

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Физический институт имени П.Н. Лебедева  
Российской Академии Наук

на правах рукописи

Говрас Евгений Александрович

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ЛАЗЕРНО-ИНИЦИИРОВАННОГО УСКОРЕНИЯ ИОНОВ  
ИЗ НАНО- И МИКРОСТРУКТУРИРОВАННЫХ МИШЕНЕЙ**

Специальность 01.04.21 – лазерная физика

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор Быченков В. Ю.

Москва – 2015

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>5</b>
Предмет диссертации, её актуальность . . . . .	5
Обзор литературы . . . . .	10
Научная новизна . . . . .	21
Цели и содержание работы . . . . .	22
Положения, выносимые на защиту . . . . .	25
Список публикаций по теме диссертации . . . . .	25
Практическая ценность диссертации . . . . .	26
Апробация и внедрение результатов . . . . .	26
Благодарности . . . . .	28
<b>1 Численное моделирование одномерного разлёта слоя плазмы</b>	<b>29</b>
1.1 Введение . . . . .	29
1.2 Общая постановка задачи . . . . .	30
1.3 Результаты 1D ES PIC моделирования . . . . .	36
1.4 Заключение . . . . .	44
<b>2 Спектрально-энергетические характеристики ионов из мишени однокомпонентного ионного состава</b>	<b>45</b>
2.1 Введение . . . . .	45
2.2 Максимально достижимая энергия ионов . . . . .	46
2.2.1 Модельная плотность ионной плазмы . . . . .	46
2.2.2 Сравнение с 1D ES PIC моделированием и экспериментом . . . . .	49
2.3 Зависимость максимальной энергии от параметров лазера . . . . .	54
2.3.1 Учёт конечных длительности лазерного импульса и размера пятна фокусировки . . . . .	54

2.3.2	Сравнение с 3D EM PIC моделированием . . . . .	55
2.3.3	Оптимальное соотношение параметров лазера . . . . .	58
2.4	Спектральные распределения ускоренных ионов . . . . .	59
2.4.1	Модельное распределение электростатического поля . . . . .	59
2.4.2	Сравнение с 1D ES PIC моделированием . . . . .	66
2.5	Заключение . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Оптимизация кулоновского взрыва однородных мишеней</b>	<b>69</b>
3.1	Введение . . . . .	69
3.2	Уравнения кулоновского взрыва однородной мишени . . . . .	71
3.3	Пренебрежение собственным полем примеси . . . . .	72
3.3.1	Динамика ионов примеси с движущимся кулоновским поршнем	72
3.3.2	Пространственно-временные и спектральные характеристики уско- ренных частиц примеси . . . . .	74
3.3.3	Сравнение с результатами для покоящегося поршня . . . . .	79
3.3.4	Оптимизация по кинематическому параметру . . . . .	81
3.3.5	Предел применимости теории . . . . .	84
3.4	Ускорение примесных ионов в самосогласованном поле . . . . .	85
3.4.1	Анализ распределений частиц «на детекторе» в пренебрежении собственным полем . . . . .	85
3.4.2	Теория возмущений по заряду примеси . . . . .	86
3.4.3	Полный учёт собственного поля примеси . . . . .	87
3.4.4	Улучшение характеристик пучка ускоренных ионов примеси . .	88
3.4.5	Сравнение с 3D EM PIC моделированием . . . . .	93
3.5	Заключение . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Оптимизация кулоновского взрыва слоистых мишеней</b>	<b>98</b>
4.1	Введение . . . . .	98
4.2	Уравнения кулоновского взрыва слоистых мишеней . . . . .	100
4.3	Оптимальное положение слоя примесных ионов . . . . .	102
4.3.1	Модель пробных частиц . . . . .	102
4.3.2	Теория возмущений по заряду примеси . . . . .	105
4.3.3	Полный учёт собственного поля примеси . . . . .	106

---

4.4	Оптимизация слоистых мишеней . . . . .	109
4.4.1	Различные варианты слоистых мишеней . . . . .	109
4.4.2	Сравнение с однородным распределением . . . . .	116
4.4.3	Сравнение с 3D EM PIC моделированием . . . . .	119
4.5	Заключение . . . . .	121
<b>Заключение</b>		<b>124</b>
	Основные научные результаты . . . . .	124
	Терминология и используемые сокращения . . . . .	130
<b>Список литературы</b>		<b>131</b>
<b>А Схема численного решения</b>		<b>152</b>
A.1	Пространственная сетка . . . . .	152
A.2	Построение плотностей . . . . .	155
A.3	Решение уравнения Пуассона . . . . .	156
A.4	Вычисление поля и интегрирование уравнений движения . . . . .	159
A.5	Общая схема решения . . . . .	160

# Введение

## Предмет диссертации, её актуальность

Спустя всего несколько лет после экспериментального подтверждения возможности получения когерентного излучения с помощью квантовых генераторов Н.Г. Басов и О.Н. Крохин выступили с оригинальной идеей использовать лазерное излучение для нагрева плазмы до высоких температур [1, 2]. Основное приложение этой идеи связывалось с получением управляемых термоядерных реакций в рамках концепции лазерного термоядерного синтеза (ЛТС). Примерно в это же время А.В. Гуревич с соавторами опубликовал ставшую пионерской теоретическую работу [3], показавшую, что горячая плазма может выступать в качестве хорошей ускоряющей среды для ионов. Экспериментальное подтверждение этого факта для лазерно-нагретой плазмы было получено в группе Н.Г. Басова спустя всего несколько лет [4]. Также, на эксперименте было показано, что ускоренные амбиполярным лазерным полем ионы дейтерия, могут участвовать в ядерных реакциях, приводя к генерации существенных потоков нейтронного излучения [5]. Отметим, что вопрос получения ускоренных ионов из горячей плазмы несколько позднее начал достаточно активно изучаться и за рубежом в теории [6], численном моделировании [7, 8] и на эксперименте [9].

Предельный темп ускорения частиц определяется максимальным полем, которое можно создать в ускоряющей среде. В случае классических ускорителей (циклотроны, синхротроны, линейные СВЧ-ускорители) — это поле пробоя вакуума. Выбор лазерной плазмы в качестве ускоряющей среды имеет ряд преимуществ: плазма поддерживает создание электрических полей по крайней мере в 1000 раз больше, чем вакуум (до сотен ГВ/м), а использование лазера позволяет одновременно создавать плазму и генерировать в ней ускоряющие поля. Темп ускорения заряженных частиц из плазмы зависит от вложенной в неё энергии в единицу времени на единицу по-

верхности, то есть от интенсивности лазерного импульса. На протяжении почти 20 лет с 1965 года не наблюдалось существенного прогресса в росте максимальной энергии частиц, так как лазерная технология достигла предела по усилению мощности генерируемого излучения. Существенный прорыв произошёл в 1985 году, когда Стрикленд и Муру предложили технологию усиления chirpированного импульса, Chirped Pulse Amplification (CPA) [10], позволившую значительно увеличить выходную мощность лазерного излучения. Суть её заключалась в следующем: в начале с помощью пары дифракционных решёток мощный короткий лазерный импульс «растягивался» по времени («chirпировался») на несколько порядков, что понижало его пиковую мощность и позволяло использовать усилитель без его поломки. Затем с помощью другой пары дифракционных решёток усиленный импульс «сжимался» до своей первоначальной длительности, что сопровождалось повышением выходной мощности.

На лазерах с использованием CPA-технологии сейчас уже достигнут уровень выходной мощности лазерного излучения, превышающий 1 ПВт [11–17]. Кроме этого, развитие оптики, в частности, внеосевых параболических зеркал, позволило фокусировать излучение практически на дифракционном пределе, то есть в пятно с размером порядка длины волны [18, 19]. Благодаря росту выходной мощности и прогрессу в фокусировке излучения на протяжении почти 25 лет наблюдался линейный рост интенсивности лазерных импульсов (см. рис. 1 в [20]), которая уже в начале 90-х годов прошлого века перешагнула релятивистский порог<sup>1</sup>. Дальнейшее развитие технологий сделало мощные ультракороткие лазеры компактными и теперь эксперименты из области физики высоких плотностей энергии стало возможным проводить, что называется, «на столе». Стоит отметить и коммерческую доступность лазеров с мощностью вплоть до 1 ПВт: сразу две компании, Thales и Amplitude Technologies, поставляют готовые к работе установки ценой около нескольких миллионов евро.

Исследования по генерации ускоренных частиц из лазерной плазмы могут получить новый импульс в случае успешной реализации проекта лазера нового поколения ICAN (International Coherent Amplification Network) [21]. В рамках данного проекта интенсивность современных лазерных установок  $I > 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup> при ультракороткой длительности импульса  $< 200$  фс будет достигнута путём когерентного сложения большого числа, до 10000, маломощных оптоволоконных лазеров [22], что позволит достичь частоты следования импульсов на уровне 10 кГц. Использование диодной

<sup>1</sup> лазерное поле называется релятивистским, если электрон, двигающийся в этом поле, на одной длине волны набирает кинетическую энергию, равную энергии покоя

накачки и оптоволоконной активной среды позволит существенно увеличить КПД лазерного генератора «от розетки» до десятков процентов, что, безусловно, будет стимулировать внедрение лазерных установок релятивистской интенсивности в прикладных областях.

Использование ультракоротких лазерных импульсов для ускорения электронов позволило добиться значительного прогресса [23]. Максимальная энергия электронов за 20 лет выросла в 100 раз: с 40 МэВ [24] до почти 5 ГэВ [25]. Заметим, что в работе [25] экспериментально полученные ускоряющие поля в плазме достигали значений 300 ГВ/м. Последний рекорд, как и многие предыдущие был получен с помощью ускорения электронов кильватерной волной лазерного импульса в газовой плазме [26–29]. Изучению этого механизма и его модификаций посвящено большое количество работ (см., например, [30–34]). Помимо газа в качестве мишеней для ускорения электронов рассматриваются твердотельные фольги [35]. Отмечается, что лазерно-ускоренные электроны могут выступать в роли мощного, яркого источника электромагнитного излучения в широком частотном диапазоне [36–39].

Если в лазерном ускорении электронов наблюдался постоянный прогресс, то совсем иная ситуация складывается с ионами (протонами, в основном), энергия которых до сих пор, согласно рецензируемым публикациям, не превысила 70 МэВ/нуклон [40]. На первый взгляд, вообще трудно говорить о сколько-нибудь значимом прогрессе в лазерно-инициируемом ускорении тяжёлых частиц, если принять во внимание, один из первых результатов, пятнадцатилетней давности, ускорения протонов  $\varepsilon_{max} \simeq 58$  МэВ [41], формально близкий к современным достижениям [40]. Вместе с тем, учитывая, что результат [41] получен для 400 Дж импульса, а результат [40] – для 80-джоульного, прогресс очевиден, хотя и не так впечатлителен, как для лазерного ускорения электронов. Это выдвигает проблему лазерно-иницированного ускорения ионов на передний план лазерной физики высоких энергий. Решению ряда вопросов в рамках этой проблемы посвящена данная диссертация.

В отличие от конверсии лазерной энергии в ускорение электронов, которая осуществляется практически непосредственно (лазер – электроны), конверсия энергии лазера в ускорение ионов дополняется преобразованием энергии электронов сначала в квазистатическую энергию поля, а затем трансформацией последней в энергию ионов. Естественно, что такая более длинная цепочка трансформации лазерной энер-

гии (лазер – электроны – поле – ионы) уже не так эффективна, и для получения пучка ионов с максимальной энергией, а также требуемыми характеристиками, необходимо проведение тщательных исследований механизмов ускорения, и более глубокая оптимизация лазерно-плазменных схем взаимодействия.

Кроме научного вызова, исследования по лазерному ускорению ионов важны с практической точки зрения. Так, на протяжении последнего десятилетия можно с уверенностью говорить о буме практических приложений лазерно-ускоренных ионов. Неполный список областей применения включает в себя: источники для протонной и адронной терапии раковых опухолей [42, 43], радиографию полей в плотной плазме [44–47], направленные источники высокоэнергетичных нейтронов [19, 48], иницирование ядерных реакций [49, 50], ядерную фармакологию [51, 52], использование лазерно-ускоренных пучков для быстрого поджига термоядерных мишеней [53–56] и ряда задач лабораторной астрофизики [57, 58], исследования в области Warm Dense Matter [59], глубокую ионную имплантацию [60] и ядерную физику высоких энергий [61, 62].

Каждая область практического применения диктует свои требования, которым необходимо удовлетворять, и которые, в идеале, предполагают кроме возможности получения желаемой энергии генерируемого сгустка частиц, его хорошую коллимированность, моноэнергетичность, достаточную яркость пучка частиц и высокую частоту воспроизведения сгустков частиц. Некоторые из параметров пучка, например, частота воспроизведения, зависят целиком от используемого лазера, а другие, такие, как максимальная энергия ионов или моноэнергетичность, можно улучшать подбором параметров и конструкции мишени, облучаемой лазерными импульсами. В целом, задачи об ускорении ионов из лазерной плазмы относятся к разряду многопараметрических, определяющихся большим числом параметров как лазерного импульса (интенсивностью, длительностью, размером пятна фокусировки), так и плазменной мишени (атомным составом, геометрией, размером, плотностью). Конечно, современные трёхмерные кинетические численные коды позволяют моделировать ускорение частиц при взаимодействии коротких лазерных импульсов с различными мишенями. Однако, в силу высокой ресурсозатратности и наличия многопараметрических зависимостей численные расчёты должны предваряться и/или проверяться теоретическими построениями, дефицит которых всё ещё ощутим в лазерной физике высоких энергий

и сдерживает нахождение всё новых наиболее оптимальных схем лазерного ускорения ионов. Задача таких теоретических моделей, пусть и достаточно упрощённых, состоит в том, чтобы выявить характерные зависимости ускорения частиц от параметров мишени и очертить область значений этих параметров, представляющую наибольший интерес для получения пучков наибольшей яркости и наилучшего качества, а также предложить новые схемы ускорения и заглянуть вперёд с перспективой оценки возможных эффектов для лазерных систем следующих поколений. В этой связи в настоящей диссертации основное внимание будет уделено развитию теоретических моделей, описывающих лазерное ускорение ионов.

Важным этапом в понимании путей повышения эффективности ускорения ионов явилось установление факта возрастания максимальной энергии ионов с уменьшением толщины мишени, который отчётливо проявлялся в экспериментах с высоким контрастом по интенсивности лазерного импульса [63–67], что позволяло предотвращать слишком преждевременное разрушение мишени до прихода на неё основного импульса. Правда, требующаяся сохранность ультратонкой мишени и до сих пор не реализована в полной мере в силу всё ещё недостаточного контраста, который повышен на многие порядки величины по сравнению с использовавшимся ранее благодаря использованию двойного плазменного зеркала [67]. Тем не менее, кардинальное улучшение качества импульса уже позволило вплотную приблизиться к использованию требуемых толщин мишеней для фемтосекундных лазерных импульсов мульти-джоульной энергии и показать обнадеживающий результат по генерации протонов с энергией 21 МэВ для всего лишь 3 Дж лазерного импульса, на порядки менее энергетичного, чем лазеры-рекордсмены по ускорению ионов. При использовании тонких мишеней с толщиной порядка скин-глубины лазерного поля происходит наиболее эффективная конверсия энергии лазера в энергию электронов благодаря их нагреву по всему объёму мишени. Несмотря на это преимущество, до сих пор отсутствуют теоретические модели, описывающие ускорение ионов из тонких мишеней в широком диапазоне параметров лазера и мишени. Восполнение этого пробела – одна из целей настоящей диссертации.

Результатами экспериментов [68–71], численных моделирований [72–78] и аналитических исследований [79–83] были подтверждены преимущества использования для получения квази-моноэнергетических пучков ионов хорошего качества лазерных ми-

шеней двухкомпонентного ионного состава, состоящих из тяжёлых атомов с большим зарядом ядра, формирующих остов мишени, и лёгких атомов. Здесь важным вопросом является нахождение оптимальных мишеней с точки зрения зарядово-массовой конфигурации плазмы и оптимального расположения примесных ионов. Этот вопрос также будет рассматриваться в диссертации.

В целом, даже неполный внушительный список работ за последние 2 года, в которых проводилось изучение механизмов лазерного ускорения ионов и путей улучшения их характеристик на основе теоретических моделей [84–93] и расчётов [84, 85, 87–90, 94–100], а также целенаправленных экспериментальных исследований [19, 84, 87–89, 96, 100–104], свидетельствует о том, что исследования ускорения ионов из плазмы, начало которым было положено 50 лет назад в пионерской работе А.В. Гуревича с соавторами [3], и по сей день остаются очень актуальными.

## Обзор литературы

В настоящее время в качестве мишеней для лазерного ускорения ионов в основном рассматриваются сферические кластеры, плоские мишени твердотельной плотности, фольги, а также газовые и малоплотные мишени. При использовании плоских мишеней автоматически возникает выделенное направление движения, связанное с анизотропией вылета лазерно-нагретых электронов, что приводит к генерации направленных пучков ионов. Учитывая это преимущество, в диссертации будет проводиться изучение лазерного ускорения ионов именно из плоских мишеней. Как уже упоминалось выше, при интенсивности лазерного излучения  $I < 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup> ускорение ионов происходит опосредованно через нагрев электронов плазмы и генерацию поля разделения зарядов. Отсюда следует, что основным управляющим параметром разлёта плазмы в вакуум является отношение дебаевского радиуса лазерно-нагретых электронов к толщине мишени. Отметим, что полное описание движения электронной компоненты в совокупном поле лазера и ионов мишени возможно лишь численно, поэтому учёт лазерного поля в теоретических моделях обычно вводится усреднённо через выбор распределения электронной компоненты мишени. Начиная с 60-х годов прошлого столетия и по настоящее время в многочисленных работах используется бальцмановское распределение электронов с заданной температурой [3, 8, 105–110], причём для связи последней с лазерной интенсивностью возможно использование раз-

личных скейлингов, среди которых наиболее популярным и нашедшим подтверждение в экспериментах с твердотельными мишенями является пондеромоторный скейлинг, предложенный в работе [111].

Изучение ускорения ионов при разлёте плазмы началось с пионерской работы А.В. Гуревича с соавторами [3]. Плазма в данной работе изначально занимала полупространство и не конкретизировалась природа её возникновения (лазерная, плазма разряда). Плотность электронов подчинялась распределению Больцмана с некоторой характерной температурой. Очевидно, что в такой постановке характерный дебаевский радиус электронов оказывался много меньше размера плазмы. Было найдено автомодельное решение для ионного кинетического уравнения в квазинейтральном режиме разлёта, когда не возникает сильного поля разделения заряда и плотности ионов и электронов можно считать равными. В такой ситуации расширение плазмы происходит под действием амбиполярного электрического поля, обусловленного давлением нагретого электронного газа. Из условия равенства плотностей заряда электронной и ионной компонент плазмы распределение электростатического поля в пространстве однородно. Основным результатом работы явилась демонстрация набора ионами энергии в течение разлёта. Спектр этих ионов был достаточно широким и не имел характерной энергии отсечки, которая типична для экспериментов по лазерному ускорению ионов. Применительно к экспериментам с лазерной плазмой, которые были осуществлены в группе Н.Г. Басова примерно в это же время [4], это отвечало слабому, дорелятивистскому лазеру, взаимодействующему с плазменной короной мишени. В таких условиях в образующейся плазме происходил нагрев электронов, а истечение плазмы наблюдалось в противоположную сторону от направления распространения лазерного излучения, то есть в направлении «назад». Впоследствии исследования такого ускорения ионов были проведены в ряде зарубежных работ [6, 112], в том числе и численно [7, 8].

