2\varepsilon\mathbf{E}=0. \qquad (2.1)$$

Заметим, что слагаемые $k_0^2\,rot\left(\varepsilon\eta\mathbf{E}\right)$ и $k_0^2\varepsilon\eta rot\,\mathbf{E}$ из выражения (2.1) не равны в случае наличия границы, нормально к которой имеется градиент выражения $\varepsilon\left(\mathbf{r}\right)\beta\left(\mathbf{r}\right)$. На самом деле:

$$k_0^2\,\mathrm{rot}\left(\varepsilon(\mathbf{r})\eta(\mathbf{r})\mathbf{E}\right)=k_0^2\left[\mathrm{grad}\left(\varepsilon(\mathbf{r})\eta(\mathbf{r})\times\mathbf{E}\right)\right]+k_0^2\,\varepsilon(\mathbf{r})\eta(\mathbf{r})\mathrm{rot}(\mathbf{E}).\quad(2.2)$$

Подставляя (2.2) в (2.1), получим:

$$\mathrm{rot}\left(\mathrm{rot}\,\mathbf{E}\left(1-k_0^2\eta^2\varepsilon\mu\right)/\,\mu\right)-2k_0^2\varepsilon\eta\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}-k_0^2\varepsilon\mathbf{E}-k_0^2\left[\mathrm{grad}\left(\varepsilon(\vec{r})\eta(\vec{r})\right)\times\mathbf{E}\right]=0.$$

(2.3)

Расписывая (2.3) на границе раздела сред 1 и 2, получаем:

$$k_0^2\left[\mathrm{grad}\left(\varepsilon(\mathbf{r})\eta(\mathbf{r})\right)\times\mathbf{E}\right]=k_0^2\left(\varepsilon_2\eta_2-\varepsilon_1\eta_1\right)\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_k\right)\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}}\\ n_x & n_y & n_z\\ E_x & E_y & E_z\end{pmatrix}=$$

$$k_0^2\left(\varepsilon_2\eta_2-\varepsilon_1\eta_1\right)\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_k\right)\left(\hat{\mathbf{x}}\left(n_yE_z-n_zE_e\right)-\hat{\mathbf{y}}\left(n_xE_z-n_zE_z\right)+\hat{\mathbf{z}}\left(n_xE_y-n_yE_x\right)\right),$$

(2.4)

где $\mathbf{r}_k$ соответствует поверхности границы раздела сред 1 и 2, $\mathbf{n}_{1-2}=\left(n_x,n_y,n_z\right)$ – нормаль к этой поверхности, направленная от среды 1 к среде 2, $\varepsilon_1,\mu_1,\eta_1$ и $\varepsilon_2,\mu_2,\eta_2$ – диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость и размерный параметр киральности сред 1 и 2 соответственно – см. Рис. 2.1. Множитель $\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_k\right)$ показывает, что это слагаемое соответствует поверхностному току на границе раздела.

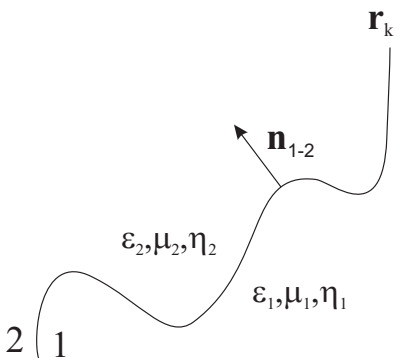

Рис. 2.1 Граница раздела сред 1-2.

В результате для моделирования эффективных киральных сред в Comsol решаемое волновое уравнение должно быть изменено на уравнение (2.3). Также для правильного учета слагаемого с градиентом в (2.3) необходимо на всех границах киральных сред ввести источники следующего вида:

$$\mathbf{s} = k_0^2 \left(\varepsilon_2 \eta_2 - \varepsilon_1 \eta_1 \right) \left(\mathbf{n}_{1-2} \times \mathbf{E} \right). \tag{2.5}$$

2.3 Собственные моды кирального шара

Собственные колебания кирального шара ранее не анализировались, кроме случая шара, расположенного в резонаторе с идеально проводящими стенками [137]. В настоящем разделе будут приведены результаты анализа собственных колебаний кирального шара, расположенного в среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями, равными $\varepsilon_h = \mu_h = 1$.

Для нахождения собственных мод нужно найти все ненулевые решения уравнений Максвелла без источника. Как было показано в разделе 1.2, с помощью преобразования Борена можно выразить электрическое и магнитное поля через векторные поля $\mathbf{Q}^{(\mathrm{L})}, \mathbf{Q}^{(\mathrm{R})}$ (см. (1.5)) [64]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{\mathrm{in}} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left(A_{mn}^{(\mathrm{L})} \mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{L})} + A_{mn}^{(\mathrm{R})} \mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{R})} \right), \\ \mathbf{H}^{\mathrm{in}} &= -i \sqrt{\varepsilon / \mu} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left(A_{mn}^{(\mathrm{L})} \mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{L})} - A_{mn}^{(\mathrm{R})} \mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{R})} \right). \end{aligned} \tag{2.6}$$

Векторные функции $\mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{L})}$ и $\mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{R})}$ соответствуют волнам с правой и левой круговыми поляризациями и являются решениями уравнений (1.7)-(1.9):

$$\mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{L})} = \mathbf{N} \boldsymbol{\psi}_{mn}^{(\mathrm{L})} + \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_{mn}^{(\mathrm{L})}, \mathbf{Q}_{mn}^{(\mathrm{R})} = \mathbf{N} \boldsymbol{\psi}_{mn}^{(\mathrm{R})} - \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_{mn}^{(\mathrm{R})}. \tag{2.7}$$

В (2.7) векторные сферические гармоники $\mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{mn}^{(J)}$ и $\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^{(J)}$ (введен индекс J = R, L) определяются выражениями:

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^{(\mathrm{J})}=\mathrm{rot}\left(\mathbf{r}\Psi_{nm}^{(\mathrm{J})}\right),\ \mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{mn}^{(\mathrm{J})}=\mathrm{rot}\left(\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^{(\mathrm{J})}\right)/k_{\mathrm{J}},\\&\Psi_{nm}^{(\mathrm{J})}=\exp\left(im\varphi\right)P_n^m\left(\cos\theta\right)j_n\left(k_{\mathrm{J}}r\right),\end{aligned}\tag{2.8}$$

где $\Psi_{nm}^{(\mathrm{J})}$ – скалярная сферическая гармоника, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, $0<r<\infty$, $0\le\theta\le\pi$, $0\le\varphi<2\pi$ – сферические координаты, k_{J} – волновые числа (1.6), $j_n\left(k_{\mathrm{J}}r\right)$ – сферическая функция Бесселя, $P_n^m\left(\cos\theta\right)$ – присоединенные функции Лежандра [138]. Поле снаружи сферы описывается расходящимися волнами:

$$\begin{aligned}&\mathbf{E}^{\mathrm{out}}=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left(C_{mn}\mathbf{N}\boldsymbol{\zeta}_{mn}+D_{mn}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}_{mn}\right),\\&\mathbf{H}^{\mathrm{out}}=-\mathrm{i}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left(D_{mn}\mathbf{N}\boldsymbol{\zeta}_{mn}+C_{mn}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}_{mn}\right),\end{aligned}\tag{2.9}$$

где векторные гармоники $\mathbf{N}\boldsymbol{\zeta}_{mn}$ и $\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}_{mn}$ удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}_{mn}=\mathrm{rot}\left(\mathbf{r}\mathrm{Z}_{mn}\right),\ \mathbf{N}\boldsymbol{\zeta}_{mn}=\mathrm{rot}\left(\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}_{mn}\right)/k_0,\\&\mathrm{Z}_{mn}=\exp\left(im\varphi\right)P_n^m\left(\cos\theta\right)h_n^{(1)}\left(k_0r\right).\end{aligned}\tag{2.10}$$

В (2.10) Z_{mn} – скалярная сферическая гармоника, а $h_n^{(1)}\left(k_0r\right)$ – сферическая функция Ханкеля первого рода. Коэффициенты $A_{mn}^{(\mathrm{L})}, A_{mn}^{(\mathrm{R})}, C_{mn}, D_{mn}$ определяются из условий непрерывности электрического и магнитного полей для поверхности шара $r=a$:

$$\begin{aligned}&\left[\mathbf{E}^{\mathrm{out}},\hat{\mathbf{e}}_r\right]\Big|_{r=a}=\left[\mathbf{E}^{\mathrm{in}},\hat{\mathbf{e}}_r\right]\Big|_{r=a},\\&\left[\mathbf{H}^{\mathrm{out}},\hat{\mathbf{e}}_r\right]\Big|_{r=a}=\left[\mathbf{H}^{\mathrm{in}},\hat{\mathbf{e}}_r\right]\Big|_{r=a},\end{aligned}\tag{2.11}$$

где $\hat{\mathbf{e}}_r$ – орт сферической системы координат (направленный вдоль радиус-вектора, проведенного из начала координат, которое совпадает с центром частицы).

Ненулевые решения системы уравнений (2.11) возможны при обращении в ноль детерминанта Δ_n, который может быть найден подстановкой уравнений (2.9) и (2.6) в (2.11):

$$\begin{aligned}
&\Delta_n = W_n^{\mathrm{L}} V_n^{\mathrm{R}} + W_n^{\mathrm{R}} V_n^{\mathrm{L}}, \\
&\mathrm{W}_n^{\mathrm{J}} = \sqrt{\varepsilon / \mu}\psi_n\left(k_{\mathrm{J}} a\right)\zeta_n^{(1)\prime}\left(k_0 a\right) - \psi_n'\left(k_{\mathrm{J}} a\right)\zeta_n^{(1)}\left(k_0 a\right), \\
&V_n^{\mathrm{J}} = \psi_n\left(k_{\mathrm{J}} a\right)\zeta_n^{(1)\prime}\left(k_0 a\right) - \sqrt{\varepsilon / \mu}\psi_n'\left(k_{\mathrm{J}} a\right)\zeta_n^{(1)}\left(k_0 a\right), \\
&\psi_n\left(z\right) = z j_n\left(z\right),\ \zeta_n^{(1)}\left(z\right) = z h_n^{(1)}\left(z\right).
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Детерминант Δ_n не зависит от азимутального числа m, а зависит только от числа n. Это связано с тем, что поля снаружи и внутри шара имеют одинаковую зависимость от угла φ: $\exp\left(im\varphi\right)$. В (2.12) $k_0 = \omega / c$ – волновой вектор в свободном пространстве, ω – частота гармонических колебаний и c – скорость света.

Задачу на собственные колебания $\Delta_n = 0$ будем решать относительно k_0. Решением будут являться комплексные числа, действительная часть которых определяет длину волны резонанса, а мнимая часть – его добротность. При выбранной временной зависимости мнимая часть k_0 будет отрицательна, что соответствует экспоненциальному нарастанию амплитуды мод на бесконечности. Это поведение характерно для всех открытых резонаторов и обсуждается подробно в [139].

Рассмотрим, как собственные моды шара с $\varepsilon = 2 + 0.04i$ и $\mu = 1$ изменяются при добавлении в него киральности. Для этого решим уравнение $\Delta_n = 0$ относительно параметров χ, $\mathrm{Re}\,k_0 a$, $\mathrm{Im}\,k_0 a$. Решением будет являться кривая в трехмерном пространстве, проекция которой на плоскость $\mathrm{Re}\left(k_0 a\right)$ и $-\mathrm{Im}\left(k_0 a\right)$ изображена на Рис. 2.2 для $n = 1$. При фиксированных n, m в киральном шаре существует бесконечное число мод, соответствующих различному количеству

нулей функции $j_n(kr)$. Для различения этих мод вводят третье число ν, иногда называемое радиальным.

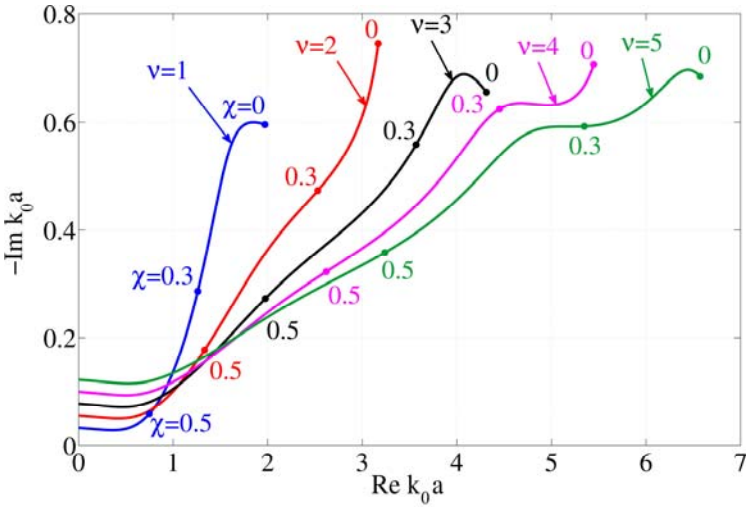

Рис. 2.2 Проекции кривых собственных мод кирального шара в координатах χ, $\mathrm{Re}\,k_0$, $\mathrm{Im}\,k_0$ на плоскость $\mathrm{Re}(k_0a)$ и $-\mathrm{Im}(k_0a)$ для $n=1$. Моды разного цвета характеризуются различным значением радиального числа $\nu=1-5$. Цветными подписями около точек обозначено значение безразмерного параметра киральности χ в них (третья координата).

Из Рис. 2.2 видно, что при увеличении χ резонанс шара смещается в красную область и одновременно увеличивается его добротность. Действительно, при этом наблюдается уменьшение мнимой и увеличение действительной частей k_0. Также видно, что чем больше ν, тем меньше длина волны моды. При приближении χ к критическому значению $\chi_{\mathrm{crit}}=1/\sqrt{\varepsilon\mu}=0.7071$ (для которого один из знаменателей (1.6) обращается в ноль) действительная часть k_0 тоже стремится к 0. Это означает, что соответствующие собственные моды существуют только в квазистатическом пределе. В области $k_0a\sim 0$ добротность мод увеличивается с увеличением ν.

Для каждого собственного числа на Рис. 2.2 можно найти собственный вектор (то есть распределение полей), решая уравнение (2.11) относительно $A_{mn}^{(\mathrm{L})}, A_{mn}^{(\mathrm{R})}, C_{mn}, D_{mn}$ и подставляя найденные коэффициенты в (2.6) и (2.9). При этом нужно иметь ввиду, что при $\Delta_n = 0$ система уравнений (2.11) не является линейно независимой, и можно рассматривать только три коэффициента, полагая один из них равным единице, например, $A_{mn}^{(\mathrm{L})} = 1$:

$$\begin{aligned} A_{mn}^{(\mathrm{R})} &= k_{\mathrm{R}} / k_{\mathrm{L}} \alpha_n A_{mn}^{(\mathrm{L})}, \\ C_{mn} &= -k_0 / k_{\mathrm{L}} \left(H_n^{\mathrm{L}} + \alpha_n H_n^{\mathrm{R}} \right) A_{mn}^{(\mathrm{L})} / \mathrm{G}_n, \\ D_{mn} &= -k_0 / k_{\mathrm{L}} \left(F_n^{\mathrm{L}} - \alpha_n F_n^{\mathrm{R}} \right) A_{mn}^{(\mathrm{L})} / G_n, \end{aligned} \tag{2.13}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_n &= V_n^{\mathrm{L}} / V_n^{\mathrm{R}} = -\mathrm{W}_n^{\mathrm{L}} / \mathrm{W}_n^{\mathrm{R}}, \\ H_n^{\mathrm{J}} &= \sqrt{\varepsilon / \mu} \psi_n \left(k_{\mathrm{J}} a \right) \psi_n' \left(k_0 a \right) - \psi_n' \left(k_{\mathrm{J}} a \right) \psi_n \left(k_0 a \right), \\ F_n^{\mathrm{J}} &= \psi_n \left(k_{\mathrm{J}} a \right) \psi_n' \left(k_0 a \right) - \sqrt{\varepsilon / \mu} \psi_n' \left(k_{\mathrm{J}} a \right) \psi_n \left(k_0 a \right), \\ G_n &= \psi_n \left(k_0 a \right) \zeta_n^{(1)\prime} \left(k_0 a \right) - \psi_n' \left(k_0 a \right) \zeta_n^{(1)} \left(k_0 a \right), \end{aligned} \tag{2.14}$$

где $\mathrm{J} = \mathrm{R}, \mathrm{L}$, и функции $V_n^{\mathrm{J}}, W_n^{\mathrm{J}}$ определены в (2.12). На Рис. 2.3 изображена φ – составляющая электрического поля E_φ на поверхности кирального шара с параметрами $\varepsilon = 2 + 0.04i$, $a = 70$ нм, $\lambda = 570$ нм для $n = 1 - 4$, $m = 1$, $\nu = 1$. Соответствующие значения безразмерного параметра киральности χ равны 0.4914, 0.5630, 0.5923, 0.6105. Видно, что структура поля на поверхности шара имеет форму спирали с количеством оборотов, пропорциональным n.

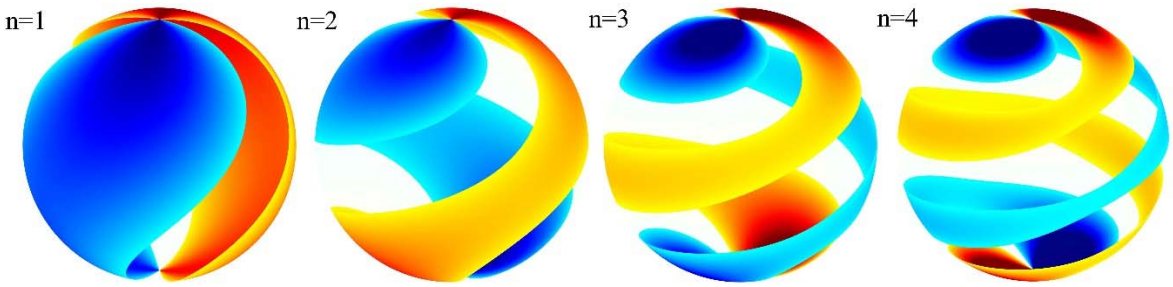

Рис. 2.3 Распределение поля $\mathrm{Re}\,E_{\varphi}$ на поверхности кирального шара, соответствующее собственным колебаниям с $n = 1-4$, $m = 1$, $\nu = 1$. Красный и синий цвета соответствуют максимальному (положительному и отрицательному) значению поля. Поля с амплитудой вблизи нуля убраны.

2.4 Рассеяние плоской волны на киральном шаре

Рассмотрим задачу рассеяния плоской волны киральным шаром, геометрия которого изображена на вставке к Рис. 2.4. Результаты численных расчетов, полученные с помощью метода, описанного в 2.2, будем сравнивать с результатами, полученными аналитически из решения, описанного в [65].

Типичными параметрами, характеризующими взаимодействие плоской волны с частицами конечного объема, являются сечения поглощения C_{abs}, рассеяния C_{sca} и экстинкции C_{ext}, имеющие размерность площади. Сечение поглощения определяется как количество энергии, поглощенной в шаре, нормированное на интенсивность падающей волны $C_{\mathrm{abs}} = W_{\mathrm{abs}} / I$. Аналогично, сечение рассеяния соответствует рассеянной энергии, а сечение экстинкции – сумме рассеянной и поглощенной. Часто используют безразмерные параметры, называемые эффективностью поглощения Q_{abs}, рассеяния Q_{sca} и экстинкции Q_{ext}, получаемые

нормированием сечений C на площадь G проекции частицы на плоскость, перпендикулярную падающей волне. Для сферической частицы с радиусом a нормировочный фактор $G = \pi a^2$.

На Рис. 2.4 изображена зависимость эффективностей экстинкции $Q_{\text{ext}} = Q_{\text{abs}} + Q_{\text{sca}}$ от безразмерного параметра киральности шара с $\varepsilon = 2 + 0.04i$ для различной поляризации падающей плоской волны: линейной, левой и правой. Радиус шара полагался равным $a = 70$ нм, а длина волны света $\lambda = 570$ нм. Сплошными линиями показаны результаты аналитического расчета, кругами – результаты численного моделирования.

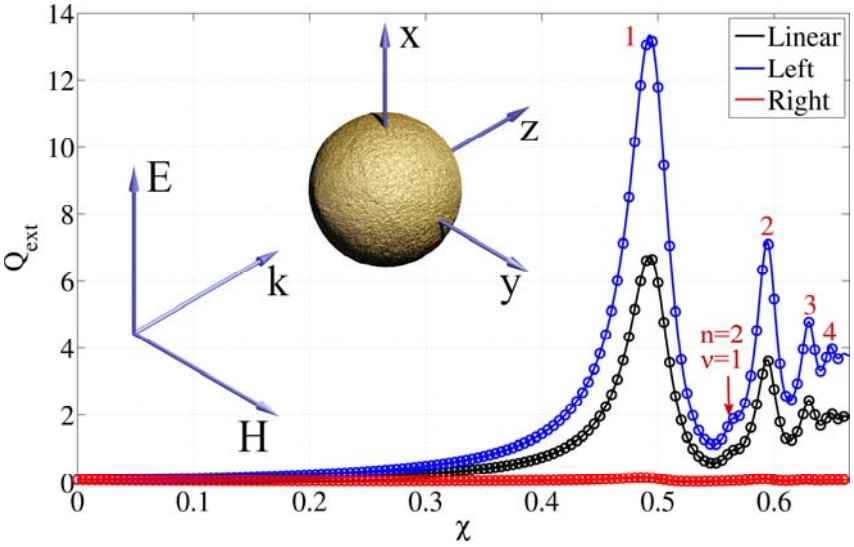

Рис. 2.4 Эффективность экстинкции кирального шара, облучаемого плоской волной с различной поляризацией: линейной (синяя линия), левой круговой (черная линия) и правой круговой (красная линия), – в зависимости от безразмерного параметра киральности. Сплошные линии соответствуют аналитическому решению, круги – результатам численного моделирования. На вставке показана геометрия задачи.

Из Рис. 2.4 видно, что киральность существенным образом влияет на эффективность экстинкции $Q_{\text{ext}} = Q_{\text{sca}} + Q_{\text{abs}}$. В действительности изменяется не только сумма значений Q_{sca} и Q_{abs}, но также и соотношение между ними (результаты не приводятся). В зависимости от χ поглощенная энергия может быть в несколько раз больше рассеянной, и наоборот. Кроме того, волны с различной поляризацией взаимодействуют с шаром по-разному. Так, шар с положительным параметром χ не возбуждается волной с правой поляризацией $\mathbf{E}_{\text{inc}}^{(\text{right})} = (i,1,0)\exp(ik_0 z)$ и хорошо возбуждается волной с левой поляризацией $\mathbf{E}_{\text{inc}}^{(\text{left})} = (-i,1,0)\exp(ik_0 z)$. Для отрицательных значений χ ситуация будет обратной. Эффективность экстинкции для волны с линейной поляризацией оказывается равной усреднённому значению для волн с правой и левой круговыми поляризациями.

Анализ структуры поля позволяет каждому резонансу поставить в соответствие собственную моду. Для этого на Рис. 2.5 приведено распределение E_z в плоскости xy (показана прозрачной плоскостью на вставке) для основных резонансов, изображенных на Рис. 2.4. Оказывается, что резонансы на Рис. 2.4 соответствуют собственным модам с $n = 1$, $m = 1$ и $\nu = 1,2...$, начиная с первого резонанса. Моды с $m > 1$ не возбуждаются плоской волной, что можно понять из её разложения по векторным сферическим гармоникам [53]. На Рис. 2.4 видно слабый резонанс, соответствующий $n = 2$, $m = 1$, $\nu = 1$. Моды с $n > 2$ не видны в спектре, что можно объяснить их слабым взаимодействием с плоской волной.

Из Рис. 2.5 видно, что при отсутствии киральности амплитуда поля $E_z = 0$. При увеличении χ она начинает расти и достигает максимума в резонансе $\nu = 1$. При дальнейшем увеличении χ амплитуда каждого следующего резонанса уменьшается. Видно, что поле имеет спиральную структуру с количеством витков, определяемым числом ν. При этом спиральность сохраняется и вне шара. Это

показано на Рис. 2.6, где изображено распределение z-компоненты электрического поля, соответствующего главному максимуму (цифра 2 на Рис. 2.4), в различных сечениях вдоль оси z (0, 150, 300 нм).

Результаты, полученные с помощью численного расчета (Comsol), оказались в хорошем соответствии с аналитическими. Отметим, что время построения полей (Рис. 2.5) оказалось меньше при использовании первого метода. То есть использование численного расчета оправдано даже в случае, когда имеется аналитическое решение задачи.

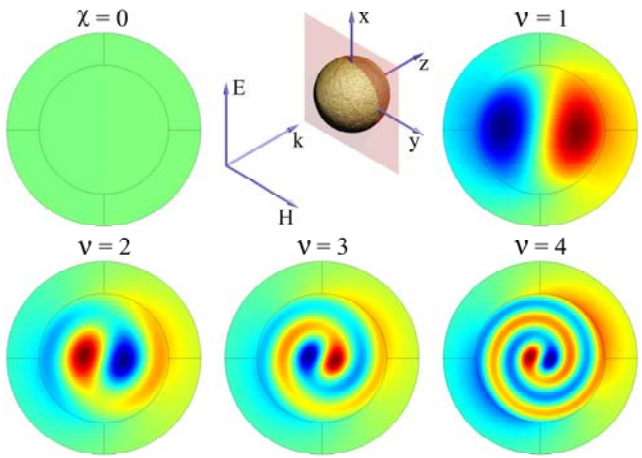

Рис. 2.5 Геометрия задачи и распределение z-компоненты электрического поля в сечении xy (изображено плоскостью на рисунке) для различных значений безразмерного параметра киральности, соответствующих собственной моде кирального шара с $n = 1, m = 1$ и $\nu = 1, 2, 3, 4$, а также для случая $\chi = 0$.

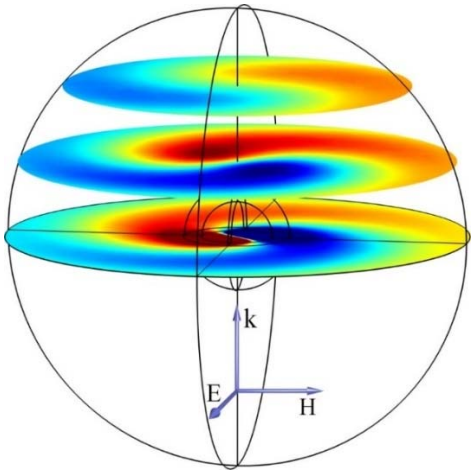

Рис. 2.6 Распределение z-компоненты электрического поля в различных сечениях (z = 0, 150, 300 нм) для кирального шара $\chi = 0.363$, $\varepsilon = 3 + 0.1i$ радиуса $a = 70$ нм, облучаемого линейно поляризованной волной.

2.5 Влияние кирального шара на излучение киральной молекулы

Рассмотрим задачу взаимодействия излучения киральной молекулы с киральным шаром. С точки зрения электродинамики киральная молекула может быть описана суперпозицией электрического и магнитного дипольных моментов [81]. Выражение для индуцируемых ею полей имеет вид:

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = (\mathbf{d}_0 \cdot \nabla)\nabla \frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} + \mathbf{d}_0 k_0^2 \frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} - ik_0\left[(-i\mathbf{m}_0), \nabla\right]\frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|},$$
$$\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = ik_0\left[\mathbf{d}_0, \nabla\right]\frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} + \left((-i\mathbf{m}_0)\cdot\nabla\right)\nabla\frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} + (-i\mathbf{m}_0)k_0^2\frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|},$$

(2.15)

где $\mathbf{d}_0$ и $-i\mathbf{m}_0$ – электрический и магнитный дипольные моменты, ∇ – оператор градиента по координатам r, k_0 – волновое число в вакууме, $\mathbf{r}_0$ – радиус-вектор,

соответствующий положению молекулы. Молекулы, имеющие различную киральность, различаются взаимной ориентацией электрического и магнитного дипольных моментов: для правой молекулы они сонаправлены, тогда как для левой – противоположно направлены. Для вычисления скорости спонтанного распада нужно воспользоваться модифицированной версией уравнения (1.20) [75]:

$$\frac{\gamma_{tot}}{\gamma_0} = 1 + \frac{3}{2}\mathrm{Im}\left\{\frac{\mathbf{d}_0^* \cdot \mathbf{E}^{out}\left(\mathbf{r}_0\right) + i\mathbf{m}_0^* \cdot \mathbf{H}^{out}\left(\mathbf{r}_0\right)}{k_0^3\left(\left|\mathbf{d}_0\right|^2 + \left|\mathbf{m}_0\right|^2\right)}\right\}. \tag{2.16}$$

Геометрия задачи представлена на вставке к Рис. 2.7. Киральный шар с $\varepsilon = 2 + 0.04i$ и радиусом $a = 70$ нм возбуждается киральной молекулой с $\left|\mathbf{m}\right| = 0.1\left|\mathbf{d}\right|$, расположенной на оси z на расстоянии $z = 1.15a$ от центра шара. Длина волны $\lambda = 570$ нм. На Рис. 2.7 изображена зависимость полной скорости распада γ_{tot} (нормированной на полную скорость распада в вакууме) от безразмерного параметра киральности для молекул различной киральности и направленности. Черная и синяя кривые соответствуют вертикально ориентированной молекуле, тогда как красная и синяя – молекулам, ориентированным горизонтально относительно шара (см. вставку на рисунке). Сплошные линии показывают результаты аналитического решения [46], круги – результаты численного моделирования.

