

**Отзыв официального оппонента Зиновьева Юрия Михайловича  
на диссертацию Алкалаева Константина Борисовича  
”Бесконечномерные симметрии и AdS/CFT  
соответствие в моделях теории поля”,  
представленную на соискание ученой степени доктора  
физико-математических наук по специальности  
01.04.02 — теоретическая физика**

Теория полей с высшими спинами и ее связь с теорией суперструн активно изучаются уже несколько десятилетий, в том числе как один из возможных путей построения непротиворечивой квантовой гравитации. При исследовании взаимодействия таких полей ключевую роль играют алгебры калибровочных симметрий. Поскольку в большинстве случаев (за исключением некоторых примеров в трех измерениях) спектр полей оказывается бесконечным, то и соответствующие (супер)алгебры также оказываются бесконечномерными. На сегодняшний день известно немало примеров таких алгебр, причем во многих случаях спектр полей, им соответствующий, содержит не только полностью симметричные бозонные и фермионные поля, которые хорошо изучены, но и поля со смешанной симметрией, которые соответствуют произвольным диаграммам Юнга. При этом описание даже свободных таких полей, не говоря о взаимодействии, оказывается весьма нетривиальной задачей. Трудности построения квантовой гравитации в четырех измерениях привели к заметному интересу к гравитации в меньшем числе измерений. Наиболее активно изучались модели гравитации и их обобщения на высшие спины в трех измерениях, при этом результатов по двумерной гравитации было немного. Еще одно направление активных исследований — т.н.  $AdS_{d+1}/CFT_d$  соответствие, когда теория калибровочных полей в пространстве анти де Ситтера оказывается дуальной некоторой конформной теорией поля на границе. Замечательно, что такое соответствие позволяет получать нетривиальные результаты, которые не удается получить другим способом, для обеих сторон соответствия. Особый случай здесь —  $AdS_3/CFT_2$  соответствие, поскольку в двух измерениях конформная группа бесконечномерна и такая симметрия жестко фиксирует многие свойства теории. Целому кругу задач этой области, таким как взаимодействия полей с высшими спинами общего вида симметрии, моделей высших спинов в двух измерениях и  $AdS/CFT$  соответствия. актуальность которых не вызывает сомнения, и посвящена диссертация К. Б. Алкалаева.

Диссертация состоит из Введения, шести глав основного текста, Заключение, списка литературы и нескольких приложений. Во Введении дан подробный обзор современного состояния исследований в данной области, сформулированы цели и задачи диссертационной работы и приведены основные результаты.

**В первой главе** исследована в первом нетривиальном (кубическом) приближении  $N = 2$  суперсимметричная модель высших спинов в пространстве  $AdS_5$ . Исследование основано на формализме Фрадкина-Васильева, в котором включение взаимодействия сводится к процедуре деформации свободных калибровочно инвариантных кривизн (аналогов кривизны и кручения в гравитации) квадратичными по полям членами. При этом параметрами, определяющим деформацию, оказываются структурные константы некоторой (супер)алгебры, в роли которой в данном случае выступает супералгебра Линецкого-Фрадкина. Особенность этой супералгебры в том, что ее спектр, помимо полностью симметричных бозонов и фермионов, содержит и поля со смешанной симметрией, соответствующие диаграммам Юнга  $Y(s, 1)$  ("крюк"). Важную роль играет и использование спинорного формализма (аналогичного мультиспинорному формализму в четырех измерениях), основанного на изоморфизме  $SO(2, 4) \approx SU(2, 2)$ , позволяющего единообразно описывать бозоны и фермионы, что особенно удобно при исследовании суперсимметричных моделей. Стоит отметить, что хотя эти результаты были получены довольно давно, они до сих пор остаются практически единственным примером нетривиальных взаимодействий полей со смешанной симметрией. Причина в том, что даже описание свободных полей произвольного типа симметрии оказывается нетривиальной задачей, которой и посвящена вторая глава. Было бы очень интересно увидеть обобщение результатов этой главы на случаи  $N > 2$  и/или  $d > 5$ , когда в спектре появляются поля более общего типа симметрии, а также массивные поля.