В дальнейшем А.В. Гуревич с соавторами развил начатые исследования для случая неизотермической плазмы [113], двух сортов ионов [114], сферического разлёта плазмы [115]. Была изучена нестационарная структура фронта бесстолкновительной волны, образующейся при распаде начального разрыва [116], что имеет приложение к разлёту плазмы с резкой границей. Отдельно следует выделить работу [117]. В ней было изучено большое количество физических эффектов, которые впоследствии

нашли своё применение и в разлёте лазерной плазмы. Помимо непосредственного сравнения с результатами эксперимента по ускорению ионов при лазер-плазменном взаимодействии в работе [117] был рассмотрен случай двухтемпературного распределения электронов и проведено численное решение кинетического уравнения для ионов вместе с уравнением Пуассона, описывающим изменение самосогласованного электростатического поля. Последнее позволило учесть поле слабого разделения заряда, возникающего вблизи фронта разлетающейся ионной плазмы, что отличается от полностью квазинейтрального разлёта в работе [3], где не существовало чёткого положения фронта разлетающейся плазмы. Было показано существование сингулярности этого фронта, осуществлён переход к уравнению, описывающему его нестационарную структуру [116], и получено аналитическое выражение для положения фронта.

Следующим значительным шагом в теоретическом описании ускорения ионов из плазмы можно считать работу Мора [110]. В ней также, как и во многих предыдущих работах, рассматривалась полуограниченная ионная плазма с больцмановскими электронами. На основе численного решения уравнений гидродинамики ионов вместе с уравнением Пуассона было найдено аналитическое выражение для поля на фронте ионной плазмы в произвольные моменты времени. Установлено, что в пределе больших времён найденное поле в два раза превышает однородный уровень поля из работы А.В. Гуревича [3]. Полученные спектральные распределения ионов совпадают с таковыми из автомодельного решения в квазинейтральном приближении с той разницей, что теперь у них появилась энергия отсечки. Отметим, что полученная в работе [110] формула для максимальной энергии (выражение приведено в главе 2, формула (2.9)) до сих пор активно используется для объяснения экспериментов и результатов численного моделирования (см. например [65]) по взаимодействию релятивистских лазерных импульсов с тонкими мишенями, хотя это выходит за рамки её формальной применимости, заключающиеся в малости дебаевского радиуса лазерно-нагретых электронов по сравнению с толщиной мишени. Последнее легко нарушается, поскольку в современных экспериментах дебаевский радиус электронов, нагретых релятивистским лазерным импульсом, не пренебрежимо малая величина, которая может как совпадать по порядку величины с толщиной мишени, так и существенно превышать её.

Спустя несколько лет после открытия механизма СРА-усиления [10] интенсивность лазеров перешагнула порог релятивистского диапазона. Релятивистской приня-

то называть такую интенсивность, при которой энергия осцилляции электрона в поле лазера равна его энергии покоя. Для лазера с длиной волны 1 мкм релятивистская интенсивность составляет  $I_{rel} \approx 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. В этих условиях скорость поперечного движения электрона,  $\vec{v}_\perp$ , обусловленная электрическим полем, становится порядка скорости света, и вклад от силы Лоренца уже не может считаться малым. Сила Лоренца,  $\vec{v}_\perp \times \vec{B}$ , направлена вперёд относительно направления распространения лазерного импульса, поэтому электроны начинают ускоряться в продольном направлении. Этот механизм получил название « $v \times B$ –ускорения». Так как на тот момент толщины мишеней всё ещё превышали характерные глубины проникновения лазерного излучения, реализовывалась следующая ситуация. Лазер ускорял электроны с фронтальной стороны мишени в направлении «вперёд». Проходя через всю мишень, эти электроны создавали поле разделения заряда у тыльной стороны фольги, в котором и происходило ускорение электронов. Такой механизм получил название Target Normal Sheath Acceleration (TNSA) [111, 118–121]. Другое его название — механизм «виртуального катода», известно с 60-х годов прошлого века и пришло из раздела физики о взаимодействии СВЧ-излучения с плазмой. Релятивистский уровень интенсивностей позволял нагреть электроны в прифронтальной области до достаточно высоких температур, поэтому часто эти электроны именуются «горячими». При их прохождении через мишень происходил и нагрев остальных электронов мишени, но до меньших температур, поэтому эти электроны мишени называются «холодными». Изучение разлёта с двух-температурными электронами проводилось в работах [122–125]. Отметим, что наличие двух характерных температур у электронов плазмы реализовывалось и раньше, при ускорении «назад», когда, например, вследствие параметрических неустойчивости происходил сильный нагрев отдельной части электронов плазмы. Поэтому введение второй компоненты у распределения электронов встречалось в ранних работах [105, 117, 126].

Дальнейший рост интенсивности лазерных импульсов привёл к тому, что при существовавших показателях контраста (отношение амплитуды интенсивности в предимпульсе к амплитуде основного импульса) взаимодействие с плазмой и её разлёт начинались в момент прихода предимпульса. Это делало невозможным использовать в качестве мишеней достаточно тонкие фольги. Использование оптических методов [127–129] и плазменных зеркал [67, 130] позволили достичь контраста на пикосекунд-

ном масштабе порядка  $10^{-10} \div 10^{-12}$ . Технологический прогресс в изготовлении тонких фольг позволил производить мишени с толщиной около 10 нм [66, 131, 132] вплоть до рекордных 3 нм [133]. Ставшие возможными благодаря перечисленным успехам эксперименты по взаимодействию мощных импульсов с тонкими мишенями [63–67] продемонстрировали рост энергии ускоренных ионов с уменьшением толщины мишени. При таких толщинах мишеней, которые оказывались порядка характерных глубин проникновения лазерного света в плазму, происходит настолько эффективная конверсия энергии лазера в нагрев электронов, что можно учитывать наличие только «горячей» составляющей. Электроны, покидающие объём мишени, освобождают его кулоновскую энергию, которая идет на ускорение ионов. Это приводит к возникновению больших полей разделения заряда, чем в TNSA-режиме, и, следовательно, к более эффективному ускорению ионов. В такой постановке дебаевский радиус электронов порядка толщины мишени и возникает вопрос о применимости моделей, рассматривающих полубесконечную плазму. Новые теоретические модели, описывающие разлёт плазмы мишени конечной толщины, были развиты, например, в работах [134–136]. Тем не менее, до сих пор ощущается недостаток подобных моделей, и большая часть исследований по-прежнему проводится численно [137–142].

Взаимодействие с достаточно тонкой мишенью лазерного импульса с интенсивностью, близкой к ультрарелятивистскому диапазону, и хорошим контрастом может привести к полной (или близкой к таковой) эвакуации электронов из фокального объёма. Это приводит к распаду мишени под действием собственного избыточного положительного заряда. Такой режим получил название кулоновского взрыва и характеризуется максимально возможными значениями ускоряющих полей [83, 143–145].

Ситуация неполной, но существенной, эвакуации электронов может приводить к ускорению ионов по следующему сценарию. Когда толщина мишени не превосходит глубины скин-слоя лазера, световой импульс большой интенсивности выталкивает электроны из фокальной области в направлении «вперёд», высвобождая кулоновскую энергию ионов. Ускоряясь в поле разделения заряда в направлении «вперёд», ионы также будут испытывать дополнительное ускорение от кулоновского взрыва их избыточного положительного заряда. Такой режим сочетает в себе элементы ускорения по механизму TNSA и режима кулоновского взрыва, поэтому он получил название направленного кулоновского взрыва, Directed Coulomb Explosion (DCE) [146, 147].

В целом, анализ имеющихся теоретических работ по ускорению ионов из плазмы для различных отношений дебаевского радиуса электронов к толщине мишени показывает, что были разработаны модели только для конкретных режимов разлёта плазмы в вакуум. Так, до сих пор остаётся нерешённой задача об аналитическом или полу-аналитическом описании разлёта в вакуум плазменного слоя конечной толщины с электронами произвольной заданной температуры. К тому же модель, охватывающая большой диапазон температур электронов, до сих пор не была разработана. Её построение осложняется, в частности, тем, что формальное использование теорий для полубесконечной плазмы применительно к фольгам конечной толщины не учитывало эффекты, характерные для их разлёта: например, отражение волн разрежения в центре мишени [148] и развитие колебаний ионно-звукового типа позади фронта ионов [116]. Построению этой востребованной теоретической модели будет посвящена часть исследований диссертации.

Опишем несколько направлений исследований, в рамках которых лазерное ускорение ионов изучалось в постановках, отличных от рассмотренных ранее. Все приведённые выше работы использовали для описания электронной компоненты плазмы бальцмановское распределение с постоянной температурой. Такое приближение качественно оправдано, когда основной набор энергии ионами происходит в течение действия лазерного импульса, препятствующего остыванию электронов, что отвечает режиму изотермического разлёта плазмы в вакуум. Для ультракоротких лазеров их длительность сопоставима с временем разлёта плазмы. Альтернативный подход заключался в рассмотрении адиабатического разлёта плазмы [107, 134, 149–151], учитывавшего остывание электронов вследствие перекачки их энергии через электростатическое поле в энергию ускоренных ионов. В диссертации будет также рассматриваться вопрос как конечность действия лазерного импульса влияет на ускорение ионов посредством остывания электронов. Использование бальцмановского распределения для плотности электронов также подразумевает пренебрежение быстропеременными процессами, протекающими на временах порядка обратной плазменной частоты электронов,  $\omega_{pe}^{-1}$ . Полное кинетическое описание разлёта плазмы, почти всегда подразумевающее численное решение возникающих уравнений Власова для всех компонент плазмы, рассмотрено в ряде работ [76, 152, 153]. В таких моделях, например, не наблюдалась сингулярность ионного фронта [76].

Если контраст лазерного импульса недостаточен, чтобы предотвратить преждевременное разрушение мишени, начальное распределение плотности ионов с резкими границами становится неприменимо. Альтернативой является рассмотрение разлёта плазмы с начальным гауссовым распределением плотности [143, 154].

В реальных экспериментах поперечный масштаб мишени существенно превосходит размеры пятна фокусировки лазерного импульса. После удаления части электронов лазерным импульсом из тонкой мишени возникает ток электронов из периферийной области в центр мишени. При этом происходит компенсация избыточного положительного заряда фокального объёма. Чтобы избежать возникающего при этом падения ускоряющего поля было предложено использовать пространственно-ограниченные мишени (mass-limited targets) [155–158]. Такие мишени, как правило, представляют собой тонкий цилиндр с поперечным сечением, равным пятну фокусировки. Отсутствие обратных токов с периферийной области, а также более эффективное удаление электронов вследствие дополнительных эффектов на краях мишени увеличивают темпы ускорения ионов. Однако стоит отметить, что технологическое изготовление таких мишеней достаточно трудоёмко.

Как упоминалось выше, в качестве мишени для лазерного ускорения ионов можно использовать сферические кластеры. Ускорение ионов при разлёте (взрыве) кластеров различного атомного состава изучалось теоретически [82, 159–162], экспериментально [163–166] и в численном моделировании [167–170]. К преимуществам этого типа мишеней можно отнести: 1) относительную простоту изготовления с возможностью использовать в качестве мишеней газ атомных кластеров, вылетающий из сопла под большим давлением, 2) возможность практической реализации при относительно небольших интенсивностях падающего излучения режима кулоновского взрыва [80, 82, 168, 171, 172]. Однако каждый кластер может содержать в себе лишь небольшое число атомов вещества, которые к тому же неплотно упакованы, поэтому эффективная плотность мишени существенно ниже, чем у твердотельных фольг, и изначально в фокальном пятне лазера содержится мало частиц. В силу сферической геометрии разлёта ускорение ионов из кластеров сопровождается быстрым падением ускоряющих полей и происходит в полный телесный угол. Правда, последнее может быть удобно для некоторых практических применений, подразумевающих вторичные реакции ускоренных ионов, например, генерацию нейтронов [173], термоядерное го-

рение [174] или синтез ядерных элементов [175, 176].

Существует отдельный класс режимов ускорения ионов, который основывается на особенностях проникновения лазерного излучения в плазму. Закон дисперсии плазмы для поперечных колебаний показывает, что существует критическое значение плотности плазмы,  $n_{cr}$ , связанное с частотой падающего излучения,  $\omega$ , соотношением  $n_{cr} = m\omega^2/(4\pi e^2)$  ( $m$  и  $e$  — соответственно масса и заряд электрона). Если плотность электронов плазмы,  $n_e$ , ниже критического значения,  $n_{cr}$  (плазменная частота электронов,  $\omega_{pe}$ , меньше частоты падающей волны,  $\omega$ ) излучение проходит сквозь плазму. В обратной ситуации,  $n_e > n_{cr}$  и  $\omega_{pe} > \omega$ , излучение проникает только на глубину скин-слоя, а большая его часть отражается. Если интенсивность падающего излучения велика, движение электронов плазмы становится релятивистским, что увеличивает их эффективную массу  $m^* = \gamma m$ , а значит уменьшает их плазменную частоту,  $\omega_{pe}^*$ . Это приводит к тому, что плазма, изначально отражавшая лазерное излучение, становится прозрачной. Такое явление получило название индуцированной релятивистской прозрачности и может быть использовано для эффективного ускорения ионов [48, 177]. Как правило, для реализации этого режима требуются малоплотные мишени (аэрогели, нано-углерод) с околоскритической плотностью.

Если временной профиль лазерного импульса имеет достаточно крутой фронт, на электроны действует пондеромоторная сила, которая пропорциональна пространственному градиенту интенсивности,  $\vec{F}_p \sim -\vec{\nabla} I$ . На пондеромоторную силу непосредственно реагируют только электроны. Ускорение ионов возможно, как и всегда, посредством электростатического поля, возникающего при разделении электронов и ионов пондеромоторной силой лазера. Распространяясь по мишени, лазер своим пондеромоторным действием формирует сгусток ускоренных электронов, движущихся в направлении «вперёд». Этот пучок неустойчив и развивается релятивистская бунемановская неустойчивость [178], в ходе которой энергия электронов конвертируется в энергию ионов. Этот режим ускорения называется Break-Out Afterburner (BOA) [179, 180] и характерен для взаимодействия достаточно длинных лазерных импульсов с толстыми мишенями, в ходе которого квазимоноэнергетический пучок ионов образуется на ранней стадии ускорения.

Двигаясь по протяжённой и изначально или индуцировано прозрачной плазме лазерный импульс «сгребает» электроны пондеромоторным действием, формируя ло-

кализованный сгусток отрицательного заряда. Это приводит к возникновению поля разделения заряда. Вследствие малой массы электронов величина этого поля совпадает с пондеромоторной силой, действующей на них. В этом поле и происходит ускорение ионов. Такой механизм получил название «snow plow» [181, 182]. Заметим, что такая конструкция, представляющая собой отжимаемые лазером электроны и тянущиеся за ними ионы, формирует движущийся потенциальный барьер. Ионы, находящиеся перед ним, также могут ускоряться. В системе отсчёта, где барьер покоится, ионы будут «отскакивать» от него, как от стенки, приобретая удвоенную скорость этого барьера. Увеличение скорости ионов при их отражении от движущегося потенциального барьера также используется при ускорении ионов бесстолкновительными ударными волнами [92, 183, 184] и солитонами [185]. Скачок электростатического потенциала большой амплитуды может возникать при падении мощного лазерного импульса на границу закритической плазмы или при движении по плазме с положительным градиентом плотности в момент отражения в точке перехода в закритическое состояние. Можно увеличить эффективность ускорения, если созданная таким образом ударная волна впоследствии будет двигаться по плазме со спадающим профилем плотности.

Диапазон экстремально больших световых полей  $I > 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup>, но ещё не приводящих к прямому ускорению ионов лазером,  $I < 10^{24}$  Вт/см<sup>2</sup>, связан с отдельным классом режимов ускорения. Они имеют общее название: Radiation Pressure Acceleration (RPA) — ускорение давлением света [186–192]. Для его реализации необходима циркулярная поляризация, чтобы обеспечить равномерное отжатие электронов, а не их нагрев. С учётом больших значений лазерных полей, возникает сильное разделение заряда, приводящее к почти мгновенной реакции ионов. Поэтому вся структура, состоящая из отжатых вперёд электронов и следующих за ними ионов, движется единым целым. Когда мишень достаточно тонкая, все электроны выдавливаются вперёд, формируя пространственно-ограниченный сгусток, который тянет за собой ионы, на подобие паруса. Такой подвид RPA-режима получил название «светового паруса» [193–198]. В случае достаточно толстой мишени и очень энергетичного лазера ускоренная структура электроны–ионы будет под постоянным действием лазерного импульса постепенно проходить вглубь мишени. Эта разновидность RPA-ускорения называется «hole boring» [199–203]. Отметим, что при экстремально больших световых полях, которыми характеризуется RPA-режим, становится важным учитывать

реакцию излучения [204, 205], приводящую к сильным потерям энергии ускоренными электронами и насыщению их предельно допустимой энергии. Сравнительный анализ различных режимов ускорения ионов, актуальных в настоящее время: TNSA, RPA и ускорение бесстолкновительными ударными волнами, был проведён в обзорах [84, 90].

В реальных экспериментах трудно реализовать ускорение ионов только того сорта, который изначально присутствовал в мишени. В рабочей камере всегда находятся пары воды и другие примеси, которые могут оседать на поверхности мишени и быть ускоренными [206]. Поэтому при облучении различных мишеней на эксперименте всегда наблюдались ускоренные протоны с хорошими энергетическими характеристиками. Так возникло предложение использовать мишени с несколькими сортами ионов. Обычная схема включает в себя использование тяжёлых многозарядных атомов в качестве остова мишени и ускоряемых лёгких атомов с небольшим зарядом. За счёт ионизации глубоких уровней атомов тяжёлого элемента увеличивается общее число электронов, что приводит к возникновению бóльших полей разделения заряда, чем это возможно в случае однокомпонентной мишени. Кроме того существенную роль может играть движение тяжёлых частиц позади ускоряемых ионов. «Подталкивая» лёгкие частицы своим кулоновским полем, тяжёлые ионы увеличивают их энергию. Такой механизм получил название «кулоновского поршня», и в численном моделировании было продемонстрировано, что он действительно улучшает качество пучка лёгких ионов [81]. Однако в работах, рассматривающих аналитически ускорение лёгких ионов часто не учитывается движение «кулоновского поршня» (см. например [83]), поэтому в диссертации будет затронут вопрос о важности учёта движения тяжёлых ионов при ускорении ионов из мишеней, содержащих ионы двух сортов.