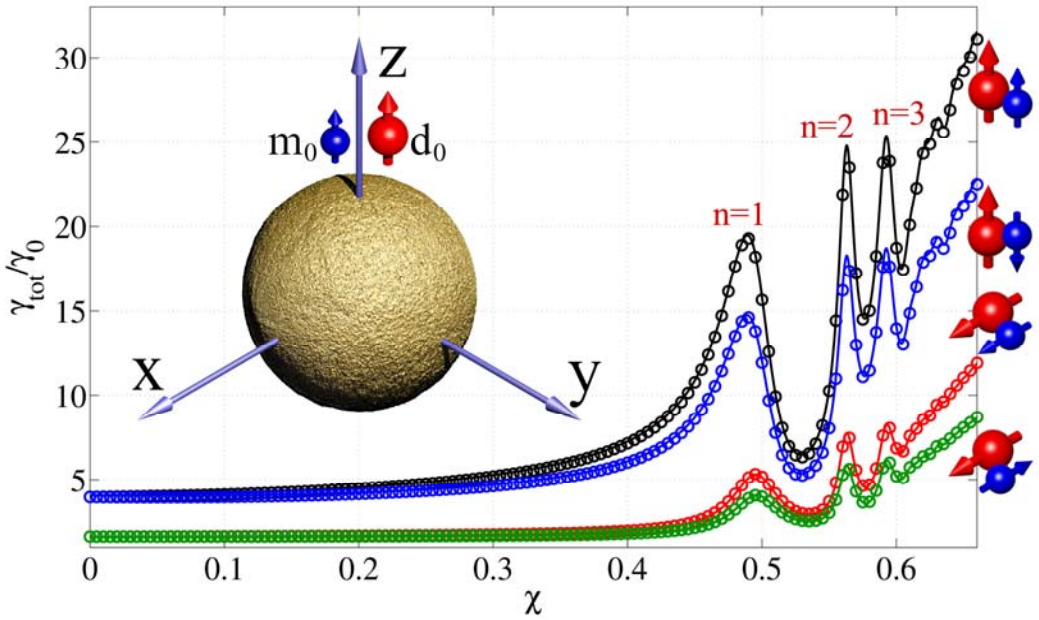

Рис. 2.7 Полная скорость распада киральной молекулы, расположенной около кирального шара, в зависимости от безразмерного параметра киральности. Диэлектрическая проницаемость шара $\varepsilon = 2 + 0.04i$. Сплошная линия соответствует аналитическим результатам, круги соответствуют результатам моделирования. Геометрия рассматриваемой задачи приведена на вставке. Ориентации диполей, составляющих молекулу, показаны около соответствующих линий.

Из Рис. 2.7 видно, что в спектрах возбуждения имеется ряд резонансов. Благодаря проведённому в разделе 2.3 анализу, каждому резонансу можно поставить в соответствие собственную моду или суперпозицию нескольких мод. В отличие от плоской волны, возбуждающей только моды с $m = 1$, киральная молекула также возбуждает моды с $m = 0$. При этом m моды будет определяться ориентацией молекулы относительно шара: при ориентации вдоль оси z – $m = 0$, поперек – $m = 1$. Оказывается, что спектральное положение моды не зависит от m. Кроме того, по сравнению с плоской волной, киральная молекула возбуждает моды с $n > 1$. Резонансы, соответствующие различным n, накладываются друг на друга, и на Рис. 2.7 отчетливо видны только первые три из них. Первым двум резонансам

соответствуют моды с $n=1$, $\nu=1$ и $n=2$, $\nu=1$. Третий является суперпозицией мод: $n=1$, $\nu=2$ и $n=3$, $\nu=1$. При удалении киральной молекулы от шара амплитуда резонанса, соответствующего моде $n=1$, усиливается, тогда как для остальных резонансов ослабевает. В предельном случае помещения киральной молекулы на бесконечность её излучение соответствует плоской волне.

Можно видеть, что полная скорость распада молекул, ориентированных вдоль оси z ($m=0$), больше, чем молекул, ориентированных поперек ($m=\pm1$) – до 5 раз, и, что гораздо важнее, имеется существенная разница между молекулами с различной киральностью. Этот эффект и его возможные применения для оптического разделения молекул различной киральности обсуждался детально в [47,48].

Важно, что вблизи шара у молекулы изменяется не только полная мощность излучения, характеризующаяся фактором γ_{tot}/γ_0, но и диаграмма направленности излучения. Последнюю можно охарактеризовать с помощью коэффициента направленности $D(\theta,\varphi)=4\pi P_{\text{rad}}\left(\theta,\varphi\right)/P_{\text{rad}}$, где P_{rad} – полная мощность, излучаемая системой в дальней зоне, а $P_{\text{rad}}\left(\theta,\varphi\right)$– угловое распределение этой мощности излучения. Для изотропного излучателя $D(\theta,\varphi)=1$, и диаграмма направленности имеет вид шара. Для диполя максимальное значение $\max(D(\theta,\varphi))=1.5$, и диаграмма направленности имеет торообразную форму.

Диаграмма направленности излучения молекулы, ориентированной вдоль оси z ($m=0$), приведена на Рис. 2.8 для второго и третьего пиков из Рис. 2.7, а также для случая $\chi=0$. Так как при $m=0$ нет зависимости от угла φ, то показано только сечение xz. Видно, что при $\chi=0$ (черная линия) диаграмма направленности близка к диаграмме рассеяния молекулы в свободном пространстве – тору. Для $\chi\neq0$ происходит перераспределение энергии между нижним и верхним полупространствами. Для второго пика (красная линия) с Рис. 2.7 большая часть

излучения направлена в сторону положительных z, для третьего (синяя линия) – в сторону отрицательных z. Различие между диаграммами направленности для левой и правой молекул оказывается несущественным.

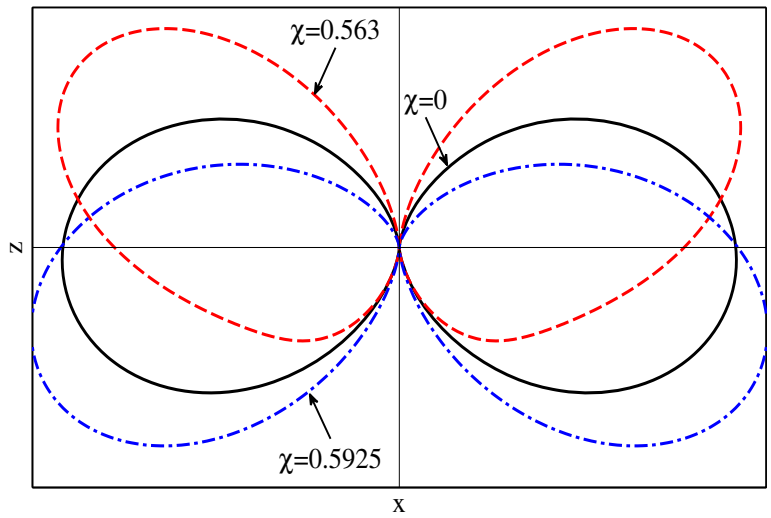

Рис. 2.8 Диаграмма направленности излучения киральной молекулы, ориентированной вдоль оси z и помещенной вблизи кирального шара, в сечении xz для трех различных значений параметра киральности: $\chi = 0$ соответствует отсутствию киральности, $\chi = 0.563$ и $\chi = 0.5925$ – второму и третьему резонансам на Рис. 2.7.

Диаграмма направленности излучения молекулы, ориентированной поперек оси z ($m = 1$), представлена на Рис. 2.9 для трех резонансов с Рис. 2.7 и случая $\chi = 0$. На рисунке приведены две различных перспективы одной и той же 3D-структуры, и цветными прозрачными плоскостями изображены координатные плоскости: xy – красная, xz – голубая и yz – зеленая. Во втором ряду показан вид со стороны отрицательных значений z – то есть снизу.

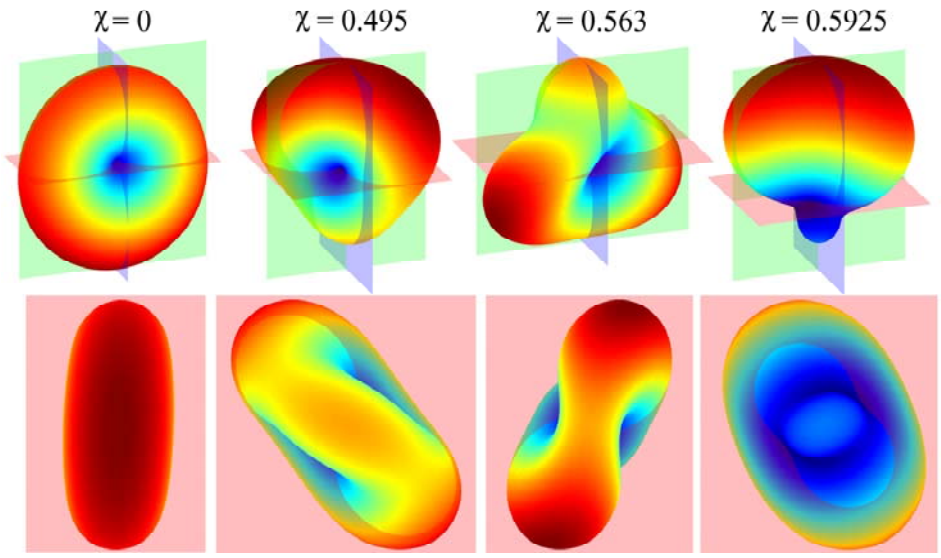

Рис. 2.9 Диаграмма направленности излучения киральной молекулы, ориентированной поперек оси z и расположенной вблизи кирального шара с $\varepsilon = 2 + 0.04i$, в двух перспективах для четырех различных значений χ. Цветные прозрачные плоскости соответствуют координатным плоскостям: xy – красная, xz – голубая, yz – зеленая. Нижняя серия картинок соответствует виду на плоскость xy со стороны отрицательных z (снизу).

Так же, как и в случае молекулы, ориентированной вдоль оси z, при $\chi = 0$ диаграмма направленности близка к диаграмме молекулы, расположенной в свободном пространстве, и имеет вид тора. При увеличении χ наблюдается её вращение относительно оси z, а также перераспределение энергии между верхним и нижним полупространствами. Для значений $\chi = 0.495, 0.5925$ большая часть излучения уходит вверх, тогда как для случая $\chi = 0.563$ – вниз. Максимальная разница в потоках энергии вверх и вниз соответствует резонансу с самой большой амплитудой на Рис. 2.7 – $\chi = 0.5925$.

2.6 Выводы

Разработан метод численного моделирования киральных сред произвольной формы, использующий модификацию программы Comsol. Валидация метода проведена на задачах рассеяния плоской волны киральном шаре, а также возбуждения кирального шара киральной молекулой. Показано, что имеется хорошее соответствие с аналитическими результатами и даже выигрыш по времени при использовании численного расчета.

Получены аналитические выражения для собственных колебаний кирального шара. Обнаружено, что увеличение параметра киральности приводит к смещению резонансов в красную область, а также к увеличению добротности мод. Исследовано рассеяние плоской волны киральным шаром и показано, что имеется существенное различие эффективностей экстинкции для волн с правой и левой круговыми поляризациями – до двух порядков. Возникающим резонансам поставлены в соответствие ранее найденные собственные моды. Показано, что добавление киральности увеличивает эффективность экстинкции, при этом максимальное значение усиления составляет два порядка.

Кроме того, исследовано взаимодействие кирального шара с излучением киральной молекулы, описываемой суперпозицией электрического и магнитного дипольных моментов. Показано, что полная скорость распада γ_{tot} и диаграмма направленности излучения молекулы сильно зависят от её киральности и ориентации относительно шара. В случае ориентации молекулы вдоль радиуса шара γ_{tot} оказывается в 4-5 раз больше, чем при ориентации поперек. Обнаружено, что для молекул различной киральности имеется существенная разница в скоростях спонтанного распада.

Глава 3. Оптические свойства димеров с распределенной компенсацией потерь

3.1 Введение

В главе представлены результаты исследований оптических свойств димера, состоящего из двух наночастиц одинакового размера, одна из которых является активной и компенсирует потери в другой, пассивной, частице. Глава разбита на две части: первая посвящена исследованию компенсации потерь в двухмерной системе, вторая – в трехмерной системе, состоящей из двух шаров.

В первой части получены аналитические выражения для дисперсионных кривых собственных мод двухмерных частиц с одинаковой действительной частью диэлектрической проницаемости и произвольным соотношением между мнимыми частями. Показано, что помимо мод, имеющих PT-симметрию, существуют моды с несимметричным распределением мнимой части диэлектрической проницаемости. Во второй части главы рассматриваются собственные моды в PT-симметричной системе, состоящей из двух шаров. Получены аналитические выражения для нахождения собственных мод как в дипольном приближении, так и с учетом всех мультиполей. Показано, что взаимодействие мод, соответствующих различным мультиполям, приводит к образованию новых гибридных мод. Рассмотрено влияние этих гибридных мод на спонтанное излучение диполя, расположенного между двумя шарами.

3.2 Двухмерный димер с распределенной компенсацией потерь

В разделе представлены результаты исследований компенсации потерь в двухмерном димере, состоящем из двух частиц одинакового размера, но с произвольным соотношением между мнимыми частями диэлектрических проницаемостей. Диэлектрические проницаемости активной и пассивной частиц описываются следующими выражениями $\varepsilon_{\mathrm{G}} = \varepsilon' - i\varepsilon''_{\mathrm{G}}$ $\left(\varepsilon''_{\mathrm{G}} > 0\right)$, $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon' + i\varepsilon''_{\mathrm{L}}$ $\left(\varepsilon''_{\mathrm{L}} > 0\right)$. Показано, что компенсация потерь возникает не только в PT-симметричном случае, то есть когда $\varepsilon''_{\mathrm{G}} = \varepsilon''_{\mathrm{L}}$, но также и в несимметричном случае $\varepsilon''_{\mathrm{G}} \neq \varepsilon''_{\mathrm{L}}$. Эти несимметричные моды мы будем называть модами с симметрией компенсации потерь (Loss Compensation Symmetry – LCS). Они позволяют достичь полной компенсации оптических потерь даже в случае, когда $\varepsilon''_{\mathrm{G}} << \varepsilon''_{\mathrm{L}}$. Геометрия задачи показана на Рис. 3.1.

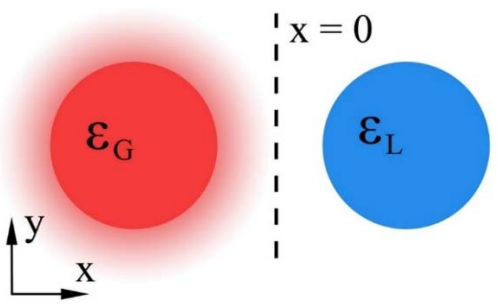

Рис. 3.1 Геометрия задачи. Димер, состоящих из двух частиц одинакового радиуса с одинаковыми значениями действительной части диэлектрической проницаемости ε'. Мнимая часть диэлектрической проницаемости правой частицы положительная $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{\mathrm{L}} > 0$ (поглощающий материал), левой – отрицательная $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{\mathrm{G}} < 0$ (активный материал).

Под собственными колебаниями мы будем понимать ненулевые решения уравнений Максвелла без внешних источников. При этом в качестве спектральных параметров мы будем рассматривать диэлектрические проницаемости частиц димера ($\varepsilon', \varepsilon''_{\mathrm{G}}, \varepsilon''_{\mathrm{L}}$). В случае малых по сравнению с длиной волны частиц (наночастиц) можно использовать квазистатическое приближение, в рамках которого для нахождения собственных колебаний надо решить задачу для потенциала с условием непрерывности нормальной компоненты вектора электрической индукции на всех возникающих границах:

$$\begin{gathered}\mathbf{E} = -\nabla\varphi;\ \Delta\varphi = 0,\\ [\varphi]_{\mathrm{S}} = 0;\left[\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right]_{\mathrm{S}} = 0,\end{gathered} \tag{3.1}$$

где $\mathbf{E}$ – вектор напряженности электрического поля, φ – потенциал, ∇ – пространственный градиент, Δ – оператор Лапласа и S – поверхность наночастиц. Подчеркнем, что такая постановка задачи отличается от постановки, в которой рассматриваются два взаимодействующих волновода (см. раздел 1.5), часто используемой в статьях, посвященных PT-симметрии в оптике. В нашем случае решениями (3.1) будут являться локализованные плазмонные колебания, а не распространяющиеся волны. Для решения (1) удобно ввести биполярные координаты θ, η [140], зависимость которых от декартовых координат x, y определяется выражениями:

$$\eta = \operatorname{atanh}\left(\frac{2ax}{a^2 + x^2 + y^2}\right), \theta = \operatorname{atan}\left(\frac{2ay}{a^2 - x^2 - y^2}\right). \tag{3.2}$$

В биполярной системе координат произвольное решение уравнения Лапласа (3.1) может быть представлено как сумма функций $\exp(\pm n\eta)\exp(\pm in\theta), n = 1, 2...$ [140]. В случае частиц одинакового радиуса их поверхности описываются уравнением $\eta = \pm\eta_0\,(\eta_0 > 0)$, что соответствует радиусу $r = a / \sinh\eta_0$ и расстоянию

между центрами частиц $L = 2a\coth\eta_0$. Диэлектрические проницаемости частиц равны ε_{G} и ε_{L}, а окружающего пространства – $\varepsilon_m = 1$ (вакуум). Распределение потенциала внутри и снаружи частиц может быть записано в виде:

$$\varphi_{\mathrm{G}} = ae^{n\eta}, \varphi_{\mathrm{L}} = de^{-n\eta}, \varphi_{\mathrm{out}} = be^{n\eta} + ce^{-n\eta}, \tag{3.3}$$

где $\varphi_{\mathrm{G}}, \varphi_{\mathrm{L}}, \varphi_{\mathrm{out}}$ – потенциалы внутри активной и пассивной частиц и вне их соответственно. Неизвестные коэффициенты a, b, c, d могут быть найдены подстановкой (3.3) в (3.1). В (3.3) и далее опустим угловую зависимость потенциалов $\cos(n\theta)$ или $\sin(n\theta)$. Подставляя (3.3) в (3.1), получаем точное дисперсионное соотношение такой системы:

$$(\varepsilon_{\mathrm{L}} - 1)(\varepsilon_{\mathrm{G}} - 1) = (\varepsilon_{\mathrm{L}} + 1)(\varepsilon_{\mathrm{G}} + 1)e^{4n\eta_0}, \tag{3.4}$$

которое выполняется для каждого азимутального числа n независимо. Если (3.4) верно, то можно получить следующее соотношение между коэффициентами:

$$a / \mathrm{d} = \frac{1-\varepsilon_{\mathrm{L}}}{1+\varepsilon_{\mathrm{G}}} e^{-2n\eta_0}, b / d = \frac{1-\varepsilon_L}{2} e^{-2n\eta_0}, c / a = \frac{1-\varepsilon_G}{2} e^{-2n\eta_0}. \tag{3.5}$$

Важно, что любое решение уравнения (3.1) удовлетворяет условию полной компенсации потерь:

$$\int_{\mathrm{V_G}} \varepsilon_G'' \left|\mathbf{E}(\mathbf{r})\right|^2 d\mathbf{r} = \int_{\mathrm{V_L}} \varepsilon_L'' \left|\mathbf{E}(\mathbf{r})\right|^2 d\mathbf{r}, \tag{3.6}$$

где $\mathrm{V}_G, \mathrm{V}_L$ – объемы внутри активной и пассивной наночастиц. В случае появления радиационных потерь (например, при увеличении диаметров частиц) к правой части уравнения (3.6) добавится соответствующее слагаемое. Значение ε_G'' для полной компенсации потерь при этом увеличится.

Сначала рассмотрим PT симметричные собственные колебания. В этом случае:

$$\varepsilon_{\mathrm{G}} = \varepsilon' - i\varepsilon'', \varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon_{\mathrm{G}}^{*}, \varphi(x) = \varphi^{*}(-x), \tag{3.7}$$

где $\varepsilon', \varepsilon''$ – действительные числа. Подставляя (3.7) в (3.4), можно получить следующую зависимость действительной части диэлектрической проницаемости от мнимой:

$$\left(\varepsilon' + \coth\left(2n\eta_0\right)\right)^2 + \varepsilon''^2 = 1/\sinh^2\left(2n\eta_0\right). \tag{3.8}$$

Из (3.8) следует, что дисперсионные кривые для PT-решений в пространстве координат $\varepsilon', \varepsilon''$ являются окружностями радиусом $1/\sinh\left(2n\eta_0\right)$ с центрами в точках $\left[\varepsilon' = -\coth\left(2n\eta_0\right),\ \varepsilon'' = 0\right]$.

В случае $\varepsilon'' > 1/\sinh\left(2n\eta_0\right)$ система не имеет собственных мод. То есть геометрические параметры системы накладывают ограничение сверху на величину потерь, которые могут быть скомпенсированы в PT-симметричном случае. Этот эффект похож на эффект нарушения PT-симметрии в двух волноводах [125].

Подчеркнем, что уравнение для собственных мод (3.8) выведено в предположении PT-симметрии диэлектрических проницаемостей частиц. Оказывается, компенсация потерь может достигаться и для других распределений диэлектрической проницаемости. Такие решения имеют симметрию:

$$\varphi(x) = \varphi^{*}(-x) \times \left(\theta(-x)\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{L}}''/\varepsilon_{\mathrm{G}}''} + \theta(x)\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{G}}''/\varepsilon_{\mathrm{L}}''}\right), |\eta| > \eta_0, \tag{3.9}$$

где $\theta(x)$ – функция Хевисайда. Симметрию, определяемую выражением (3.9), будем называть симметрией компенсации потерь (Loss Compensation Symetry – LCS). В случае $\varepsilon_{\mathrm{L}}'' = \varepsilon_{\mathrm{G}}''$ она сводится к PT-симметрии.

В несимметричном случае ($\varepsilon_L \neq \varepsilon_G^{*}$) собственные моды существуют только для одного значения действительной части диэлектрических проницаемостей частиц,

определяемого геометрическими параметрами системы для каждого азимутального числа n:

$$\varepsilon'_{\mathrm{LCS}} = -\left(e^{4n\eta_0}+1\right)\Big/\left(e^{4n\eta_0}-1\right), \tag{3.10}$$

тогда как мнимые части диэлектрических проницаемостей активной и пассивной частиц могут быть неравными, но их произведение фиксировано:

$$\begin{aligned} \varepsilon''_{\mathrm{G,LCS}}\varepsilon''_{\mathrm{L,LCS}} &= 4e^{4n\eta_0}\Big/\left(e^{4n\eta_0}-1\right)^2, \\ \varepsilon''_{\mathrm{G,LCS}}\varepsilon''_{\mathrm{L,LCS}} &= \left(\varepsilon'_{\mathrm{LCS}}\right)^2 - 1. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Из (3.11) следует, что в нашем димере возможна компенсация потерь для любых значений мнимой части диэлектрической проницаемости в пассивной частице (в отличие от случая PT-симметричных мод). Более того, чем больше $\varepsilon''_{\mathrm{L,LCS}}$, тем меньшее усиление $\varepsilon''_{\mathrm{G,LCS}}$ в активной частице нужно. Этот эффект связан с асимметричностью распределения электрического поля между активной и пассивной частицами. Оказывается, что при увеличении значения $\varepsilon''_{\mathrm{L,LCS}}$ амплитуда поля в пассивной частице уменьшается по сравнению с активной. Полный спектр собственных колебаний рассматриваемой системы показан на Рис. 3.2 для $r = 50$ нм и $L = 140$ нм.

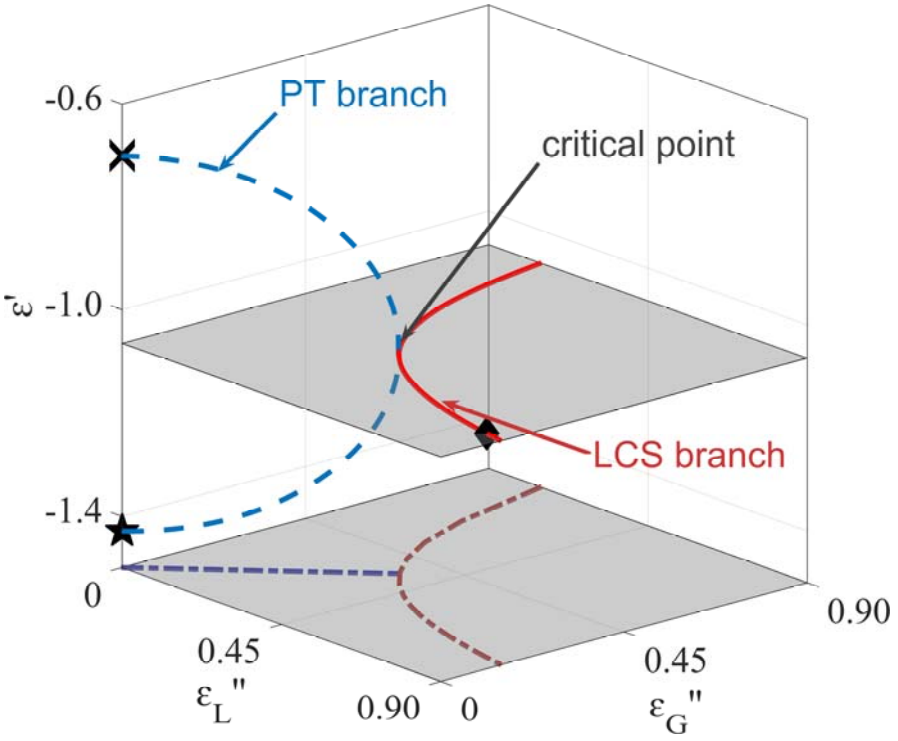

Рис. 3.2 Дисперсионные кривые собственных колебаний в двух частицах одинакового радиуса с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon' + i\varepsilon''_{\mathrm{L}}$, $\varepsilon_{\mathrm{G}} = \varepsilon' - i\varepsilon''_{\mathrm{G}}$, соответствующие собственным модам с $n = 1$. Голубая пунктирная линия соответствует PT-симметричным модам $\varepsilon''_{\mathrm{G}} = \varepsilon''_{\mathrm{L}}$, красная сплошная линия – LCS-модам. Пунктирными линиями показаны проекции соответствующих сплошных линий на плоскость $\varepsilon''_{\mathrm{G}}, \varepsilon''_{\mathrm{L}}$.

Из Рис. 3.2 видно, что спектр PT-симметричных мод лежит в плоскости $\varepsilon''_{\mathrm{G}} = \varepsilon''_{\mathrm{L}}$, тогда как спектр LCS-мод лежит в перпендикулярной плоскости $\varepsilon' = \mathrm{const}$. Эти дисперсионные кривые касаются друг друга в одной точке (отмечена как critical point на Рис. 3.2). Соответствующие значения диэлектрических проницаемостей $\varepsilon^{\mathrm{c}}_{\mathrm{L}}$, $\varepsilon^{\mathrm{c}}_{\mathrm{G}}$ определяются только геометрическими параметрами: радиусом частиц r и расстоянием между ними L, и могут быть легко получены из (3.10), (3.11):

$$\varepsilon^{\mathrm{c}}_{\mathrm{L}} = -\left(e^{4n\eta_0} + 1\right) \Big/ \left(e^{4n\eta_0} - 1\right) + i\,2e^{2n\eta_0} \Big/ \left(e^{4n\eta_0} - 1\right), \varepsilon^{\mathrm{c}}_{\mathrm{G}} = \left(\varepsilon^{\mathrm{c}}_{\mathrm{L}}\right)^{*}. \qquad (3.12)$$

На Рис. 3.2 показаны собственные моды для $n=1$. По мере увеличения числа n действительная часть диэлектрической проницаемости ε' будет стремиться к -1 в соответствии с (3.10). Отметим, что каждая точка на PT-симметричной ветке соответствует уникальному материалу, так как в [117] было показано, что из-за частотной дисперсии оптическая система может иметь PT-симметрию только для одной частоты. В противном случае будет нарушаться принцип причинности.

Рассмотрим пространственное распределение потенциала для собственных мод с PT-симметрией. PT-симметрия потенциала означает:

$$\varphi(x)=\varphi^{*}(-x), \tag{3.13}$$

откуда следует, что мнимая часть потенциала должна быть симметричной, тогда как действительная часть – антисимметричной. Из (3.13) следует, что в (3.3) нужно положить:

$$a=d^{*}. \tag{3.14}$$

Можно показать, что (3.14) верно только в случае, если удовлетворяются первые два уравнения из (3.7), то есть потенциал имеет PT-симметрию при условии, что диэлектрическая проницаемость системы тоже её имеет. Полагая $a=a'+ia''$, из (3.5) и (3.14) можно получить:

$$a''=-i\frac{(F-1)}{(F+1)}a',\ F=\frac{1-\varepsilon_{\mathrm{L}}}{1+\varepsilon_{\mathrm{G}}}e^{-2n\eta_0}, \tag{3.15}$$

где, несмотря на мнимую единицу, a'' остается действительным для всех PT-мод, кроме случая $\varepsilon''_{\mathrm{G}}=\varepsilon''_{\mathrm{L}}=0$. Выражение для потенциала PT-симметричных мод можно записать в виде:

$$\varphi=a'\varphi^{\mathrm{s}}+ia''\varphi^{\mathrm{a}}, \tag{3.16}$$

где симметричная φ^{s} и антисимметричная φ^{a} части потенциала являются действительными величинами и могут быть получены из (3.3) подстановкой $a=1$, $b=0.5\left(1-\varepsilon_{\mathrm{L}}\right)e^{-2n\eta_0}$, $c=0.5\left(1-\varepsilon_{\mathrm{G}}\right)e^{-2n\eta_0}$, $d=1$ и $a=1$, $b=-0.5\left(1-\varepsilon_{\mathrm{L}}\right)e^{-2n\eta_0}$, $c=0.5\left(1-\varepsilon_{\mathrm{G}}\right)e^{-2n\eta_0}$, $d=-1$ соответственно. В случае чисто действительных диэлектрических проницаемостей (отмечены крестом и звездой на Рис. 3.2) один из факторов a'' или a' нужно положить нулем для того, чтобы собственные функции были симметричными или антисимметричными относительно преобразования $x\to -x$. Пространственное распределение потенциалов φ^{s} и φ^{a} показано на Рис. 3.3.