**Вторая глава** начинается с построения основанной на БРСТ подходе производящей формулировки для безмассовых полей произвольного типа симметрии в плоском пространстве произвольной размерности. Термин производящая означает, что соответствующей редукцией можно воспроизвести ранее известные подходы такие как формулировка Лабастиды или развернутый формализм. Далее это подход обобщается на безмассовые поля бесконечного спина также в плоском пространстве, что достигается де-

формацией БРСТ оператора и связей, включающей размерный параметр  $\mu$ . Такие поля (по духу во многом близкие к массивным) довольно активно исследуются в разных подходах. Для описания полей в пространстве постоянной кривизны  $AdS_d$  используется техника объемлющего пространства, основанная на том, что такое пространство  $AdS_d$  можно реализовать как гиперповерхность в плоском пространстве  $R_{d+1}$ . Как показано в диссертации, такой подход позволяет описать безмассовые, частично безмассовые и массивные представления. К-сожалению, массивные поля подробно не обсуждаются, хотя они представляют несомненный интерес. Также интересен был бы анализ представлений бесконечного спина в пространстве  $AdS$ , где их классификация до сих пор отсутствует.

**В третьей главе** исследуется  $AdS_{d+1}/CFT_d$  соответствие для частного класса несимметричных тензорных полей, описываемых диаграммами Юнга с одной строкой и одним столбцом. Для полностью симметричных полей такое соответствие исследуется уже довольно давно, но результатов по несимметричным полям пока очень немного. В этом случае возникает дополнительная сложность, связанная с механизмом Бринка-Мецаева-Васильева, когда неприводимое в  $AdS$  смешанное представление становится приводимым в плоском пределе. Одним из основных результатов этой главы является обобщение теоремы Флато-Фронсдала о связи калибровочных полей в  $AdS$  и сохраняющихся токов на конформной границе на случай полей типа "крюк". Еще одним результатом является реализация т.н. голографической GKPW процедуры построения эффективного действия для простейшего "крюка", соответствующего диаграмме Юнга  $Y(2, 1)$ .

**Четвертая глава** посвящена построению новой модели высших спинов в двух измерениях. Хорошо известно, что двумерная гравитация Джакива-Тейтельбома является топологической и не имеет локальных степеней свободы. В качестве первого шага в диссертации построено обобщение этой теории на основе бесконечномерной алгебры высших спинов  $gl[\lambda]$ , которое также является топологическим и содержит ДТ гравитацию. Затем рассматривая расширение этой алгебры, строится новая теория, которая помимо топологического сектора, содержит динамический сектор, эквивалентный бесконечному набору массивных скалярных полей с эквидистантным спектром масс. Хотя все поля и скалярные, эту теорию можно рассматривать как простейшую модель траектории Редже. Было бы очень важно понять, существует ли обобщение такой теории на три измерения,

где массивные поля могли бы быть уже не скалярами, а полями высших спинов.

**Пятая глава** посвящена квазиклассическому  $AdS_3/CFT_2$  соответствию. Этот случай выделен тем, что в двух измерениях конформная группа является бесконечномерной и жестко фиксирует все свойства таких теорий. В частности, все корреляционные функции могут быть выражены через т.н. конформные блоки, которые являются модельно независимыми и полностью фиксируются конформной симметрией. В первой половине главы доказывается  $AdS_3/CFT_2$  соответствие между классическими конформными блоками и длинами дуальных геодезических графов. Важно отметить, что доказательство является модельно независимым. Во второй половине главы рассматривается дуальность вильсоновских сетей уже в конкретной теории гравитации —  $SL(2, R) \oplus SL(2, R)$  теории Черна-Саймонса — и глобальных конформных блоков (которые соответствуют предельному значению центрального заряда  $c \rightarrow \infty$ ).

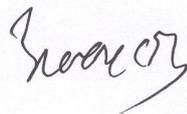
**Шестая глава**, существенно основанная на результатах предыдущей, посвящена изучению торических конформных блоков. Подробно анализируются все четыре возможных типа одно-точечных конформных блока в различных режимах большого центрального заряда и их голографическая реализация в виде вильсоновских сетей в трех измерениях.