Изначально примесные ионы располагались на поверхности мишени (водяной контаминант). В численном моделировании из работы [72] было также показано, что существенное улучшение качества генерируемых пучков ионов возможно при использовании слоистой фольги, когда лёгкие атомы наносятся в виде тончайшего покрытия на тыльную сторону облучаемой мишени. В такой постановке лёгкие ионы очень быстро попадали в область сильных полей разделения заряда, созданных электронами, оторванными от тяжёлых ионов. При этом ускорение лёгких ионов будет протекать тем эффективнее, чем больше их отношение заряда к массе по сравнению с тяжёлой ионной компонентой. Схожий вариант оптимального расположения слоя

лёгкой компоненты ионов был предложен для случая кулоновского взрыва сферического двухкомпонентного кластера [160], где наиболее эффективным, с точки зрения основных параметров пучка, является определённый профиль начальной плотности лёгких ионов с максимумом вблизи границы сферы. Двухкомпонентная мишень со сверхтонким покрытием из лёгких ионов на тыльной стороне впоследствии активно обсуждалась в ряде работ [72, 79, 81, 144, 207]. Тем не менее, расположение примесных ионов вблизи границы мишени с вакуумом не всегда является лучшим вариантом для повышения качества пучков лёгких ионов. Так, в отличие от [72] в работе [208] авторы исходили из предположения, что максимизация перепада потенциала, проходящего лёгким ионом при ускорении из тонкой фольги, достигается если располагать примесные ионы с фронтальной стороны мишени.

Поиск наилучшего расположения слоя примесных ионов в мишени не исчерпывает возможных путей улучшения практически важных характеристик пучка частиц. Так, остаётся открытым вопрос, а является ли наилучшим по совокупности параметров мишени и технологичности её приготовления сама идея локализации всех примесных ионов в слой некоторой толщины? Более простым с практической точки зрения является равномерное распределение примеси по объёму мишени [80, 83]. Непосредственное численное моделирование [77, 168] показывает, что однородное распределение лёгких ионов по всей толщине фольги не уступает по характеристикам генерируемого пучка случаю слоя у задней стенки мишени. Обоснованием этого факта может служить сильное действие собственного кулоновского поля лёгких ионов при достаточно больших их плотностях, концентрируемых в небольшом объёме мишени. Действуя на поздних стадиях ускорения, собственное поле будет увеличивать спектральную ширину пучка, приближая его по характеристикам к случаю, отвечающему начальному однородному распределению лёгкой компоненты ионов. Таким образом, проблема оптимизации ускорения ионов короткими лазерными импульсами путём определённого структурирования мишеней двухкомпонентного ионного состава остаётся актуальной, но имеющееся обилие работ не даёт однозначного ответа на поставленный вопрос, поскольку решаемая задача зависит от многих параметров, таких, как атомный состав мишени, её полный заряд и величина относительного заряда ионных компонент, их пространственное распределение в мишени, мера зарядовой компенсации благодаря неполной эвакуации электронов. Изучению этого вопроса, при любых произвольных

парциальных плотностях компонент мишени, посвящена часть диссертации, где даётся обоснование выбора оптимального распределения примеси по объёму мишени. При этом важным параметром, допускающим оптимизацию, выступает полный заряд лёгких ионов. В самом деле, при очень большой плотности лёгкой компоненты, когда фактически происходит кулоновский взрыв фольги с ионами одного сорта моноэнергетический пучок ионов не должен образовываться вообще [143]. При малых же концентрациях в конечном пучке лёгких ионов, хотя и монохроматическом, будет содержаться малое по абсолютной величине число частиц. Можно тогда предположить, что между этими двумя предельными случаями возможно такое значение полного заряда примеси, при котором, в заданном узком спектральном интервале, ускоренный пучок будет содержать в себе наибольшее число частиц. Отметим также, что наряду с отмеченными сложностями, практическое воплощение выбранного структурирования в мишени, облучаемой релятивистски сильным лазерным импульсом, представляет собой сложную задачу, в силу того, что речь идёт о наноразмерных эффектах.

## Научная новизна

Диссертация содержит описание законченного исследования, научная новизна которого заключается в следующем:

1. Впервые описан разлёт в вакуум плазменного слоя конечной толщины, содержащего ионы одного сорта и электроны с произвольной заданной температурой.
2. Для широкого диапазона температур электронной компоненты: от квазинейтрального разлёта до кулоновского взрыва, установлена аналитическая связь между максимальной энергией ионов и основными параметрами лазерного импульса: длительность, размер пятна фокусировки и энергия импульса.
3. Получено аналитическое решение задачи о кулоновском взрыве тонкой мишени, состоящей из тяжёлых ионов остова и легко ускоряемой примеси.
4. Теоретически изучено ускорение ионов в режиме кулоновского взрыва из тонкой мишени для случаев однородного и слоистого распределения лёгкой ионной компоненты. Проведён сравнительный анализ этих типов мишеней и найдены оптимальные значения параметров для каждого из них.

## Цели и содержание работы

Целью данной диссертационной работы являлось построение аналитической теории ускорения ионов при разлёте плазмы плоских мишеней различного атомного состава для широкого диапазона температур лазерно-нагретых электронов. Рассматриваются различные распределения компонент плазмы мишени, результаты для которых сгруппированы в главы диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и одного приложения. Текст иллюстрируют 39 рисунков, библиография содержит 223 наименования. Общий объём работы составляет 161 машинописную страницу.

**В главе 1** сформулирована общая постановка задачи об ускорении ионов при разлёте плазмы конечной толщины с двумя сортами ионов и лазерно-нагретыми электронами. Как один из возможных методов решения поставленной задачи рассматривается одномерное численное моделирование с помощью метода «частица-в-ячейке», которое ниже в диссертации используется для контроля точности аналитической теории и определения границ её применимости. Приведены основные элементы построения численного решения полученных уравнений. Полное описание, включающее в себя дискретизацию исходных уравнений и описание методов, используемых для решения полученных разностных уравнений, приведено в приложении А. В ходе численного моделирования изучены распределения ионной плотности, электрического поля в разлетающемся слое, а также спектральные распределения ускоренных ионов.

**В главе 2** рассмотрена задача об аналитическом описании разлёта плазменного слоя конечной толщины с одним сортом ионов в вакуум с больцмановскими электронами. Изложенная в этой главе теоретическая модель позволила впервые описать разлёт плазменного слоя в вакуум для произвольного значения его электронной температуры с демонстрацией предельных переходов к ранее полученным результатам квазинейтрального разлёта [3, 110, 113] и кулоновского взрыва [143]. Сопоставление с одномерным электростатическим численным моделированием (глава 1) показывает высокую точность теории. С использованием эффективной температуры лазерно-нагретых электронов и учётом конечной длительности лазерного импульса и размера пятна фокусировки получены оценки максимальной энергии ионов для различных параметров системы «лазер-мишень», характерных для экспериментов. Изучена зависимость энергии отсечки пучка ионов на параметрической плоскости «размер пятна

фокусировки - длительность импульса» при фиксированной полной энергии лазера. Предложены оптимальные соотношения между этими двумя параметрами, позволяющие максимизировать энергию пучка. Помимо оценки максимальной энергии, требующей, по существу, нахождения поля на фронте ионной плазмы, было построено модельное, но физически обоснованное, распределение электростатического поля внутри плазмы. При его построении учитывалось влияние волн зарядовой плотности на электрическое поле, обнаруженное в главе 1 при малых температурах электронов.

**В главе 3** развита теория разлёта полностью ионизованной тонкой мишени двухкомпонентного ионного состава в режиме кулоновского взрыва, характерного для взаимодействия релятивистски сильных фемтосекундных лазерных импульсов с нанофольгами. Получено аналитическое решение задачи об одномерном кулоновском взрыве плоской мишени с однородно распределенными лёгкими и тяжёлыми ионами. Изучено влияние разлёта тяжёлых ионов на пространственно-временные и энергетические характеристики ускоренных лёгких ионов: фазовый портрет, распределение плотности числа частиц и спектральное распределение. Показано, что при взаимодействии мощных ультракоротких лазерных импульсов высокого контраста с тонкими фольгами, содержащими лёгкие атомы примеси, возможно получение сгустков ускоренных ионов, содержащих существенную долю от общего числа частиц и обладающих незначительным разбросом по энергии ( $\lesssim 10\%$ ). Также исследована степень моноэнергетичности получаемых пучков ускоренных лёгких частиц в зависимости от кинематического параметра, дана оценка максимально достижимой энергии ионов и проведено сравнение полученных характеристик с аналогичными, полученными в приближении бесконечно тяжёлого ионного остова фольги [83]. Была решена задача учёта как электростатического поля тяжёлого ионного остова, так и собственного поля примесных ионов. Оно было учтено приближённо в рамках теории возмущений, когда лёгкие ионы представляют собой примесь с малой, но конечной, зарядовой концентрацией. В условиях, когда использование приближённой аналитической теории становится неправомерным, проведено точное численное решение основной системы уравнений задачи. На основе построенной теории и численной модели изучено формирование сгустков квазимоноэнергетических лёгких ионов и найдены их характеристики в зависимости от параметров мишени. Так, была проведена оптимизация спектрального распределения ускоренных лёгких ионов по кинематическому

параметру и полному относительному заряду примеси. Найдены оптимальные условия для получения пучков ускоренных ионов высокого качества, которые нашли своё качественное подтверждение в трёхмерных кинетических расчётах взаимодействия лазерного импульса с тонкими гомогенными мишенями.

**В главе 4** рассмотрен кулоновский взрыв двухкомпонентной мишени, когда лёгкие ионы распределены в объёме мишени в виде слоя. В качестве первого шага, концентрация лёгких ионов полагается достаточно малой, чтобы их полем можно было пренебречь. Использование такого приближения, отвечающего методу пробных частиц, позволяет выявить существование оптимальных параметров задачи, для которых достигается наилучшее качество генерируемых пучков лёгких ионов. Следующим шагом является решение основной системы уравнений, по-прежнему, для лёгких ионов, выступающих в роли примеси, однако уже при учёте их малого, но конечного собственного поля. Такая постановка позволяет построить приближённую теорию по величине относительного заряда лёгких ионов, используя полученные ранее результаты в качестве нулевого приближения. Эффекты, связанные с наличием поля лёгкой ионной компоненты, учитываются в линейном приближении по величине полного заряда примесных ионов. Проводится оптимизация ширины спектра ускоренных лёгких ионов по кинематическому параметру, полному относительному заряду примеси и её расположению в мишени. В условиях, когда использование приближённой аналитической теории становится неправомерной, проведено точное численное решение задачи, с помощью которого, в частности, проверены результаты приближённых вычислений, количественно установлена их точность и область применимости по управляющим параметрам. Ещё одной проблемой, исследуемой в данной главе, является сравнение между собой по результирующим характеристикам ускоренных лёгких ионов слоистого распределений примеси и однородного, изученного в главе 3. В частности, проводится сравнение однородного по объёму распределения примеси с вариантами её расположения в виде слоя у поверхности мишени и минимума начального ускоряющего поля. Также были найдены оптимальные условия для получения пучков ускоренных ионов высокого качества, которые нашли своё качественное подтверждение в трёхмерных кинетических расчётах взаимодействия лазерного импульса со слоистыми мишенями.

## Положения, выносимые на защиту

1. Разработанная аналитическая модель описывает разлёт плазмы однокомпонентного ионного состава для произвольного отношения дебаевского радиуса нагретых электронов к толщине слоя плазмы: от квазинейтрального расширения до кулоновского взрыва. Применённая к описанию лазерно-иницированного ускорения ионов модель предсказывает существование оптимального, для получения максимальной энергии ионов, соотношения между длительностью лазерного импульса и размером пятна фокусировки.
2. Существуют оптимальные значения параметров взрывающихся кулоновским образом однородных и слоистых фольг, обеспечивающие улучшение моноэнергетичности генерируемого пучка лёгких примесных ионов и концентрацию их энергии в узком спектральном диапазоне.
3. При кулоновском взрыве плоских мишеней с двумя сортами ионов использование наиболее простых, гомогенных, мишеней обеспечивает максимальное число ускоренных лёгких ионов, содержащихся в узком спектральном интервале вблизи максимальной энергии, а слоистые мишени позволяют минимизировать полную спектральную ширину пучка лёгких ионов.

## Список публикаций по теме диссертации

По теме диссертации было опубликовано 7 работ в изданиях, включённых в список ВАК:

1. Говрас Е. А., Быченков В. Ю., Ковалев В. Ф. Ускорение легких ионов из разлетающейся ультратонкой фольги сложного ионного состава // Физика Плазмы. 2010. Т. 36, № 8. с. 757.
2. Bychenkov V. Yu., Govras E. A., Brantov A. V., Popov K. I. High-energy protons from submicron-sized targets // AIP Conf. Proc. 2012. Vol. 1465. p. 128.
3. Говрас Е. А., Быченков В. Ю., Брантов А. В. Кулоновское ускорение легких ионов из однородных и слоистых мишеней // ЖЭТФ. 2012. Т. 141, № 5. с. 859.

4. Говрас Е. А., Быченков В. Ю. Об энергии ионов при разлете горячего плазменного слоя в вакуум // Письма в ЖЭТФ. 2013. Т. 98, № 2. с. 78.
5. Быченков В. Ю., Брантов А. В., Говрас Е. А., Ковалев В. Ф. Лазерное ускорение ионов: новые результаты, перспективы использования // УФН. 2015. Т. 185, № 1. с. 77.
6. Brantov A. V., Govras E. A., Bychenkov V. Yu., Rozmus W. Ion energy scaling under optimum conditions of laser plasma acceleration from solid density targets // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2015. Vol. 18, no. 2. p. 021301.
7. Говрас Е. А., Быченков В. Ю. Полуаналитическая модель разлёта тонкого плазменного слоя в вакуум // Краткие сообщения по физике. 2015. Т. 42, № 6. с. 31.

## Практическая ценность диссертации

Построенная в диссертации теория описывает связь основных параметров лазерного импульса (длительность, размер пятна фокусировки и энергия в импульсе) и мишени (плотность, атомный состав, зарядово-массовые соотношения компонент) со спектрально-энергетическими характеристиками ускоренных ионов. Поэтому она может использоваться для направления и сопровождения полномасштабных численных моделирований взаимодействия ультракоротких лазерных импульсов релятивистской интенсивности с твердотельными фольгами. Предсказательная сила построенной теории может найти применение при планировании экспериментов по ускорению ионов на фемтосекундных лазерных установках: лазере «ФЕМТО» (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров) и лазеров мульти-тераваттного (РФЯЦ-ВНИИТФ, г. Снежинск) и петаваттного уровня (ИПФ РАН, г. Нижний Новгород).

## Апробация и внедрение результатов

Основные результаты диссертации докладывались на конференциях:

- 1) Звенигородская конференция по физике плазмы и УТС (2009, 2010, 2011, 2013, 2014, 2015), г. Звенигород, Россия

- 2) The Sixth International Conference on Inertial Fusion Science and Applications (IFSA, 2009), San-Francisco, USA
- 3) Школа молодых учёных УНК ФИАН (2010, 2014), г. Москва, Россия
- 4) The 3rd International Symposium "Laser-Driven Relativistic Plasmas Applied to Science, Energy, Industry, and Medicine" (2011), Kyoto, Japan
- 5) V Всероссийская школа для студентов, аспирантов, молодых учёных и специалистов по лазерной физике и лазерным технологиям (2011), г. Саров, Россия
- 6) 68th Scottish Universities Summer School in Physics (2011), Glasgow, Scotland
- 7) ISTC-GSI Young Scientists School (2011), Darmstadt, Germany
- 8) Забабахинские научные чтения (2012), г. Снежинск, Россия
- 9) EPS Conference on Plasma Physics (2013), Espoo, Finland; (2014), Berlin, Germany
- 10) APS DPP Meeting (2013), Denver, USA
- 11) Workshop "Complex systems of charged particles and their interaction with electromagnetic radiation" (2014, 2015), г. Москва, Россия
- 12) Харитоновские тематические чтения (2014), г. Саров, Россия
- 13) 41st IEEE International Conference on Plasma Science & 20th International Conference on High-Power Particle Beams (2014), Washington D.C., USA
- 14) 16th International Conference "Laser Optics"(2014), г. Санкт-Петербург, Россия

а также на семинарах Отделения квантовой радиофизики им. Н.Г. Басова (ОКРФ) ФИАН в 2012 и 2015 году. Цикл работ «Ускорение ионов при разлете лазерно-нагретого плазменного слоя в вакууме» был отмечен в 2014 году дипломом на конкурсе молодёжных научных работ Учебно-Научного Комплекса ФИАН.

Результаты теории, построенной в диссертации, сравнивались с результатами одномерного электростатического моделирования. Во всём диапазоне параметров модели отклонения теоретических результатов не превышали 20%. Выводы диссертации были подтверждены на основании сравнения с экспериментальными результатами по ускорению ионов углерода из твердотельной мишени [100]. Было получено хорошее

количественное согласие по максимально достижимой энергии ионов [209]. Также было проведено сравнение с результатами полномасштабного численного моделирования методом «частица-в-ячейке» ускорения ионов из тонких мишеней в широком диапазоне интенсивностей лазерного импульса [147]. Для всего рассматриваемого диапазона энергий лазерного импульса, размеров его пятна фокусировки и длительности было получено качественное и разумное количественное согласие. Предсказанные оптимальные конфигурации тонких мишеней с двумя сортами ионов для однородного и слоистого распределения лёгкой компоненты, а также выводы об их взаимном сравнении нашли своё подтверждение в результатах полномасштабного кинетического моделирования [210].

## Благодарности

Пользуясь представленной возможностью, я выражаю огромную благодарность и глубокую признательность моему научному руководителю, доктору физ.-мат. наук, профессору Валерию Юрьевичу БЫЧЕНКОВУ, под руководством которого была выполнена данная диссертационная работа. Именно ему я обязан полученными знаниями и навыками научной работы, постоянным ростом и совершенствованием. Я признателен моим соавторам Андрею Владимировичу БРАНТОВУ и Владимиру Фёдоровичу КОВАЛЁВУ, работа с которыми расширила мой научный кругозор и дала опыт научного сотрудничества. Также я хотел бы поблагодарить администрацию Отделения квантовой радиофизики им. Н.Г. Басова ФИАН в лице Андрея Алексеевича ИОНИНА и Вячеслава Александровича САУТКИНА за многочисленную помощь и поддержку, оказанные в процессе учёбы в аспирантуре и подготовки диссертации. Я благодарен сотрудникам Лаборатории диагностики плазмы ОЛТС ОКРФ и участникам семинаров ОКРФ ФИАН, заинтересованно обсуждавших основные результаты работы и чьи полезные замечания помогли улучшить изложение материала. Кроме этого, я благодарен Сергею Юрьевичу ГУСЬКОВУ за полезные дискуссии по теме диссертации, а также за ценные советы и замечания, которые существенным образом улучшили текст диссертации.

Отдельную благодарность я хочу выразить своим родителям и жене за их поддержку и понимание, без которых эта работа не состоялась бы.

# Глава 1

## Численное моделирование одномерного разлёта слоя плазмы

### 1.1 Введение

В настоящей главе будет сформулирована общая постановка задачи об ускорении ионов при разлёте плазмы с двумя сортами ионов и лазерно-нагретыми электронами. В отличие от большого числа предшествующих работ [3, 6, 110, 112] полученная система основных уравнений описывает ускорение ионов при разлёте в вакуум плазмы конечной толщины. Именно изучению влияния конечности толщины плазмы посвящены исследования, проводимые в диссертации.

Как один из возможных методов решения поставленной задачи рассматривается одномерное численное моделирование с помощью метода «частица-в-ячейке». В разделе 1.3 представлены результаты, полученные с помощью такого моделирования (полное описание схемы численного решения, изложенное в приложении А, включает в себя дискретизацию исходных уравнений и описание методов, используемых для решения полученных разностных уравнений). В ходе численного моделирования, среди прочего, изучены распределения ионной плотности и электрического поля в разлетающемся слое. Уже на примере этих результатов будет показано, что конечность толщины плазменного слоя оказывает существенное влияние на протекающий разлёт. Также в главе описано вычисление спектральных распределений ускоренных ионов путём обработки результатов численного моделирования. Полученные результаты численного моделирования будут использованы для определения точности тео-

ретических результатов, а также определение границ применимости предлагаемых теоретических моделей, изложению которых посвящены следующие главы.