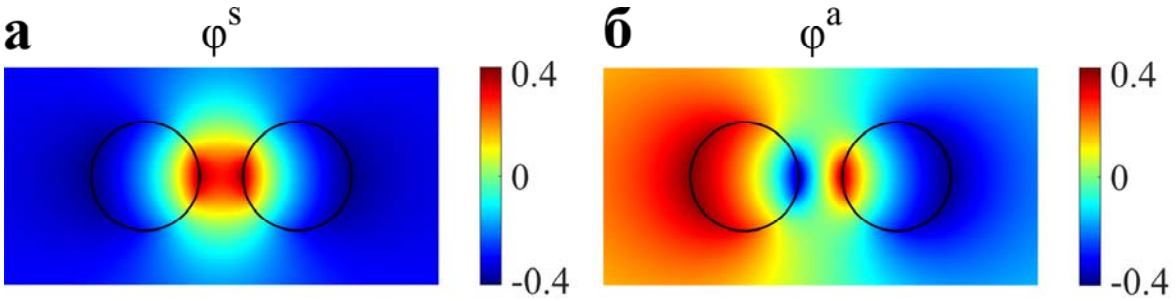

Рис. 3.3. Распределение симметричной φ^{s} и антисимметричной φ^{a} частей потенциалов, соответствующих PT-симметричным модам (3.16) в плоскости xy. Угловая зависимость $\cos\theta$.

Теперь рассмотрим несимметричную $\varepsilon_L \neq \varepsilon_G^*$ систему и LCS-моды. Из условия полной компенсации потерь, которое верно для любого решения (3.1), можно найти следующую зависимость между коэффициентами a и d (см. (3.6)):

$$\varepsilon_{\mathrm{G}}''\left|a\right|^2-\varepsilon_{\mathrm{L}}''\left|d\right|^2=0. \tag{3.17}$$

Выбирая фазу надлежащим образом, можно записать решение уравнений (3.17) и (3.5) в виде:

$$a = a' + ia'', d^* = a / \kappa, \tag{3.18}$$

где

$$a'' = -i\frac{\left(F/\kappa - 1\right)}{\left(F/\kappa + 1\right)}a', \ \kappa = \sqrt{\varepsilon''_{\mathrm{L}} / \varepsilon''_{\mathrm{G}}}. \tag{3.19}$$

И опять, несмотря на мнимую единицу, a'' остается действительной величиной для всех LCS-мод. Коэффициенты в (3.3) определяются уравнениями (3.5). При $\kappa = \sqrt{\varepsilon''_{\mathrm{L}} / \varepsilon''_{\mathrm{G}}} \neq 1$ условие PT-симметрии не выполняется. Однако в случае (3.18) для потенциалов внутри частиц имеет место следующая симметрия:

$$\varphi(x) = \varphi^*(-x) \times \left(\kappa\theta(-x) + \frac{1}{\kappa}\theta(x)\right), |\eta| > \eta_0. \tag{3.20}$$

Потенциал снаружи частиц $|\eta| < \eta_0$ не удовлетворяет условию (3.20). Уравнения (3.18), (3.19) переходят в уравнения (3.14), (3.15) в случае PT-симметрии, так как при этом $\kappa_{\mathrm{PT}} = 1$.

На Рис. 3.4 показано пространственное распределение потенциала для LCS-моды в случае существенной разницы между абсолютными значениями мнимых частей диэлектрических проницаемостей частиц $\varepsilon_G = -1.06 - 0.156i$ и $\varepsilon_L = -1.06 + 0.85i$.

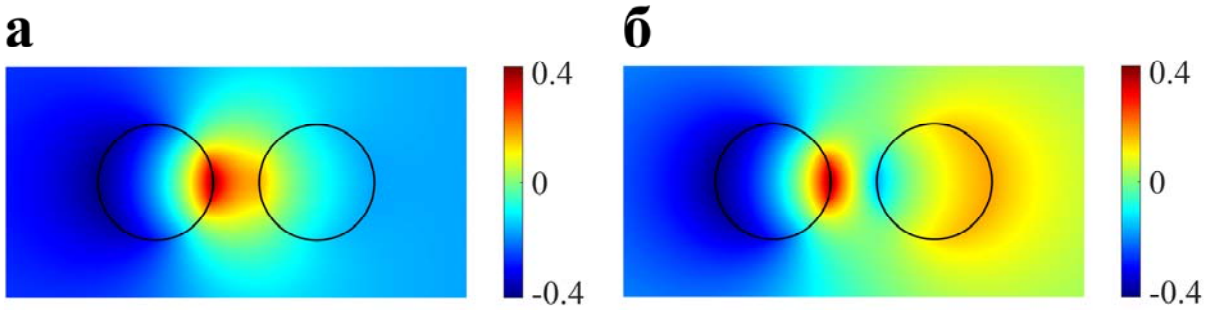

Рис. 3.4 Действительная (a) и мнимая (b) части потенциала LCS-моды для $n=1$: $\varepsilon_{\mathrm{G}}=-1.06-0.156i$, $\varepsilon_{\mathrm{L}}=-1.06+0.85i$. Точка с соответствующими параметрами отмечена на Рис. 3.2 ромбом. Угловая зависимость $\cos(n\theta)$.

Из рисунка видно, что амплитуда потенциала (и, соответственно, электрического поля) в левой (активной) частице существенно выше, чем в правой (пассивной). Модуль же мнимой части диэлектрической проницаемости в правой частице выше, чем в левой: $\varepsilon''_{\mathrm{L}}=0.85>>\varepsilon''_{\mathrm{G}}=0.156$. За счет этого и достигается компенсация в пассивной частице. На Рис. 3.5 изображено соответствующее распределение джоулевых потерь в частицах $\varepsilon''(\mathbf{r})\left|\mathbf{E}(\mathbf{r})\right|^2$.

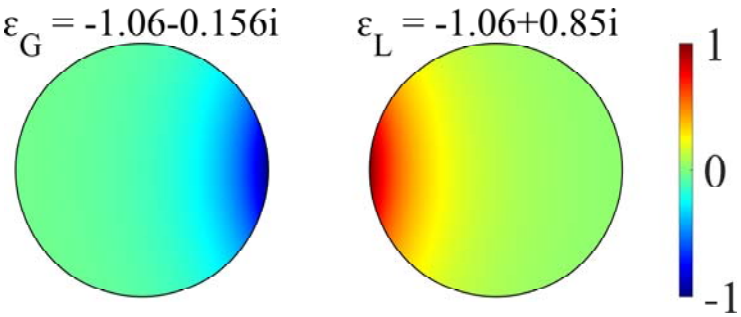

Рис. 3.5 Безразмерная величина джоулевых потерь в системе, состоящей из двух частиц. Параметры такие же, как и на Рис. 3.4.

Решая задачу в квазистатическом приближении, мы пренебрегаем радиационными потерями. При их учете в димере с диэлектрическими

проницаемостями, определяемыми выражением (3.12), будут существовать затухающие колебания. Величина затухания будет определяться радиационными потерями. Эти потери также могут быть скомпенсированы за счет увеличения накачки в активной частице. В результате будет иметь место полная компенсация потерь, то есть будет выполнено условие, при котором в системе возникает лазирование [141]. Для предельного случая $\varepsilon''_{\mathrm{G}} \to 0$ LCS мод лазирование будет происходить даже когда в активной частице коэффициент усиления будет близок к нулю. Оказывается, лазирование может происходить, когда вместо активной частицы рассматривается двухуровневая система [142–145]. Лазер, построенный на этом принципе, называется дипольным нанолазером.

3.3 Компенсация потерь в системе, состоящей из двух шаров

3.3.1 Дипольное приближение

Рассмотрим собственные моды в системе, состоящей из двух PT-симметричных шаров, в рамках дипольного приближения. Суть его состоит в том, что асимптотические выражения для индуцированного дипольного момента кластера из двух наноразмерных шаров, расположенных на большом, в сравнении с их радиусами, расстоянии, можно получить с помощью замен шаров точечными диполями с поляризуемостями, равными поляризуемостям каждого из шаров в однородном поле. Такая замена корректна, поскольку в данной ситуации поле в окрестности шаров почти однородно. При этом для поляризуемости нужно использовать следующее выражение [18]:

$$\alpha_{\mathrm{L,G}} = R^3\left(\varepsilon_{\mathrm{L,G}} - 1\right) / \left(\varepsilon_{\mathrm{L,G}} + 2\right), \tag{3.21}$$

где $\varepsilon_{\mathrm{L,G}} = \varepsilon' \pm i\varepsilon''$ – диэлектрическая проницаемость пассивного или активного шаров, R – радиус шаров. Самосогласованная система уравнений для дипольных моментов шаров $\mathbf{d}_{\mathrm{L}}, \mathbf{d}_{\mathrm{G}}$, расположенных в точках $\mathbf{r}_{\mathrm{L}}, \mathbf{r}_{\mathrm{G}}$, имеет вид [19]:

$$\begin{gathered}\mathbf{d}_{\mathrm{L}} = \alpha_{\mathrm{L}}\mathbf{E}\left(\mathbf{d}_{\mathrm{G}}, \mathbf{r}_{\mathrm{G}}, \mathbf{r}_{\mathrm{L}}\right), \quad \mathbf{d}_{\mathrm{G}} = \alpha_{\mathrm{G}}^{*}\mathbf{E}\left(\mathbf{d}_{\mathrm{L}}, \mathbf{r}_{\mathrm{L}}, \mathbf{r}_{\mathrm{G}}\right), \\ \mathbf{E}\left(\mathbf{d}_j, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}\right) = -\mathbf{d}_j / \left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j\right|^3 + 3\left(\mathbf{d}_j \cdot \left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j\right)\right)\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j\right) / \left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j\right|^5, \quad j = \mathrm{L,G}.\end{gathered} \tag{3.22}$$

Для того, чтобы однородная система (3.22) имела нетривиальное решение, ее детерминант Δ должен быть равен нулю:

$$\Delta = \beta^2\left(\left(\varepsilon' - 1\right)^2 + \varepsilon''^2\right) - \left(R_{12} / R\right)^6\left(\left(\varepsilon' + 2\right)^2 + \varepsilon''^2\right) = 0 \tag{3.23}$$

где $\beta = -1, 2$ для мод с дипольным моментом, перпендикулярным и параллельным оси кластера соответственно, R_{12} – расстояние между шарами. Для определенности мы будем рассматривать только колебания, перпендикулярные оси кластера $\beta = -1$. Другой случай рассматривается в полной аналогии.

Уравнение (3.23) определяет дисперсионное соотношение между величинами ε' и ε'', при котором в системе имеются собственные колебания. Можно показать, что решения уравнения (3.23) в пространстве величин ε' и ε'' представляют из себя окружность с центром в точке $\left\{\left(R^6 + 2R_{12}^6\right) / \left(R^6 - R_{12}^6\right), 0\right\}$ и радиусом $3R^3R_{12}^3 / \left(R_{12}^6 - R^6\right)$. Пример дисперсионной кривой для $R = 50$ нм и $R_{12} = 140$ нм показан на Рис. 3.6.

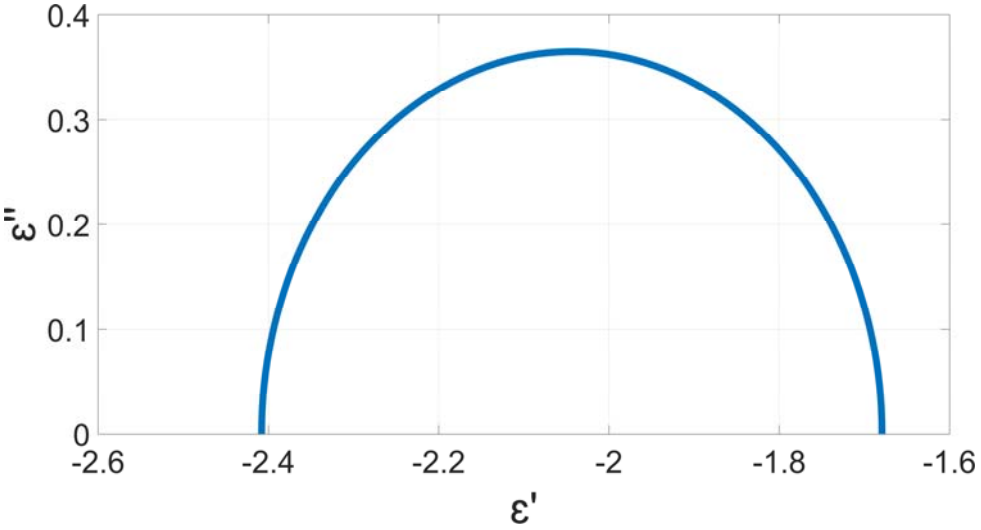

Рис. 3.6 Дисперсионная кривая собственных колебаний PT-симметричной системы, состоящей из двух шаров с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\varepsilon_{\mathrm{G}} = \varepsilon' - i\varepsilon''$, полученная в рамках дипольного приближения. Дипольные моменты шаров перпендикулярны оси димера. $R = 50$ нм и $R_{12} = 140$ нм.

Из Рис. 3.6 видно, что так же, как и в случае двумерных колебаний, имеется максимальное значение потерь $\varepsilon''_{\max} = 3R^3 R_{12}^3 / \left(R_{12}^6 - R^6\right)$, которое может быть скомпенсировано в PT-симметричной системе. По мере уменьшения величины R / R_{12} собственные моды сгущаются вокруг $\varepsilon' = -2$. Это является ожидаемым результатом, так как $\varepsilon' = -2$ соответствует дипольной моде одного шара, а при увеличении расстояния между шарами взаимодействие между ними ослабевает. Симметричные и антисимметричные моды $\mathbf{d}_L = \pm\mathbf{d}_R$ [101], существующие при $\varepsilon'' = 0$, оказываются частью одной моды – далее будем называть её PT-модой.

3.3.2 Учет всех мультиполей

При уменьшении расстояния между шарами модель диполей перестает адекватно описывать систему, и появляется необходимость учета гармоник более

высокого порядка. В случае двумерных частиц (раздел 3.2) моды с различными порядками n не взаимодействовали, и для каждого порядка имелась своя дисперсионная зависимость. Для двух шаров ситуация другая: моды с различными порядками гармоник взаимодействуют между собой, и это взаимодействие приводит к образованию новых мод. Для нахождения собственных колебаний нужно решить систему уравнений (3.1), что в случае двух шаров удобно сделать в бисферической системе координат. Координаты бисферической системы связаны с Декартовыми следующим образом [140]:

$$x = f\frac{\sin\xi\cos\varphi}{\cosh\eta - \cos\xi},\ y = f\frac{\sin\xi\sin\varphi}{\cosh\eta - \cos\xi},\ z = f\frac{\sinh\eta}{\cosh\eta - \cos\xi}. \qquad (3.24)$$

Шары с центрами в точках $x_{1,2} = y_{1,2} = 0, z_{1,2} = f\coth\eta_{1,2}$ и радиусами $R_{1,2} = f/\sinh\eta_{1,2}$ определяются соотношениями $\eta = \eta_1 < 0, \eta = \eta_2 > 0$. Размерная постоянная f – половина расстояния между полюсами бисферической системы координат, определяется положительным корнем уравнения $R_{12} = \left(R_1^2 + f^2\right)^{1/2} + \left(R_2^2 + f^2\right)^{1/2}$, где $R_{12} = z_2 - z_1$ – расстояние между центрами шаров. Тогда решение для потенциалов снаружи шаров может быть записано в виде:

$$\varphi_{\text{out}} = \frac{1}{f}\left(\cosh\eta - \cos\xi\right)^{1/2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}P_n^m\left(\cos\xi\right)\times$$
$$\left\{\begin{array}{l}\left\{\alpha_{mn}\cosh\left[\left(n+0.5\right)\eta\right] + \gamma_{mn}\sinh\left[\left(n+0.5\right)\eta\right]\right\}\cos m\varphi \\ +\left\{\beta_{mn}\cosh\left[\left(n+0.5\right)\eta\right] + \delta_{mn}\sinh\left[\left(n+0.5\right)\eta\right]\right\}\sin m\varphi\end{array}\right\}, \qquad (3.25)$$

тогда как потенциалы внутри активного и пассивного шаров могут быть записаны в виде:

$$\varphi_{\mathrm{G}} = \frac{1}{f}\left(\cosh\eta - \cos\xi\right)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} \exp\left[\left(n+0.5\right)\eta\right]$$
$$\times P_n^m\left(\cos\xi\right)\left(a_{mn}^{(1)}\cos m\varphi + b_{mn}^{(1)}\sin m\varphi\right),$$
$$\varphi_{\mathrm{L}} = \frac{1}{f}\left(\cosh\eta - \cos\xi\right)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} \exp\left[-\left(n+0.5\right)\eta\right] \tag{3.26}$$
$$\times P_n^m\left(\cos\xi\right)\left(a_{mn}^{(2)}\cos m\varphi + b_{mn}^{(2)}\sin m\varphi\right).$$

Коэффициенты $\alpha_{nm}, \beta_{nm}, \gamma_{nm}, \delta_{nm}$ и $a_{mn}^{(1)}, b_{mn}^{(1)}, a_{mn}^{(2)}, b_{mn}^{(2)}$ могут быть найдены подстановкой (3.25)-(3.26) в (3.1) и решением задачи на собственные моды. Используя промежуточные выражения из [18,146] и вводя новые обозначения:

$$\mu_{mn} = \cosh\left[\left(n+0.5\right)\eta\right]\alpha_{mn},$$
$$\nu_{mn} = \cosh\left[\left(n+0.5\right)\eta\right]\gamma_{mn}, \tag{3.27}$$

можно получить следующую систему уравнений на коэффициенты μ_{mn}, ν_{mn}:

$$\varepsilon'\left(n-m\right)\mu_{mn-1} - \varepsilon'\left\{\left(2n+1\right)\cosh\eta + \sinh\eta\right\}\mu_{mn} + \varepsilon'\left(n+m+1\right)\mu_{mn+1}$$
$$= \left(n-m\right)\tanh\left[\left(n-0.5\right)\eta\right]\mu_{mn-1} - \left\{\left(2n+1\right)\cosh\eta\tanh\left[\left(n+0.5\right)\eta\right] + \sinh\eta\right\}\mu_{mn}$$
$$+\left(n+m+1\right)\tanh\left[\left(n+1.5\right)\eta\right]\mu_{mn+1} - i\varepsilon''\left(n-m\right)\nu_{mn-1}$$
$$+i\varepsilon''\left\{\left(2n+1\right)\cosh\eta + \sinh\eta\right\}\nu_{mn} - i\varepsilon''\left(n+m+1\right)\nu_{mn+1},$$

(3.28)

$$\varepsilon'\left(n-m\right)\nu_{mn-1} - \varepsilon'\left\{\left(2n+1\right)\cosh\eta + \sinh\eta\right\}\nu_{mn} + \varepsilon'\left(n+m+1\right)\nu_{mn+1} =$$
$$\left(n-m\right)\coth\left[\left(n-0.5\right)\eta\right]\nu_{mn-1} - \left\{\left(2n+1\right)\cosh\eta\coth\left[\left(n+0.5\right)\eta\right] + \sinh\eta\right\}\nu_{mn}$$
$$+\left(n+m+1\right)\coth\left[\left(n+1.5\right)\eta\right]\nu_{mn+1} - i\varepsilon''\left(n-m\right)\mu_{mn-1}$$
$$+i\varepsilon''\left\{\left(2n+1\right)\cosh\eta + \sinh\eta\right\}\mu_{mn} - i\varepsilon''\left(n+m+1\right)\mu_{mn+1}.$$

(3.29)

Рекуррентные уравнения (3.28), (3.29) для заданного индекса m' определяют бесконечную систему уравнений с $n > m'$ на коэффициенты μ_{mn}, ν_{mn}. Несложно

показать, что при больших значениях индекса $n >> 1$ коэффициенты μ_{mn}, ν_{mn} будут стремиться к нулю. Это позволяет заменить бесконечную систему уравнений на конечную с $m' \le n \le N$, где N определяет точность. Задача поиска значений $\varepsilon', \varepsilon''$ для собственных мод соответствует обобщённой задаче собственных значений ($\hat{A}x = \lambda \hat{B}x$) для системы (3.28), (3.29). Результаты решения такой задачи для $R_1 = R_2 = R = 50$ нм и нескольких значений расстояния R_{12} показаны на Рис. 3.7 для $m = 1$ и $N = 30$.

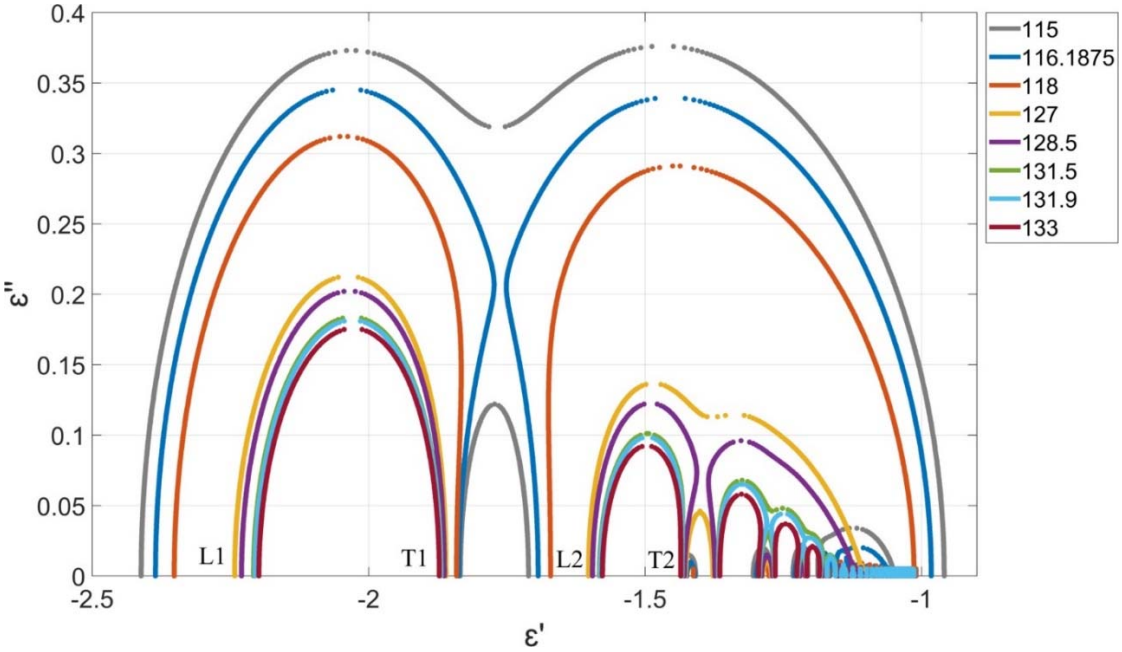

Рис. 3.7. Дисперсионные кривые собственных мод PT-симметричной системы, состоящей из двух шаров с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\varepsilon_{\mathrm{G}} = \varepsilon' - i\varepsilon''$, с учетом 30 бисферических гармоник для различных значений расстояния между шарами R_{12} – см. легенду. Радиусы шаров $R = 50$ нм.

Из Рис. 3.7 видно, что при достаточно больших расстояниях между шарами $R_{12} = 133$ нм спектр состоит из набора PT-мод. При $\varepsilon'' = 0$ они переходят в известные симметричные (T) и антисимметричные (L) колебания двух шаров [100].

На этом основании каждой PT-моде можно поставить в соответствие число n, определяющее её мультипольность. Мода с $n=1$, переходящая при $\varepsilon''=0$ в L1 и T1, соответствует дипольным колебаниям и была рассмотрена в предыдущем разделе. При уменьшении расстояния между шарами PT-моды начинают взаимодействовать между собой, что приводит к образованию новых гибридных мод. При этом сначала гибридизуются моды с большими n (PT-мода с $n=1$ гибридизуется в последнюю очередь – при $R_{12}=115$). Интересно, что при гибридизации происходит увеличение значения ε'', необходимого для существования мод. Локализованные M-моды, возникающие в случае $R_{12}/R<2.4$ [100], также начинают взаимодействовать с L и T-модами.

В результате гибридизации PT-мод набор значений ε', для которых существует решение (3.1), расширяется за счет добавления значений, лежащих между модами T1 и L2, T2 и L3 и т.д. Кроме того, в случае $R_{12}<133$ для некоторых ε' существует пара значений ε'', чего не наблюдается при $R_{12}>133$.

Рассмотрим, как найденные моды влияют на спонтанное излучение электрического диполя, расположенного между шарами. Определим нерадиационную скорость распада γ_{nonrad} как часть полной скорости распада γ_{tot} (1.20), соответствующую энергии, поглощенной в металлических частях окружения. Тогда радиационная скорость распада равна $\gamma_{\text{rad}}=\gamma_{\text{tot}}-\gamma_{\text{nonrad}}$ и соответствует суммарной энергии, излученной системой “диполь + шары”. Выражение для скорости распада в случае двух одинаковых шаров может быть найдено в [79]. Применяя его модификацию для случая двух шаров с различной диэлектрической проницаемостью, можно получить результаты, показанные на Рис. 3.8. На нем изображена зависимость радиационной скорости распада γ_{rad} от $\varepsilon',\varepsilon''$. Параметры системы: $R=50$ нм, $R_{12}=140,110$ нм и $\lambda=2000$ нм. Диполь колеблется перпендикулярно прямой, соединяющей центры шаров.

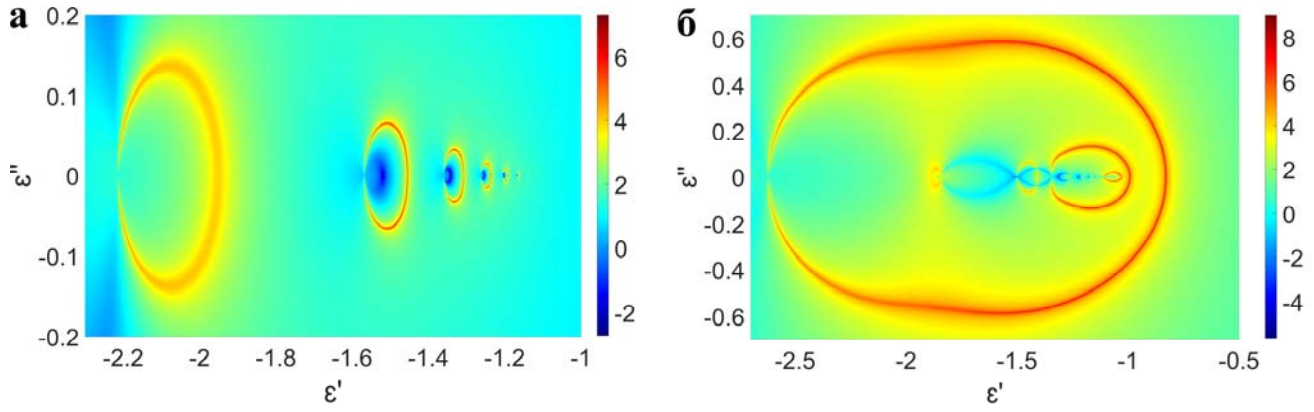

Рис. 3.8. Радиационная скорость распада (десятичный логарифм) диполя, расположенного по центру PT–димера, в зависимости от действительной и мнимой частей диэлектрических проницаемостей шаров. Радиусы шаров равны 50 нм, расстояние между ними – (а) 140 нм и (б) 110 нм.

Результаты согласуются со спектрами собственных мод, приведенными на Рис. 3.7. Видно, что в районе L-мод не наблюдается увеличение скорости радиационного распада. Это объясняется тем, что L-моды при $m=1$ имеют дипольный момент, близкий к нулю (см. распределения их потенциала в [100,101]), и поэтому практически не излучают. Для $R_{12}=140$ нм (Рис. 3.8а) имеется серия невзаимодействующих PT-мод различной мультипольности n. Их ширина, определяемая радиационными потерями, уменьшается при увеличении n. Для $R_{12}=110$ нм (Рис. 3.8б) возбуждение гибридных мод приводит к увеличению скорости распада в широких пределах значений ε'.

Из Рис. 3.8 видно, что взаимодействие диполя как с изолированными PT-модами ($R_{12}=140$ нм), так и с образуемыми ими гибридными модами ($R_{12}=110$ нм) приводит к существенному увеличению скорости спонтанного распада – на 7-8 порядков. Кроме того, имеются области значений $\varepsilon',\varepsilon''$, в которых излучение сильно подавлено: $\gamma_{\text{rad}}\to 0$.

Поиск собственных колебаний в случае шаров с различными мнимыми частями диэлектрических проницаемостей (двумерный случай описан в разделе 3.2) является сложной задачей. Поэтому обнаружение мод, аналогичных LCS-модам двухмерной системы и позволяющих добиться компенсации потерь при меньших значениях усиления, чем в случае PT-мод, затруднительно. Для решения этой проблемы можно решать задачу распада диполя вблизи шаров, в рамках которой искомые моды будут возбуждаться и могут быть обнаружены. Для этого нужно воспользоваться выражениями для радиационной скорости распада из [79], которые можно обобщить на случай $\varepsilon''_{\mathrm{L}} \neq \varepsilon''_{\mathrm{G}}$, где $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon' + \varepsilon''_{\mathrm{L}}$ и $\varepsilon_{\mathrm{G}} = \varepsilon' - \varepsilon''_{\mathrm{G}}$ – диэлектрические проницаемости пассивного и активного шаров соответственно. На Рис. 3.9 показана радиационная скорость распада в зависимости от ε''_G и ε'' при $\varepsilon''_{\mathrm{L}} = 0.05$. Пунктирной линией показано $\varepsilon''_{\mathrm{G}} = -0.05$, что соответствует PT-симметричной системе.

