



Большой Каретный пер., д. 19, стр. 1, Москва, 127051  
Тел.: (495) 650-42-25. Факс: (495) 650-05-79. E-mail: director@iitp.ru  
ОКПО: 02699464 ОГРН: 1037700064940 ИНН/КПП: 7707020131/770701001  
<http://www.iitp.ru>

31.08.2016 г. № 11615 - 6210 / 784

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

"УТВЕРЖДАЮ"

Временно исполняющий обязанности директора  
Института проблем передачи информации РАН

доктор физико-математических наук,  
профессор РАН А.Н. Соболевский



31 августа 2016 г.

## Отзыв

ведущей организации – Института проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН на диссертационную работу М.Н. Алфимова "Интегрируемые структуры, косетные конформные теории поля и инстантоны на ALE пространствах," представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Диссертационная работа М.Н. Алфимова посвящена суперсимметричным четырехмерным калибровочным теориям и двумерным конформным теориям. Эти теории являются интегрируемыми, в том смысле, что многие величины в них могут быть найдены явно, непертурбативно, аналитически. Эти теории имеют большую историю, со стороны калибровочных теорий можно упомянуть открытие инстантонов (Белавин, Поляков, Шварц, Тюпкин 1975) или работу Зайберга и Виттена (1994) в которой был найден препотенциал в суперсимметричных калибровочных теориях и применен для описания конфайнмента в таких теориях. Со стороны двумерных конформных теорий можно упомянуть их связь с критическим поведением двумерных статистических моделей. И, наконец, видимо последний большой прогресс в этой науке связан с работой Алдая, Гайотто и Тачикавы 2011 года, которые установили соответствие между упомянутыми выше четырехмерными суперсимметричными калибровочными теориями и двумерными конформными теориями, оказалось, в частности, что инстанционная статсумма

калибровочных теорий просто равна голоморфной части корреляционной функции в конформной теории поля. Эта работа и предложенное в ней соответствие (которое теперь называют АГТ соответствием) и послужила начальной точкой для диссертации М.Н. Алфимова.

Дело в том, что работе Алдая, Гайотто и Тачикавы рассматривался только простейший пример соответствия между суперсимметричной теорией с калибровочной группой  $SU(2)$  на плоском пространстве  $\mathbb{R}^4$  и конформной теорией с алгеброй симметрии, являющейся алгеброй Вирасоро. Существует много других калибровочных теорий: на других четырехмерных многообразиях, с другим набором полей или с другой калибровочной группой. Точно так же существует множество других конформных теорий с разными алгебрами симметрий. Возникает естественный и важный вопрос о том, для каких теорий существует АГТ соответствие. В работе М.Н. Алфимова изучается АГТ соответствие для теорий с симметрией в виде косета  $\widehat{gl}(n)_r/\widehat{gl}(n-p)_r$ . Это уже довольно большой класс теорий, включающий в себя важные примеры, такие как  $W$ -алгебры и парафермационные алгебры Фатеева-Лукьянова. Оказывается, что эти алгебры соответствуют суперсимметричным калибровочным  $SU(r)$  теориям на четырехмерных пространствах, которые асимптотически устроены как фактор  $\mathbb{R}^4/\mathbb{Z}_p$ .

Теоретическое значение такой задачи уже было обсуждено выше. Такие теории, возможно, могут быть использованы для построения волновых функций в описании дробного квантового эффекта Холла. Про это хорошо написано в начале введения в диссертацию.

Работа состоит из введения, трех глав и 10 приложений (занумерованных от А до I).

В первой главе изучается частный случай  $r = 4, r = 2$ , проверяется АГТ соответствие для этой алгебры. Этот случай является выделенным. Дело в том, что, вообще говоря, конформные теории, определенные как косет, не имеют явного описания, и поэтому вычислять конформные блоки в них довольно тяжело. Случай  $r = 4, r = 2$ , видимо, является самым сложным, в котором такое явное описание еще есть (благодаря работе Фатеева и Замолодчикова). Для установления АГТ соответствия потребовались нетривиальные вычисления в конформной теории и правильный анализ разных топологических секторов, что в данной работе сводится к комбинаторному отбору правильных наборов диаграмм Юнга. Эта комбинаторика довольно прямолинейно обобщается и на общий случай, в отличие от уже упомянутых выше сложностей с явным описанием косетных алгебр.

Во второй главе исследуется случай общего  $r$  (но  $r = 2$ ). Соответствие с калибровочными теориями проверяется на уровне сравнения характеров представлений со статсуммой в калибровочных теориях с добавленным мультиплетом нулевой массы в присоединенном представлении (такие теории имеют  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметрию). С калибровочной стороны вычисления очень быстро сводятся к комбинаторике диаграмм Юнга, а вот со стороны конформной теории поля остается проблема с описанием этих косетных алгебр. В диссертации предлагаются два способа описывать эти алгебры, эти способы применяются для нахождения характеров и обнаруживается полное согласие между этими способами и ответом

из калибровочной теории.

В третьей главе изучается спектр локальных интегралов движения в косетных теориях. Это далекое обобщение задач о спектре квантовой системы КдФ и о спектре квантовой системы Бенджамина-Оно. Интерпретация этой квантовой системы при АГТ соответствия в диссертации не обсуждается, но она конечно тоже существует (благодаря работам Некрасова и Окунькова). Основным результатом этой главы помимо конструкции интегралов движения являются уравнения Бете, которые должны описывать спектр этой системы. Последнее утверждение проверяется в ряде примеров. Эти уравнения Бете являются может быть самым интересным утверждением диссертации, ожидается, что они должны быть связаны с какими-то решеточными моделями или интегрируемыми теориями.

Конечно, диссертация не свободна от мелких недочетов, таких как несогласованность обозначений, например в определении косета иногда используется обозначение компактной группы  $su(n)$ , а иногда комплексной простой  $sl(n)$ . Но эти недочеты не умаляют высокий уровень работы.

Подводя итог, надо сказать, что диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне, в ней получен ряд новых результатов. Все результаты полностью и своевременно опубликованы. Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Диссертация соответствует специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Диссертация отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Алфимов Михаил Николаевич, заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв составлен по результатам обсуждения диссертации Алфимова на заседании семинара «Интегрируемые структуры в статистических и полевых моделях» лаборатории №5 28 апреля 2016 года.

Зав. лаб. №5

Квантовая физика и информация ИППИ РАН  
доктор физико-математических наук  
Замолодчиков Александр Борисович

*Замлы*

Отзыв составил старший научный сотрудник ИППИ РАН  
кандидат физико-математических наук  
Берштейн Михаил Александрович  
E-mail: mbersht@gmail.com

*Бершт*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт Проблем Передачи Информации им. А.А. Харкевича Российской Академии Наук  
127051, г. Москва, Большой Каретный пер., д.19, стр.1, Тел.: 8(495)650-42-25, Факс: 8(495)650-05-79, E-mail: director@iitp.ru.

Подпись Берштейна М.А. заверяю  
Ученый секретарь ИППИ РАН  
Баринова Наталья Евгеньевна



*Баринов*