Результаты, представленные в данной главе, были опубликованы в работах [209, 211].

## 1.2 Общая постановка задачи

В диссертации рассматривается ускорение ионов при облучении плоских твердотельных мишеней фемтосекундными релятивистскими и ультра-релятивистскими лазерными импульсами (интенсивность  $I > 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>). При таких уровнях светового потока происходит практически мгновенная ионизация атомов вещества мишени. При рассмотрении достаточно широкого диапазона лазерных интенсивностей (вплоть до  $10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>), мы подразумеваем, что толщина мишени подбирается в соответствие со значением лазерной интенсивности, обеспечивая эффективный нагрев электронов по всему объёму. С практической точки зрения такое рассмотрение оправдано прогрессом технологии изготовления мишеней с толщиной вплоть до нескольких нанометров [66, 131–133], а также тем фактом, что именно мишени с толщиной порядка скин-слоя позволяют получать лазерно-ускоренные ионы с максимальной энергией [63–67].

Не останавливаясь на конкретных механизмах нагрева электронов мишени мощным лазерным излучением, будем считать, что лазер нагревает их до некоторой характерной температуры. Эта температура зависит от интенсивности лазера и в общем случае может быть функцией времени, например, вследствие их адиабатического остывания после выключения лазерного импульса. В предположении малой толщины мишени (субмикронного масштаба с размерами десятков или нескольких сотен нанометров), плазма образуется по всей глубине фольги в области с диаметром поперечного сечения равным диаметру пятна фокусировки лазера,  $D_f$ , и протяжённостью, совпадающей с толщиной мишени,  $L$ . Формулируя теоретическую модель, положим, что изначально ионная составляющая мишени представляет собой слой плазмы с конечной толщиной  $L$ , расположенный в области пространства  $-L/2 \leq x \leq L/2$ . Естественно, что применительно к реальности поперечный размер плазмы ограничен фокальным пятном лазера,  $\pi(D_f)^2/4$ . В самом общем случае мы будем рассматривать двухкомпонентную плазму, содержащую тяжёлые ионы остова с массой  $M_h = A_h m_p$

( $m_p$  — масса протона), зарядом  $Z_h e$  ( $e$  — элементарный заряд) и легкоускоряемую примесь с зарядом  $Z_l e$  и массой  $M_l = A_l m_p$ . Однако будет изучен и случай одной компоненты ионов. В начальный момент времени ионы остова всегда будут распределены однородно с плотностью  $n_{h,0}$ . Начальное распределение лёгких ионов внутри мишени будет варьироваться, являясь функцией координаты,  $n_{l,0}(x)$ , с характерным значением  $n_{l,0}$ . Как будет видно из дальнейшего рассмотрения, именно конечная толщина плазмы вносит существенное усложнение в решение задачи о её разлёте в вакуум, который детально исследовался ранее на примере полуограниченной плазмы [3, 6, 110, 112].

При одномерном рассмотрении разлёта плазмы электростатическая энергия плазменного слоя бесконечна, поэтому с течением времени будет происходить неограниченное ускорение ионов. Конечность энергии в реальных экспериментах по ускорению ионов обусловлена переходом с течением времени разлёта плазмы из одномерной в трехмерную стадию, сопровождающимся при этом сильным падением ускоряющих полей. Так, когда плазма разлетелась на небольшие расстояния, так что  $\max(x_{h,f}(t), x_{l,f}(t)) < D_f$ , где  $x_{h,f}(t)$ ,  $x_{l,f}(t)$  — положения фронтов разлетевшейся плазмы остова и примеси, соответственно, трёхмерные эффекты связанные с конечностью поперечного размера плазмы будут несущественны, и разлёт можно считать одномерным [77]. Переход в трёхмерный режим сопровождается сильным падением ускоряющего электростатического поля  $\sim x^{-2}$  [143]. Таким образом, ускорение ионов заканчивается достаточно близко от мишени ( $\max(x_{h,f}(t), x_{l,f}(t)) \lesssim D_f$ ) и последующий разлёт ионов идёт практически инерциально. Участок, на котором ионы набирают большую часть своей энергии будем называть длиной ускорения,  $l_{acc} \approx D_f$ . Таким образом, одномерное рассмотрение разлёта плазмы справедливо до момента пересечения ионами плоскости с координатой  $x_d \simeq l_{acc}$ . Такую постановку можно интерпретировать, как наличие «детектора», расположенного на плоскости с координатой  $x_d$  и регистрирующего частицы, влетающие в него. Хотя в реальном эксперименте регистрация ионов детектором происходит на макро-расстояниях от мишени, физический смысл для сформулированной модели имеет использование существенно меньших расстояний до «детектора». Несмотря на то, что такой подход носит оценочный характер он, в то же время, позволяет проследить основные зависимости, ускоренных ионов от управляющих параметров задачи. Для характерных параметров

экспериментов, в которых возможно эффективное ускорение ионов: толщина фольги составляет десятки-сотни нанометров [100, 212], радиус фокусировки – порядка нескольких длин волн (нескольких микрометров), типичная величина  $x_d$  в единицах  $L/2$  будет иметь значение порядка нескольких десятков. В качестве примера, везде ниже для определённости использовано  $x_d = 20 \cdot L/2$ .

Начиная с 60-х годов прошлого столетия и по настоящее время в многочисленных теоретических моделях используется бoльцмановское распределение электронов с заданной температурой [3, 8, 105–110]. Такое приближение обусловлено тем, что на характерных временах разлёта ионной компоненты, порядка обратной плазменной частоты  $\omega_{ph}^{-1} = \sqrt{M_h/4\pi(Z_h e)^2 n_{h,0}}$ , электронная компонента плазмы успевает с характерным временем  $\omega_{pe}^{-1} = \sqrt{m/4\pi e^2 Z_h n_{h,0}}$  подстроиться под движение остова тяжёлой ионной составляющей плазмы и всегда будет находиться в равновесии с самосогласованным электростатическим полем. В этом случае плотность электронной компоненты мишени стандартно выражается через потенциал электростатического поля,  $\varphi$ , следующим образом

$$n_e(x, t) = n_{e,0} \exp\left(\frac{e\varphi(x, t)}{T}\right). \quad (1.1)$$

Такое приближение качественно оправдано, когда основной набор энергии ионами происходит в течение действия лазерного импульса, препятствующего остыванию электронов, что отвечает режиму изотермического разлета плазмы в вакуум. Так как электростатический потенциал определён с точностью до произвольной константы, мы выбираем значение потенциала в центре мишени в начальный момент времени  $\varphi(0, 0) = \varphi_0(t = 0) = 0$ . Тогда константа  $n_{e,0}$  имеет смысл значения электронной плотности в начальный момент в центре мишени.

Вместе с тем эвакуация электронов из области фокального пятна вследствие их нагрева создаёт условия для возникновения поперечного тока из периферийной области фольги. Компенсация избыточного положительного заряда в ионизованной фокальной области фольги может привести к существенному спаду ускоряющих полей. Однако, если характерное время разлёта ионов будет меньше времени  $\tau_e$  «затекания» электронов из краевых областей мишени в фокус, таким эффектом нейтрализации заряда можно пренебречь. Считая скорость света,  $c$ , верхней границей значений радиальной скорости движения электронов, минимальное время «затекания» составит

$\tau_e \sim D_f/c$ . Тогда сформулированное выше условие имеет вид:

$$D_f > \sqrt{\frac{Mc^2}{4\pi Z_h Z_l e^2 n_{h,0}}}.$$

При ускорении протонов ( $Z_l = 1$ ) из углеродных мишеней ( $Z_h = 6$ ) твердотельных плотностей  $n_{h,0} \approx 3 \times 10^{22} \text{ см}^{-3}$  данное условие отвечает фокусировке в пятно размером  $D_f > 1 \text{ мкм}$ .

Распределение самосогласованного электростатического поля в рамках сформулированных предположений будет описываться уравнением Пуассона в следующей форме:

$$\varphi''(x, t) = -4\pi \left[ Z_h e n_h(x, t) + Z_l e n_l(x, t) - e n_{e,0} \exp\left(\frac{\varphi(x, t)}{T}\right) \right], \quad (1.2)$$

где  $n_h(x, t)$  и  $n_l(x, t)$  — пространственно-временные распределения плотности, соответственно, тяжёлых и лёгких ионов, которые являются нулевыми моментами соответствующих функций распределения

$$n_h(x, t) = \int f_h(x, p, t) dp, \quad n_l(x, t) = \int f_l(x, p, t) dp. \quad (1.3)$$

При взаимодействии лазерных импульсов релятивистской интенсивности с плазмой мишени, как электронная, так и ионная компонента двигаются с настолько большими скоростями, что влиянием столкновительных эффектов на разлёт плазмы можно пренебречь. Тогда функции распределения ионов, как и в подходе Гуревича [3, 113, 114], являются решениями соответствующих уравнений Власова

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_h}{\partial t} + v \frac{\partial f_h}{\partial x} + Z_h e E(x, t) \frac{\partial f_h}{\partial p} &= 0, \\ \frac{\partial f_l}{\partial t} + v \frac{\partial f_l}{\partial x} + Z_l e E(x, t) \frac{\partial f_l}{\partial p} &= 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь  $E(x, t) = -\varphi'_x(x, t)$  — напряжённость электростатического поля. Вследствие симметрии разлёта относительно плоскости  $x = 0$  и полной нейтральности плазмы мишени, которая достигается при  $x = \infty$ , для электрического поля справедливы следующие граничные условия:

$$E(x = 0) = 0, \quad E(x = \infty) = 0. \quad (1.5)$$

Уравнения (1.1) – (1.4) составляют основу кинетической модели Больцмана-Власова-Пуассона (БВП) [137], которая в отсутствие примеси при  $T \rightarrow 0$  и  $T \rightarrow \infty$  отвечает

упрощенным теориям квазинейтрального разлета [3, 113] и кулоновского взрыва [143] соответственно. В дальнейшем, мы будем находить характеристики уравнений (1.4), которые представляют собой уравнения движения ионов

$$\begin{aligned} M_h \ddot{x}_h &= Z_h e E(x_h, t), \quad \dot{x}_h(0) = 0, \quad x_h(0) = x_{h,0}, \\ M_l \ddot{x}_l &= Z_l e E(x_l, t), \quad \dot{x}_l(0) = 0, \quad x_l(0) = x_{l,0}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

При переходе к лагранжевым переменным, являющимися начальными положениями ионов,  $x_{h,0}$  и  $x_{l,0}$ , плотность компонент будет выражаться следующим образом:

$$n_h(x, t) = n_{h,0} \cdot \left| \frac{\partial x_h(x_{h,0}, t)}{\partial x_{h,0}} \right|^{-1}, \quad n_l(x, t) = n_{l,0}(x_{l,0}) \cdot \left| \frac{\partial x_l(x_{l,0}, t)}{\partial x_{l,0}} \right|^{-1}. \quad (1.7)$$

Для удобства дальнейшего изложения перейдём к безразмерным величинам. Для любой температуры электронной компоненты и независимо от наличия примеси, остов из тяжёлых ионов всегда присутствует в задаче, поэтому именно его параметры составляют основу системы безразмерных переменных. Пространственная координата,  $x$ , положения ионов,  $x_h$  и  $x_l$ , будут измеряться в единицах  $L/2$ . Обратная ленгмюровская частота тяжёлых ионов,  $\omega_{ph}^{-1}$ , является единицей времени,  $t$ . Плотности электронов,  $n_e(x, t)$ , и тяжёлых ионов,  $n_h(x, t)$ , будут измеряться в единицах начальной плотности ионов остова,  $n_{h,0}$ . Единицей для плотности примеси,  $n_l(x, t)$ , будет служить её начальное характерное значение,  $n_{l,0}$ . Энергия будет измеряться в единицах  $4\pi (Z_h e)^2 n_{h,0} (L/2)^2$ , что с точностью до числового коэффициента соответствует кулоновской энергии слоя тяжёлых ионов, приходящейся на один ион. Размерность энергии в задаче имеют следующие выражения:  $Z_h e \varphi$ ,  $Z_h e (L/2) E$ ,  $Z_h T$ ,  $\varepsilon_h = M_h \dot{x}_h^2/2$  и  $\varepsilon_l = M_l \dot{x}_l^2/2$ . После проведения обезразмеривания система уравнений, описывающая ускорение ионов при разлёте тонкой плазменной мишени, примет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi''(x, t) &= \eta \exp\left(\frac{\varphi(x, t)}{T}\right) - n_h(x, t) - n_l(x, t) \cdot \frac{\rho}{1 - \rho} \left( \int_0^1 g(x) dx \right)^{-1}, \\ E &= -\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x}, \quad E(x=0, t) = 0, \quad E(x=\infty, t) = 0, \\ \ddot{x}_h &= E(x_h, t), \quad \dot{x}_h(0) = 0, \quad x_h(0) = x_{h,0}, \quad 0 \leq x_{h,0} \leq 1, \\ \ddot{x}_l &= \mu E(x_l, t), \quad \dot{x}_l(0) = 0, \quad x_l(0) = x_{l,0}, \quad 0 \leq x_{l,0} \leq 1, \\ n_h(x, t) &= \left| \frac{\partial x_h(x_{h,0}, t)}{\partial x_{h,0}} \right|^{-1}, \quad n_l(x, t) = g(x_{l,0}) \left| \frac{\partial x_l(x_{l,0}, t)}{\partial x_{l,0}} \right|^{-1}. \end{aligned} \right. \quad (1.8)$$

В главах 3 и 4 особое внимание будет уделено двухкомпонентным мишеням. Приведём описание безразмерных параметров в системе (1.8), связанных именно с

наличием второй ионной компоненты. Функция  $g(x)$  определяет профиль начального распределение лёгких ионов по мишени. С её помощью можно найти полный заряд примесных ионов, изначально помещённых в мишень (на единицу площади поперечного сечения):

$$q_{l,0} = Z_l n_{l,0} \int_0^1 g(x) dx. \quad (1.9)$$

Безразмерный параметр  $\rho$  в уравнениях (1.8) показывает отношение полного заряда примеси к суммарному полному заряду ионов мишени,  $Q$ ,

$$\rho = \frac{q_{l,0}}{Q}, \quad (1.10)$$

где в случае однородно распределённых тяжёлых ионов  $Q = n_h Z_h + q_{l,0}$ . Величина  $\rho$  пробегает значения в интервале от 0 – случай отсутствия примеси или формального пренебрежения собственным полем примеси, до 1 – случай фольги, состоящей только из лёгких ионов ( $n_{h,0} \equiv 0$ ). Возникающие в уравнениях (1.8) особенности при  $\rho = 1$  носят формальный характер и устраняются с помощью обезразмеривания времени на плазменную частоту лёгких частиц. При сравнении мишеней различного компонентного состава будем считать полный заряд мишени (на единицу площади поперечного сечения) заданным. Поскольку он пропорционален электростатической энергии мишени получаемой от лазера в результате нагрева и удаления электронов, то последнее, фактически, означает, что заданной предполагается энергия (интенсивность) лазерного импульса, то есть проводимый сравнительный анализ оказывается логически оправдано отнесён к одному и тому же лазеру. Параметр

$$\mu = \frac{Z_l/M_l}{Z_h/M_h} \quad (1.11)$$

получил название кинематического и показывает, насколько больше отклик лёгких примесных ионов на ускоряющее поле по сравнению с ионами остова.

Безразмерный параметр  $\eta$  связан со значением электронной плотности в центре слоя плазмы в начальный момент времени,  $n_{e,0}$ , соотношением  $\eta = n_{e,0} \cdot (Z_h n_{h,0})^{-1}$  и определяет степень эвакуации электронов, нагретых лазерным импульсом, из мишени,  $0 < \eta < 1$ . Он зависит только от температуры электронов и находится из условия полной электронейтральности плазмы:

$$\eta \int_0^\infty \exp\left(\frac{\varphi(x,0)}{T}\right) dx = Q. \quad (1.12)$$

Приближенное аналитическое решение системы (1.8) в отсутствие примеси ( $\rho = 0$ ) в начальный момент времени  $t = 0$  позволяет получить следующий температурный скейлинг  $\eta(T)$ :

$$\eta = \frac{1}{1 + 2T}. \quad (1.13)$$

Отклонения скейлинга (1.13) от полученного при численном решении системы (1.8) не превышают 7%.

Мы будем полагать, что по мере разлёта фронт каждой ионной плазмы ярко выражен так, что  $n_h(x > x_{h,f}) \equiv 0$  и  $n_l(x > x_{l,f}) \equiv 0$ .

### 1.3 Результаты 1D ES PIC моделирования

Основная сложность аналитического решения системы (1.8) при произвольных значениях электронной температуры заключается в самосогласованном вычислении плотностей ионных компонент в терминах лагранжевых переменных. Следует признать, что строгое аналитическое решение системы (1.8) для произвольного значения  $T$  вообще вряд ли возможно. В данном разделе представлены результаты численного решения системы (1.8) методом «частица-в-ячейке». Оно будет использовано для определения точности и границ применимости теоретических моделей, построение которых будет описано в следующих главах. Также с его помощью будут изучены некоторые эффекты, связанные с разлётом слоя плазмы конечной толщины в вакуум. Рассматривается лазерная мишень с одним сортом ионов (остов мишени), поэтому индекс « $h$ » в обозначениях будет опущен, то есть  $n(x, t) \equiv n_h(x, t)$ ,  $x_f \equiv x_{f,h}$ .

Подробное построение численного решения системы (1.8), включающее в себя дискретизацию исходных уравнений и методы решения полученных разностных уравнений, изложено в приложении А. Основные этапы одномерного численного электростатического моделирования включают в себя: вычисление плотности ионов в представлении макрочастиц (метод «частица-в-ячейке») и решения уравнения Пуассона на движущейся эйлеровой сетке, связанной с разлётом плазмы. Чтобы избежать роста численных ошибок в центре плазмы, моделирование проводилось для целой мишени. Была использована пространственная сетка, содержащая 800 узлов. Число макрочастиц,  $10^6$  для всей фольги, в течение расчёта оставалось постоянным. Поэтому при разлёте плазмы, особенно на поздних временах, число частиц, попадающее в ячей-

ку пространственной сетки, могло уменьшаться и приводить к появлению численных шумов. Чтобы их сгладить для обработки результатов моделирования применялся гауссов фильтр. Также растущий во времени шаг пространственной сетки приводит к незначительному увеличению численных ошибок (см. раздел приложения А.1).