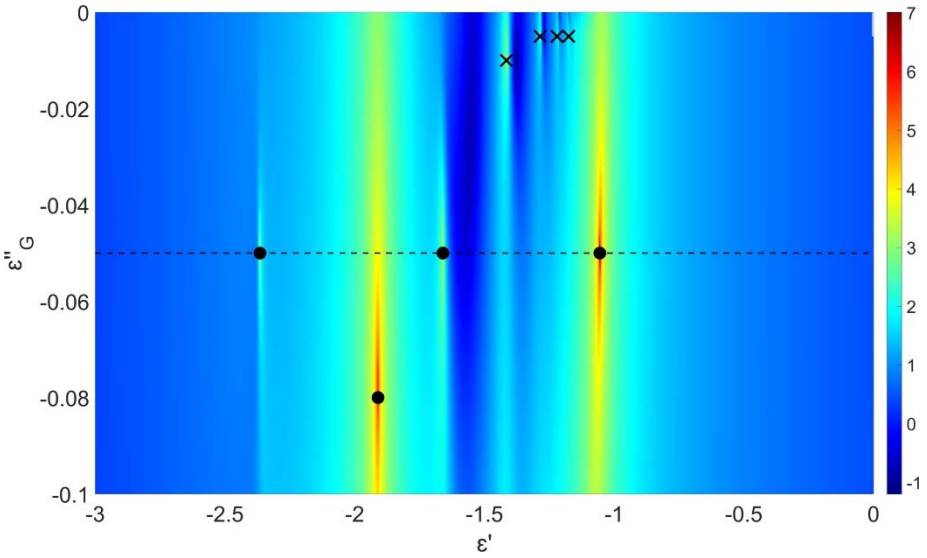

Рис. 3.9. Логарифм радиационной скорости распада диполя, расположенного между активным $\varepsilon_{\mathrm{G}} = \varepsilon' - \varepsilon''_{\mathrm{G}}$ и пассивным $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon' + \varepsilon''_{\mathrm{L}}$ шарами. Значения параметров $\varepsilon''_{\mathrm{L}} = 0.05$, $R = 50$ нм, $R_{12} = 120$ нм.

Из Рис. 3.9 видно, что при выполнении условия PT-симметрии (штриховая линия), имеются четыре максимума. Эти максимумы являются проекцией резонансов, расположенных вдоль оси $\varepsilon_{\mathrm{G}}''$ на линию $\varepsilon_{\mathrm{G}}'' = -0.05$ и соответствующих модам с полной компенсацией потерь. Центры резонансов отмечены кругами. Видно, что полная компенсация потерь происходит при значениях $\left|\varepsilon_{\mathrm{G}}''\right| > 0.05$. Удалённость от $\varepsilon_{\mathrm{G}}'' = -0.05$ определяется величиной радиационных потерь моды. На Рис. 3.9 также можно видеть моды, существующие при $\left|\varepsilon_{\mathrm{G}}''\right| << 0.05$ (их центры отмечены крестами). Вероятно, это аналоги LCS-мод, существование которых в двумерной системе обнаружено в разделе 3.2. С их помощью можно добиться существенного увеличения радиационной скорости спонтанного распада (до 3.5 порядков) при значительно меньших значениях коэффициента усиления в активном шаре $\varepsilon_{\mathrm{G}}'' = 0.005$, чем в случае PT-симметричных мод.

3.4 Выводы

В квазистатическом приближении аналитически найдены собственные моды двухмерного димера. Показано существование двух типов собственных мод. Моды первого типа – возникающие при наличии PT-симметрии $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon^*(-\mathbf{r})$ – активно изучаются в настоящее время как аналитически [43,117,118], так и экспериментально [125,126,147]. Моды второго типа (LCS-моды) обнаружены впервые и позволяют достичь полной компенсации оптических потерь даже при существенной разнице мнимых частей диэлектрических проницаемостей активной и пассивной частиц димера.

Для трехмерной системы, состоящей из двух шаров, аналитически найдены PT-симметричные решения в квазистатическом приближении. Показано, что в отличие от двумерного случая, в котором моды, соответствующие различным

мультиполям, не взаимодействовали между собой, в случае двух шаров их взаимодействие приводит к образованию нового типа гибридных мод. Полученные квазистатические результаты подтверждены полным решением (с учетом запаздывания) задачи возбуждения димера диполем. Показано, что взаимодействие диполя с гибридными модами приводит к увеличению скорости спонтанного распада на 6-7 порядков. Для случая шаров с разными мнимыми частями диэлектрической проницаемости показано существование резонансов радиационной скорости распада при накачке в активном шаре много меньшей, чем в PT-случае. То есть показано, что в системе из двух шаров существуют моды, аналогичные двухмерным LCS-модам. Они позволяют получить увеличение радиационной скорости спонтанного распада на 3.5 порядка при коэффициенте усиления активной среды в 10 раз меньшем по сравнению с PT-случаем.

Глава 4. Оптические свойства линейного кластера сферических наночастиц

4.1 Введение

Анализ литературы, проведенный в разделе 1.6, показывает, что для вычисления оптических свойств линейного кластера чаще всего используется дипольное приближение. В рамках этого приближения каждому шару ставится в соответствие электрический диполь с поляризуемостью, определяемой уравнением (1.29). Это приближение становится непригодным, когда расстояние между соседними шарами мало – расстояние между границами шаров меньше одного радиуса. В этом случае нельзя ограничиваться только дипольной модой, но также нужно учитывать мультиполи более высокого порядка.

В данной главе собственные моды линейного кластера сферических частиц найдены с учетом всех мультиполей. Для случая, когда размер шаров много меньше длины волны и можно пренебречь запаздыванием, получено аналитическое решение (раздел 4.2). Учет запаздывания произведен численным решением с помощью метода конечных элементов (раздел 4.3). Также решена задача о возбуждении линейного кластера шаров одиночным электрическим диполем (разделы 4.4 и 4.5). Найдена скорость спонтанного распада диполя, и обнаружен высокоамплитудный резонанс, соответствующий суперпозиции большого количества мод высокой мультипольности.

Из квазистатической модели предсказано существование нового типа мод, возникающих при сильном сближении шаров (расстояние между границами шаров меньше 0.4*радиуса). В спектрах возбуждения линейного кластера электрическим диполем обнаружены резонансы, связанные с этими модами.

4.2 Собственные моды линейного кластера в квазистатическом приближении

Для решения задачи на собственные моды в квазистатическом приближении нужно решить систему (3.1) для потенциала. Для одного шара с диэлектрической проницаемостью ε_{S} решение имеет известный вид [18] для потенциалов внутри и снаружи $\varphi^{\mathrm{in}}, \varphi^{\mathrm{out}}$:

$$\begin{gathered}\varphi_{nm}^{\mathrm{in}}(\mathbf{r}) = \left(\frac{r}{a}\right)^{n} \mathrm{Y}_{nm}(\theta,\varphi), \quad \varphi_{nm}^{\mathrm{out}}(\mathbf{r}) = \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \mathrm{Y}_{nm}(\theta,\varphi), \\ \varepsilon_s = -\frac{n+1}{n},\end{gathered} \tag{4.1}$$

где a – радиус шара, $\mathbf{r} = (r,\theta,\varphi)$ – сферические координаты, $\mathrm{Y}_{nm}(\theta,\varphi)$ – сферические гармоники [65], n,m – целые числа, характеризующие решение. Собственные моды с различными значениями n ортогональны друг другу, и каждая может быть возбуждена независимо. Длина волны возбуждения определяется дисперсией конкретно выбранного материала $\varepsilon_{\mathrm{material}}(\lambda_n) = -(n+1)/n$. При рассмотрении более сложных геометрий (два шара, шар и плоскость и пр.) моды различной мультипольности (с разным n) начинают взаимодействовать друг с другом, и итоговое решение является суперпозицией всех мультиполей.

Рассмотрим задачу, геометрия которой приведена на Рис. 4.1

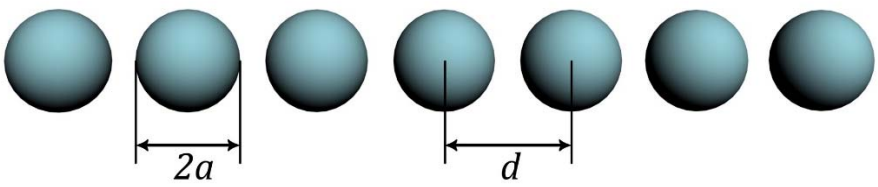

Рис. 4.1 Геометрия исследуемой задачи. Линейный кластер сферических частиц.

Потенциал внутри каждой частицы ищется в виде линейной комбинации потенциалов одного шара:

$$\varphi^{\alpha} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=|m|}^{\infty} \mathrm{A}_{nm}^{\alpha} \varphi_{nm}^{\alpha}\left(\mathbf{r}^{\alpha}\right), \tag{4.2}$$

где α обозначает одну из частиц, $\mathbf{r}^{\alpha}$ – радиус-вектор в локальной сферической системе координат с центром в центре α шара, потенциал $\varphi_{nm}^{\alpha} = \varphi_{nm}^{\mathrm{in},\alpha}$ в соответствии с (4.1) (верхний индекс in упускается тут и далее). Коэффициенты в (4.2) могут быть найдены несколькими способами. Первый способ: ввести потенциал снаружи шара в виде аналогичного ряда с коэффициентами B_{nm}^{α}, подставить потенциалы в таком виде в граничные условия уравнения (3.1), и, наконец, решить задачу на собственные колебания. Другой способ заключается в нахождении потенциала снаружи с помощью интегральной формулировки ε-метода (глава 5.3 в [18]):

$$\varphi\left(\mathbf{r}\right) = -\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \int d\mathbf{r}' \nabla' \varphi\left(\mathbf{r}'\right) \nabla' \frac{1}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|}, \quad \mathbf{r}' \in \mathrm{V}^{+}, \tag{4.3}$$

где V^{+} – объем, занимаемый шаром, и ∇ – оператор набла. Уравнение, получаемое подстановкой (4.2) в (4.3), также будет являться уравнением на собственные колебания с теми же модами, что и в первом случае. Действительно, использование уравнения (4.3) аналогично использованию условий непрерывности потенциала и его производной.

Для решения уравнения на собственные значения функции $\varphi_{nm}^{\alpha}\left(\mathbf{r}^{\alpha}\right)$, входящие в (4.2) и записанные в локальных системах координат, нужно выразить через функции глобальной системы координат. Кроме того, так как рассматривается система одинаковых шаров, справедлива теорема Блоха о периодичности потенциалов, и, следовательно, коэффициенты A_{nm}^{α} также периодичны:

$$\mathrm{A}_{nm}^{\alpha} = \mathrm{A}_{nm}^{\mathbf{k}} \exp\left(i\mathbf{k}\mathbf{r}^{\alpha}\right), \tag{4.4}$$

где коэффициент $\mathrm{A}_{nm}^{(\mathbf{k})}$ зависит от выбора конкретного значения вектора Блоха $\mathbf{k}$, определяющего периодическую структуру полей. Опуская подробности, которые могут быть найдены в работе [148], выпишем итоговое уравнение на собственные колебания, в котором в качестве собственных значений выступает диэлектрическая проницаемость шаров $\varepsilon_{\mathbf{k},nm}$, а в качестве собственного вектора – коэффициенты $\mathrm{A}_{nm}^{\mathbf{k}}$:

$$\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{H}}}{\varepsilon_{\mathrm{H}} - \varepsilon_{\mathbf{k},m}} - \frac{n}{2n+1}\right)\mathrm{A}_{nm}^{\mathbf{k}} = \sum_{n'=|m|}^{\infty} Q_{nm,n'm}\mathrm{A}_{n'm}^{\mathbf{k}},$$

$$Q_{nm,n'm} = \begin{cases} \left(\dfrac{a}{d}\right)^{n+n'+1} \displaystyle\sum_{c=1}^{\infty} \frac{\cos(ckd)}{c^{n+n'+1}} K_{nn'm}, & \mathrm{mod}\left(n+n',2\right)=0 \\ i\left(\dfrac{a}{d}\right)^{n+n'+1} \displaystyle\sum_{c=1}^{\infty} \frac{\sin(ckd)}{c^{n+n'+1}} K_{nn'm}, & \mathrm{mod}\left(n+n',2\right)=1 \end{cases}, \tag{4.5}$$

$$K_{nn'm} = \left(\frac{nn'}{(2n+1)(2n'+1)}\right)^{1/2} \frac{2(-1)^{n'+m'}(n+n')!}{[(n+m)!(n-m)!(n'+m)!(n'-m)!]^{1/2}}.$$

В уравнении (4.5) ε_{H} – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей кластер, a,d – радиус шаров и расстояние между ними (см. Рис. 4.1), $k=\left|\mathbf{k}\right|$ – модуль вектора Блоха, $\mathrm{mod}\left(x,y\right)$ – функция остатка при делении по модулю x на y. Суммирование в $Q_{nm,n'm}$ ведется по частицам кластера, c – порядковый номер, определяющий удаленность от “нулевого” шара (центр которой выбран в качестве

центра глобальной системы координат). Индексы при диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\mathbf{k},m}$ шаров кластера показывают, что она зависит от выбранного волнового вектора моды $\mathbf{k}$ и числа m.

Из (4.5) видно, что каждая мода в кластере не является модой с определенной мультипольностью, как в случае одного шара, но является суперпозицией мод с различной мультипольностью. Построенная модель включает в себя более простые модели, рассматриваемые в других работах. Модель ближайших соседей (в дипольном приближении без запаздывания), учитывающая только дипольное взаимодействие соседних частиц [131], может быть получена ограничением суммы в $Q_{nm,n'm}$ первыми слагаемыми. Результаты модели дипольного взаимодействия (без запаздывания, с учетом всех частиц) [132] могут быть воспроизведены подстановкой в (4.5) $m = 0,1$ и ограничением сверху суммы по n' единицей.

На Рис. 4.2 представлены собственные значения диэлектрической проницаемости шаров линейного кластера, полученные численным решением уравнения (4.5) для $c_{\max} = 80$, $n'_{\max} = 80$ (сплошные $m = 0$ и пунктирные $m = \pm 1$ линии) и $n'_{\max} = 1$ (сплошные $m = 0$ и полые $m = 1$ круги). Полученные результаты не изменялись при увеличении $c_{\max}$ или $n_{\max}$, что говорит о сходимости численного решения.

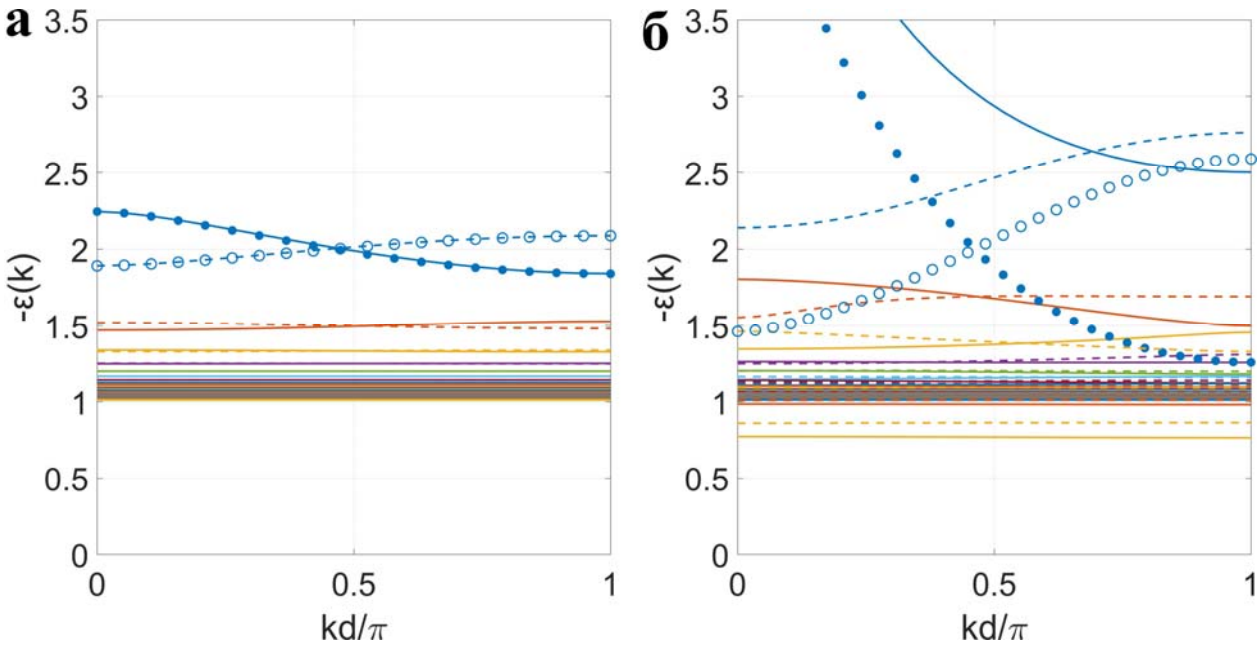

Рис. 4.2 Зависимость диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_{\mathbf{k},nm}$ шаров линейного кластера от модуля вектора Блоха k (а) $a/d = 0.25$ и (б) $a/d = 0.45$. Рассматриваются моды с $c_{\max} = 80$, $n'_{\max} = 80$ (сплошные $m = 0$ и пунктирные $m = \pm 1$ линии) и $n'_{\max} = 1$ (сплошные $m = 0$ и полые $m = 1$ круги).

В дипольном приближении ($n'_{\max} = 1$) моды с $m = 0,1$ соответствуют различным направлениям колебания диполей: вдоль и поперек оси кластера, – и называются в литературе продольными и поперечными модами (longitude and transversal modes) [131,132]. Из Рис. 4.2 видно, что дипольная модель (результаты представлены кругами) хорошо описывает реальные моды системы только в случае, когда расстояние между шарами большое. Как показали расчеты с другими параметрами a/d, эта модель хорошо работает в случае, когда $d > 3a$. По мере сближения шаров мультиполи более высоких порядков начинают давать значительный вклад, и результаты, получаемые в рамках дипольной модели, становятся неудовлетворительными.

Также из Рис. 4.2 видно, что по мере сближения шаров в спектре появляются новые моды с $|\varepsilon|<1$. Изучение структуры потенциала этих мод показало, что они эквивалентны сильно локализованным модам, возникающим в кластере из двух шаров при аналогичных условиях [100] (M–моды). Критическое значение d, при котором появляются эти моды, равно $d \approx 2.4a$. Моды с $|\varepsilon|>1$ могут быть охарактеризованы на основании поведения своих дисперсионных кривых при сближении шаров и симметричности потенциала. При этом моды, для которых $\varepsilon \to -\infty$ при $a/d \to 0.5$, называются антисимметричными L-модами, а моды, для которых ε стремится к конечной величине, называются симметричными T-модами. В данном случае подразумевается симметрия потенциала в одном шаре при $k=0$ относительно плоскости, проходящей через центр шара и перпендикулярной оси кластера. Подробнее о классификации мод изложено в [148].

Для вычисления распределения потенциала внутри частиц нужно найденные при решении системы (4.5) собственные вектора $\mathrm{A}_{nm}^{\mathbf{k}}$ подставить в (4.2). Выражение для потенциала снаружи шаров может быть получено подстановкой (4.2) в (4.3):

$$\varphi^{\alpha,\mathrm{out}} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=|m|}^{\infty} \frac{n\left(\varepsilon_{\mathrm{H}} - \varepsilon_{\mathbf{k},m}\right)}{\left(2n+1\right)\varepsilon_{\mathrm{H}}} \mathrm{A}_{nm}^{\alpha} \varphi_{nm}^{\alpha}\left(\mathbf{r}^{\alpha}\right). \tag{4.6}$$

Распределения потенциалов собственных мод для $a/d=0.45$, $k=0$ и $m=0$ (а, б, в) и $m=1$ (г, д, е) приведены на Рис. 4.3. При этом рассмотрены моды наименьшей мультипольности в своем классе: (а, г) – соответствуют антисимметричными L-модами, (б, д) – симметричными T-модам, и (в, е) – симметричными M-модами. Соответствующие резонансные значения диэлектрических проницаемостей шаров $\varepsilon_{\mathbf{k},\mathrm{m}}$ равны:

$$\begin{cases} \varepsilon_{\mathrm{L1}} = -5.04; \quad \varepsilon_{\mathrm{T1}} = -1.26; \quad \varepsilon_{\mathrm{M1}} = -0.76, \quad m = 0, \\ \varepsilon_{\mathrm{L1}} = -2.14; \quad \varepsilon_{\mathrm{T1}} = -1.55; \quad \varepsilon_{\mathrm{M1}} = -0.86, \quad m = 1. \end{cases} \tag{4.7}$$

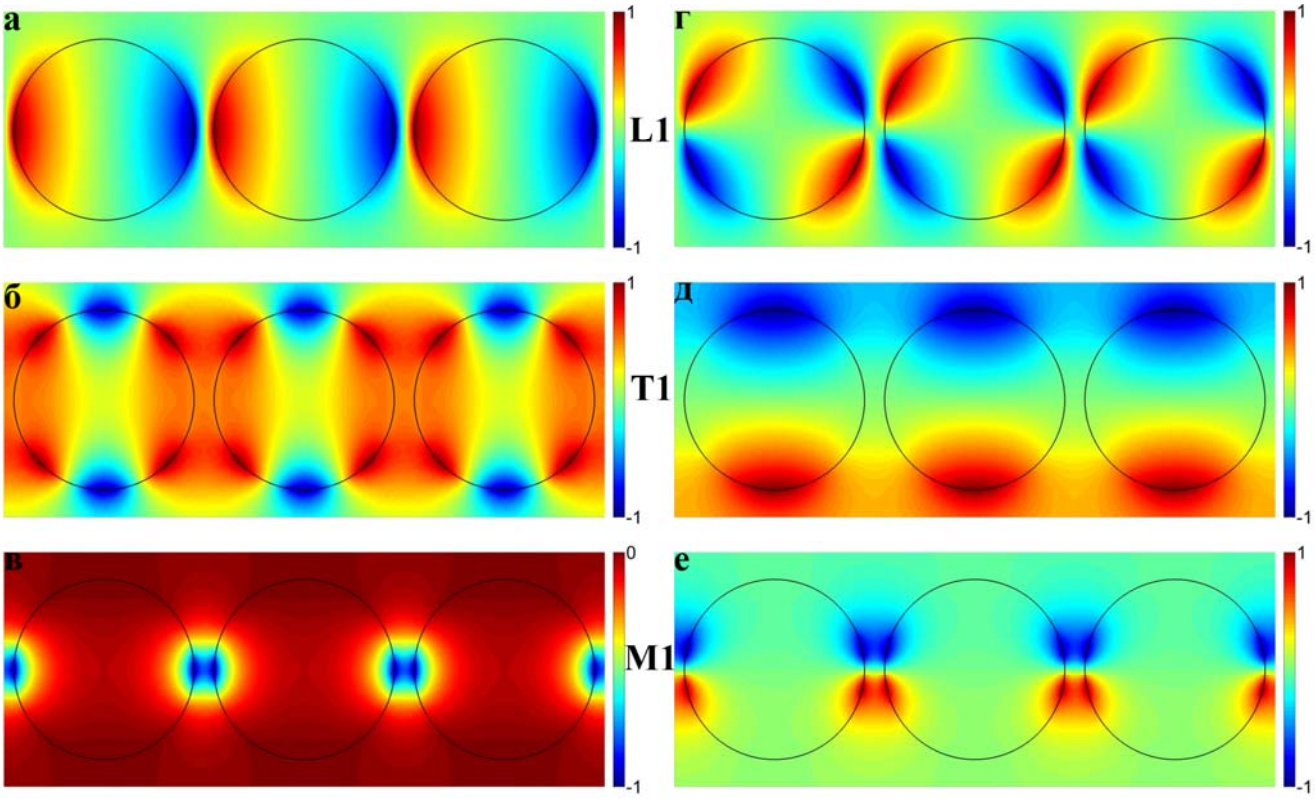

Рис. 4.3 Распределения потенциала собственных мод линейного кластера для $m = 0$ (а, б, в) и $m = 1$ (г, д, е).

В случае $m = 0$ структура потенциала антисимметричной L1-моды и симметричной T1-моды в целом близка к потенциалу изолированного шара с $n = 1, 2$ соответственно. Взаимодействие между шарами приводит только к количественному перераспределению потенциала. При этом L1-мода имеет большой дипольный момент и может быть возбуждена внешней плоской волной, тогда как T1-мода является темной. В случае $m = 1$ L-мода становится темной, а T-мода – светлой. При увеличении расстояния между шарами кластера структура L и T-мод изменяется незначительно. Для всех M-мод характерна локализация

потенциала вблизи зазора. При этом у M1-моды локализуется потенциал одного знака, тогда как у M2 – как положительный, так и отрицательный потенциалы.

4.3 Собственные моды линейного кластера с учетом запаздывания

Как было показано в работах, проанализированных в разделе 1.6, учет запаздывания даже в дипольном приближении приводит к существенному изменению спектров, особенно в области световой линии. В этом случае возникает проблема расходящихся рядов. Она может быть решена либо рассмотрением конечного числа шаров кластера [132], либо вычислением этого ряда на действительной плоскости с последующим аналитическим продолжением получившейся функции [149]. В задаче со всеми мультиполями имеются аналогичные проблемы. В результате полная задача (со всеми мультиполями и запаздыванием) на собственные моды линейного кластера сферических частиц на настоящее время не решена. Однако она может быть решена с помощью численных методов.

В рамках метода конечных элементов возможно решение задачи на собственные колебания, то есть без внешних источников. Результатом вычисления в этом случае является комплексная частота, действительная часть которой определяет спектральное положение моды, а мнимая – добротность. Решение такой задачи связано с существенной проблемой: при наличии у моды радиационных потерь поля снаружи будут экспоненциально нарастать (этот факт обсуждался в разделе 2.3), и, как следствие, поглощение этой волны внешними граничными условиями затруднено.

С вычислительной точки зрения проще рассмотреть задачу с внешними источниками излучения и искать резонансные особенности в параметрах,

характеризующих взаимодействие (пример: полные джоулевы потери). В качестве источников можно использовать плоскую волну или точечный диполь. Плоская волна позволяет возбуждать только моды внутри светового конуса с $k < \sqrt{\varepsilon_{\text{Н}}}\, 2\pi / \lambda$, и в результате не все собственные моды, приведенные на Рис. 4.2, могут быть возбуждены. Точечный диполь помимо плоских волн излучает эванесцентные (запрещенный свет, см. [19]), и поэтому может возбудить моды и с $k > \sqrt{\varepsilon_{\text{Н}}}\, 2\pi / \lambda$.

Выбор конкретного значения k моды при численном расчете можно обеспечить периодическими граничными условиями вида $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 \exp\left(i\mathbf{k}\left(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right)\right)$, где $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ – поля на границах периодической решетки. То есть для численного нахождения дисперсионной зависимости собственных мод (аналог Рис. 4.2) предлагается решать задачу возбуждения линейного кластера периодической решеткой диполей. Для решения использовалась программа Comsol.

Результат решения для $a = 5$, $d = 20$ и $m = 0$ приведен на Рис. 4.4. Выбор m моды происходит за счет выбора различной ориентации диполей и их расположением на оси кластера: диполи, ориентированные вдоль оси кластера, возбуждают моды с $m = 0$, тогда как диполи, ориентированные нормально оси – $m = 1$. Рассматривались серебряные шары с оптическими параметрами из [150], расположенные в кремниевой матрице. Показатель преломления кремния полагался равным $\varepsilon_{\text{Н}} = 3.774$. Использование плотного диэлектрика в качестве окружающего кластер пространства позволяет сместить резонансы из ультрафиолетовой области в видимую и ближнюю ИК области. Расположение диполей по центру между шарами приводит к тому, что часть мод, имеющих другую симметрию, перестает возбуждаться. Поэтому система возбуждалась диполями, расположенными в 8 нм от центра шаров.

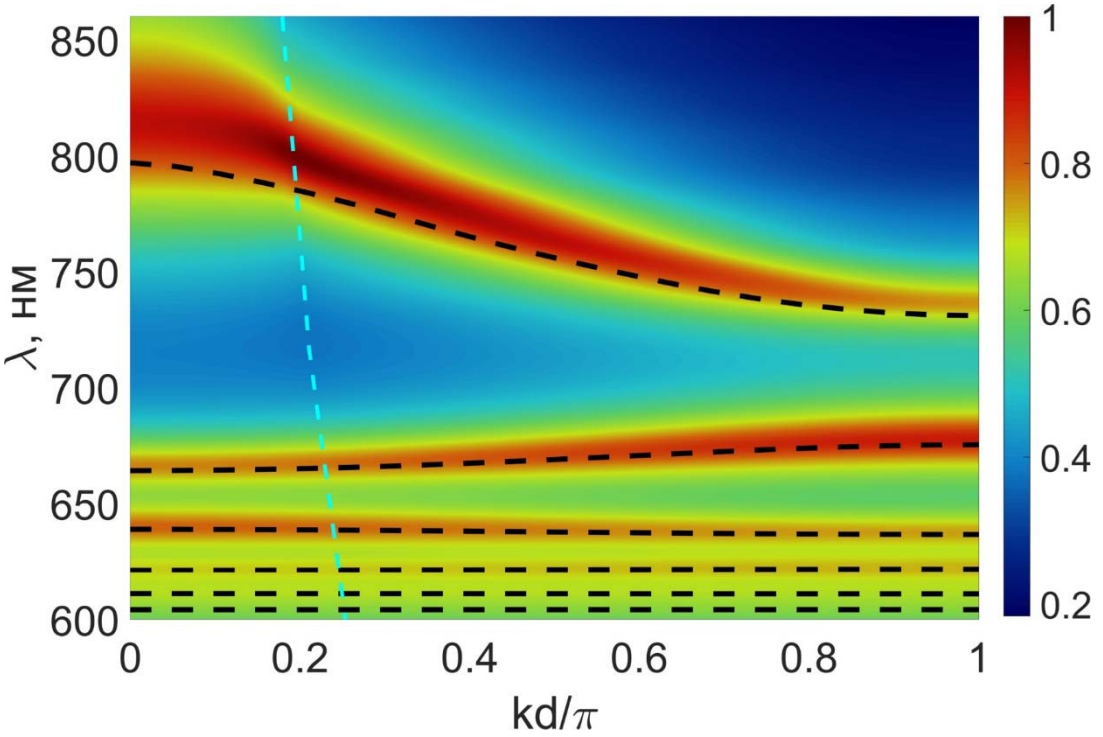

Рис. 4.4 Дисперсионные кривые собственных мод линейного кластера с $a = 5$, $d = 20$ и $m = 0$. Рассматриваются серебряные шары, размещенные в кремниевой матрице. Цветом показана нормированная на единицу энергия, излучаемая диполем, который входит в периодическую решетку возбуждающих систему диполей. Черными линиями показаны моды, полученные в квазистатическом пределе с использованием (4.5), синей линией – световой конус. По оси y отложена длина волны свободном пространстве.