Диссертация написана ясным языком, исследования описаны весьма детально и подробно. Объем диссертации (как впрочем и объем работы, проделанной диссертантом) впечатляет. Заметим, что даже при том, что значительная часть технических моментов вынесена в приложения, может быть стоило пожертвовать некоторыми техническими деталями, с тем, чтобы выделить основные концепции и ключевые результаты. Заметим также, что в тексте часто встречается ”как было показано (доказано) в [\*\*\*]”, при этом по контексту часто непонятно идет ли речь о работах диссертанта или других исследователей.

Подводя итог, в диссертации получен целый ряд новых, важных и интересных результатов по таким актуальным направлениям исследований, как взаимодействия полей с высшими спинами, описание полей высших спинов произвольного типа симметрии и  $AdS/CFT$  соответствие. Нет сомнений в том, что многие из этих результатов окажутся полезны и получат дальнейшее развитие как в работах диссертанта, так и в работах других исследователей, работающих в данной области.

Диссертационная работа К. Б. Алкалаева выполнена на высоком научном уровне и решает актуальные научные задачи. Все научные результаты диссертации опубликованы в статьях автора в рецензируемых научных изданиях и представлены на многочисленных международных конференциях и семинарах. Автореферат диссертации правильно и полно отражает ее содержание. Диссертация К. Б. Алкалаева "Бесконечномерные симметрии и AdS/CFT соответствие в моделях теории поля" удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденным Постановлением Правительства РФ №842 от 24 сентября 2013 г., а ее автор Константин Борисович Алкалаев заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Официальный оппонент  
Зиновьев Юрий Михайлович  
доктор физико-математических наук  
по специальности 01.04.02 — теоретическая физика  
главный научный сотрудник  
НИЦ "Курчатовский институт" — ИФВЭ  
Протвино, Моск. обл., площадь Науки, д. 1  
телефон (4967) 713160  
E-mail yurii.zinoviev@ihep.ru



Подпись Зиновьева Ю. М. заверяю  
Ученый секретарь  
НИЦ "Курчатовский институт" — ИФВЭ



13.08.2021г.

Прокопенко Н. Н.



**Список основных работ официального оппонента  
по теме защищаемой диссертации  
в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет**

1. Yu. M. Zinoviev, *Towards the Fradkin-Vasiliev formalism in three dimensions*, Nucl. Phys. **B910** (2016) 550, arXiv:1606.02922.
2. Yu. M. Zinoviev, *Massive two-column bosonic fields in the frame-like formalism*, Nucl. Phys. **B913** (2016) 301, arXiv:1607.08476.
3. Yu. M. Zinoviev, *Infinite spin fields in  $d = 3$  and beyond*, Universe **3** (2017) 63, arXiv:1707.08832.
4. M. V. Khabarov, Yu. M. Zinoviev, *Infinite (continuous) spin fields in the frame-like formalism*, Nucl. Phys. **B928** (2018) 182, arXiv:1711.08223.
5. Yu. M. Zinoviev, *On massive super(bi)gravity in the constructive approach*, Class. Quant. Grav. **35** (2018) 175006, arXiv:1805.01650.
6. I. L. Buchbinder, M.V. Khabarov, T. V. Snegirev, Yu. M. Zinoviev, *Lagrangian formulation of the massive higher spin  $N = 1$  supermultiplets in  $AdS_4$  space*, Nucl. Phys. **B942** (2019) 1-29, arXiv:1901.09637.
7. M.V. Khabarov, Yu. M. Zinoviev, *Massive higher spin fields in the frame-like multispinor formalism*, Nucl. Phys. **B948** (2019) 114773, arXiv:1906.03438.
8. M. V. Khabarov, Yu. M. Zinoviev, *Massive higher spin supermultiplets unfolded*, Nucl. Phys. **B953** (2020) 114959, arXiv:2001.07903.
9. M. V. Khabarov, Yu. M. Zinoviev, *Massless higher spin cubic vertices in flat four dimensional space*, JHEP **08** (2020) 112, arXiv:2005.09851.
10. M. V. Khabarov, Yu. M. Zinoviev, *Cubic interaction vertices for massless higher spin supermultiplets in  $d=4$* , JHEP **02** (2021) 167, arXiv:2012.00482.