На рис. 1.1 показаны результаты расчётов временной эволюции пространственного распределения относительной разности плотностей ионов и электронов в логарифмическом масштабе,  $\lg(n - n_e)/n$ , и электростатического поля. Когда температура электронов мала, изначально разделение заряда возникает только вблизи фронта ионов в области с характерным размером порядка локального дебаевского радиуса (см. верхние графики на рис. 1.1). В остальной части плазмы разлёт будет практически квазинейтральным  $n \equiv n_e$ . В этом случае результаты кинетического описания разлёта плазмы [3] могут быть с хорошей точностью воспроизведены бесстолкновительной жидкостной (гидродинамической) моделью [148] с использованием уравнения Пуассона для учёта полей разделения заряда, необходимого вблизи фронта ионов. Известно, что в квазинейтральном случае внутрь плазмы распространяются волны разрежения, движущиеся со скоростью ионного звука,  $c_s = \sqrt{T}$ , от границ плазмы во внутрь. Положение такой волны, идущей в правой половине плазменного слоя, показано на рис. 1.1 пунктирной линией, а стрелка указывает направление её движения. Если мишень достаточно толстая эти две волны никогда не встретятся; соответственно время  $c_s^{-1}$ , требующееся каждой волне, чтобы преодолеть половину слоя, превышает характерное время разлёта слоя  $t_{exp}$ . В таком случае разлёт слоя полностью аналогичен возникающему в случае полубесконечной плазмы. В обратном случае,  $t_{exp} > c_s^{-1}$ , возникает отражение волн в центре мишени. Распределение электростатического поля и относительной плотности компонент плазмы после отражения волн представлены на рисунке 1.2. Внутренняя область плазмы между фронтами отражённых волн в работе [148] называлась областью взаимодействия первичных волн разрежения, и было показано, что граница этой области (фронт отражённой волны, идущей по разреженной плазме) движется при  $x > 0$  следующим образом

$$x_*^{\text{HD}} = 1 + c_s t \left[ 2 \ln(c_s t) - 1 \right]. \quad (1.14)$$

Это положение показано на рис. 1.2 вертикальными пунктирными линиями. Стрелка указывает направление движения этого фронта. В целом, результаты, представленные на рис. 1.1 и 1.2, показывают, что волны до и после отражения связаны с пе-

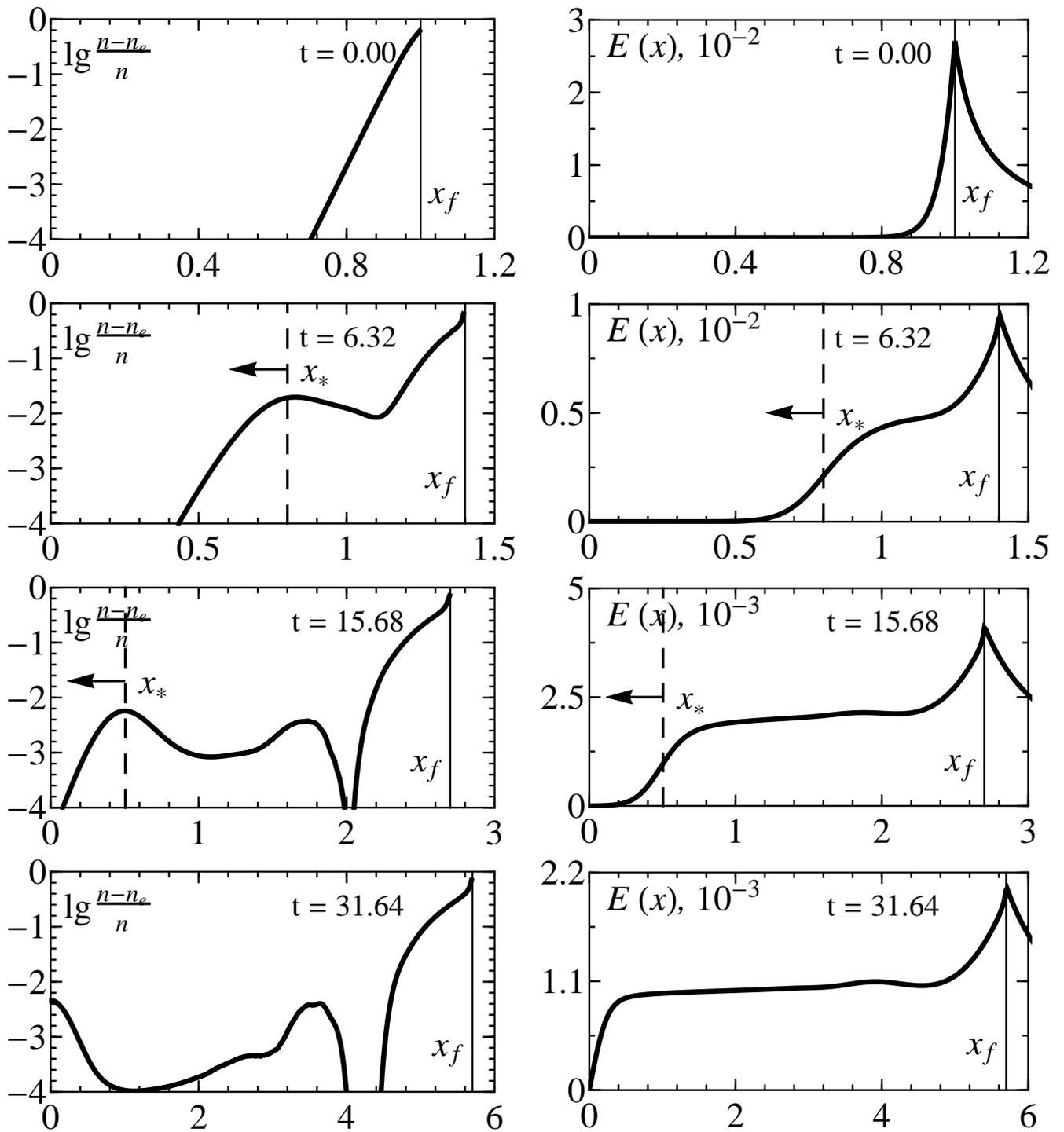


Рис. 1.1: Численное решение системы (1.8) для одного сорта ионов и  $T = 0.001$ . Слева представлена величина  $\lg(n - n_e)/n$ , а справа — распределение электрического поля в моменты времени до отражения первичной волны разрежения. Пунктирная линия обозначает фронт волны разрежения,  $x_* = 1 - c_s t$ , стрелка указывает направление её движения.

ремещением избыточного положительного заряда, обуславливающего электрическое поле. После отражения (рис. 1.2) за фронтом волны возбуждаются колебания ионно-

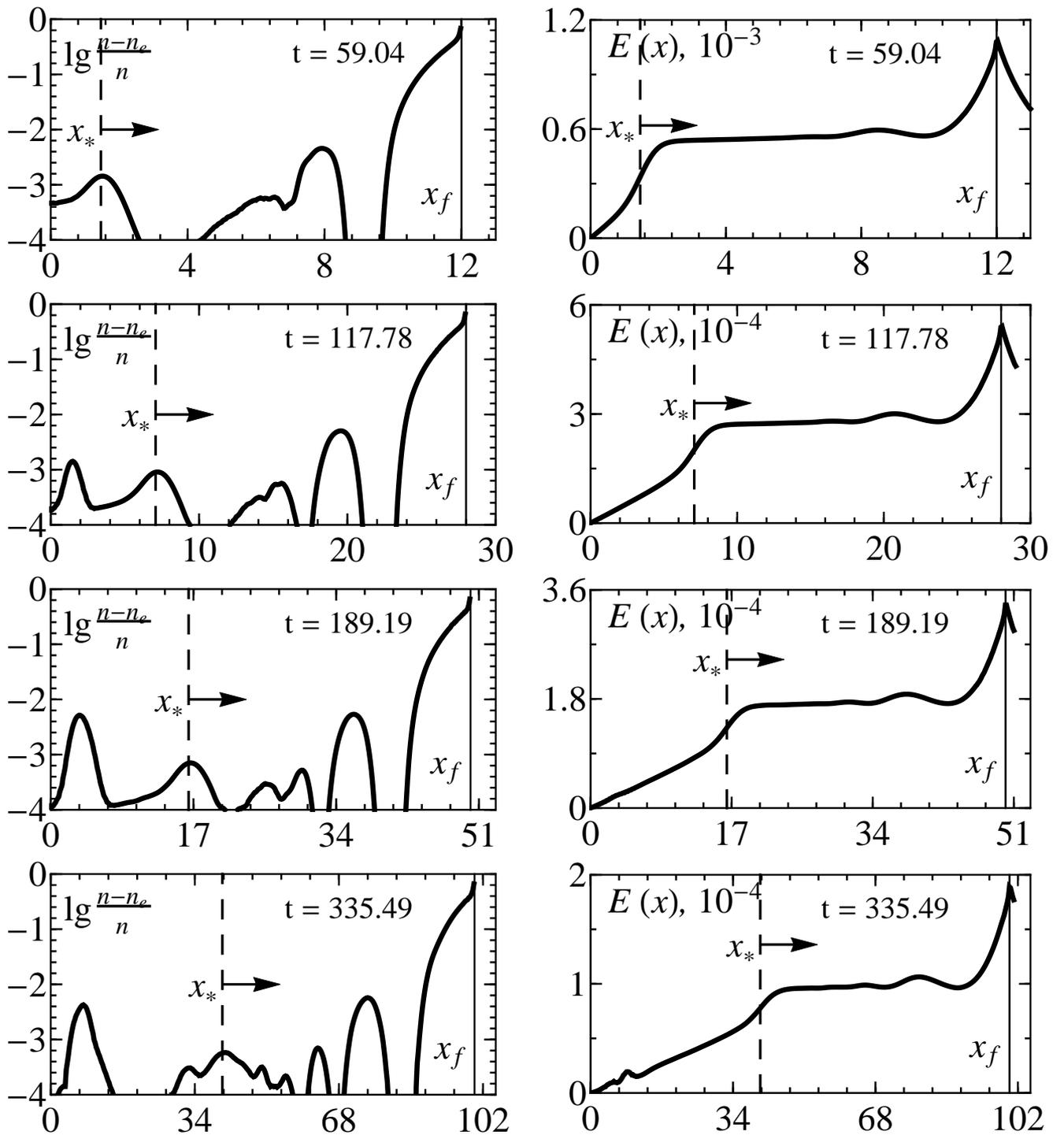


Рис. 1.2: Численное решение системы (1.8) для одного сорта ионов и  $T = 0.001$ . Слева представлена величина  $\lg(n - n_e)/n$ , а справа — распределение электрического поля в моменты времени после отражения первичной волны разрежения. Пунктирная линия обозначает положение (1.14), стрелка указывает направление движения отражённой волны.

звукового типа, подобные тем, которые имеет место за фронтом плазмы, расширяющейся в вакуум [116]. На поздних стадиях заметно взаимодействие этих колебаний в

центре мишени. Также на последних графиках с рис. 1.2 прослеживается взаимодействие отражённой волны с волнами, испущенными с фронта. Из рис. 1.1, 1.2 видно, что даже при очень малых температурах,  $T = 0.001$ , имеет место нарушение квазинейтральности на масштабах порядка локального дебаевского радиуса. В частности, это приводит к тому, что фронт волн зарядовой плотности будет обладать некоторой шириной. Это хорошо видно для волны разрежения, отражённой волны и ионного фронта. Так как электрическое поле пропорционально полному избыточному заряду,  $E(x) \propto \int (n(x) - n_e(x)) dx$ , существенный вклад в поведение поля будет давать область, отвечающая полной ширине фронта движущейся волны. В частности, это приводит к тому, что на рис. 1.2 полный переход от линейно растущего поля к однородному происходит правее позиции (1.14), полученной для полного пренебрежения разделением заряда,  $n \equiv n_e$ .

Важной характеристикой пучка ускоренных частиц является их спектральное распределение. Опишем процедуру его нахождения на основании результатов численного моделирования. Согласно рис. 1.1, 1.2 электрическое поле, в котором двигаются ионы, является монотонно неубывающим. В этом случае отсутствуют многопоточные движения и для изначально однородного распределения ионов по мишени в терминах лагранжевых переменных спектральное распределение выражается следующим образом:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = \left| \frac{\partial \varepsilon(x_0, t)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \quad (1.15)$$

Пример зависимости энергии частицы от её лагранжевой координаты для  $T = 0.001$  приведён на рис. 1.3. Ввиду очень резкого поведения функции  $\varepsilon(x_0)$  вблизи правой границы  $x_0 = 1$  малые численные ошибки в значениях  $\varepsilon$  могут давать значительный вклад при непосредственном вычислении производной  $\partial \varepsilon / \partial x_0$ . Поэтому для обработки результатов численного моделирования предлагается перейти к другой схеме вычисления спектра.

Введём функцию, характеризующую энергетическое распределение частиц: число частиц  $\Delta N$ , попавшее в заданный спектральный диапазон  $[\varepsilon_{max} - \Delta\varepsilon; \varepsilon_{max}]$ . Переходя к относительным величинам ( $N$  — полное число частиц, в безразмерных переменных равно 1), получим функцию  $\Delta N / N(\Delta\varepsilon / \varepsilon_{max})$ . При известной зависимости  $\varepsilon(x_0)$  она имеет следующее вид:

$$\frac{\Delta N}{N} \left( \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{max}} \right) = \left\{ \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon(x_0)}{\varepsilon_{max}}; 1 - x_0 \right\}. \quad (1.16)$$

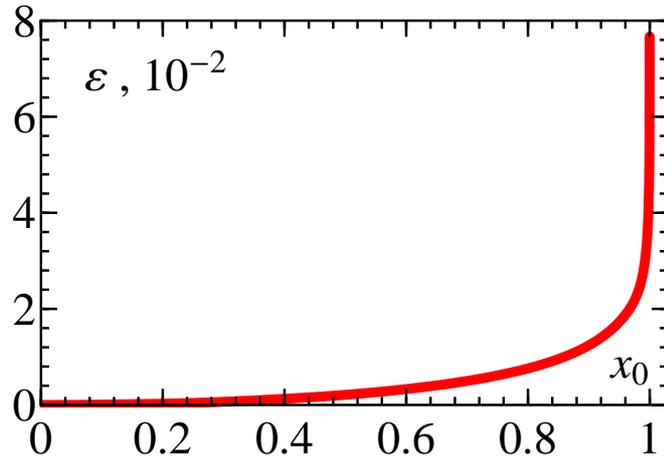


Рис. 1.3: Зависимость энергии макрочастиц от их лагранжевой координаты из численного решения системы (1.8) для одного сорта ионов, температуры электронов,  $T = 0.001$ , и момента времени, отвечающему положению фронта,  $x_f = 200$ .

Пример построения функции (1.16) приведён на рис. 1.4. Видно, что для всего диа-

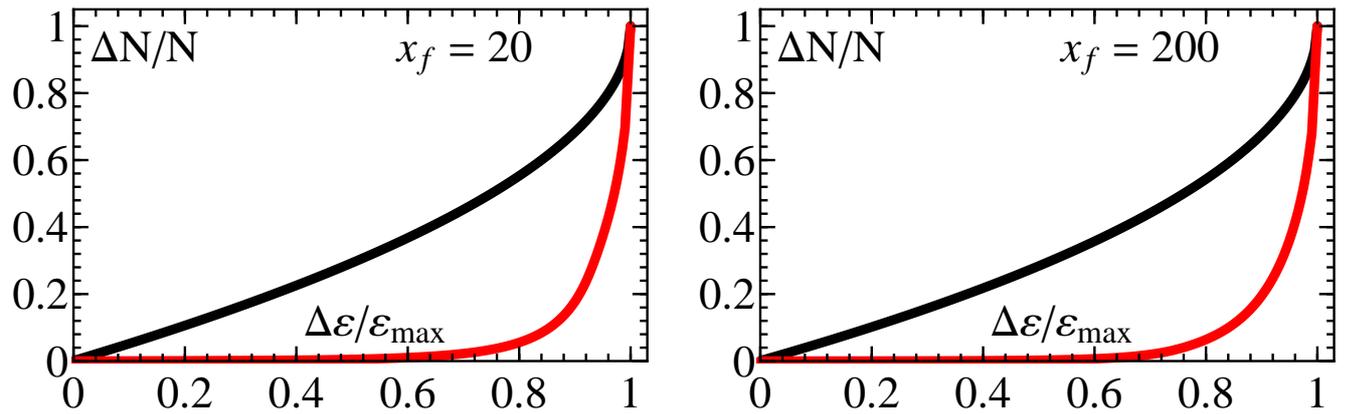


Рис. 1.4: Доля частиц, попавшая в заданный относительный спектральный диапазон для моментов времени, отвечающих различным положениям фронта ионов. Красная линия —  $T = 0.001$ , чёрная —  $T = 100$ .

пазона температур новая функция имеет более плавную зависимость от своего аргумента, чем  $\varepsilon(x_0)$ . Этот факт упрощает построение спектров с её использованием. Являясь мерой количественной характеристики спектров, введённая функция позволяет по анализу графиков на рис. 1.4 сделать вывод о моноэнергетичности пучков ионов, получаемых в моделировании. Так, моноэнергетичности отвечают области с большим значением производной  $\Delta N/N(\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max})'$ . Действительно, в таких областях малое изменение ширины рассматриваемого диапазона по энергиям будет приводить к значительному росту числа частиц в нём. Из рис. 1.4 видно, что о некоторой мо-

ноэнергетичности можно говорить лишь в области малых энергий,  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max} \rightarrow 1$ . Это подтверждает хорошо известный факт, что при ускорении ионов из однокомпонентных мишеней при лазерных интенсивностях меньших, чем необходимо для реализации RPA-режима,  $I < 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup>, невозможно получение (квази-)моноэнергетических пучков.

Следуя определению, несложно получить выражение для спектрального распределения через функцию зависимости числа частиц от диапазона энергий:

$$\left. \frac{dN}{d\varepsilon}(\varepsilon) \right|_{\varepsilon=\varepsilon_{max}-\Delta\varepsilon} = \left( \frac{\Delta N}{N} \left( \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{max}} \right) \right)' \frac{1}{\varepsilon_{max}}. \quad (1.17)$$

Результаты вычисления спектров по формуле (1.17) для различных температур и моментов времени приведены на рис. 1.5. Для удобства сравнения распределений при различных температурах электронов, спектры построены для моментов времени, когда фронт разлетающихся ионов достигает определённого положения в пространстве,  $x_f = 20, 200$ . Видно, что на больших временах можно говорить о некоторой самоподобности спектральных распределений, полученных для разных температур. Это связано с тем, что на поздних этапах разлёт с любой начальной температурой будет стремиться к квази-нейтральному вследствие нейтрализации начального избыточного положительного заряда ионов электронами из внешнего облака.