На Рис. 4.4 цветом показана энергия, излучаемая одним диполем (из периодической решетки диполей). Пунктирными линиями показаны собственные моды, посчитанные в квазистатическом приближении в соответствии с формулой (4.5). Полученные в рамках этих вычислений резонансные значения диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\mathbf{k},m}$ были пересчитаны в длины волн $\lambda_{\mathbf{k},m}$ по формуле $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{\mathrm{Ar}}\left(\lambda_{\mathbf{k},m}\right) = \varepsilon_{\mathbf{k},m}$. Видно, что резонансные особенности, возникающие

при возбуждении диполей, хорошо описываются полученными аналитическими выражениями.

Отметим, что в спектрах проявляются особенности, связанные только с первыми 5-6 модами, причем для мод более низкого порядка (с большим значением $\left|\varepsilon_{\mathbf{k},m}\right|$) особенности более четкие. Это можно объяснить уменьшением перекрытия поля возбуждающих диполей с полем моды при увеличении её мультипольности. Для эффективного возбуждения мод с высокой мультипольностью можно использовать источники с более сложной структурой поля, например, магнитные дипольные и электрические квадрупольные переходы. При уменьшении поглощения в шарах резонансы более высоких порядков начинают проявляться более отчетливо.

Синей пунктирной линией на Рис. 4.4 показан световой конус, определяющийся модулем волнового вектора k_{L} плоской волны в пространстве, окружающем шары, по формуле:

$$k_{\mathrm{L}} d / \pi = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{H}}}\, 2d / \lambda, \tag{4.8}$$

где λ – длина волны в свободном пространстве, ε_{H} – диэлектрическая проницаемость пространства, окружающего кластер. В случае, когда волновой вектор моды k меньше k_{L}: $k < k_{\mathrm{L}}$, мода имеет действительный поперечный волновой вектор

$$k_z = \sqrt{\left(2\pi / \lambda\right)^2 \varepsilon_{\mathrm{H}} - k^2}, \tag{4.9}$$

и как следствие – радиационные потери. Область мод, имеющих радиационные потери, лежит слева от светового конуса на Рис. 4.4. У мод с $k > k_{\mathrm{L}}$ поперечный волновой вектор k_z мнимый, и поэтому они не имеют радиационных потерь. Появление у моды радиационных потерь при пересечении светового конуса можно

видеть, например, для дипольной моды (мода с максимальной длиной волны) на Рис. 4.4. Действительно, при пересечении светового конуса резко изменяется ширина линии, и, соответственно, добротность моды. Выражение (4.8) определяется равенством нулю подкоренного выражения в (4.9). На Рис. 4.5 показаны примеры светового конуса в координатах $\lambda, kd/\pi$ для четырех значений d и двух значений $\varepsilon_{\text{Н}}$.

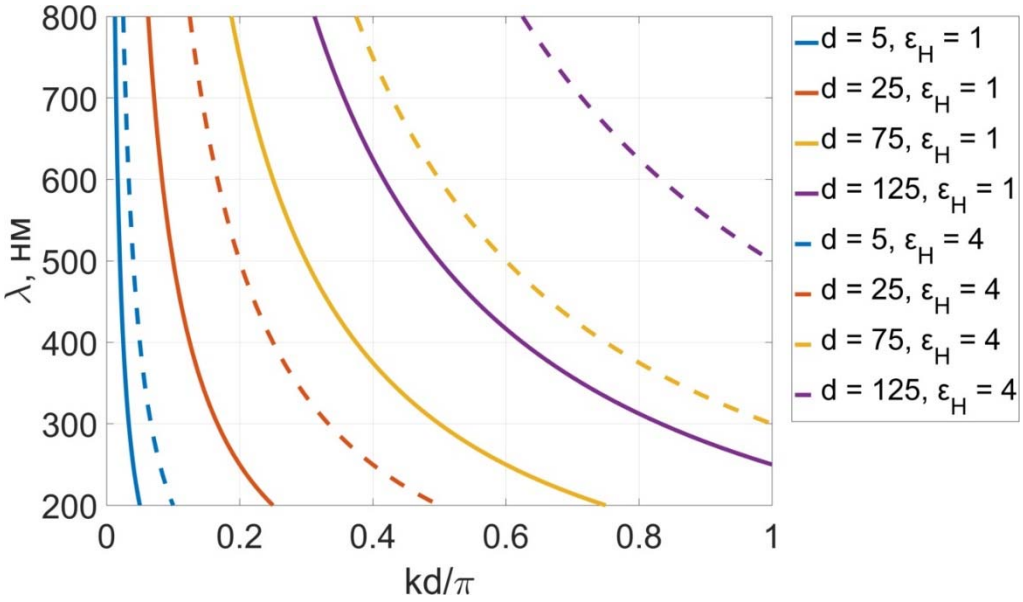

Рис. 4.5 Линии показывают световые конусы (4.8) для различных параметров d и $\varepsilon_{\text{Н}}$, соответствующих расстоянию между шарами кластера и диэлектрической проницаемости пространства, окружающего кластер.

Из Рис. 4.5 видно, что если зафиксировать d и увеличивать $\varepsilon_{\text{Н}}$, то световой конус сдвигается вправо, что объясняется уменьшением длины волны в пространстве с более плотным диэлектриком. С другой стороны, для одного и того же $\varepsilon_{\text{Н}}$ при увеличении расстояния между шарами d световая линия также сдвигается вправо.

Увеличение размера системы, то есть пропорциональное увеличение параметров a, d, не приводит к изменению результата, получаемого в квазистатическом приближении. В действительности же при увеличении размера системы увеличивается вклад запаздывания, не учитываемого в квазистатике. На Рис. 4.6 приведены собственные моды для системы, полученной увеличением рассмотренной выше системы (Рис. 4.4) в 3 раза – то есть для шаров радиусом 15 нм с расстоянием между ними 60 нм.

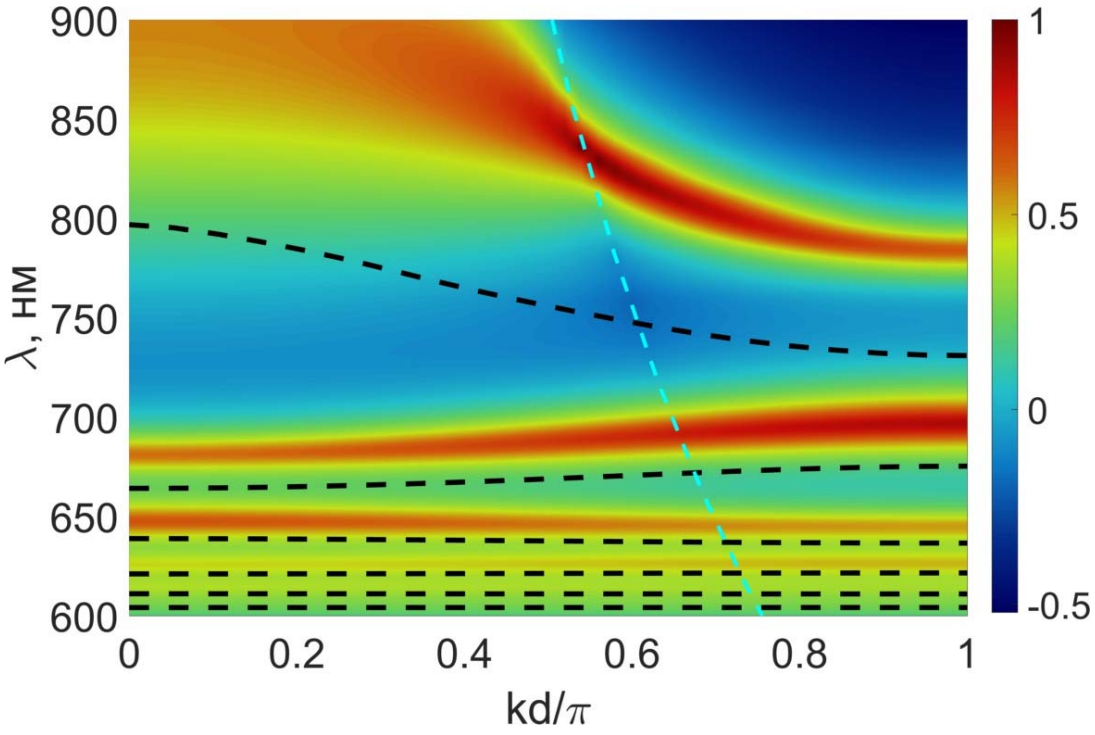

Рис. 4.6 Дисперсионные кривые собственных мод линейного кластера с $a = 15$, $d = 60$ и $m = 0$. Рисунок отличается от Рис. 4.4 увеличением размера линейного кластера (радиуса шаров и расстояния между ними) в 3 раза.

Из Рис. 4.6 видно, что при увеличении размеров системы собственные моды смещаются в область больших длин волн. Наибольшее смещение при этом наблюдается для дипольной моды. Дальнейшее увеличение размеров системы также не приводит к качественному изменению структуры спектров, найденных в

квазистатическом приближении. Это подтверждается проведенными расчетами для $a = 25{,}50$ (результаты которых здесь не приводятся). Различия спектральных положений собственных мод, найденных в квазистатическом приближении и с учетом запаздывания, составляют 2, 16, 48, 202 нм для шаров радиусом 5, 15, 25, 50 нм (для моды со вторым по величине значением длины волны).

Можно заключить, что результаты, полученные в квазистатическом приближении, дают хорошее качественное описание структуры мод линейного кластера сферических частиц. Хорошее количественное описание в рамках квазистатической модели получается в случае, когда $\lambda_{\text{Н}} / a \approx 80$, где $\lambda_{\text{Н}}$ – длина волны в пространстве, окружающем кластер. Для $\lambda_{\text{Н}} / a \approx 8$ ошибка в определении спектрального положения моды с помощью квазистатической модели может составлять сотни нанометров. В этом случае нужно использовать численные методы расчета.

4.4 Метод ASM расчета возбуждения периодической системы одиночным источником

В предыдущем разделе для исследования структуры собственных мод линейного кластера он возбуждался бесконечным числом периодических диполей. Такая постановка задачи проста с точки зрения численного расчета, так как достаточно рассматривать одну ячейку периодической системы, содержащую один шар и один диполь. Сложность возникает при решении задачи о возбуждении бесконечной периодической системы одиночным диполем.

Одним из вариантов решения этой задачи является рассмотрение большого, но конечного числа периодов системы. Для того, чтобы краевые эффекты (отражения

от конца массива) не оказывали существенного влияния на модовую структуру, полная длина системы L должна быть существенно больше длины затухания собственных мод. Увеличение L приводит к увеличению вычислительной сложности задачи, и для трехмерных систем провести подобные расчеты практически невозможно с помощью существующих на настоящий момент методов и инструментов. Например, расчет спектра пропускания массива цилиндрических отверстий размером 3x3 в металлической пленке (с периодом порядка длины волны) с помощью метода конечных элементов требует больше 500 Гб оперативной памяти. Для двумерных систем (и трехмерных, сводящихся к эффективным двумерным за счет, например, осевой симметрии) провести подобные расчеты возможно, однако это также требует много вычислительных ресурсов и времени. Помимо вычислительной сложности можно отметить проблему изменения структуры спектра при рассмотрении конечной системы – наблюдается переход непрерывного спектра бесконечной системы в дискретный с шагом дискретизации, обратно пропорциональным количеству элементов в конечной системе.

В работе [151] для решения задачи взаимодействия одиночным источника с периодической структурой был предложен метод, получивший в дальнейшем название метода сканирования массива (the Array Scanning Method – ASM). Изложим суть этого метода, опираясь на работу [152]. Пусть имеется двумерная периодическая система с периодами a,b вдоль осей x,y – Рис. 4.7.

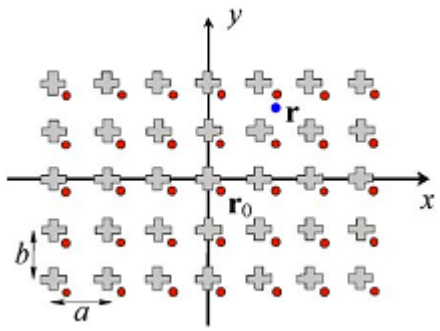

Рис. 4.7 Периодическая структура, возбуждаемая бесконечным набором источников, расположенных в $\mathbf{r}_{mn} = \mathbf{r}_0 + ma\hat{\mathbf{x}} + nb\hat{\mathbf{y}}$. Базовый источник расположен в точке $\mathbf{r}_0$.

Система возбуждается источником, расположенным в точке $\mathbf{r}_0 = x_0\hat{\mathbf{x}} + y_0\hat{\mathbf{y}} + z_0\hat{\mathbf{z}}$, ток которого описывается выражением:

$$\mathbf{J}^i\left(\mathbf{r}'\right) = \hat{\mathbf{J}}\delta\left(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0\right), \tag{4.10}$$

где $\hat{\mathbf{J}}$ – единичный вектор, описывающий направление колебания источника, а $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$ – единичные вектора декартовой системы координат. Пусть также имеется бесконечная периодическая система источников, описываемая уравнением:

$$\mathbf{J}^{i,\infty}\left(\mathbf{r}', \mathbf{k}_t\right) = \hat{\mathbf{J}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{mn}\right) \exp\left(-j\left(k_x ma + k_y nb\right)\right), \tag{4.11}$$

где k_x, k_y – компоненты вектора Блоха, описывающие периодичность полей. Аналогичная система источников (только периодичная в одном направлении) рассматривалась в предыдущем разделе для возбуждения собственных мод линейного кластера шаров. В соответствии с [153] выражение (4.10) может быть получено из (4.11) следующим образом:

$$\mathbf{J}^{i}\left(\mathbf{r}^{i}\right)=\frac{ab}{\left(2\pi\right)^{2}}\int\limits_{-\pi/a}^{\pi/a}\int\limits_{-\pi/b}^{\pi/b}\mathbf{J}^{i,\infty}\left(\mathbf{r}',\mathbf{k}_{t}\right)dk_{x}dk_{y}. \tag{4.12}$$

Выражение (4.12) означает, что при интегрировании системы распределенных токов $\mathbf{J}^{i,\infty}\left(\mathbf{r}',\mathbf{k}_{t}\right)$ по векторам Блоха $\mathbf{k}_{t}$ в первой зоне Бриллюэна все токи, расположенные в $\mathbf{r}_{mn}$, за исключением $\left(m,n\right)=\left(0,0\right)$, дают нулевой вклад. Несложно показать, что аналогичное выражение будет выполняться для полей, индуцируемых этими токами. То есть для нахождения электрического поля, возбуждаемого в периодической системе одиночным источником, можно решить задачу о возбуждении этой системы периодической системой источников с различными значениями $\mathbf{k}_{t}$, и полученные поля $\mathbf{E}^{\infty}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_{0},\mathbf{k}_{t}\right)$ проинтегрировать:

$$\mathbf{E}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_{0}\right)=\frac{ab}{\left(2\pi\right)^{2}}\int\limits_{-\pi/a}^{\pi/a}\int\limits_{-\pi/b}^{\pi/b}\mathbf{E}^{\infty}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_{0},\mathbf{k}_{t}\right)dk_{x}dk_{y}. \tag{4.13}$$

В случае, когда имеется одномерная периодичность (в отличии от рассмотренной выше двумерной), вместо (4.13) нужно использовать:

$$\mathbf{E}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_{0}\right)=\frac{b}{2\pi}\int\limits_{-\pi/b}^{\pi/b}\mathbf{E}^{\infty}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_{0},k\right)dk. \tag{4.14}$$

Приведем наглядный пример использования метода ASM. Для этого рассмотрим модельную задачу об электрическом диполе, размещенном вблизи металлического полупространства. Из-за того, что геометрия содержит только плоские слои, можно ввести произвольное разбиение на периодические ячейки. Из (4.14) следует, что электрическое поле, возбуждаемое одним диполем, может быть получено из полей, возбуждаемых периодической решеткой фазированных диполей (амплитуда диполей в соседних ячейках отличается на фактор $\exp\left(ikb\right)$). Пример последних приведен на Рис. 4.8 для $kb/\pi=-1,-0.5,-0.1$. На этом рисунке приведено распределение $\operatorname{Re}E_{z}$ (z нормальна границе серебра).

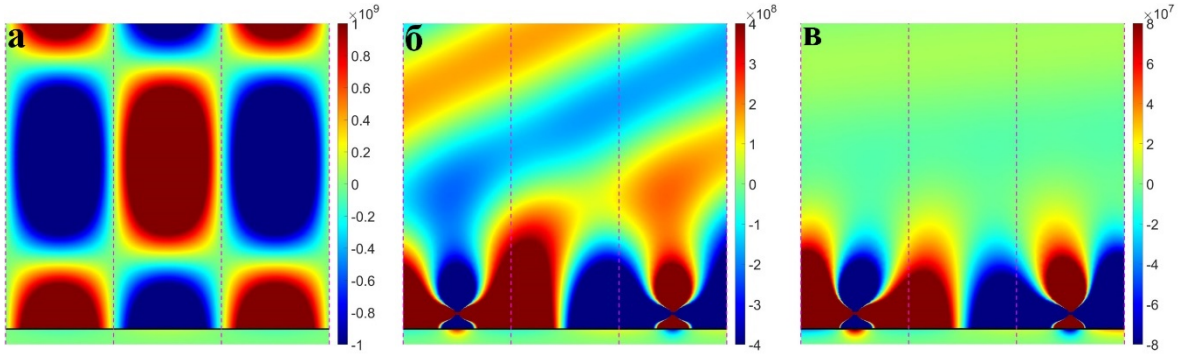

Рис. 4.8 Структура электрического поля, возбуждаемого периодической решеткой фазированных электрических диполей, для $kb/\pi = -1, -0.5, -0.1$ (а, б, в). Пунктиром изображена одна ячейка периодической структуры (она же расчетная ячейка). Черной сплошной линией показана граница воздуха (сверху) и серебра (снизу). Диполи расположены по центру каждой ячейки в 50 нм от поверхности серебра.

На Рис. 4.8 изображены распределения полей для трех значений волнового вектора $kb/\pi = -1, -0.5, -0.1$ для a, b, c соответствено. Поля в соседних ячейках (разделены пунктирными линиями) отличаются друг от друга фактором $\exp(ikb)$. Видно, что при $kb/\pi = -1, -0.5$ поля в ячейках, отстоящих на один и два периода, различаются знаком.

Для того, чтобы воссоздать структуру поля, возбуждаемого одним диполем, из структуры полей, возбуждаемых системой периодических фазированных диполей (Рис. 4.8), воспользуемся выражением (4.14). Интеграл в (4.14) будем вычислять с помощью метода трапеций. Результаты этого вычисления для разного количества точек интегрирования приведены на Рис. 4.9.

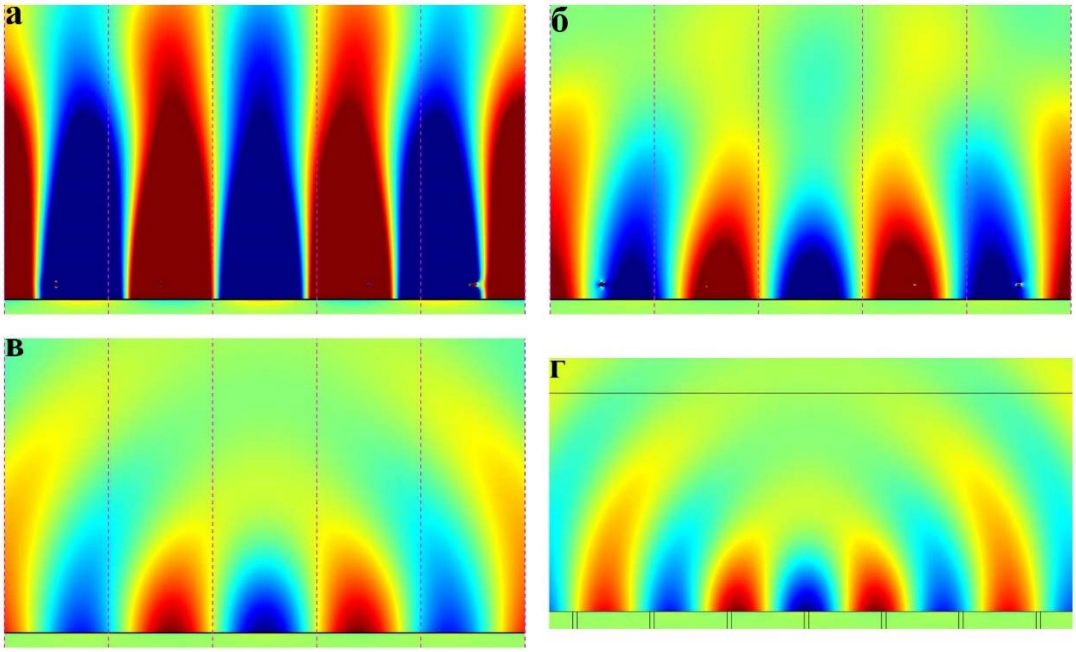

Рис. 4.9 (а, б, в) Поле диполя, расположенного вблизи серебряной пленки, восстановленое с помощью метода ASM по формуле (4.14), для разного количества точек при численном интегрировании. (г) Аналогичный результат, полученный напрямую моделированием бесконечной пленки – показана более широкая область.

На Рис. 4.9 результаты а, б, в соответствуют 12, 23, 339 точкам при численном интегрировании. Видно, что при увеличении количества точек интегрирования результат сходится к результату, полученному напрямую для бесконечной пленки (Рис. 4.9г). При усложнении рассмотренной геометрии, например, при добавлении периодической решетки отверстий, решение бесконечной задачи становится невозможным. В этом случае метод ASM позволяет свести бесконечную апериодическую задачу (апериодичность имеется из-за того, что рассматривается один источник) к периодической, которую можно решить численно.

4.5 Спонтанный распад диполя вблизи бесконечного линейного кластера

С помощью метода ASM можно решить задачу о возбуждении линейного кластера сферических частиц диполем. В рамках этого метода электрическое поле, возбуждаемое одним диполем, выражается через поле, возбуждаемое системой периодических диполей (вблизи каждого шара имеется свой диполь), с помощью (4.14). Интеграл в (4.14) не может быть взят аналитически в общем случае, и должен находиться численно. Для этого нужно найти значения подынтегрального выражения $\mathbf{E}^{\infty}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_0,k_n\right)$ на дискретном наборе точек k_n. Выбор оптимального набора k_n связан с выполнением двух конкурирующих требований. С одной стороны, увеличение количества точек интегрирования приводит к уменьшению ошибки при численном интегрировании. С другой стороны, при увеличении количества точек увеличивается вычислительная сложность задачи.

Для решения задачи о выборе оптимального набора точек k_n, а также для автоматизации проводимых расчетов был разработан комплекс программ с использованием Comsol + Matlab. На каждом шаге работы комплекса решение о проведении дополнительных расчетов на Comsol принимается с учетом результатов, полученных на предыдущем шаге. В итоге функция численного интегрирования (можно использовать любую из встроенных в Matlab) последовательным приближением производит выбор “оптимального” набора k_n. Пример работы этой функции можно увидеть на Рис. 4.10, аналогичном Рис. 4.4 и Рис. 4.6, но для других параметров системы: $a = 5$ нм, $d = 11$ нм и расстояния между центром шара и диполем 5.25 нм. Точки, для которых были проведены численные расчеты, соединены линиями.

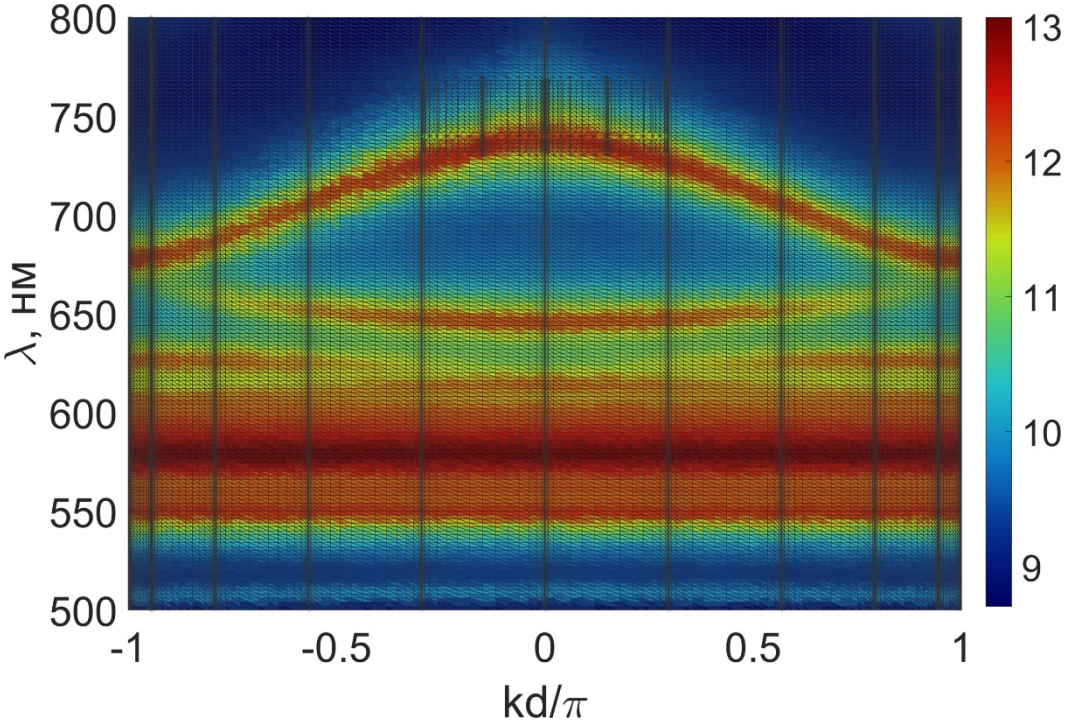

Рис. 4.10 Неравномерная расчетная сетка по k, полученная в результате расчета скорости распада диполя вблизи линейного кластера с помощью (4.14). Выбор волнового вектора k для каждой длины волны производился функцией численного интегрирования quadgk программы Matlab.

Из Рис. 4.10 видно, что имеется неравномерная сетка по k, в частности, сгущение в области длин волн 750 нм и $kd/\pi = 0$. Также видно, что рисунок практически симметричен относительно оси $kd/\pi = 0$. На самом деле, есть небольшое различие, связанное с несимметричным расположением диполя – он расположен не строго по центру между соседними шарами. В случае, когда диполь расположен строго по центру, интеграл в (4.14) можно упростить до:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) = \frac{b}{\pi}\int_0^{\pi/b} \mathbf{E}^{\infty}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0,k)\,dk. \tag{4.15}$$

Интегрируя результаты, приведенные на Рис. 4.10, с помощью выражений (4.14) и (1.20), получим результаты, приведенные на Рис. 4.11а. Для характеристики

резонансов на Рис. 4.11b пунктирными линиями также показаны моды, вычисленные в квазистатическом пределе.

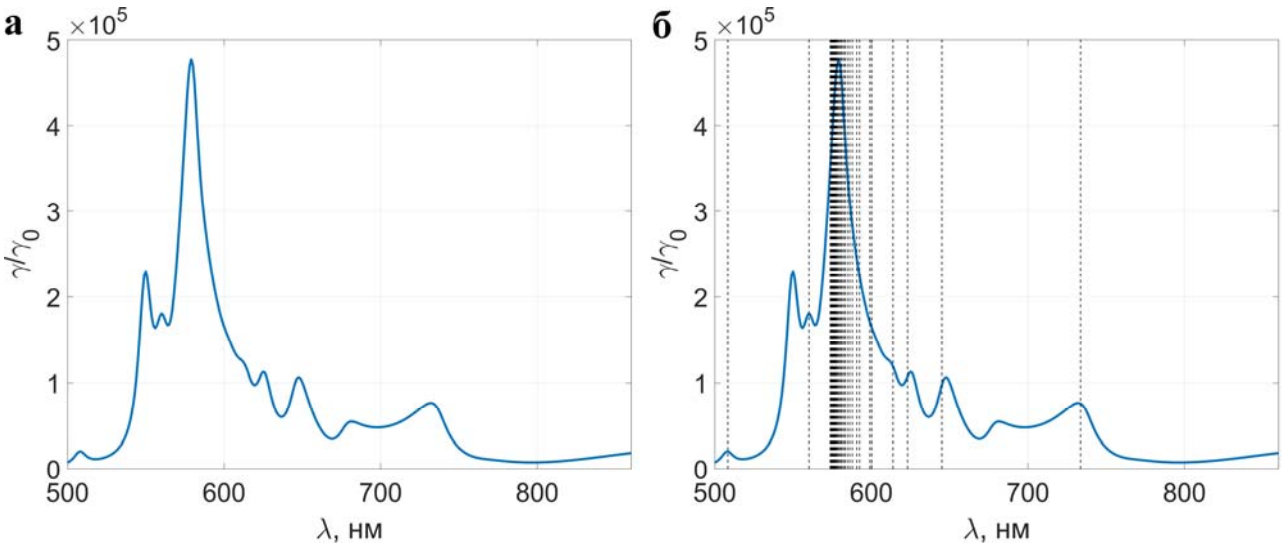

Рис. 4.11 (а) Скорость распада диполя, расположенного вблизи бесконечного периодического кластера серебряных сферических частиц, размещенных в кремниевой матрице. (б) Рисунок, повторяющий (а) + пунктирными линиями показаны моды, вычисленные в квазистатическом пределе по (4.5).

Из Рис. 4.11 видно, что части возбуждаемых резонансов можно приписать собственные моды, полученные в квазистатическом пределе. Резонансы с длиной волны меньше 570 нм соответствуют сильно локализованным М-модам с $\left|\varepsilon / \varepsilon_{\text{Н}}\right| < 1$ и, как было показано в разделе 4.2, могут наблюдаться только в случае $d < 2.4a$. Дополнительные расчеты показали, что в случае, когда диполь расположен строго по центру между двумя шарами, М-моды не возбуждаются, так как имеют другую симметрию. Из-за того, что в аналитической задаче находилось конечное число мод (размер матрицы в (4.5) ограничивался 85x85), не всем найденным резонансам удалось поставить в соответствие собственную моду.

Интересным является резонанс на 579 нм, в области сгущения линий на Рис. 4.11b, имеющий наибольшую амплитуду. Возбуждаемая в нем мода является суперпозицией большого числа мод высокой мультипольности. Поэтому можно ожидать, что этот резонанс является устойчивым по отношению к расположению диполя относительно кластера. Это делает его привлекательным для экспериментального исследования, так как снимается сложная задача точного контролирования положения возбуждающей системы.

4.6 Выводы

В главе получено аналитическое решение задачи о собственных модах линейного кластера в рамках квазистатического приближения. Произведена классификация мод и показано существование нового типа мод (М-моды), возникающих только в случае, когда расстояние между соседними шарами мало (критическое значение – 0.4 радиуса между границами шаров). Поле этих мод сосредоточено преимущественно в зазоре между шарами.

Произведен численный расчет собственных мод с помощью метода конечных элементов. Показано, что в случае $\lambda_{\text{Н}} / a \approx 80$ имеется хорошее совпадение с квазистатическими результатами, где $\lambda_{\text{Н}}$ – длина волны в среде, окружающей кластер. Обнаружено, что по мере увеличения размера системы собственные моды смещаются в красную область. Величина смещения может достигать сотен нанометров для мод низкой мультипольности при $\lambda_{\text{Н}} / a \approx 8$.

Наконец, предложен к использованию и реализован метод ASM решения задачи об одном диполе в периодической решетке. Для реализации этого метода разработан программный комплекс, состоящий из связки программ Comsol + Matlab. Апробация разработанного комплекса проведена на модельной задаче об излучении электрического диполя вблизи металлического полупространства. С

помощью этого комплекса рассчитана скорость спонтанного распада диполя, расположенного вблизи линейного кластера шаров. Показано существование высокоамплитудной моды, являющейся суперпозицией большого числа мод высоких мультипольностей. Также показано возбуждение обнаруженных в квазистатическом приближении М-мод.

Глава 5. Оптические свойства массива киральных наноотверстий

5.1 Введение

Рассмотренные в разделе 1.4 метаматериалы [29–32,83–85] имеют период меньше длины волны. Поэтому в таких системах возбуждается только главный дифракционный порядок, и именно в нем происходит преобразование поляризации. При переходе к метаповерхностям [97,98] в системе возникает два эффективных периода: первый – определяемый расстоянием между простейшими элементами, второй – расстоянием между группами простейших элементов, образующих функциональную единицу – метаатом. При этом первый период как правило меньше длины волны, тогда как второй – больше.

Возникающие в метаповерхностях аномальные лучи обусловлены размером второго периода и в некоторой степени схожи с ненулевыми дифракционными порядками, возникающими в периодических системах с периодом больше длины волны. Оказывается, что конверсия поляризации, имеющаяся в этих аномальных лучах, может быть также получена для периодических решеток. В результате взаимодействия диаграмм излучения метаатома и периодической решетки такая система будет преобразовывать поляризацию для волн, рассеянных в ненулевые дифракционные порядки.

В настоящей главе для управления поляризационными и пространственными свойствами света рассматривается периодическая решетка киральных наноотверстий в плазмонной пленке с периодом, немного большим, чем длина волны (см. Рис. 5.1), и анализируется конверсия поляризации волн, возникающих

при дифракции. Решетка расположена между слоями кварца и иммерсионного масла. Оказывается, что такая структура эффективно изменяет поляризацию света, рассеянного в ненулевые дифракционные порядки. В частности, для падающей волны с левой поляризацией волны в дифракционных порядках $|n| = |m| = 1$ могут иметь поляризацию близкую к правой, тогда как в нулевом порядке поляризация она останется левой.

В качестве атома сложной формы выбрано киральное отверстие в металлической пленке в форме гаммадиона. Такая геометрия популярна в последнее время, так как она позволяет эффективно преобразовывать поляризацию падающего излучения [30,82,83,86,154,155].

Глава имеет следующую структуру. В разделе 5.2 изложен метод исследования поляризации волн в различных дифракционных порядках, включающий в себя численное моделирование методом конечных элементов и последующую обработку результатов. В разделе 5.3 проведена верификация этого метода на модельной задаче рассеяния света гексагональной решеткой диэлектрических шаров. В разделах 5.4 и 5.5 исследована конверсия поляризации падающих циркулярно и линейно поляризованных волн периодической решеткой киральных отверстий.

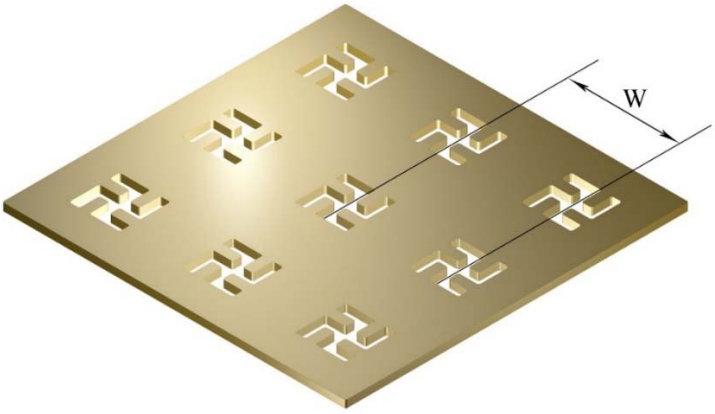

Рис. 5.1 Периодическая решетка киральных отверстий в золотой пленке. Период решетки W больше длины волны падающего излучения.

5.2 Метод исследования состояния поляризации волн в различных дифракционных порядках

Рассмотрим квадратную периодическую решетку отверстий, на которую падает плоская волна (Рис. 5.2):

$$\mathbf{E}_{\text{inc}}(x,y,z)=\begin{pmatrix} E_{\text{inc},x} \\ E_{\text{inc},y} \\ 0 \end{pmatrix}\exp\left(ik^{\text{inc}}z\right), \tag{5.1}$$

где k^{inc} – модуль волнового вектора в верхнем полупространстве ($z>0$), а $E_{\text{inc},x}, E_{\text{inc,y}}$ – поперечные компоненты возбуждающего поля. Временная зависимость полагается вида $\exp(i\omega t)$.

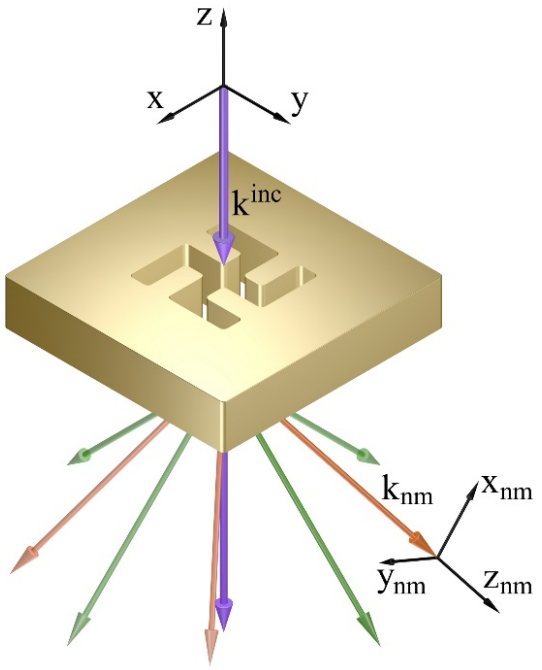

Рис. 5.2 Схема дифракции плоской волны периодической решеткой киральных отверстий в металлической пленке (изображен только один период из Рис. 5.1). Верхняя стрелка над пленкой соответствует волновому вектору падающей волны. Нижние стрелки представляют волновые вектора волн, дифрагированных в различные порядки. Также изображены глобальные x, y, z и локальные $x_{\text{nm}}, y_{\text{nm}}, z_{\text{nm}}$ координатные оси.

Из-за периодичности системы электрическое поле прошедшей волны может быть представлено как сумма бесконечного числа плоских волн, только конечное число которых будет распространяющимися:

$$\mathbf{E}(x,\text{y},\text{z}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{C}_{nm} \exp\left(-ik_{x,n}x\right)\exp\left(-ik_{y,m}y\right)\exp\left(-ik_{z,nm}z\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{nm}, \tag{5.2}$$

где $k_{x,n} = 2\pi n / W$, $k_{y,m} = 2\pi m / W$ и $k_{z,nm} = -\sqrt{k^2 - k_{x,n}^2 - k_{\text{y,m}}^2}$ – компоненты волнового вектора, соответствующего n, m дифракционному порядку, k –

абсолютное значение волнового вектора в нижнем полупространстве, W – период квадратной решетки, x, y, z – Декартовы координаты, $\mathbf{E}_{nm}$ – вклад в полное поле волны, соответствующей n, m дифракционному порядку. Коэффициенты Фурье $\mathbf{C}_{nm}$ могут быть получены численным интегрированием электрического поля (например, по плоскости $z = 0$, которая совпадает с нижней частью металлической пленки):

$$\boldsymbol{C}_{nm} = \frac{1}{W^2} \int_0^W \int_0^W \mathbf{E}(x, y, 0) \exp\left(i\left(k_{x,n} x + k_{y,m} y\right)\right) dxdy. \tag{5.3}$$

При этом волна порядка $n = 1, m = 1$ имеет компоненты волнового вектора $k_{x,1} = k_{y,1} = 2\pi / T$ и в соответствии с (5.2) распространяется в сторону положительных x и y.

Обозначим волновой вектор n, m дифракционного максимума: $\mathbf{k}_{nm} = \left(k_{x,n}, k_{y,m}, k_{z,nm}\right)^{\mathrm{T}}$. Чтобы посчитать потоки энергии, соответствующие волнам с правой (RCP) и левой (LCP) круговыми поляризациями, удобно ввести локальную систему координат для каждого дифракционного максимума. Введем её таким образом, чтобы ось z_{nm} локальной системы координат была параллельна волновому вектору: $\mathbf{k}_{nm} \uparrow\uparrow \hat{\mathbf{z}}_{nm}$. Переход к этой системе координат осуществляется поворотом на угол $\alpha = \arccos\left(k_{z,nm} / k\right)$ вокруг вектора $\mathbf{k}_{nm} \times \hat{\mathbf{z}}$, где $\hat{\mathbf{z}}$ – это единичный вектор (орт) базовой системы координат. Соответствующая матрица поворота имеет вид:

$$\mathbf{P}_{nm}=\begin{pmatrix} \dfrac{k_{x,n}^2\cos\alpha+k_{y,m}^2}{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2} & \dfrac{k_{x,n}k_{y,m}\left(-1+\cos\alpha\right)}{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2} & -\dfrac{k_{x,n}\sin\alpha}{\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2}} \\ \dfrac{k_{x,n}k_{y,m}\left(-1+\cos\alpha\right)}{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2} & \dfrac{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2\cos\alpha}{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2} & -\dfrac{k_{y,m}\sin\alpha}{\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2}} \\ \dfrac{k_{x,n}\sin\alpha}{\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2}} & \dfrac{k_{y,m}\sin\alpha}{\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2}} & \cos\alpha \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

В результате волновой вектор в локальной системе координат имеет вид $\mathbf{k}'_{nm}=\left(0,\quad 0,\quad k'_{z,nm}\right)^{\mathrm{T}}=\mathbf{P}_{nm}\mathbf{k}_{nm}$, где $k'_{z,nm}=\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,m}^2}\sin\alpha+k_{z,nm}\cos\alpha$. Здесь и далее штрих соответствует представлению вектора в локальной системе координат. Электрическое поле плоской волны, соответствующей n,m дифракционному порядку, имеет вид:

$$\mathbf{E}_{nm}=\mathbf{C}_{nm}\exp\left(-ik_{x,n}x\right)\exp\left(-ik_{y,m}y\right)\exp\left(-ik_{z,nm}z\right)=\left(E_{x,nm}\quad E_{y,nm}\quad E_{z,nm}\right)^{\mathrm{T}}.$$

(5.5)

В локальной системе координат оно будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{E}'_{nm}=\mathbf{P}_{nm}\mathbf{E}_{nm}=\begin{pmatrix}\left(\mathbf{P}_{nm}\mathbf{C}_{nm}\right)_x\\ \left(\mathbf{P}_{nm}\mathbf{C}_{nm}\right)_y\\ 0\end{pmatrix}\exp\left(-ik'_{z,nm}z_{nm}\right). \quad (5.6)$$

Отсутствие z-компоненты электрического поля в локальной системе координат связано с поперечным характером поля. Соответствующий вектор Пойнтинга определяется выражением:

$$S_{z',nm}=\frac{1}{2Z}\left(\left|E'_{x,nm}\right|^2+\left|E'_{\mathrm{y},nm}\right|^2\right)=\frac{1}{2Z}\left(\left|\left(\mathbf{P}_{nm}\mathbf{C}_{nm}\right)_x\right|^2+\left|\left(\mathbf{P}_{nm}\mathbf{C}_{nm}\right)_y\right|^2\right), \quad (5.7)$$

где $Z=\sqrt{\mu_0/\left(\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{bottom}}\right)}$ – волновой импеданс в нижнем полупространстве, μ_0 и ε_0 – магнитная и электрическая проницаемости вакуума, и $\varepsilon_{\mathrm{bottom}}$ – диэлектрическая

проницаемость нижнего полупространства. Магнитная проницаемость нижнего полупространства $\mu_{\text{bottom}} = 1$.

Для того, чтобы разделить прохождение, соответствующее волнам с левой и правой круговыми поляризациями в (5.7), нужно ввести базис право (R) и лево (L) поляризованных волн. Орты этого базиса зависят от $\hat{\mathbf{x}}_{nm}, \hat{\mathbf{y}}_{nm}$ локальной системы координат следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{\mathrm{R},nm} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{\mathbf{x}}_{nm} - i\hat{\mathbf{y}}_{nm}\operatorname{sgn}\left(k'_{z,nm}\right)\right), \\ \mathbf{e}_{\mathrm{L},nm} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{\mathbf{x}}_{nm} + i\hat{\mathbf{y}}_{nm}\operatorname{sgn}\left(k'_{z,nm}\right)\right). \end{aligned} \tag{5.8}$$

Определение $\mathbf{e}_{\mathrm{R},nm}$ и $\mathbf{e}_{\mathrm{L},nm}$ зависит от направления распространения волны $k'_{z,nm}$. При проводимом нами преобразовании (5.4) волна в локальной системе координат всегда движется в положительном направлении $\hat{\mathbf{z}}_{nm}$, то есть в (5.8) будет выполняться равенство $\operatorname{sgn}\left(k'_{z,nm}\right) = 1$. Из (5.8) следует, что вектор электрического поля для волны с правой (левой) поляризацией вращается по часовой стрелке (против часовой стрелки) при наблюдении со стороны распространения волны. Тогда электрические поля право и лево поляризованных волн для n,m дифракционных максимумов в локальной системе координат можно найти по формулам:

$$\mathbf{E}'_{nm} = E'_{\mathrm{R},nm}\mathbf{e}_{\mathrm{R},nm} + E'_{\mathrm{L},nm}\mathbf{e}_{\mathrm{L},nm}, \tag{5.9}$$

где

$$\begin{aligned} E'_{\mathrm{R},nm} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(E'_{x,nm} + iE'_{\mathrm{y},nm}\operatorname{sgn}\left(k'_{z,nm}\right)\right), \\ E'_{\mathrm{L},nm} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(E'_{x,nm} - iE'_{\mathrm{y},nm}\operatorname{sgn}\left(k'_{z,nm}\right)\right). \end{aligned} \tag{5.10}$$

Используя (5.10), можно найти вклад в вектор Пойнтинга (5.7) волн с правой и левой поляризацией для каждого дифракционного порядка. Отметим, что поворот локальной системы координат вокруг локальной оси $\hat{\mathbf{z}}_{nm}$ будет влиять на значения $E'_{x,nm}$ и $E'_{y,nm}$, тогда как значения $E'_{R,nm}$ и $E'_{L,nm}$ не будут меняться. Подставляя (5.10) в (5.7), получаем:

$$\begin{aligned} S_{z',nm} &= \frac{1}{2Z}\left(\left|E'_{R,nm}\right|^2 + \left|E'_{L,nm}\right|^2\right) = S_{R,nm} + S_{L,nm}, \\ S_{R,nm} &= \frac{1}{2Z}\left|E'_{R,nm}\right|^2, S_{L,nm} = \frac{1}{2Z}\left|E'_{L,nm}\right|^2, \end{aligned} \tag{5.11}$$

где $S_{R,nm}$ и $S_{L,nm}$ – вклад в суммарный вектор Пойнтинга волн с правой и левой круговыми поляризациями для n,m дифракционного порядка. Введем коэффициенты прохождения – проекции $S_{R,nm}, S_{L,nm}$ на z ось глобальной системы координат – нормированные на вектор Пойнтинга падающей волны S_0:

$$\begin{aligned} T^{G}_{P_I \to R,nm} &= \left|k_{z,nm} / k\right| S_{R,nm} / S_0, \\ T^{G}_{P_I \to L,nm} &= \left|k_{z,nm} / k\right| S_{L,nm} / S_0, \end{aligned} \tag{5.12}$$

где P_I и G равняются L или R, индекс P_I определяет поляризацию падающей волны, и G – закрученность гаммадионов, т.е. $T^{R}_{P_I \to (R,L),nm}$ соответствует системе с гаммадионами с правой закрученностью, тогда как $T^{L}_{P_I \to (R,L),nm}$ – с левой закрученностью.

5.3 Апробация методов расчета на задаче рассеяния волны гексагональной решеткой шаров

Для апробации используемых методов, включающих в себя как численный расчет в Comsol, так и последующую обработку результатов в MATLAB, проводилось сравнение полученных результатов с результатами эксперимента для модельной системы: гексагональной решетки диэлектрических шаров. Геометрия задачи показана на Рис. 5.3.

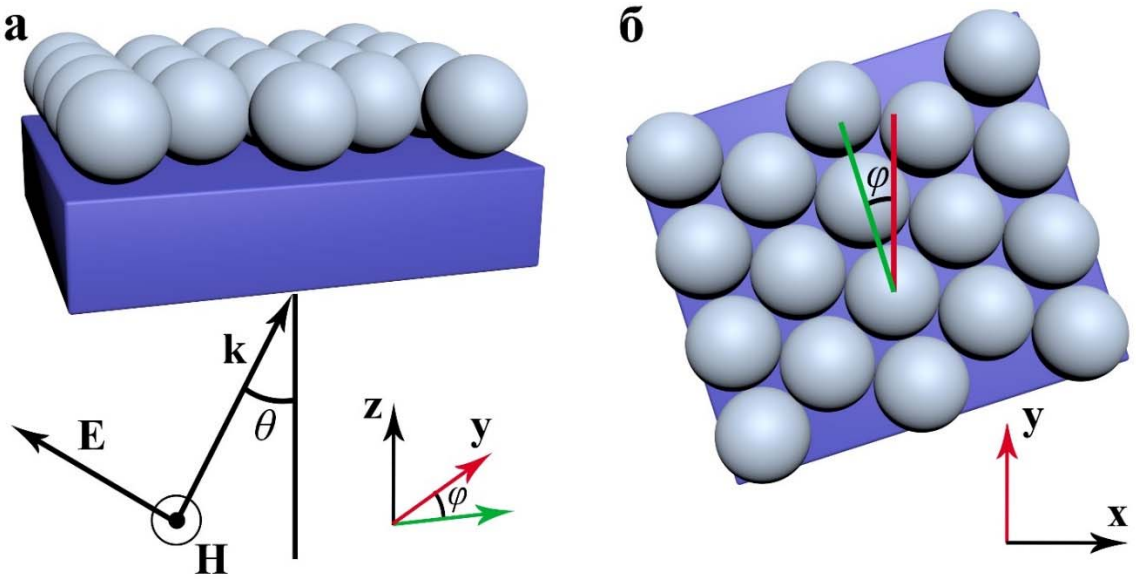

Рис. 5.3 Геометрия задачи для апробации используемых численных методов. Гексагональная решетка кварцевых сферических частиц, расположенная на подложке, облучается плоской волной.

Экспериментальные измерения и соответствующие численные расчеты производились в рамках исследования спектров паров щелочных металлов,

инфильтрованных в искусственно выращенные опалы (многослойные гексагональные решетки сферических частиц). Оказалось, что в спектре молекул, помещенных внутрь опала, имеются субдоплеровские особенности, связанные с трехмерным пространственным ограничением (3d confinement) молекул паров [156–158].

Гексагональная решетка шаров облучается со стороны подложки плоской волной, определяемой зенитным и азимутальным углами θ, φ. Рассматривался диапазон длин волн от 400 до 800 нм. Шары и подложка сделаны из диоксида кремния (показатель преломления при численном моделировании полагался равным 1.45). Диаметр шаров при численном моделировании полагался равным 735 нм, тогда как средний диаметр шаров у образца составил 730 нм. При численном моделировании полагалось, что шары плотно упакованы – то есть соседние по решетке шары касаются друг друга.

Реальные экспериментальные образцы оказались сильно полидоменными – то есть состоящими из большого количества областей (доменов), повернутых друг относительно друга (см. Рис. 5.4). Для учета полидоменности образца было произведено усреднение результатов численного моделирования по углу φ. Из-за симметрии решетки периодичность результатов по углу φ составляет 60 градусов (при повороте на 60 градусов решетка переходит сама в себя). Кроме того, результаты численного моделирования показали, что для небольших углов θ (до 25 градусов) коэффициенты прохождения и отражения слабо зависят от φ. Поэтому для выбранного для сравнения угла падения $\theta = 15°$ были усреднены численные результаты с $\varphi = 0,15,30°$.

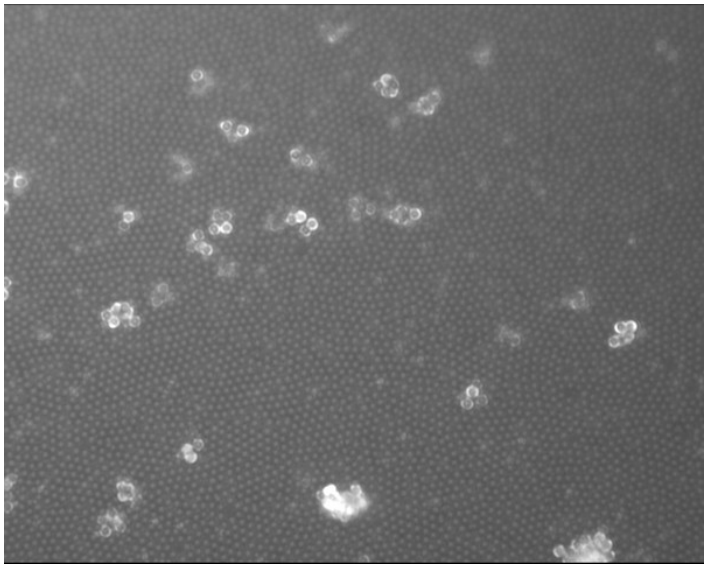

Рис. 5.4 Экспериментальный образец – гексагональная решетка кварцевых шаров.

Метод, изложенный в разделе 5.2 для квадратной решетки, может быть легко обобщен на гексагональную. В этом случае волновой вектор в нижнем полупространстве будет определяться векторами обратной решетки $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$:

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{W}\begin{pmatrix} 1 \\ 1/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{W}\begin{pmatrix} 1 \\ -1/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{5.13}$$

для векторов прямой решетки, определенных в соответствии с Рис. 5.3.

$$\mathbf{a}_1 = W\begin{pmatrix} \cos\pi/3 \\ \sin\pi/3 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = W\begin{pmatrix} \cos\pi/3 \\ -\sin\pi/3 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5.14}$$

Тогда волновой вектор для n, m дифракционного порядка будет определяться выражением:

$$\mathbf{k}_{nm} = n\mathbf{b}_1 + m\mathbf{b}_2 + k_{z,nm}\hat{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} \frac{2\pi}{W}(n+m) \\ \frac{2\pi}{W\sqrt{3}}(n-m) \\ k_{z,nm} \end{pmatrix}, \qquad (5.15)$$

где n,m – порядки дифракции, а $\hat{\mathbf{k}}$ – единичный вектор в направлении оси OZ. Используя эти выражения для компонент волнового вектора вместо представленных в разделе 5.2, можно вычислить количество энергии в различных дифракционных порядках для света, рассеянного на гексагональной решетке.

Из-за полидоменности образца сложно экспериментально измерить количество энергии в ненулевых дифракционных порядках. Это связано с тем, что каждый домен имеет свои вектора, определяющие решетку, и для разных доменов они повернуты относительно оси OZ. В результате вместо отдельных дифракционных лучей возникает усредненная картина в виде конусообразного луча. Поэтому сравнение с численным моделированием проводилось только для главного дифракционного порядка.

Для рассматриваемого диаметра шаров 735 нм дифракционные эффекты могут наблюдаться для длин волн, меньших $735\sqrt{3}/2 \approx 636$ нм, что попадает в рассматриваемый нами диапазон. Результаты сравнения коэффициентов отражения и прохождения, полученных численно и экспериментально, показаны на Рис. 5.5 и Рис. 5.6. Угол падения $\theta = 15°$ и поляризация падающего излучения TM.

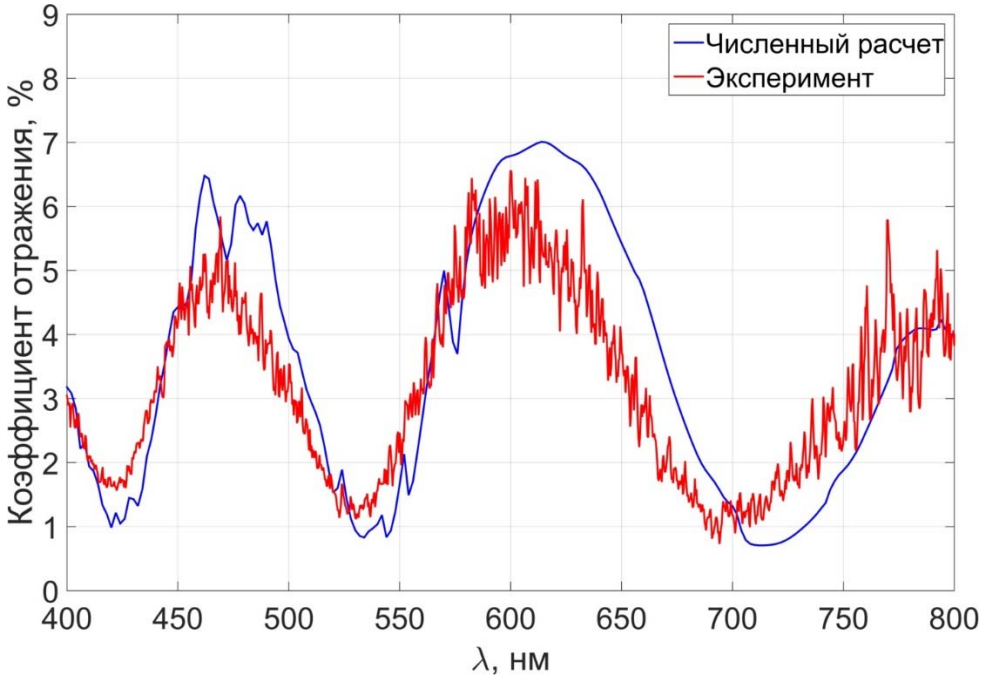

Рис. 5.5 Отражение в главный дифракционный порядок от гексагональной решётки кварцевых шаров. Красная линия – результат эксперимента, синяя линяя – результат численного моделирования. Нормировка произведена на энергию падающего потока.