Все спектры на рис. 1.5 представляют собой достаточно гладкие функции без численных шумов. Исключением является область вблизи фронта, где заметна сформировавшаяся сингулярность. Конечность её высоты связана с количеством частиц, попадающих в область вблизи максимальной энергии, которое уменьшается при рассмотрении поздних моментов времени,  $x_f = 200$ . Сингулярность ионного фронта связана с распадом разрыва начальной плотности ионов, который имеет место при  $x = 1$ . Подобные сингулярности (каустика, касп, скачок и др.) широко обсуждались во многих работах, связанных с динамикой недиссипативных газов в расширяющейся Вселенной [213] или кулоновского расширения плазмы [145, 214]. Для задачи квазинейтрального разлёта этот эффект был впервые обнаружен Гуревичем в работе [117], и недавно воспроизведен в [98]. Это является интегрируемой сингулярностью. Она возникает в узкой пространственной области, поэтому число частиц в ней будет малым. В итоге, такая структура не будет давать существенного вклада в электрическое поле на фронте, и следовательно её влиянием на значение максимальной энергии ионов можно пренебречь. Подобные сингулярности плотности, скорее всего, не будут возникать,

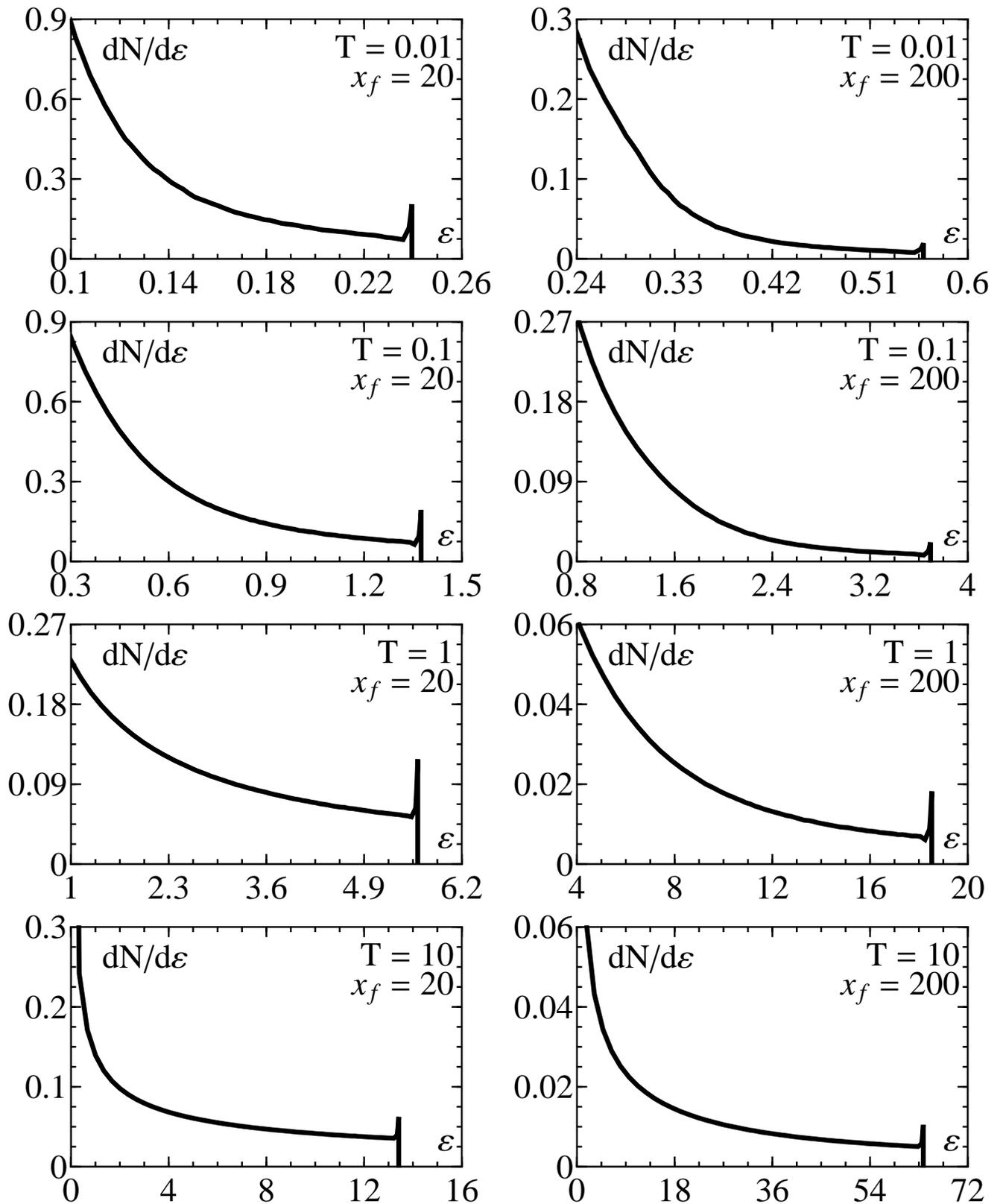


Рис. 1.5: Спектральные распределения частиц из численного моделирования для различных температур и моментов времени.

если вместо бoльцмановского распределения использовать кинетическое уравнение для описания электронной подсистемы плазмы. Так, в работе [76] был рассмотрен

адиабатический разлёт плазмы с решением кинетического уравнения, как для ионов, так и для электронов. Никакой сингулярности для случая резкой границы плазмы найдено не было. С другой стороны, для изначально плавного профиля плотности сингулярность может возникать.

## 1.4 Заключение

В первой главе была сформулирована общая для всех глав диссертации постановка задачи о лазерно-инициированном ускорении ионов из мишени двухкомпонентного ионного состава заданной толщины в присутствии электронов с заданной температурой. Получена система основных уравнений, описывающих разлёт плазменного слоя конечной толщины в вакуум. Отметим актуальность поставленной задачи, ведь именно с использованием тонких мишеней субмикронного масштаба связаны надежды на существенное увеличение максимальной энергии ионов, получаемой экспериментально. В следующих главах будут рассматриваться аналитические решения поставленной задачи для различных конфигураций плазмы мишени.

С помощью численного решения общей системы уравнений методом «частица-в-ячейке», построение которого описано в приложении А, было проведено моделирование разлёта в вакуум плазменного слоя конечной толщины с одним сортом ионов и электронами произвольной температуры. По результатам моделирования был сделан вывод, что при малых температурах электронов ( $T < 1$ ) в расширяющемся слое распространяются волны зарядовой плотности, которые существенным образом влияют на распределение электростатических полей. Взаимодействие (отражение) этих волн в центре мишени кардинально отличает разлёт плазмы конечной толщины от рассматриваемого ранее случая полубесконечной плазмы (см. рис. 1.1, 1.2). Предложенная схема вычисления спектральных распределений ионов по результатам численного моделирования позволила снизить влияние численных ошибок на итоговые спектры. Для всего диапазона электронных температур подтверждено существование сингулярности ионного фронта (рис. 1.5) при разлёте плазмы в вакуум, установленное ранее в работах [98, 117].

Также, полученные в данной главе численные результаты будут использоваться в следующих главах для определения точности теоретических результатов и границ применимости предлагаемых теоретических моделей.

## Глава 2

# Спектрально-энергетические характеристики ионов из мишени однокомпонентного ионного состава

### 2.1 Введение

В данной главе будет рассмотрена задача об аналитическом описании разлёта плазменного слоя с одним сортом ионов в вакуум для произвольного значения температуры электронов,  $0 < T < \infty$ , что позволило бы избегать проведения численных кинетических расчётов типично выполняемых методом «частица-в-ячейке», пример которого описан в главе 1, а также в работах [137, 215]. До сих пор решение этой задачи, за исключением полубесконечной плазмы, не увенчалось успехом.

Так как электрическое поле, ускоряющее ионы, зависит от степени разделения заряда, главным управляющим параметром теории является отношение дебаевского радиуса лазерно-нагретых электронов,  $\lambda_{De}$ , к толщине фольги,  $L$ . До сих пор хорошо изучены только два предельных случая: квазинейтральный разлёт  $\lambda_{De} \ll L$  [110] и кулоновский взрыв  $\lambda_{De} \gg L$  [143]. Изложенная в этой главе теоретическая модель позволила впервые описать разлёт плазменного слоя в вакуум для произвольного значения его электронной температуры с демонстрацией предельных переходов к ранее полученным результатам квазинейтрального разлёта [3, 110, 113] и кулоновского взрыва [143]. Сопоставление с одномерным электростатическим численным моделированием (глава 1) показывает высокую точность теории.

С использованием эффективной температуры лазерно-нагретых электронов и учётом конечной длительности лазерного импульса,  $\tau$ , и размера пятна фокусировки,  $D_f$ , получены оценки максимальной энергии ионов для различных параметров системы «лазер-мишень», характерных для экспериментов. Изучена зависимость энергии отсечки пучка ионов на параметрической плоскости «размер пятна фокусировки - длительность импульса» при фиксированной полной энергии лазера. Предложены оптимальные соотношения между этими двумя параметрами, позволяющие максимизировать энергию пучка. Для всего возможного диапазона температур электронов теоретические результаты продемонстрировали хорошее согласие с результатами одномерного электростатического моделирования, полученные в главе 1. Теоретические результаты находятся в хорошем согласии не только с упрощённой одномерной численной моделью, но и с полномасштабным кинетическим моделированием лазерного ускорения ионов из полупрозрачных мишеней.

Помимо оценки максимальной энергии, требующей, по существу, нахождения поля на фронте ионной плазмы, было построено модельное, но физически обоснованное, распределение электростатического поля внутри плазмы. При его построении учитывалось влияние волн зарядовой плотности на электрические поля, обнаруженное в главе 1 при малых температурах электронов  $T < 1$ . Получены и исследованы пространственно-временные и спектральные характеристики ускоренных ионов плазмы.

Результаты, представленные в данной главе, были опубликованы в работах [147, 209, 211, 216].

## 2.2 Максимально достижимая энергия ионов

### 2.2.1 Модельная плотность ионной плазмы

При рассмотрении системы уравнений (1.8) в случае плазмы однокомпонентного ионного состава следует положить  $\rho \equiv 0$  и  $g(x) \equiv 0$ . Индекс « $h$ » в обозначении величин, относящихся к единственному сорту ионов далее будем опускать. Окончательно,

исходная система уравнений редуцируется до следующей

$$\begin{cases} \varphi''(x, t) = \eta \exp\left(\frac{\varphi(x, t)}{T}\right) - n(x, t), \\ E = -\frac{\partial\varphi(x, t)}{\partial x}, \quad E(x=0, t) = 0, \quad E(x=\infty, t) = 0, \\ \ddot{x} = E(t), \quad \dot{x}(0) = 0, \quad x(0) = x_0, \quad 0 \leq x_0 \leq 1, \\ n(x, t) = \left|\frac{\partial x(x_0, t)}{\partial x_0}\right|^{-1}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Согласно системе уравнений (2.1) вне ионной плазмы электростатическое поле имеет вид

$$E(x > x_f) = \sqrt{2\eta T} \cdot \left[ \sqrt{\frac{\eta}{2T}}(x - x_f) + \exp\left(-\frac{\varphi_f}{2T}\right) \right]^{-1}, \quad (2.2)$$

$$\varphi(x > x_f) = -2T \ln \left[ \sqrt{\frac{\eta}{2T}}(x - x_f) + \exp\left(-\frac{\varphi_f}{2T}\right) \right]. \quad (2.3)$$

Здесь  $\varphi_f(t)$  — значение потенциала на фронте ионов,  $x = x_f(t)$ .

Приведем решения системы (2.1) в известных случаях. В пределе  $\lambda_{De} \gg 1$ , то есть при очень сильном нагреве электронов мишени лазерным импульсом, когда электроны фактически покидают мишень, происходит кулоновский взрыв плазменного слоя. Такой случай был исследован в работе [143] и соответствует генерации максимально возможного ускоряющего поля, причём электростатическое поле на фронте имеет вид:

$$E_f^{CE}(t) = 1. \quad (2.4)$$

Электрическому полю (2.4) соответствуют следующие закон движения фронта разлетающейся ионной плазмы

$$x_f^{CE}(t) = 1 + t^2/2 \quad (2.5)$$

и зависимость максимальной энергии ионов от времени

$$\varepsilon_{max}^{CE}(t) = t^2/2. \quad (2.6)$$

Противоположный предел  $\lambda_{De} \ll 1$  отвечает результату работы Мора [110] для случая полуограниченной плазмы,  $L \rightarrow \infty$ , когда  $\eta \simeq 1$ . Соответственно, численно полученный в работе [110] закон изменения электрического поля на фронте  $E_f^{QN}(t)$  выглядит как

$$E_f^{QN}(t) = \frac{2\sqrt{T}}{\sqrt{2e + t^2}}. \quad (2.7)$$

Электрическое поле (2.7) приводит к следующим асимптотикам ( $t \gg \sqrt{2e}$ ) для координаты фронта и максимальной энергии ионов:

$$x_f^{QN}(t) = 1 + 2t\sqrt{T} \left[ \ln \left( \sqrt{\frac{2}{e}} t \right) - 1 \right], \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_{max}^{QN}(t) = 2T \left[ \ln \left( \sqrt{\frac{2}{e}} t \right) \right]^2. \quad (2.9)$$

Как видно из формул (2.7)–(2.9) их экстраполяция за рамки формальной применимости,  $\lambda_{De} \gtrsim 1$ , не позволяет даже качественно описать переход в режим кулоновского взрыва, описываемый выражениями (2.4)–(2.6).

При произвольных значениях электронной температуры (то есть параметра  $\lambda_{De}$ ) сложность аналитического решения системы (2.1) заключается в самосогласованном вычислении плотности ионов в терминах лагранжевых переменных. Альтернативой является использование интерполяции между двумя известными пределами с учётом численного решения, например методом «частица-в-ячейке» (PIC), которое было описано в главе 1. С таким численным решением мы будем сравнивать результаты нашей аналитической теории. Чтобы избежать трудоёмкого самосогласованного вычисления плотности ионов, мы нашли интерполяционное выражение для  $n(x, t)$ , справедливое для произвольной температуры  $T$ . Заметим что кулоновский взрыв плазменного слоя (случай экстремально горячих электронов) сопровождается сохранением однородности профиля ионной плотности [143], то есть  $n(x, t) = 1/x_f(t)$ . С другой стороны, при слабом нагреве электронной компоненты разлет плазмы протекает в квазинейтральном режиме, когда  $n(x, t) \approx n_e(x, t) = \eta \exp[\varphi/T]$ . Из уравнения Пуассона в системе (2.1) следует, что  $E_f = \int_0^{x_f} (n(x, t) - n_e(x, t)) dx$ . Если записать  $n(x, t) = n_e(x, t) + E_f/x_f$  выражение для  $E_f$  автоматически выполняется. Окончательно, модельная плотность имеет вид

$$n(x, t > 0) = \begin{cases} \eta \exp \left[ \frac{\varphi(x, t)}{T} \right] + \frac{E_f(t)}{x_f(t)}, & 0 \leq x \leq x_f(t), \\ 0, & x > x_f(t). \end{cases} \quad (2.10)$$

Из выражения (2.10) автоматически получаются правильные предельные переходы в режимы квазинейтрального разлёта и кулоновского взрыва, так как  $E_f(T \rightarrow \infty) \rightarrow 1$ ,  $\eta(T \rightarrow \infty) \rightarrow 0$  и  $E_f(T \rightarrow 0) \rightarrow 0$ .

Решая уравнение Пуассона в системе (2.1) с модельной плотностью ионов (2.10), получается неявное выражение для функции  $E_f(x_f)$ :

$$(E_f)^{-1} = 1 + \sqrt{\frac{x_f E_f}{2T}} \exp\left[\frac{x_f E_f}{2T}\right] \operatorname{Erf}\left[\sqrt{\frac{x_f E_f}{2T}}\right], \quad (2.11)$$

где  $\operatorname{Erf}(z) = \int_0^z e^{-t^2} dt$ . Данное выражение проще, чем предложенное в работе [209] и не имеет интерполяционных коэффициентов. Точность этих двух моделей одинакова и далее мы будем приводить результаты, полученные с помощью формулы (2.11). Отметим также, что решение уравнения Пуассона из системы (2.1) с плотностью (2.10) внутри ионной плазмы даст линейно растущее поле,  $E(x) = E_f \cdot x/x_f$ . Распределения полей на рис. 1.1, 1.2 показывают, что это достаточно грубое приближение в случае малых температур. Следовательно, описание спектральных распределений с модельной плотностью (2.10) затруднительно. Более аккуратный подход, позволяющий получить корректные распределения ионов по энергиям, будет продемонстрирован в разделе 2.4.

Неявное выражение для поля (2.11) вместе с уравнением движения для ионов,двигающихся на фронте

$$\ddot{x}_f = E_f(x_f), \quad (2.12)$$

по существу, решает задачу нахождения зависимости  $x_f(t)$ , поскольку уравнение (2.12) легко решается численно.

### 2.2.2 Сравнение с 1D ES PIC моделированием и экспериментом

Решение уравнения (2.12) с полем на фронте (2.11) позволяет изучить временную эволюцию величин, связанных с движением фронта разлетающейся плазмы: его положение, значение электрического поля на границе плазмы, максимальную энергию ионов.

Проведём сравнение полученных аналитических формул с численными расчётами для произвольных температур электронов и с известными предельными случаями малых и больших  $\lambda_{De}$ . На рис. 2.1 показана эволюция электрического поля на фронте ионной плазмы,  $E_f(t)$ . Видно хорошее согласие между аналитическими (зелёные кривые) и численными результатами (красные точки) во всем диапазоне электронных температур. Отклонения на малых временах при  $T = 0.01$  обусловлены переходом

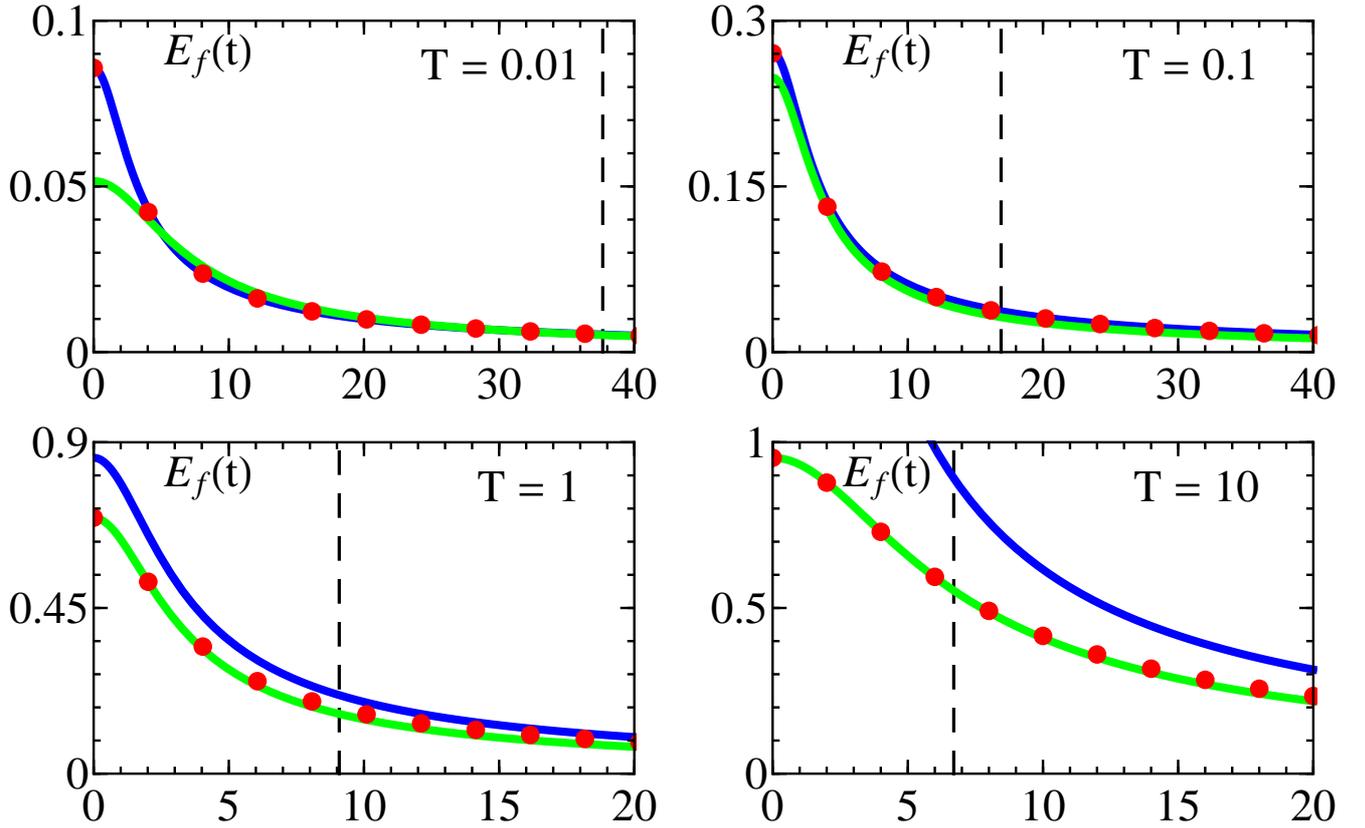


Рис. 2.1: Зависимость поля на фронте разлетающейся плазмы от времени. Зелёные линии соответствуют формуле (2.11), красными точками представлено численное решение системы (2.1), а синие кривые отвечают формуле (2.7). Вертикальный пунктир показывает момент пересечения фронтом плоскости с координатой  $x = x_d = 20$ .