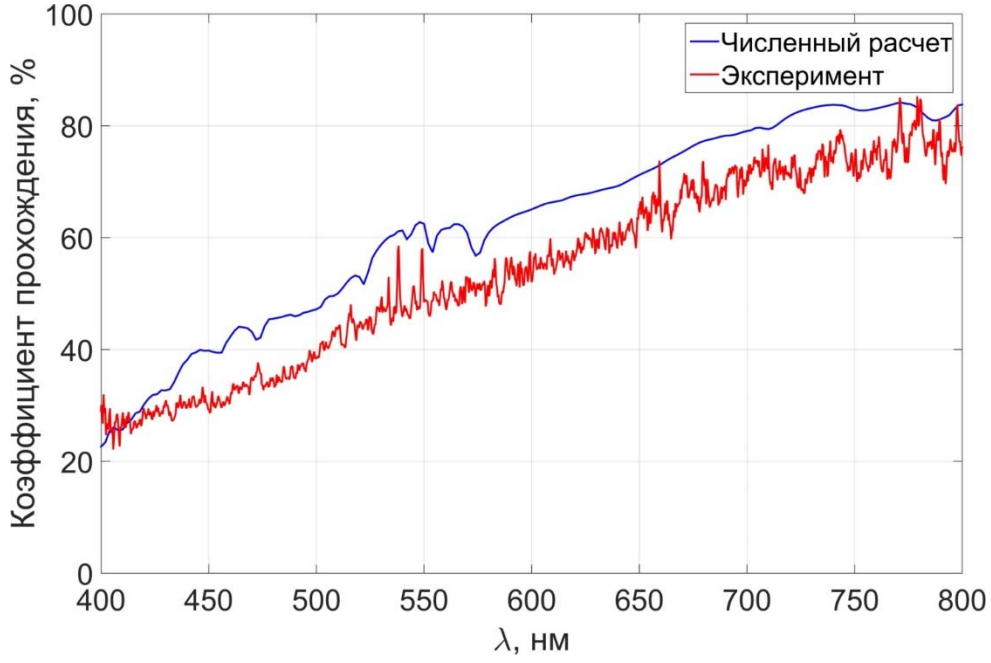

Рис. 5.6 Прохождение в главный дифракционный порядок через гексагональную решётку кварцевых шаров. Красная линия – результат эксперимента, синяя линяя – результат численного моделирования. Нормировка произведена на энергию падающего потока.

Из Рис. 5.5 и Рис. 5.6 видно, что полученные численно результаты хорошо совпадают с экспериментальными. В следующем разделе вернемся к рассмотрению периодической квадратной решетки киральных отверстий.

5.4 Конверсия волны с круговой поляризацией

Вернемся к рассмотрению периодической решетки киральных отверстий в форме гаммадионов с периодом, большим длины волны. Геометрия задачи представлена на Рис. 5.7. Золотая пленка толщиной 220 нм расположена на кварцевой подложке и покрыта иммерсионным маслом. Оптические параметры золота брались из [159]. Показатель преломления для кварца полагался равным 1.443, масла – 1.51. Геометрия гаммадиона определяется параметром $s = 86$ нм и

радиусом кривизны углов, равным $s/5$. Период структуры полагался равным $W=1$ мкм, диапазон длин волн $\lambda = 760-820$ нм. Максимальные порядки возникающих дифракционных максимумов в такой системе $|n|=1$, $|m|=1$.

Система облучается плоской волной, падающей по нормали со стороны кварца и имеющей правую или левую круговую поляризацию. Закрученность гаммадиона определяется по отношению к направлению падающей волны. При этом гаммадион считается правым (левым), если имеет закрученность по (против) часовой стрелке. На Рис. 5.7 изображен левозакрученный гаммадион.

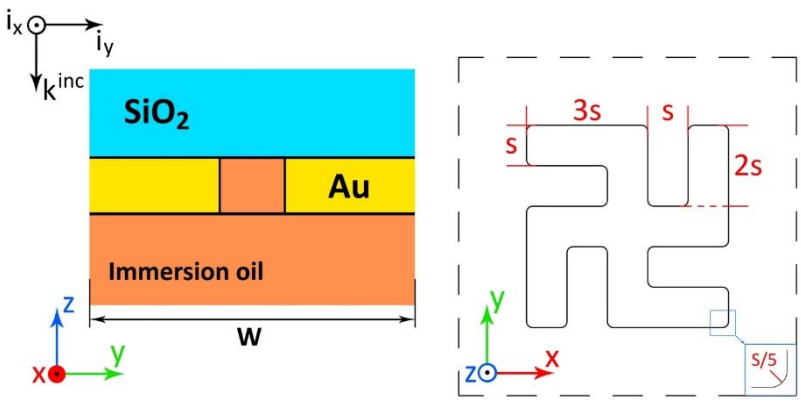

Рис. 5.7 Сечения рассматриваемой геометрии (Рис. 5.1). Золотая пленка расположена на подложке из кремния. Другая сторона пленки, а также киральное отверстие покрыты иммерсионным маслом. Изображенный гаммадион имеет левую закрученность (относительно волны, падающей со стороны положительных z).

Из-за того, что рассматриваемая система имеет вращательную симметрию 4 порядка, одинаковое количество энергии проходит в дифракционные порядки, переходящие друг в друга поворотом на 90 градусов относительно оси OZ. В нашем случае это соответствует дифракционным порядкам с фиксированным значением n^2+m^2, поэтому можно ввести следующие параметры:

$$
\begin{aligned}
U^{0}_{\mathrm{P_1}\to(\mathrm{R,L})} &= T^{\mathrm{L}}_{P_1\to(\mathrm{R,L}),00},\\
U^{1}_{\mathrm{P_1}\to(\mathrm{R,L})} &= \sum_{\mathrm{n}^2+\mathrm{m}^2=1} T^{\mathrm{L}}_{P_1\to(\mathrm{R,L}),\mathrm{nm}} = 4T^{\mathrm{L}}_{P_1\to(\mathrm{R,L}),10},\\
U^{2}_{\mathrm{P_1}\to(\mathrm{R,L})} &= \sum_{\mathrm{n}^2+\mathrm{m}^2=2} T^{\mathrm{L}}_{P_1\to(\mathrm{R,L}),\mathrm{nm}} = 4T^{\mathrm{L}}_{P_1\to(\mathrm{R,L}),11}.
\end{aligned}
\tag{5.16}
$$

В (5.16) верхний индекс коэффициента T равен L, что соответствует левозакрученным гаммадионам. На Рис. 5.8 показаны коэффициенты прохождения $U^{n^2+m^2}_{\mathrm{L}\to\mathrm{R}}, U^{n^2+m^2}_{\mathrm{L}\to\mathrm{L}}$ и $U^{n^2+m^2}_{\mathrm{R}\to\mathrm{R}}, U^{n^2+m^2}_{\mathrm{R}\to\mathrm{L}}$ в различные каналы: различные дифракционные порядки n,m (сплошная, пунктирная линии и линии с треугольниками) и различные состояния поляризации (правая круговая поляризация – голубая линия, левая – оранжевая линия). Аналогичные расчеты были проведены для гаммадиона с правой закрученностью (результаты не приводятся). Из них следует, что результат остается постоянным при одновременном изменении закрученности гаммадиона и падающего излучения, что является ожидаемым результатом.

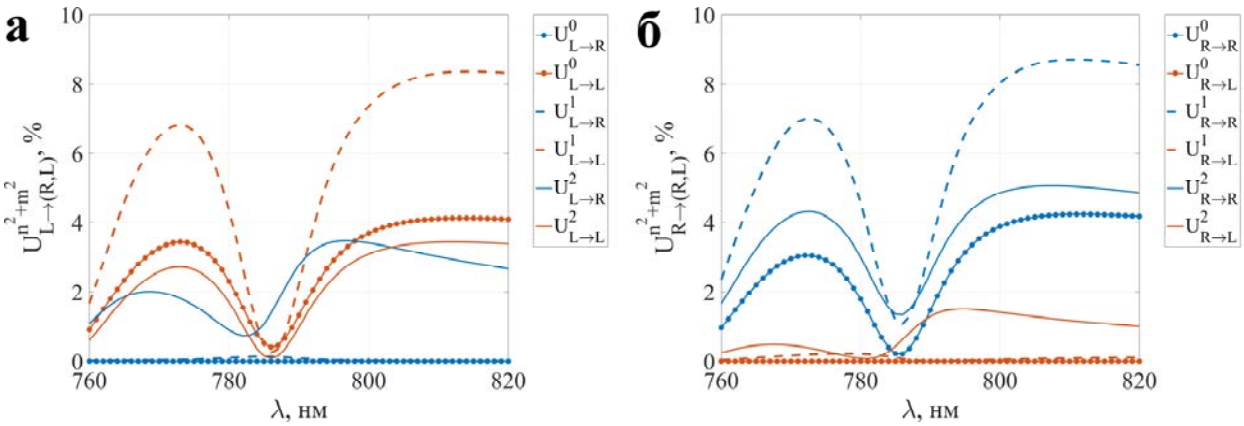

Рис. 5.8 Коэффициенты $U^{n^2+m^2}_{\mathrm{L}\to\mathrm{R}}, U^{n^2+m^2}_{\mathrm{L}\to\mathrm{L}}$ прохождения в различные дифракционные порядки: $n=m=0$ – линия с точками, $n^2+m^2=1$ – пунктирная линия, $n^2+m^2=2$ – сплошная линия, – и различные состояния поляризации: правая круговая (голубая линия) и левая круговая (красная линия). Решетка, состоящая из левозакрученных

гаммадионов, облучается нормально плоской волной с (а) левой и (б) правой круговыми поляризациями.

Из Рис. 5.8 видно, что конверсия поляризации в нулевом дифракционном порядке отсутствует. Этот результат находится в согласии с полученным в статье [87] выводом: структура с симметрией $C_{4,z}$ не осуществляет конверсию волн с круговыми поляризациями. Аналогичные результаты получаются при расчетах с другими размерами отверстий s = 43, 50, 65 нм (Рис. 5.7).

С другой стороны, для ненулевых дифракционных порядков наблюдается существенная конверсия поляризации. Для всех рассмотренных нами размеров гаммадионов s =43, 50, 65 нм конверсия поляризации в дифракционные порядки $n^2 + m^2 = 2$ оказывается эффективней, чем в $n^2 + m^2 = 1$. Больший размер отверстия приводит к более сильной конверсии поляризации. Также при совпадении закрученности падающей волны с закрученностью гаммадиона конверсия в порядках $n^2 + m^2 = 2$ оказывается больше, чем в противоположном случае. Для $\lambda = 796$ нм и левой поляризации падающей волны конверсия поляризации оказывается близка к 100% в порядках $n^2 + m^2 = 2$.

Эффект конверсии поляризации в ненулевых дифракционных порядках можно объяснить взаимодействием диаграмм излучения одиночного отверстия и периодической решетки. Для одного отверстия поляризация рассеянной волны зависит от угла. Этот эффект имеет чисто геометрическую природу и может наблюдаться, например, при рассеянии света одиночным металлическим шаром [65]. Диаграмма направленности всей системы может быть найдена как произведение диаграмм направленностей единичного кирального отверстия и периодической решетки точечных источников [160]. То есть когда лепесток диаграммы направленности периодической решетки совпадает с углом максимума

конверсии поляризации единичным отверстием, имеет место эффективная конверсия поляризации в соответствующий дифракционный порядок.

Киральность отверстия приводит к усилению данного эффекта, что видно из сравнения с аналогичной решеткой цилиндрических отверстий (с площадью сечения, сопоставимой с площадью сечения гаммадиона с $s = 86$ нм). Результаты сравнения приведены на Рис. 5.9, который является аналогом Рис. 5.8. Из Рис. 5.9 видно, что в этом случае также имеется конверсия, но она существенно слабее.

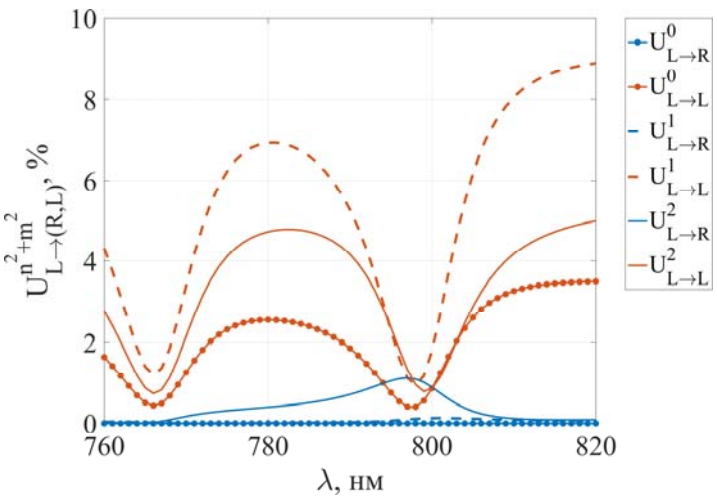

Рис. 5.9 Рисунок, аналогичный Рис. 5.8, но для цилиндрических отверстий (без киральности). Радиус отверстия равен 200 нм.

5.5 Конверсия линейно поляризованной волны

Рассмотрим конверсию линейно поляризованной волны нашей системой. Поляризацию прошедшего излучения можно характеризовать эллипсом поляризации (см. раздел 1.4), и в частности его эллиптичностью θ [37]:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\left|E'_{\mathrm{R},nm}\right| - \left|E'_{\mathrm{L},nm}\right|}{\left|E'_{\mathrm{R},nm}\right| + \left|E'_{\mathrm{L},nm}\right|}\right), \tag{5.17}$$

где $\left|E'_{\mathrm{R},nm}\right|$ и $\left|E'_{\mathrm{L},nm}\right|$ – амплитуда прошедшего электрического поля право- и лево-поляризованного света при облучении периодической решетки киральных отверстий волной с линейно поляризацией. $\theta = 0$ соответствует отсутствию конверсии, а $\theta = 45°$ – полному поглощению одной из компонент (правой и левой) и максимальной конверсии. На Рис. 5.10 представлена зависимость θ от длины волны для всех уникальных дифракционных порядков. Падающий свет поляризован вдоль оси OY. В отличие от случая, когда падающая волна имеет круговую поляризацию, для линейно поляризованной волны и дифракционных порядков с одинаковым $n^2 + m^2$ результаты различны. В этом случае только порядки n, m и $-n, -m$ имеют одинаковую эллиптичность θ.

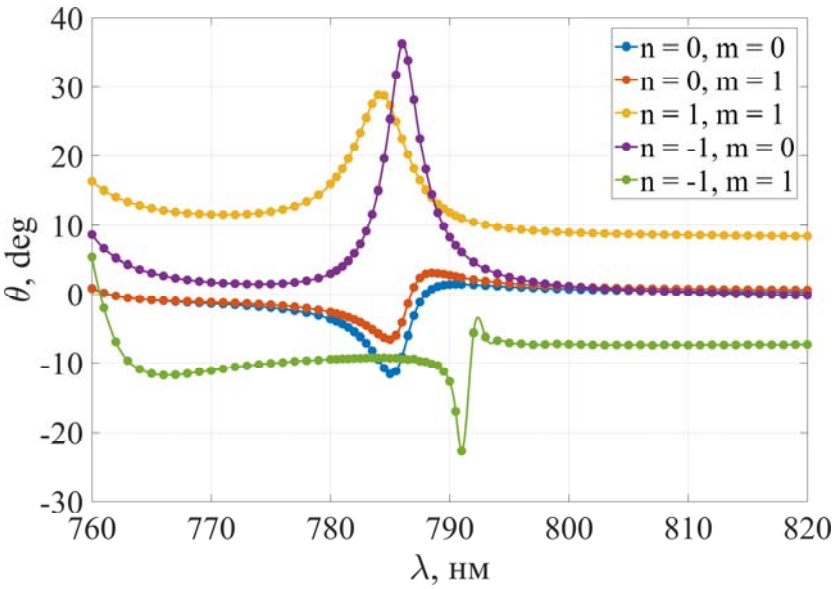

Рис. 5.10 Эллиптичность θ в зависимости от длины волны для различных дифракционных порядков при освещении периодической решетки отверстий в форме левозакрученных гаммадионов линейно поляризованной волной (вдоль оси OY).

Из Рис. 5.10 видно, что имеется существенная конверсия поляризации для всех дифракционных порядков. Конверсия поляризации в нулевом дифракционном

максимуме свидетельствует о киральности структуры. В данном случае киральность является “внешней” (“extrinsic chirality” – см. [88], а также обсуждение в разделе 1.4.) и связана с различными показателями преломления верхней и нижней сред. При рассмотрении металлической пленки в окружении одинаковых диэлектриков система обладала бы зеркальной симметрией (то есть не была бы киральной), и поэтому для главного дифракционного порядка эллиптичность равнялась бы $\theta = 0$. Это подтверждается проведенными численными расчетами, результаты которых здесь не приводятся. Максимальные значения эллиптичности θ в различных порядках следующие: $n = 0$, $m = 0$ – $11.7°$ для 785.2 нм, $n = -1$, $m = 0$ – $36.5°$ для 786 нм, $n = 1$, $m = 1$ – $29°$ для 784.2 нм, $n = 0$, $m = 1$ – $6°$ для 785 нм, и $n = -1$, $m = 1$ – $22.5°$ для 791 нм.

В отличие от случая волны с круговой поляризацией, результат будет зависеть от направления колебания вектора электрической волны относительно решетки. Это показано на Рис. 5.11, где изображена зависимость эллиптичности θ от азимутального угла ϕ, определяющего направление колебания вектора электрического поля для $\lambda = 786$ нм. $\phi = 0°$ соответствует падающей волне, поляризованной вдоль оси OX, $\phi = 90°$ – волне, поляризованной вдоль оси OY (как на Рис. 5.10). Из Рис. 5.11 видно, что для главного дифракционного порядка эллиптичность не зависит от азимутального угла, чего и следовало ожидать. Напротив, для остальных порядков имеет место периодическая зависимость с периодом $180°$. Кроме того, для дифракционных порядков волновые, вектора которых различаются поворотом на $90°$ вокруг оси OZ (например, $n = 1, m = 1$ и $n = -1, m = 1$), эллиптичность одинаковая с точностью до поворота вектора падающей волны на $90°$.

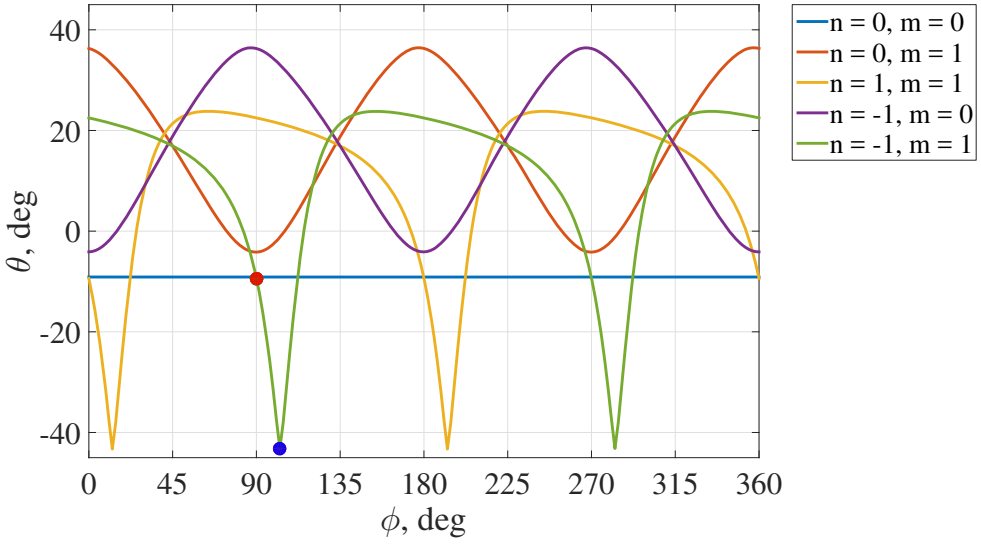

Рис. 5.11 Эллиптичность θ волны в различных дифракционных порядках в зависимости от азимутального угла ϕ. Закрученность гаммадионов – левая, поляризация падающей волны – линейная. $\phi = 0°$ соответствует волне, поляризованной вдоль OX, $\phi = 90°$ – вдоль оси OY (как на Рис. 5.10). $\lambda = 786$ нм.

Из Рис. 5.11 видно, что направление поляризации падающей волны на Рис. 5.10 не является оптимальным с точки зрения максимизации эллиптичности волн в ненулевых дифракционных порядках. Например, для $\lambda = 786$ нм и дифракционного порядка $n = -1, m = 1$ эллиптичность может быть увеличена с $\theta = -9.5°$ до $-43.2°$ при изменении с $\phi = 90°$ до $\phi = 102.6°$ (синяя и красная точки на Рис. 5.10). Для конкретного дифракционного порядка можно построить зависимость эллиптичности от длины волны и азимутального угла. Пример такой зависимости приведен на Рис. 5.12 для дифракционного порядка $n = -1$, $m = 1$.

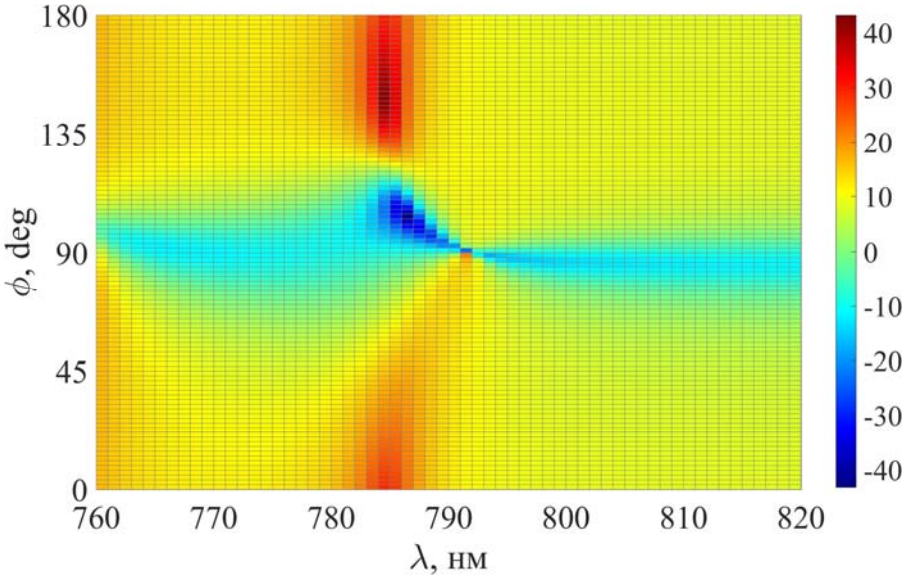

Рис. 5.12 Эллиптичность θ для дифракционного порядка $n=-1$, $m=1$ в зависимости от λ и азимутального угла ϕ, определяющего направление колебания вектора падающей волны. Закрученность гаммадионов – левая, поляризация падающей волны – линейная. $\phi=0°$ соответствует падающей волне, поляризованной вдоль оси OX, $\phi=90°$ – волне, поляризованной вдоль оси OY.

Из Рис. 5.12 видно, что, незначительно варьируя длину волны и азимутальный угол, можно изменять эллиптичность волны в дифракционном порядке $n=-1$, $m=1$ от $\theta=+42°$ ($\lambda=784$ нм $\phi=147.6°$) до $\theta=-43°$ (786 нм и $\phi=102.6°$). Такие большие значения эллиптичности соответствуют волнам с практически круговой поляризацией. Однако энергетическая эффективность для областей с большим значением θ оказывается низкой: в частности, для приведённых выше значений $\theta=+42°$ прохождение равно 0.13%, а для $\theta=-43°$ – 0.02%.

5.6 Выводы

В главе проведено исследование конверсии поляризации света периодической решеткой киральных отверстий (с периодом большим, чем длина волны).

Показано, что рассматриваемая система является оптически активной: падающая волна с линейной поляризацией преобразуется в волну с эллиптичностью $11.7°$ в нулевом дифракционном порядке.

Обнаружена эффективная конверсия поляризации в ненулевых дифракционных порядках при возбуждении волной с круговой поляризацией. Найдены параметры, при которых падающая волна с левой круговой поляризацией возбуждает правополяризованную волну в порядках $n^2 + m^2 = 2$, тогда как нулевом дифракционном порядке волна остается левополяризованной. Эффективная конверсия также наблюдается при падении волны с линейной поляризацией. Показано, что, изменяя длину волны света в небольших пределах, а также азимутальный угол, можно сильно модифицировать поляризацию излучения во всех дифракционных порядках. В частности, при изменении длины волны на 2 нм и угла на 45 градусов эллиптичность изменится с $42°$ (правая круговая поляризация) до $-43°$ (левая круговая поляризация) градусов.

Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

1 Получено аналитическое решение задачи о собственных колебаниях бесконечного линейного кластера шаров в квазистатическом приближении с учетом всех мультиполей. Показано, что в случае, когда расстояние между границами шаров меньше 0.4 радиуса, в спектре возникает новый тип мод с сильной локализацией поля в зазоре между шарами. Эти собственные моды, существующие при $\varepsilon_{\text{S}} / \varepsilon_{\text{H}} \approx -1$ (где ε_{S} и ε_{H} – диэлектрические проницаемости шаров и окружающего их пространства), могут быть смещены из ультрафиолетовой области спектра в видимую для серебряных шаров помещением их в диэлектрическую матрицу с большим показателем преломления.

2 Проведен численный расчет модовой структуры линейного кластера шаров с учетом запаздывания. Показано, что в случае $\lambda_{\text{H}} / a \approx 80$ имеется хорошее совпадение с квазистатическими результатами, где λ_{H} – длина волны в среде, окружающей кластер, a – радиус шаров. Обнаружено, что по мере увеличения размера системы собственные моды смещаются в красную область. Показано, что величина смещения может достигать сотен нанометров для мод низкой мультипольности при $\lambda_{\text{H}} / a \approx 8$.

3 Развит метод численного расчета задач возбуждения одиночным точечным источником пространственно периодических систем. С помощью этого метода решена задача о возбуждении бесконечного линейного кластера серебряных наношаров электрическим диполем и найдена зависимость его скорости распада от длины волны. Показано, что скорость распада может быть

увеличена на несколько порядков за счет взаимодействия с большим числом спектрально близких мод, имеющих высокую мультипольность.

4 Проведено исследование собственных колебаний кирального шара и их влияния на излучение киральной молекулы. Показано, что скорость распада киральной молекулы, расположенной вблизи кирального шара, может быть увеличена в 3-5 раз в зависимости от ориентации и киральности молекулы, по сравнению со случаем аналогичного шара без киральности. Также показано, что диаграмма излучения киральной молекулы существенно изменяется за счет возбуждения собственных мод кирального шара.

5 Развит метод численного моделирования структур произвольной формы, сделанных из кирального материала. Проведена его верификация на задачах возбуждения кирального шара плоской волной и киральной молекулой. Показано различие эффективностей экстинкции шара при его возбуждении волнами с правой и левой круговыми поляризациями.

6 Получено аналитическое решение, описывающее собственные плазмонные колебания двумерного димера с распределенной компенсацией потерь. Показано существование нового типа мод, позволяющих достичь компенсации потерь при меньшем, чем для известных PT-мод, усилении в активной частице. С помощью численного моделирования показано, что аналогичные моды существуют в системе, состоящей из двух шаров.

7 Исследована конверсия поляризации света периодической решеткой киральных отверстий в золотой пленке субмикронных толщин. Показано, что падающая волна с левой круговой поляризацией может быть преобразована в волну с поляризацией, близкой к правой круговой, в дифракционных порядках $|n| = |m| = 1$. Также показано, что падающая волна с линейной поляризацией может быть преобразована в волну с поляризацией, близкой к круговой, в порядках $|n| = 1, m = 0$.

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю Климову Василию Васильевичу за научное руководство, создание условий для плодотворной работы и поддержку.

Список литературы

1. Purcell E.M., Spontaneous Emission Probabitilies at Radio Frequencies // Phys. Rev. – 1946. – Vol. 69. – P. 681.
2. Lakowicz J.R., Radiative Decay Engineering: Biophysical and Biomedical Applications // Anal. Biochem. – 2001. – Vol. 298, № 1. – P. 1–24.
3. Aslan K., Gryczynski I., Malicka J., Matveeva E., Lakowicz J.R., Geddes C.D., Metal-enhanced fluorescence: an emerging tool in biotechnology // Curr. Opin. Biotechnol. – 2005. – Vol. 16, № 1. – P. 55–62.
4. Lakowicz J.R., Malicka J., D'Auria S., Gryczynski I., Release of the self-quenching of fluorescence near silver metallic surfaces // Anal. Biochem. – 2003. – Vol. 320, № 1. – P. 13–20.
5. Lakowicz J.R., Malicka J., Gryczynski I., Silver particles enhance emission of fluorescent DNA oligomers. // Biotechniques. – 2003. – Vol. 34, № 1. – P. 62–66, 68.
6. Yablonovitch E., Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 58, № 20. – P. 2059–2062.
7. Painter O., Two-Dimensional Photonic Band-Gap Defect Mode Laser // Science. – 1999. – Vol. 284, № 5421. – P. 1819–1821.
8. Colombelli R., Quantum Cascade Surface-Emitting Photonic Crystal Laser // Science. – 2003. – Vol. 302, № 5649. – P. 1374–1377.
9. Pusch A., Wuestner S., Hamm J.M., Tsakmakidis K.L., Hess O., Coherent Amplification and Noise in Gain-Enhanced Nanoplasmonic Metamaterials: A Maxwell-Bloch Langevin Approach // ACS Nano. – 2012. – Vol. 6, № 3. – P. 2420–2431.
10. Pickering T., Hamm J.M., Page A.F., Wuestner S., Hess O., Cavity-free plasmonic nanolasing enabled by dispersionless stopped light // Nat. Commun. – 2014. – Vol. 5. – P. 4972.
11. Lounis B., Orrit M., Single-photon sources // Reports Prog. Phys. – 2005. – Vol. 68, № 5. – P. 1129–1179.
12. Polzik E.S., Carri J., Kimble H.J., Spectroscopy with squeezed light // Phys. Rev. Lett. – 1992. – Vol. 68, № 20. – P. 3020–3023.
13. Xiao M., Wu L.-A., Kimble H.J., Precision measurement beyond the shot-noise

limit // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 59, № 3. – P. 278–281.

14. Rarity J.G., Owens P.C.M., Tapster P.R., Quantum Random-number Generation and Key Sharing // J. Mod. Opt. – 1994. – Vol. 41, № 12. – P. 2435–2444.

15. Michler P., A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device // Science. – 2000. – Vol. 290, № 5500. – P. 2282–2285.

16. Yamamoto Y., Kim J., Benson O., Kan H., A single-photon turnstile device // Nature. – 1999. – Vol. 397, № 6719. – P. 500–503.

17. Kuhn A., Hennrich M., Rempe G., Deterministic Single-Photon Source for Distributed Quantum Networking // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89, № 6. – P. 67901.

18. Климов В.В., Наноплазмоника. Москва: ФИЗМАТИЛ, – 2010. 480 p.

19. Novotny L., Hecht B., Principles of Nano-Optics. Cambridge University Press, – 2006. 558 p.

20. Lakowicz J.R., Radiative decay engineering 3. Surface plasmon-coupled directional emission // Anal. Biochem. – 2004. – Vol. 324, № 2. – P. 153–169.

21. Lakowicz J.R., Shen Y., D'Auria S., Malicka J., Fang J., Gryczynski Z., Gryczynski I., Radiative decay engineering. 2. Effects of Silver Island films on fluorescence intensity, lifetimes, and resonance energy transfer. // Anal. Biochem. – 2002. – Vol. 301, № 2. – P. 261–277.

22. Gryczynski I., Malicka J., Gryczynski Z., Lakowicz J.R., Radiative decay engineering 4. Experimental studies of surface plasmon-coupled directional emission // Anal. Biochem. – 2004. – Vol. 324, № 2. – P. 170–182.

23. Lakowicz J.R., Malicka J., Gryczynski I., Gryczynski Z., Geddes C.D., Radiative decay engineering : the role of photonic mode density in biotechnology // J. Phys. D. Appl. Phys. – 2003. – Vol. 36. – P. R240–R249.

24. Badugu R., Descrovi E., Lakowicz J.R., Radiative decay engineering 7: Tamm state-coupled emission using a hybrid plasmonic–photonic structure // Anal. Biochem. Elsevier Inc., – 2014. – Vol. 445. – P. 1–13.

25. Jacob Z., Smolyaninov I.I., Narimanov E.E., Broadband Purcell effect: Radiative decay engineering with metamaterials: Optics // Appl. Phys. Lett. – 2012. – Vol. 100, № 18. – P. 181105.

26. Wolters J., Schell A.W., Kewes G., Nüsse N., Schoengen M., Döscher H., Hannappel T., Löchel B., Barth M., Benson O., Enhancement of the zero phonon line emission from a single nitrogen vacancy center in a nanodiamond via coupling to a photonic crystal cavity // Appl. Phys. Lett. – 2010. – Vol. 97, № 14. – P. 141108.

27. Faraon A., Barclay P.E., Santori C., Fu K.C., Beausoleil R.G., Resonant enhancement of the zero-phonon emission from a colour centre in a diamond cavity // Nat. Photonics. Nature Publishing Group, – 2011. – Vol. 5, № 5. – P. 301–305.

28. Babinec T.M., Hausmann B.J.M., Khan M., Zhang Y., Maze J.R., Hemmer P.R., Lončar M., A diamond nanowire single-photon source // Nat. Nanotechnol. – 2010. – Vol. 5, № 3. – P. 195–199.

29. Gansel J.K., Thiel M., Rill M.S., Decker M., Bade K., Saile V., von Freymann G., Linden S., Wegener M., Gold Helix Photonic Metamaterial as Broadband Circular Polarizer // Science. – 2009. – Vol. 325, № 5947. – P. 1513–1515.

30. Gorkunov M.V., Ezhov A.A., Artemov V.V., Rogov O.Y., Yudin S.G., Extreme optical activity and circular dichroism of chiral metal hole arrays // Appl. Phys. Lett. – 2014. – Vol. 104, № 22. – P. 221102.

31. Zhao Y., Belkin M.A., Alù A., Twisted optical metamaterials for planarized ultrathin broadband circular polarizers // Nat. Commun. – 2012. – Vol. 3. – P. 870.

32. Wu C., Arju N., Kelp G., Fan J.A., Dominguez J., Gonzales E., Tutuc E., Brener I., Shvets G., Spectrally selective chiral silicon metasurfaces based on infrared Fano resonances // Nat. Commun. – 2014. – Vol. 5.

33. Bahadur B., Liquid Crystal Displays // Mol. Cryst. Liq. Cryst. – 1984. – Vol. 109, № 1. – P. 3–93.

34. Brennesholtz M., Stupp E., Projection Displays. Wiley, – 2008. 450 p.

35. Wang J.J., Deng X., Liu F., Chen L., Nikolov A., Liu X., Deng J., Sciortino P., High performance 100 mm-in-diameter true zero-order waveplates fabricated by imprint lithography // J. Vac. Sci. Technol. B Microelectron. Nanom. Struct. – 2005. – Vol. 23, № 6. – P. 2950.

36. Calabretta N., Liu Y., Huijskens F.M., Hill M.T., DeWaardt H., Khoe G.D., Dorren H.J.S., Optical Signal Processing Based on Self-Induced Polarization Rotation in a Semiconductor Optical Amplifier // J. Light. Technol. – 2004. – Vol. 22, № 2. – P. 372–381.

37. Berova N., Nakanishi K., Woody R.W., Circular Dichroism: Principles and Applications, 2nd Edition / ed. Robert W. Woody, Nina Berova. Wiley-VCH, – 2000. 912 p.

38. Whitmore L., Wallace B.A., Protein secondary structure analyses from circular dichroism spectroscopy: Methods and reference databases // Biopolymers. – 2008. – Vol. 89, № 5. – P. 392–400.

39. Freedman T.B., Cao X., Dukor R.K., Nafie L.A., Absolute configuration determination of chiral molecules in the solution state using vibrational circular

dichroism // Chirality. – 2003. – Vol. 15, № 9. – P. 743–758.

40. Johnson W.C., A Circular Dichroism Spectrometer for the Vacuum Ultraviolet // Rev. Sci. Instrum. – 1971. – Vol. 42, № 9. – P. 1283–1286.

41. Shaltout A., Liu J., Kildishev A., Shalaev V., Photonic spin Hall effect in gap–plasmon metasurfaces for on-chip chiroptical spectroscopy // Optica. – 2015. – Vol. 2, № 10. – P. 860.

42. Guo A., Salamo G.J., Duchesne D., Morandotti R., Volatier-Ravat M., Aimez V., Siviloglou G.A., Christodoulides D.N., Observation of PT-Symmetry Breaking in Complex Optical Potentials // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 103, № 9. – P. 93902.

43. Bender C.M., Boettcher S., Real Spectra in Non-Hermitian Hamiltonians Having PT Symmetry // Phys. Rev. Lett. – 1998. – Vol. 80, № 24. – P. 5243–5246.

44. Feng L., Wong Z.J., Ma R.-M., Wang Y., Zhang X., Single-mode laser by parity-time symmetry breaking // Science. – 2014. – Vol. 346, № 6212. – P. 972–975.

45. Ren J., Hodaei H., Harari G., Hassan A.U., Chow W., Soltani M., Christodoulides D., Khajavikhan M., Ultrasensitive micro-scale parity-time-symmetric ring laser gyroscope // Opt. Lett. – 2017. – Vol. 42, № 8. – P. 1556.

46. Klimov V.V., Guzatov D.V., Engineering of radiation of optically active molecules with chiral nano-meta particles // Singular and Chiral Nanoplasmonics / ed. Boriskina S.V., Zheludev N. Singapore: Pan Stanford Publishing, – 2014.

47. Guzatov D.V., Klimov V.V., The influence of chiral spherical particles on the radiation of optically active molecules // New J. Phys. – 2012. – Vol. 14, № 12. – P. 123009.

48. Klimov V.V., Guzatov D.V., Ducloy M., Engineering of radiation of optically active molecules with chiral nano-meta-particles // EPL (Europhysics Lett.). – 2012. – Vol. 97, № 4. – P. 47004.

49. Maier S., Kik P., Atwater H., Optical pulse propagation in metal nanoparticle chain waveguides // Phys. Rev. B. – 2003. – Vol. 67, № 20. – P. 1–5.

50. Zabelin V., Dunbar L.A., Le Thomas N., Houdré R., Kotlyar M.V., O'Faolain L., Krauss T.F., Self-collimating photonic crystal polarization beam splitter // Opt. Lett. – 2007. – Vol. 32, № 5. – P. 530.

51. Zheludev N.I., Papakostas A., Potts A., Coles H.J., Bagnall D.M., Layered chiral metallic meta-materials // Conference of Complex Mediums III - Beyond Linear and Isotropic Dielectrics. Seattle, – 2002. – P. 112–117.

52. Moufarej E., Maurin I., Zabkov I., Laliotis A., Ballin P., Klimov V., Bloch D., Infiltrating a thin or single-layer opal with an atomic vapour: Sub-Doppler signals

and crystal optics // EPL (Europhysics Lett.). – 2014. – Vol. 108, № 1. – P. 17008.

53. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V., Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, – 1989. – Vol. 335.

54. Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J., Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media. Boston: Artech House Publishers, – 1994.

55. Pendry J.B., A chiral route to negative refraction // Science. – 2004. – Vol. 306, № 5700. – P. 1353–1355.

56. Wang B., Zhou J., Koschny T., Soukoulis C.M., Nonplanar chiral metamaterials with negative index // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol. 94, № 15. – P. 151112.

57. Plum E., Zhou J., Dong J., Fedotov V., Koschny T., Soukoulis C., Zheludev N., Metamaterial with negative index due to chirality // Phys. Rev. B. – 2009. – Vol. 79, № 3. – P. 35407.

58. Kuzyk A., Schreiber R., Fan Z., Pardatscher G., Roller E.-M., Högele A., Simmel F.C., Govorov A.O., Liedl T., DNA-based self-assembly of chiral plasmonic nanostructures with tailored optical response // Nature. – 2012. – Vol. 483, № 7389. – P. 311–314.

59. Друде П., Оптика. ГОНТИ, – 1935.

60. Борн М., Оптика. Харьков-Киев: ОНТИ НКТП, – 1937.

61. Fedorov F.I., On the theory of optical activity in crystals. I. The law of conservation of energy and the optical activity tensors // Opt. Spectrosc. – 1959. – Vol. 6. – P. 49.

62. Fedorov F.I., On the theory of optical activity in crystals. II. Crystal of cubic symmetry and plane classes of central symmetry // Opt. Spectrosc. – 1959. – Vol. 6. – P. 327.

63. Bohren C.F., Angular dependence of the scattering contribution to circular dichroism // Chem. Phys. Lett. – 1976. – Vol. 40, № 3. – P. 391–396.

64. Bohren C.F., Light scattering by an optically active sphere // Chem. Phys. Lett. – 1974. – Vol. 29, № 3. – P. 458–462.

65. Bohren C.F., Huffman D.R., Absorption and Scattering of Light by Small Particles. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH, – 1998.

66. Bohren C.F., Scattering of electromagnetic waves by an optically active spherical shell // J. Chem. Phys. – 1975. – Vol. 62, № 4. – P. 1566.

67. Li L., Dan Y., Leong M.S., Kong J.A., Electromagnetic scattering by an inhomogeneous chiral sphere of varying permittivity: a discrete analysis using

multilayered model // J. Electromagn. Waves Appl. – 1999. – Vol. 13, № 9. – P. 1203–1205.

68. Yokota M., He S., Takenaka T., Scattering of a Hermite-Gaussian beam field by a chiral sphere // J. Opt. Soc. Am. A. – 2001. – Vol. 18, № 7. – P. 1681.

69. Bohren C., Scattering of electromagnetic waves by an optically active cylinder // J. Colloid Interface Sci. – 1978. – Vol. 66, № 1. – P. 105–109.

70. Sharma R., Balakrishnan N., Scattering of electromagnetic waves from chirally coated cylinders // Smart Mater. Struct. – 1998. – Vol. 7, № 4. – P. 512–521.

71. Drexhage K.H., Fleck M., Kuhn H., Schafer F.P., Sperling W., Beeinflussung der fluoreszenz eines europiumchelates durch einen spiegel // Ber. Bunsenges Phys. Chem. – 1966. – Vol. 70. – P. 1179.

72. Wylie J., Sipe J., Quantum electrodynamics near an interface // Phys. Rev. A. – 1984. – Vol. 30, № 3.

73. Chance R., Prock A., Silbey R., Molecular fluorescence and energy transfer near interfaces // Adv. Chem. Phys. – 1978. – Vol. XXXVII. – P. 1–67.

74. Pascal A., Palash B., Lukas N., Enhancement and Quenching of Single-Molecule Fluorescence // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96. – P. 113002.

75. Guzatov D.V., Klimov V.V., Poprukailo N.S., Spontaneous radiation of a chiral molecule located near a half-space of a bi-isotropic material // J. Exp. Theor. Phys. – 2013. – Vol. 116, № 4. – P. 531–540.

76. Lakhtakia A., Varadan V.V.K., Varadan V.V.K., Radiation by a point electric dipole embedded in a chiral sphere // J. Phys. D. Appl. Phys. – 1990. – Vol. 23, № 5. – P. 481–485.

77. Engheta N., Kowarz M.W., Antenna radiation in the presence of a chiral sphere // J. Appl. Phys. – 1990. – Vol. 67, № 2. – P. 639.

78. Kowarz M., Engheta N., Spherical chirolenses // Opt. Lett. – 1990. – Vol. 15, № 6. – P. 299–301.

79. Guzatov D.V., Klimov V.V., Spontaneous emission of a chiral molecule near a cluster of two chiral spherical particles // Quantum Electron. – 2015. – Vol. 45, № 3. – P. 250–257.

80. Rosenfeld L., Quantenmechanische Theorie der naturlichen optischen Aktivitat von Flussigkeiten und Gasen // Zeitschrift fur Phys. – 1929. – Vol. 52, № 3–4. – P. 161–174.

81. Barron L.D., Molecular Light Scattering and Optical Activity // Journal of Raman Spectroscopy. Cambridge: Cambridge University Press, – 2004. – Vol. 14, № 3.

82. Papakostas A., Potts A., Bagnall D.M., Prosvirnin S.L., Coles H.J., Zheludev N.I., Optical Manifestations of Planar Chirality // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 90, № 10. – P. 107404.

83. Kuwata-Gonokami M., Saito N., Ino Y., Kauranen M., Jefimovs K., Vallius T., Turunen J., Svirko Y., Giant Optical Activity in Quasi-Two-Dimensional Planar Nanostructures // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95, № 22. – P. 227401.

84. Decker M., Klein M.W., Wegener M., Linden S., Circular dichroism of planar chiral magnetic metamaterials // Opt. Lett. – 2007. – Vol. 32, № 7. – P. 856.

85. Decker M., Ruther M., Kriegler C.E., Zhou J., Soukoulis C.M., Linden S., Wegener M., Strong optical activity from twisted-cross photonic metamaterials // Opt. Lett. – 2009. – Vol. 34, № 16. – P. 2501.

86. Krasavin A.V., Schwanecke A.S., Zheludev N.I., Reichelt M., Stroucken T., Koch S.W., Wright E.M., Polarization conversion and “focusing” of light propagating through a small chiral hole in a metallic screen // Appl. Phys. Lett. – 2005. – Vol. 86, № 20. – P. 201105.

87. Menzel C., Rockstuhl C., Lederer F., Advanced Jones calculus for the classification of periodic metamaterials // Phys. Rev. A. – 2010. – Vol. 82, № 5. – P. 53811.

88. Plum E., Fedotov V.A., Zheludev N.I., Extrinsic electromagnetic chirality in metamaterials // J. Opt. A Pure Appl. Opt. – 2009. – Vol. 11, № 7. – P. 74009.

89. Yu N., Genevet P., Kats M.A., Aieta F., Tetienne J.-P., Capasso F., Gaburro Z., Light Propagation with Phase Discontinuities: Generalized Laws of Reflection and Refraction // Science. – 2011. – Vol. 334, № 6054. – P. 333–337.

90. Yu N., Capasso F., Flat optics with designer metasurfaces // Nat. Mater. – 2014. – Vol. 13, № 2. – P. 139–150.

91. Ishii S., Shalaev V.M., Kildishev A.V., Holey-Metal Lenses: Sieving Single Modes with Proper Phases // Nano Lett. – 2013. – Vol. 13, № 1. – P. 159–163.

92. Farmahini-Farahani M., Cheng J., Mosallaei H., Metasurfaces nanoantennas for light processing // J. Opt. Soc. Am. B. – 2013. – Vol. 30, № 9. – P. 2365.

93. Silva A., Monticone F., Castaldi G., Galdi V., Alu A., Engheta N., Performing Mathematical Operations with Metamaterials // Science. – 2014. – Vol. 343, № 6167. – P. 160–163.

94. Pors A., Nielsen M.G., Bozhevolnyi S.I., Analog Computing Using Reflective Plasmonic Metasurfaces // Nano Lett. – 2015. – Vol. 15, № 1. – P. 791–797.

95. Ni X., Emani N.K., Kildishev A.V., Boltasseva A., Shalaev V.M., Broadband Light Bending with Plasmonic Nanoantennas // Science. – 2012. – Vol. 335, № 6067. –

P. 427–427.

96. Kildishev A.V., Boltasseva A., Shalaev V.M., Planar Photonics with Metasurfaces // Science. – 2013. – Vol. 339, № 6125. – P. 1232009–1232009.

97. Yu N., Aieta F., Genevet P., Kats M.A., Gaburro Z., Capasso F., A Broadband, Background-Free Quarter-Wave Plate Based on Plasmonic Metasurfaces // Nano Lett. – 2012. – Vol. 12, № 12. – P. 6328–6333.

98. Wu P.C., Tsai W.-Y., Chen W.T., Huang Y.-W., Chen T.-Y., Chen J.-W., Liao C.Y., Chu C.H., Sun G., Tsai D.P., Versatile Polarization Generation with an Aluminum Plasmonic Metasurface // Nano Lett. – 2017. – Vol. 17, № 1. – P. 445–452.

99. Tribelsky M.I., Luk'yanchuk B.S., Anomalous Light Scattering by Small Particles // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97, № 263902. – P. 1–4.

100. Klimov V.V., Guzatov D.V., Plasmonic atoms and plasmonic molecules // Appl. Phys. A. – 2007. – Vol. 89, № 2. – P. 305–314.

101. Klimov V.V., Guzatov D.V., Strongly localized plasmon oscillations in a cluster of two metallic nanospheres and their influence on spontaneous emission of an atom // Phys. Rev. B. – 2007. – Vol. 75, № 2. – P. 24303.

102. Klimov V.V., Lambrecht A., Van der Waals Forces Between Plasmonic Nanoparticles // Plasmonics. – 2008. – Vol. 4, № 1. – P. 31–36.

103. Naik G. V, Shalaev V.M., Boltasseva A., Alternative plasmonic materials: beyond gold and silver // Adv. Mater. – 2013. – Vol. 25, № 24. – P. 3264–3294.

104. Grigorenko A.N., Polini M., Novoselov K.S., Graphene plasmonics // Nat. Photonics. Nature Publishing Group, – 2012. – Vol. 6, № 11. – P. 749–758.

105. Garcia de Abajo F.J., Graphene Nanophotonics // Science. – 2013. – Vol. 339, № 6122. – P. 917–918.

106. Xiao S., Drachev V.P., Kildishev A.V., Ni X., Chettiar U.K., Yuan H.-K., Shalaev V.M., Loss-free and active optical negative-index metamaterials // Nature. – 2010. – Vol. 466, № 7307. – P. 735–738.

107. Hess O., Pendry J.B., Maier S.A., Oulton R.F., Hamm J.M., Tsakmakidis K.L., Active nanoplasmonic metamaterials // Nat. Mater. – 2012. – Vol. 11, № 7. – P. 573–584.

108. Sarychev A.K., Tartakovsky G., Magnetic plasmonic metamaterials in actively pumped host medium and plasmonic nanolaser // Phys. Rev. B. – 2007. – Vol. 75, № 8. – P. 85436.

109. Wuestner S., Pusch A., Tsakmakidis K.L., Hamm J.M., Hess O., Overcoming

Losses with Gain in a Negative Refractive Index Metamaterial // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105, № 12. – P. 127401.

110. Hamm J.M., Wuestner S., Tsakmakidis K.L., Hess O., Theory of Light Amplification in Active Fishnet Metamaterials // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 107, № 16. – P. 167405.

111. Berini P., De Leon I., Surface plasmon–polariton amplifiers and lasers // Nat. Photonics. – 2011. – Vol. 6, № 1. – P. 16–24.

112. Soukoulis C.M., Wegener M., Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials // Nat. Photonics. – 2011.

113. Bergman D.J., Stockman M.I., Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation: Quantum Generation of Coherent Surface Plasmons in Nanosystems // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 90, № 2. – P. 27402.

114. Barnes W.L., Fluorescence near interfaces: The role of photonic mode density // J. Mod. Opt. – 1998. – Vol. 45, № 4. – P. 661–699.

115. Anantha Ramakrishna S., Pendry J.B., Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain // Phys. Rev. B. – 2003. – Vol. 67, № 20. – P. 201101.

116. El-Ganainy R., Makris K.G., Christodoulides D.N., Musslimani Z.H., Theory of coupled optical PT-symmetric structures // Opt. Lett. – 2007. – Vol. 32, № 17. – P. 2632.

117. Zyablovsky A.A., Vinogradov A.P., Dorofeenko A.V., Pukhov A.A., Lisyansky A.A., Causality and phase transitions in PT-symmetric optical systems // Phys. Rev. A. – 2014. – Vol. 89, № 3. – P. 33808.

118. Makris K.G., El-Ganainy R., Christodoulides D.N., Beam Dynamics in PT Symmetric Optical Lattices // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 100, № 10. – P. 103904.

119. Musslimani Z.H., Makris K.G., El-Ganainy R., Christodoulides D.N., Optical Solitons in PT Periodic Potentials // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 100, № 3. – P. 30402.

120. Klaiman S., Günther U., Moiseyev N., Visualization of Branch Points in PT-Symmetric Waveguides // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101, № 8. – P. 80402.

121. Longhi S., Bloch Oscillations in Complex Crystals with PT Symmetry // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 103, № 12. – P. 123601.

122. Zheng M.C., Christodoulides D.N., Fleischmann R., Kottos T., PT optical lattices

and universality in beam dynamics // Phys. Rev. A. – 2010. – Vol. 82, № 1. – P. 10103.

123. Graefe E.-M., Jones H.F., PT-symmetric sinusoidal optical lattices at the symmetry-breaking threshold // Phys. Rev. A. – 2011. – Vol. 84, № 1. – P. 13818.

124. Miroshnichenko A.E., Malomed B.A., Kivshar Y.S., Nonlinearly PT-symmetric systems: Spontaneous symmetry breaking and transmission resonances // Phys. Rev. A. – 2011. – Vol. 84, № 1. – P. 12123.

125. Rüter C.E., Makris K.G., El-Ganainy R., Christodoulides D.N., Segev M., Kip D., Observation of parity–time symmetry in optics // Nat. Phys. – 2010. – Vol. 6, № 3. – P. 192–195.

126. Peng B., Özdemir Ş.K., Lei F., Monifi F., Gianfreda M., Long G.L., Fan S., Nori F., Bender C.M., Yang L., Parity–time-symmetric whispering-gallery microcavities // Nat. Phys. – 2014. – Vol. 10, № 5. – P. 394–398.

127. Quinten M., Leitner A., Krenn J.R., Aussenegg F.R., Electromagnetic energy transport via linear chains of silver nanoparticles. // Opt. Lett. – 1998. – Vol. 23, № 17. – P. 1331–1333.

128. Mie G., Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen // Ann. Phys. – 1908. – Vol. 330, № 3. – P. 377–445.

129. Debye P., Der Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem Material // Ann. Phys. – 1909. – Vol. 335, № 11. – P. 57–136.

130. Claro F., Theory of resonant modes in particulate matter // Phys. Rev. B. – 1984.

131. Brongersma M.L., Hartman J.W., Atwater H.A., Electromagnetic energy transfer and switching in nanoparticle chain arrays below the diffraction limit // Phys. Rev. B. – 2000. – Vol. 62, № 24. – P. R16356–R16359.

132. Weber W., Ford G., Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains // Phys. Rev. B. – 2004. – Vol. 70, № 12. – P. 125429.

133. Citrin D.S., Plasmon-polariton transport in metal-nanoparticle chains embedded in a gain medium // Opt. Lett. – 2006. – Vol. 31, № 1. – P. 98.

134. Koenderink A.F., Polman A., Complex response and polariton-like dispersion splitting in periodic metal nanoparticle chains // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol. 74, № 3. – P. 33402.

135. Koenderink A.F., de Waele R., Prangsma J.C., Polman A., Experimental evidence for large dynamic effects on the plasmon dispersion of subwavelength metal nanoparticle waveguides // Phys. Rev. B. – 2007. – Vol. 76, № 20. – P. 201403.

136. Willard M., Symmetry and Separation of Variables. Addison-Wesley Publishing

Company, – 1977.

137. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V., Eigenmodes of a chiral sphere with a perfectly conducting coating // J. Phys. D. Appl. Phys. – 1989. – Vol. 22, № 6. – P. 825–828.

138. Abramowitz M., Stegun I.A., Handbook of Mathematical Functions. New York: Dover Publications, – 1965. 1046 p.

139. Вайнштейн Л.А., Открытые резонаторы и открытые волноводы. Советское радио, – 1966.

140. Feshbach H., Morse P.M., Methods of Theoretical Physics / ed. McGraw-Hill. New-York, – 1953.

141. Ge L., Chong Y.D., Stone A.D., Steady-state ab initio laser theory: Generalizations and analytic results // Phys. Rev. A. – 2010. – Vol. 82, № 6. – P. 63824.

142. Protsenko I.E., O'Reilly E.P., Dipole lasing phase transitions in media with singularities in polarizabilities // Phys. Rev. A. – 2006. – Vol. 74, № 3. – P. 33815.

143. Protsenko I.E., Uskov A.V., Zaimidoroga O.A., Samoilov V.N., O'Reilly E.P., Dipole nanolaser // Phys. Rev. A. – 2005. – Vol. 71, № 6. – P. 63812.

144. Protsenko I.E., Quantum theory of dipole nanolasers // J. Russ. Laser Res. – 2012. – Vol. 33, № 6. – P. 559–577.

145. Protsenko I.E., Theory of the dipole nanolaser // Uspekhi Fiz. Nauk. – 2012. – Vol. 182, № 10. – P. 1116–1122.

146. Климов В.В., Гузатов Д.В., Оптические свойства атома в присутствии кластера из двух наносфер // Квантовая электроника. – 2007. – Vol. 3, № 37. – P. 209–230.

147. Feng L., Xu Y.-L., Fegadolli W.S., Lu M.-H., Oliveira J.E.B., Almeida V.R., Chen Y.-F., Scherer A., Experimental demonstration of a unidirectional reflectionless parity-time metamaterial at optical frequencies // Nat. Mater. – 2012. – Vol. 12, № 2. – P. 108–113.

148. Klimov V.V., Zabkov I.V., Pavlov A.A., Guzatov D.V., Eigen oscillations of a chiral sphere and their influence on radiation of chiral molecules // Opt. Express. – 2014. – Vol. 22, № 15. – P. 18564.

149. Atwater H.A., Polman A., Plasmonics for improved photovoltaic devices // Nat. Mater. Nature Publishing Group, – 2010. – Vol. 9, № 3. – P. 205–213.

150. McPeak K.M., Jayanti S.V., Kress S.J.P., Meyer S., Iotti S., Rossinelli A., Norris D.J., Plasmonic Films Can Easily Be Better: Rules and Recipes // ACS Photonics. – 2015. – Vol. 2, № 3. – P. 326–333.

151. Sigelmann A., Ishimaru A., Radiation from Periodic Structures Excited by an Aperiodic Source // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1964. – Vol. 13. – P. 354–364.

152. Capolino F., Jackson D.R., Wilton D.R., Felsen L.B., Comparison of Methods for Calculating the Field Excited by a Dipole Near a 2-D Periodic Material // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – Vol. 55, № 6. – P. 1644–1655.

153. Galindo V., Wu C., Asymptotic behavior of the coupling coefficients for an infinite array of thin-walled rectangular waveguides // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1966. – Vol. 14, № 2. – P. 248–249.

154. Maksimov A.A., Tartakovskii I.I., Filatov E.V., Lobanov S.V., Gippius N.A., Tikhodeev S.G., Schneider C., Kamp M., Maier S., Höfling S., Kulakovskii V.D., Circularly polarized light emission from chiral spatially-structured planar semiconductor microcavities // Phys. Rev. B. – 2014. – Vol. 89, № 4. – P. 45316.

155. Valev V.K. et al., Nonlinear Superchiral Meta-Surfaces: Tuning Chirality and Disentangling Non-Reciprocity at the Nanoscale // Adv. Mater. – 2014. – Vol. 26, № 24. – P. 4074–4081.

156. Briaudeau S., Bloch D., Ducloy M., Sub-Doppler spectroscopy in a thin film of resonant vapor // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 59, № 5. – P. 3723–3735.

157. Ballin P., Moufarej E., Maurin I., Laliotis A., Bloch D., Three-dimensional confinement of vapor in nanostructures for sub-Doppler optical resolution // Appl. Phys. Lett. – 2013. – Vol. 102, № 23. – P. 231115.

158. Moufarej E., Maurin I., Zabkov I., Laliotis A., Ballin P., Klimov V., Bloch D., Infiltrating a thin or single-layer opal with an atomic vapour: Sub-Doppler signals and crystal optics // EPL (Europhysics Lett.). – 2014. – Vol. 108. – P. 17008.

159. Weber M., Handbook of Optical Materials. New York: CRC Press, – 2002. – Vol. 19. 512 p.

160. Balanis C.A., Antenna Theory: Analysis and Design. 4th ed. Wiley, – 2016. 1096 p.