изначально однородной ионной плотности к  $n \approx n_e$ , который не описывается формулой (2.10). Однако такое отклонение несущественно для описания разлёта плазмы на временах  $t > \max(1, 1/\sqrt{T})$  и практически не влияет на характеристики ускоренных ионов. Как видно из рис. 2.1, формула для поля на фронте (2.7) из работы [110] (синие линии) применима лишь при малых значениях температур  $T \lesssim 1$ , что соответствует выполнению соотношения  $\lambda_{De} \ll 1$ . Также, в отличие от численной и нашей аналитической кривой, поле (2.7) не стремится к полю в режиме кулоновского взрыва (2.4) с ростом температуры. Вертикальные линии на рис. 2.1 отвечают моменту пересечения ионным фронтом плоскости с заданной координатой (в рассмотренном примере:  $x_d = 20$ ), которую можно отождествлять с границей одномерного разлёта — длиной ускорения,  $l_{acc}$ , введённой ранее (см. раздел 1.2).

На рис. 2.2 показано движение фронта ионов  $x_f(t)$ . Малое отклонение аналитической зависимости от численной, не превышающее 6% при  $T = 0.01$ , позволяет

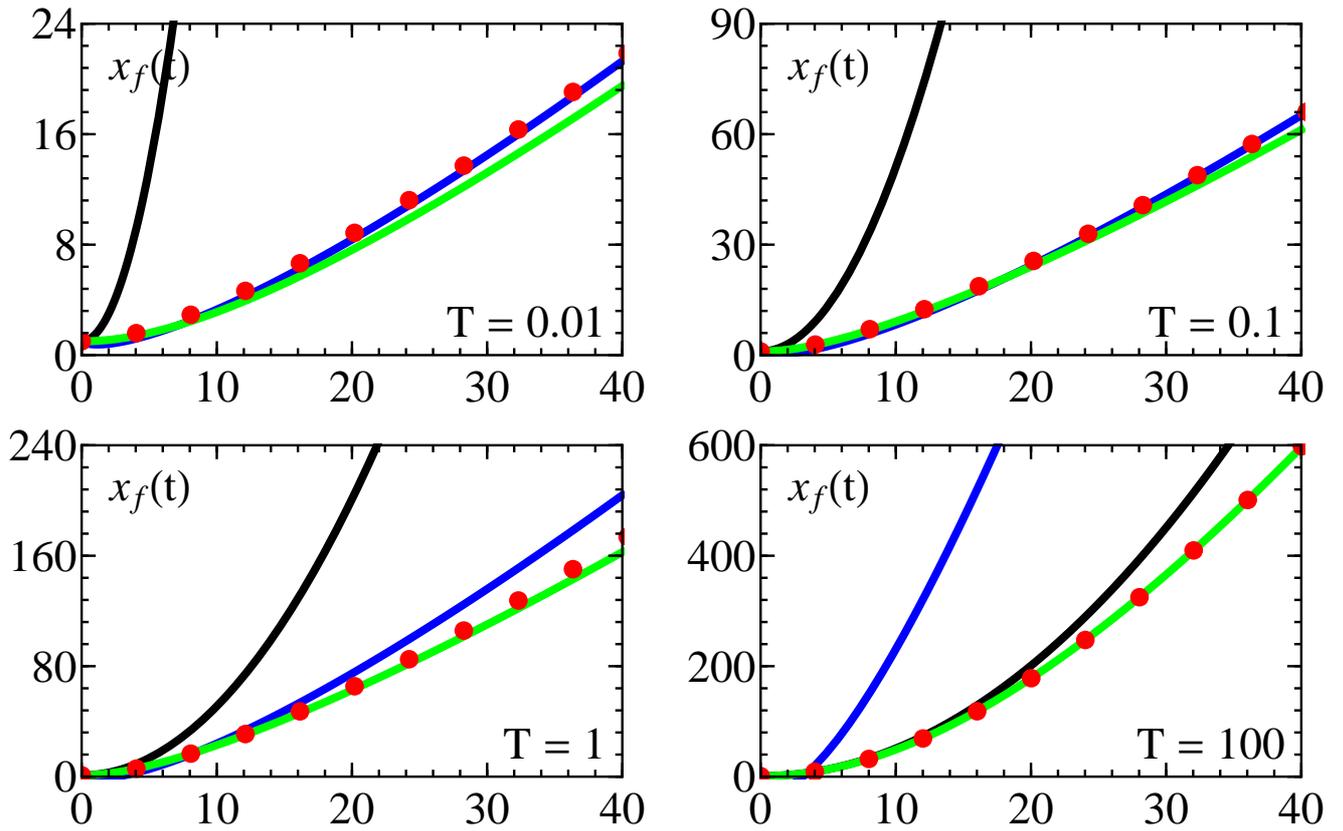


Рис. 2.2: Движение фронта ионной плазмы. Зелёные линии соответствуют решению уравнения (2.12), красными точками представлено численное решение системы (2.1), синие кривые отвечают формуле (2.8), а чёрные линии — предельному случаю кулоновского взрыва (2.5).

говорить о высокой точности полученных результатов. С увеличением температуры электронной компоненты различие между численным и аналитическим решениями оказывается ещё меньше. При этом отмечается плавный переход к зависимости, отвечающей режиму кулоновского взрыва (2.5).

Монотонно растущее электростатическое поле при  $x \leq x_f$  указывает на то, что максимальной энергией при разлете будут обладать ионы, находящиеся на поверхности мишени. Для них  $x(t) \equiv x_f(t)$ ,  $x_0 = 1$  и  $\varepsilon_{max} = (\dot{x}_f)^2/2$ . На рис. 2.3 сравниваются результаты, полученные с помощью формулы для кулоновского взрыва (2.6) (чёрные кривые), аналитической модели (2.11), (2.12) (зелёные линии), численных PIC расчетов (красные точки) и формулы Мора (2.9) (синие кривые). Максимальное отклонения аналитических формул (2.11), (2.12) от численных результатов не превышает 10% при  $T = 0.01$ . С увеличением температуры точность приближенной аналитической модели возрастает, и как аналитические, так и численные кривые стремятся к

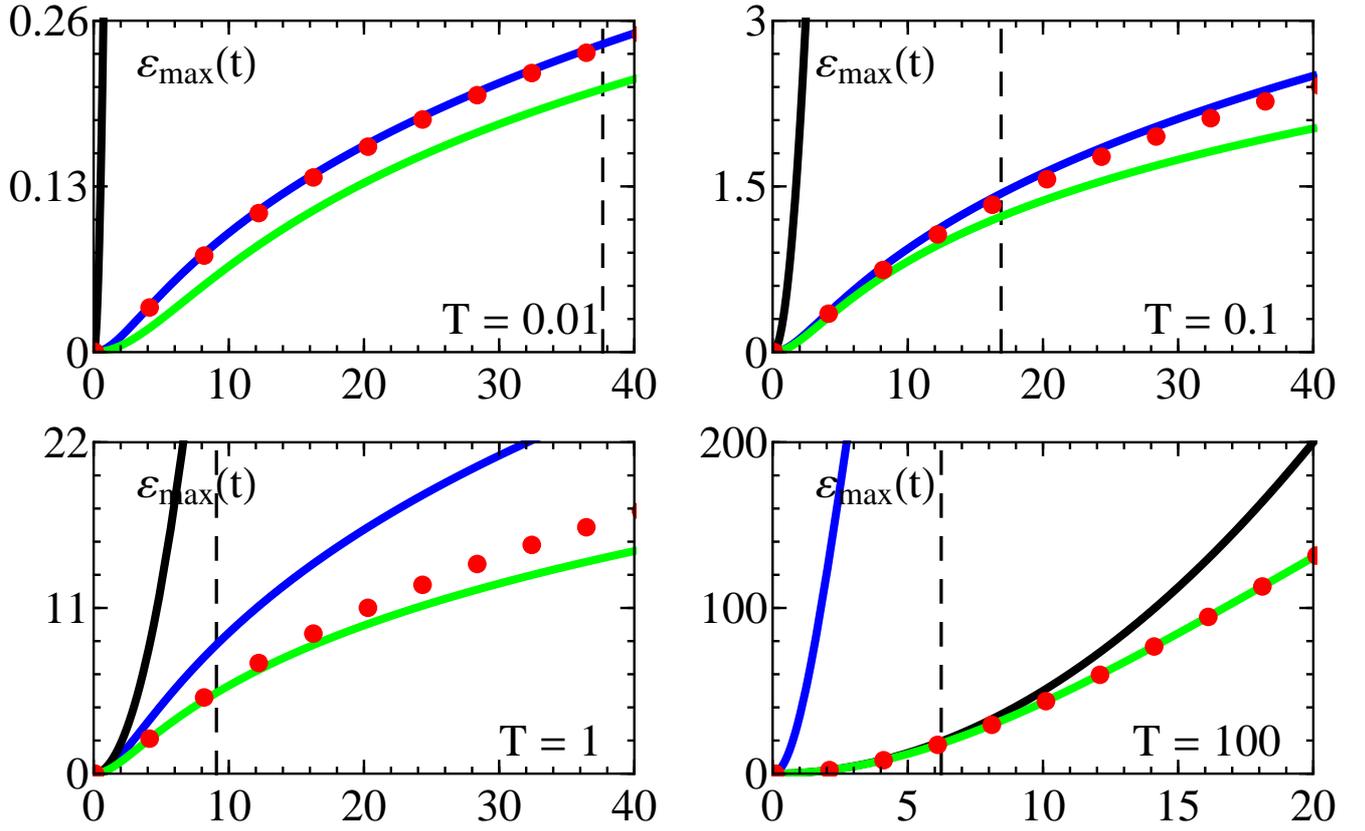


Рис. 2.3: Зависимость максимальной энергии от времени. Зелёные линии соответствуют решению уравнения (2.12), красными точками представлено численное решение системы (2.1), синие кривые отвечают формуле (2.9), а чёрные линии — предельному случаю кулоновского взрыва (2.6). Вертикальные линии показывают момент пересечения ионным фронтом плоскости  $x = x_d = 20$ .

зависимости, отвечающей кулоновскому взрыву (2.6), в то время как формула (2.9) остается справедливой только при малых значениях температур ( $T \leq 0.1$ ).

На рис. 2.4 показана температурная зависимость максимальной энергии ускоренных ионов на «детекторе», расположенном на расстоянии, ограничивающем режим одномерного разлёта (см. раздел 1.2). Максимально достижимым значением здесь будет являться энергия для случая кулоновского взрыва (показана чёрной линией):

$$\varepsilon_{max}^{CE} = x_d - 1, \quad (2.13)$$

к которой стремятся, в пределе больших температур, как аналитическое (зелёная кривая), так и точное численное решения (красные точки). Также, аналитическая модель демонстрирует очень хорошее согласие с численным решением во всем, широком, диапазоне температур электронов. Рис. 2.4 позволяет также более точно установить границу применимости формулы для полуограниченной плазмы (2.8), (2.9). Последняя

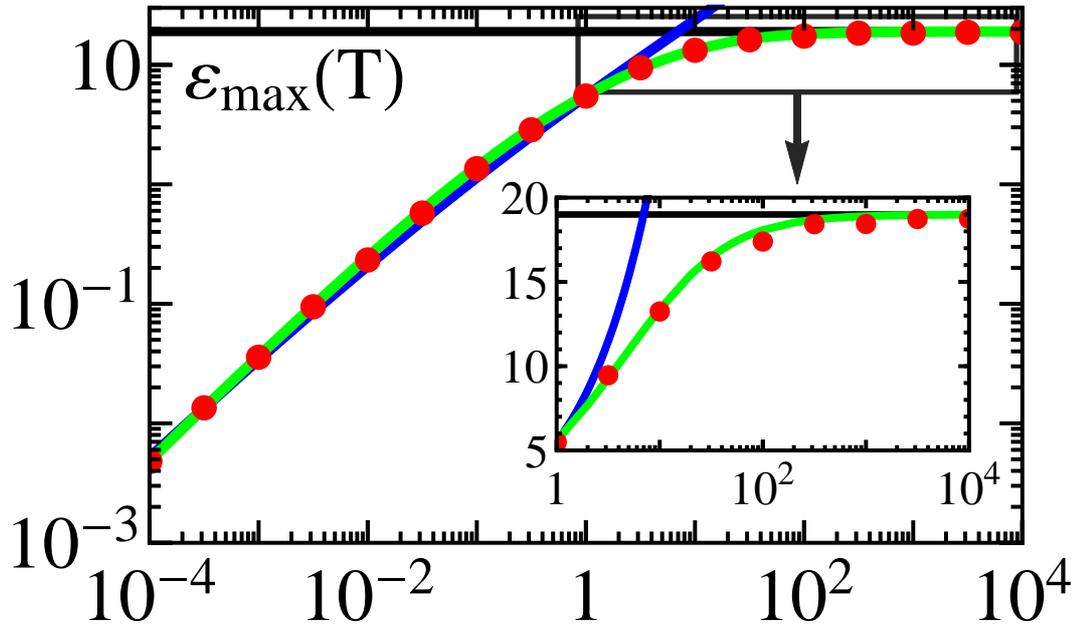


Рис. 2.4: Максимальная энергия ионов, фиксируемая на «детекторе» (плоскости  $x = x_d = 20$ ), в зависимости от температуры. Зелёные линии — формулы (2.11), (2.12), красные точки — численно найденные значения (глава 1), чёрная линия — максимальная энергия ионов при кулоновском взрыве (2.13), синяя линия — зависимость, полученная из формул для полубесконечной плазмы (2.8), (2.9). Вставка детализирует область высоких температур.

начинает заметно отклоняться от нашего аналитического решения при  $T > 3$  (отклонение превышает 50%), что соответствует значениям дебаевского радиуса  $\lambda_{De} > 1.5 L$ .

Наша простая модель позволяет связать основные параметры лазерного импульса и мишени с максимально достижимой энергией ионов, что является важным для экспериментов по ускорению ионов. Поясним это примером. Возьмём параметры эксперимента из работы [100], в котором были использованы фольга из углерода ( $Z = 6$ ) с плотностью числа частиц  $n_0 = 1.4 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}$ , толщиной  $L = 0.2 \text{ мкм}$  и лазерный импульс с интенсивностью  $I = 5 \cdot 10^{20} \text{ Вт/см}^2$ , длиной волны  $\lambda = 1054 \text{ нм}$ , сфокусированный в пятно с  $D_f = 7.6 \text{ мкм}$ . Эмпирически установлено, что температура лазерно-нагретых электронов достаточно хорошо описывается пондеромоторным скелингом из работы [111]:

$$T \propto m c^2 \left( \sqrt{1 + a^2} - 1 \right), \quad (2.14)$$

где  $a$  — безразмерная амплитуда поля лазерного импульса, которая связана с интен-

сивностью  $I$ , выраженной в Вт/см<sup>2</sup>, и длиной волны  $\lambda$  в микрометрах как

$$a = 0.85\sqrt{I\lambda^2 10^{-18}}. \quad (2.15)$$

Используя скейлинг (2.14) для температуры электронов вместе с (2.15), получаем следующую оценку для максимальной энергии ионов углерода  $\varepsilon_{max} \approx 665$  МэВ. Данный теоретический результат хорошо согласуется с экспериментальными данными:  $\varepsilon_{max} \approx 650$  МэВ.

## 2.3 Зависимость максимальной энергии от параметров лазера

### 2.3.1 Учёт конечных длительности лазерного импульса и размера пятна фокусировки

В данном разделе описанная выше простая модель будет адаптирована к описанию экспериментальных условий, когда длительность лазерного импульса,  $\tau$ , может быть меньше, чем характерное время разлёта мишени.

Мы полагаем, что электроны плазмы постоянно подогреваются лазером до некоторой характерной температуры  $T_0$  во время действия импульса,  $t < \tau$ . После выключения лазерного импульса,  $t > \tau$ , они начнут адиабатически остывать, как это было описано в работе [134]. Временная зависимость температуры электронов в таком случае может быть записана следующим образом:

$$T(t) = T_0 \left[ \Theta(\tau - t) + \frac{\Theta(t - \tau)}{1 + (t - \tau)^2/t_c^2} \right], \quad (2.16)$$

где  $\Theta(t)$  — функция Хевисайда, и характерное время остывания определяется как  $t_c = l/\sqrt{2}c_s$ . Здесь  $l$  — это характерный пространственный масштаб ионной плотности, а  $c_s$  — скорость ионного звука. Мы выбираем  $l = x_f(\tau)$  и  $c_s = \sqrt{T_0}$  в качестве характерных значений.

Когда ионная плазма разлетается на расстояния  $x_f \sim l_{1D} = 1 + D_f$ , необходимо учитывать быстрое падение ускоряющего поля. Из-за конечности объёма, занимаемого плазмой, оно будет спадать  $\propto x^{-2}$  для  $x_f \gg l_{1D}$ . Сшивая две асимптотики поля на фронте:  $E_f$  (2.11) для  $x_f < l_{1D}$  и  $E_f(l_{1D})/(x - l_{1D})^2$  для  $x_f \gg l_{1D}$ , можно предложить гладкую формулу, справедливую для произвольного положения фронта  $x_f$ . Кроме

того, действие лазерного импульса вносит асимметрию в разлёт плазмы, так как все электроны из мишени ускоряются с тыльной стороны в направлении «вперёд». Мы будем считать, что из-за этого электрическое поле при  $x > 0$  в два раза превышает значение, определённое в формуле (2.11) в предыдущем разделе для симметричного разлёта горячего плазменного слоя в вакуум. Окончательно, электрическое поле на фронте ионной плазмы в произвольный момент времени может быть записано следующим образом:

$$E_f^{3D}(x_f) = \begin{cases} 2 E_f(x_f), & x_f \leq l_{1D}, \\ \frac{2 E_f(l_{1D})}{1 + (x_f - l_{1D})^2}, & x_f > l_{1D}, \end{cases} \quad (2.17)$$

где временная эволюция температуры электронов, входящей в выражение (2.11) для  $E_f$ , даётся формулой (2.16). Решая уравнение движения из системы (2.1) для ионов, находящихся на фронте расширяющейся плазмы, с электрическим полем  $E_f^{3D}(x_f)$  из выражения (2.17), можно получить максимальную энергию ионов  $\varepsilon_{max} = (\dot{x}_f)^2/2$  и её зависимости от длительности импульса, размера пятна фокусировки и величины электронной температуры, которая однозначно связана с энергией лазерного импульса.

### 2.3.2 Сравнение с 3D EM PIC моделированием

В этом разделе мы сравним результаты нашей простой аналитической модели с результатами трёхмерного кинетического моделирования для наиболее интересного случая, когда толщина мишени выбирается таким образом, чтобы энергия ускоренных ионов была максимальна [147]. Для иллюстрации теоретической модели на рис. 2.5 мы построили максимальную энергию протонов из водородной фольги в зависимости от размера фокального пятна при фиксированной длительности импульса  $\tau = 30$  фс (рис. 2.5, левый график) и от длительности импульса при фиксированном размере пятна фокусировки  $D_f = 4$  мкм (рис. 2.5, правый график). Температура электронов  $T_0$  для соотношения (2.16) находилась из пондеромоторного скейлинга (2.14),  $T_0 \propto m c^2 (\sqrt{1 + (a_{abs})^2} - 1)$ , в котором был произведён учёт неполного вложения энергии лазерного импульса в нагрев электронной компоненты мишени. А именно, безразмерная амплитуда поглощённого лазерного поля,  $a_{abs}$ , связана с вакуумной амплитудой,  $a \propto \epsilon_L$  ( $\epsilon_L$  – полная энергия лазерного импульса), соотношением  $a_{abs} = a \sqrt{C_{abs}}$ . Коэффициент поглощения по интенсивности  $C_{abs} = I_{abs}/I$  может быть

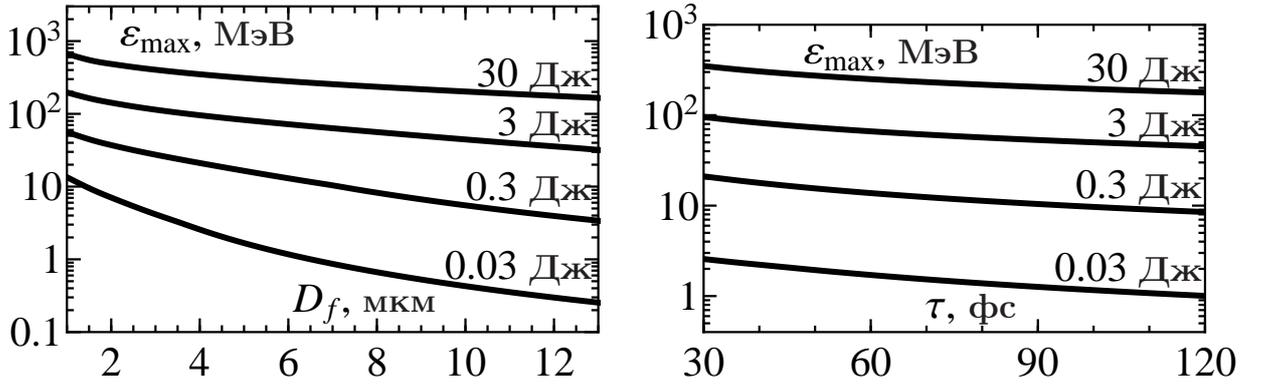


Рис. 2.5: Максимальная энергия протонов в зависимости от пятна фокусировки,  $D_f$  (левый график) и от длительности импульса,  $\tau$  (правый график) для водородной фольги с  $n_{e0} = 200 n_{cr}$  с оптимальной толщиной.

найден только по результатам полномасштабного кинетического моделирования. В работе [147] было установлено, что приблизительно можно считать  $C_{abs} \approx 0.15 (\epsilon_L)^{0.2}$ . При построении графиков на рис. 2.5 толщина фольги подбиралась под интенсивность лазерного импульса так, чтобы она была полупрозрачна для излучения, что обеспечивает максимально эффективный прогрев электронов,  $L_{opt} \approx \lambda \cdot 0.5 a n_{cr} / n_e$ , где  $n_{cr}$  — критическая плотность плазмы [147]. Кривые на рис. 2.5 согласуются с результатами моделирования (см. график на рис. 3 в работе [147]), которые показывают, что при заданной полной энергии лазерного импульса,  $\epsilon_L$ , уменьшение длительности импульса приводят к падению результирующей энергии ионов. Также, при заданной энергии лазера и его длительности расфокусировка будет приводить к уменьшению энергии ионов, несмотря на возможность увеличения эффективной длины ускорения, связанной с размером фокального пятна через величину  $l_{1D} \equiv l_{acc} \propto D_f$ .

На рис. 2.6 мы сравнили максимальную энергию протонов из мишеней оптимальной толщины,  $L_{opt}$ , полученную в теории (кривые) и по результатам численного моделирования (символы). Из рисунка видно, что теория качественно воспроизводит зависимость энергии протонов от лазерной интенсивности. Так как в теории рассматривалась однокомпонентная водородная мишень, аналитические кривые на рис. 2.6 лежат выше результатов моделирования (до 30%). Это объясняется тем, что в двухкомпонентной мишени  $\text{CH}_2$  ионы углерода также ускоряются, расходуя часть вложенной энергии импульса. Несмотря на это, графики на рис. 2.6 демонстрируют, что на качественном уровне простая теория правильно воспроизводит зависимость энергии протонов от параметров лазера, обладая предсказательной силой для разных

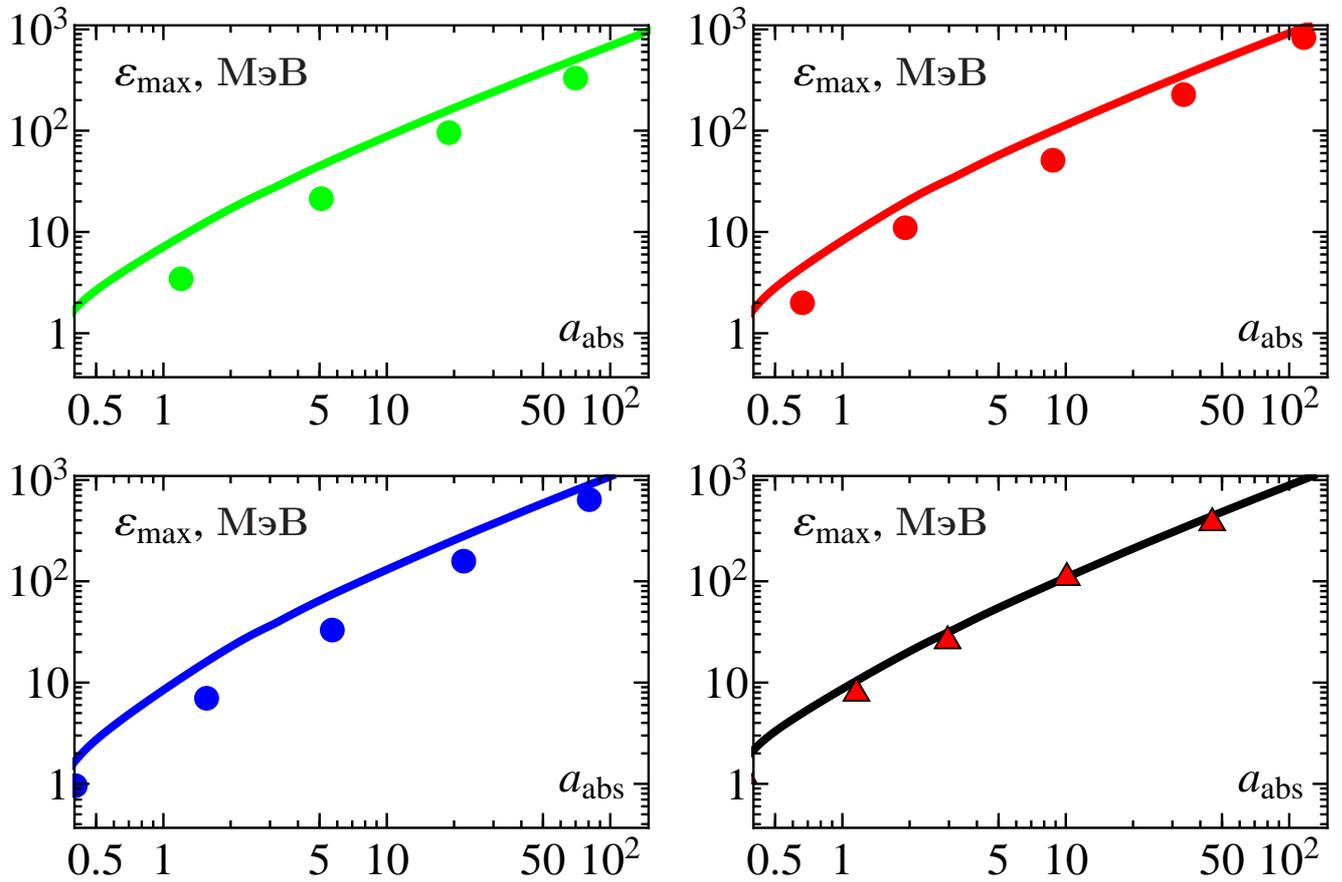


Рис. 2.6: Зависимость максимальной энергии протонов от амплитуды поглощённого лазерного поля, полученная теоретически (линии) и по результатам моделирования (символы). Точки — результаты для  $\tau = 30$  фс, треугольники —  $\tau = 150$  фс. Обозначение цветов символов: красный —  $d = 4$  мкм, синий —  $d = 6$  мкм, зелёный —  $d = 2$  мкм. Обозначения цвета кривых совпадает с обозначениями символов (чёрная кривая —  $d = 4$  мкм,  $\tau = 150$  фс).

параметров лазерного импульса. Теоретические значения для длинных импульсов не демонстрируют завышения энергии на 30%, которое имело место в случае коротких импульсов. Фактически, это означает, что для длинных импульсов, теоретическая модель занижает результирующую энергию ионов. Мы связываем это обстоятельство с тем, что теоретическая модель не учитывает некоторые эффекты, протекающие в поперечной к разлёту плоскости. Схема одного такого эффекта показана на рис. 2.7. В фокальной области мишени после удаления электронов (с суммарным зарядом  $-Q$ , см. рис. 2.7) образуется нескомпенсированный положительный заряд  $+Q$ . Пространственное разделение этих зарядов,  $\pm Q$ , и приводит к возникновению «виртуального катода», в поле которого ускоряются ионы. Наличие избыточного положительного за-

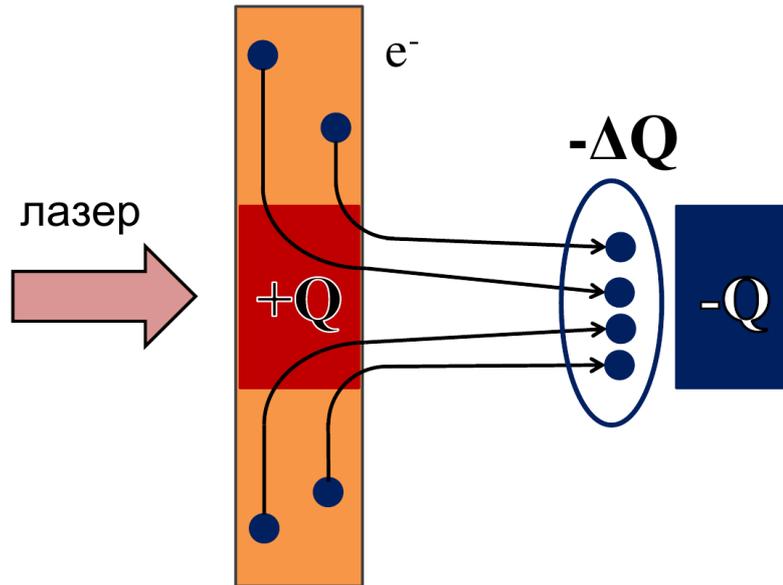


Рис. 2.7: Схема поперечного движения электронов с периферии фокального пятна в его центр с последующим увеличением поля разделения заряда.

ряда в фокальной области приводит к возникновению поперечного электронного тока из нейтральной периферии в центр. Эти «вновь пришедшие» электроны будут удаляться лазером в направлении «вперёд», создавая избыточный отрицательный заряд за тыльной стороной мишени  $-\Delta Q$ , тем самым приводя к увеличению поля разделения заряда. Для длинных лазерных импульсов это увеличение может быть существенным. Нижний порог длительности импульса, когда этот эффект станет проявляться можно оценить как  $\tau > D_f/v_{\perp}$ , где скорость  $v_{\perp}$  меняется от 0 до  $c$ . Характерное время поперечного движения электронов составляет  $\sim D_f/c$ , то есть величину порядка нескольких десятков фемтосекунд.

Несмотря на указанный эффект, который не учитывает построенная теория, можно считать, что графики на рис. 2.6 свидетельствуют о хорошем согласии теоретической модели с результатами трёхмерного кинетического численного моделирования для зависимости максимальной энергии протонов от параметров лазера и мишени.

### 2.3.3 Оптимальное соотношение параметров лазера

Даже при повсеместном распространении полномасштабных кинетических кодов, моделирующих лазер-плазменное взаимодействие, простые аналитические модели остаются по-прежнему востребованными. Они позволяют легко оценить зависимости интересующих характеристик ионов от большого числа параметров, входя-

щих в задачу. В предыдущем подразделе было показано, что результаты построенной аналитической модели находятся в хорошем качественном и разумном количественном согласии с трёхмерным кинетическим PIC-моделированием. Поэтому можно воспользоваться теоретическими результатами, чтобы изучить поведение максимальной энергии протонов от параметров лазера в более широкой области, чем это позволяет численное моделирование. Так, в работе [147] были получены значения максимальной энергии протонов только для четырёх пар параметров длительность импульса–пятно фокусировки. Мы же можем проследить зависимость энергии протонов на всей плоскости этих параметров. Соответствующие графики приведены на рис. 2.8 для двух значений полной энергии лазера: 3 Дж и 30 Дж. Согласно рис. 2.8, с увеличением размера пятна фокусировки зависимость конечной энергии от длительности импульса становится слабее. Это связано с тем, что диаметр пятна определяет характерную длину ускорения  $l_{1D}$ . Если ускорение занимает меньше времени, чем полная длительность импульса, происходит неполное вложение энергии электростатического поля в энергию ионов из-за перехода разлёта в трёхмерный режим, сопровождающийся сильным падением ускоряющих полей. Соответственно, использование таких достаточно длинных импульсов является неэффективным для ускорения ионов. Таким образом, существует некоторое оптимальное соотношение между длительностью импульса и размером пятна фокусировки: для наиболее эффективной конверсии лазерной энергии в энергию ускоренных частиц, длительность импульса не должна превышать характерное время ускорения частиц (определяемое, как время разлёта плазмы на расстояния порядка диаметра пятна).

## 2.4 Спектральные распределения ускоренных ионов

### 2.4.1 Модельное распределение электростатического поля

В работе [110], исходя из результатов численного моделирования и известных результатов для квази-нейтрального истечения плазмы [3], была предложена модельная зависимость поля на фронте ионов от времени. Несмотря на отсутствие последовательного теоретического вывода, полученная формула активно используется для анализа результатов экспериментов и численных моделирований (см., например, [65]). В данном разделе мы фактически следуем логике работы [110], конструируя модель-

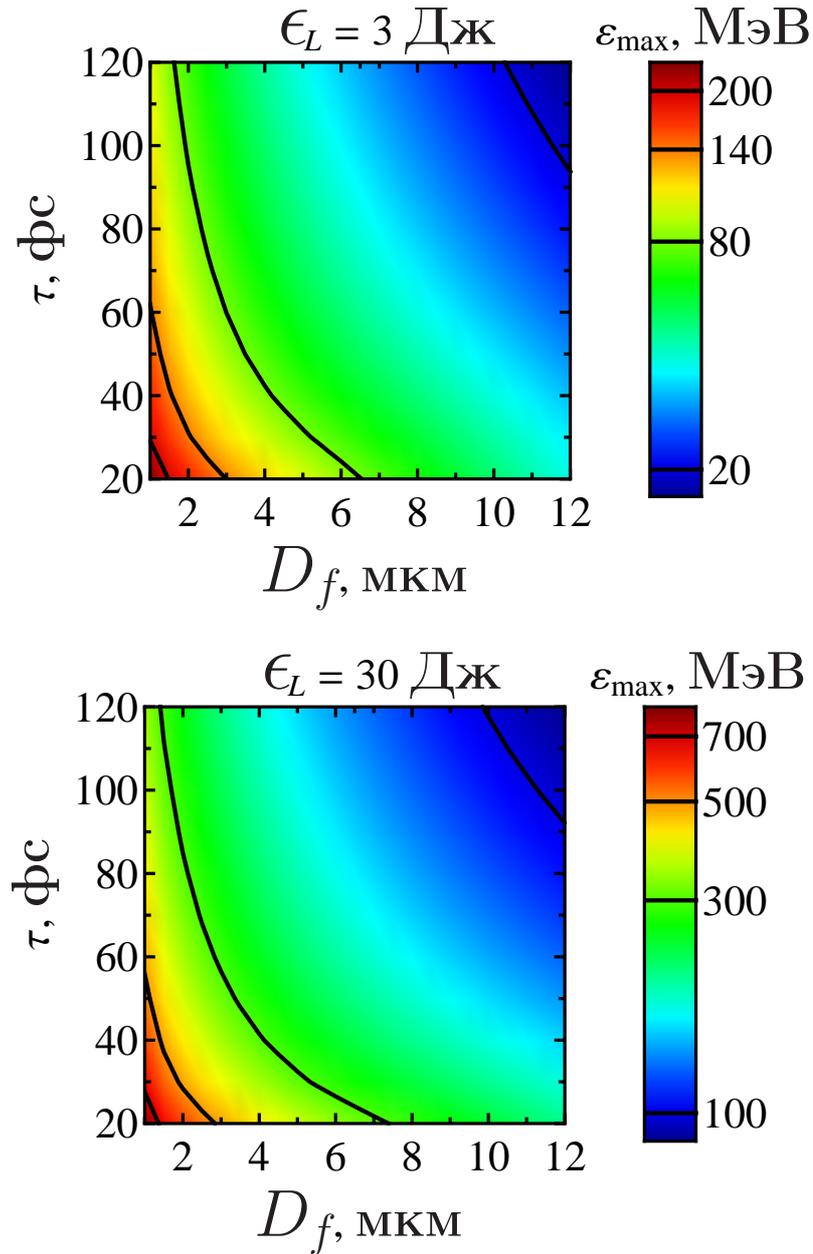


Рис. 2.8: Максимальная энергия протонов в зависимости от пятна фокусировки,  $D_f$ , и длительности импульса,  $\tau$ , для водородной фольги с  $n_{e,0} = 200 n_{cr}$  с оптимальной толщиной. Энергия лазерного импульса  $\epsilon_L = 3 \text{ Дж}$  (сверху) и  $\epsilon_L = 30 \text{ Дж}$  (снизу).

ное распределение поля внутри разлетающегося плазменного слоя. Основанием для подобной процедуры будут служить известные физические представления. Последовательное решение системы (2.1) до сих пор было проведено в рамках различных приближений, включающих в себя, например, рассмотрение полуограниченной плазмы ( $L \rightarrow \infty$ ) [110], использование квазинейтрального приближения ( $n_e \equiv n$ ) [148], режим кулоновского взрыва  $T \rightarrow \infty$  [143]. Последний реализуется, когда температура электронов достаточно велика, при этом  $E(x) = x/x_f(t)$ . Для очень малых  $T$  разлёт слоя

конечной толщины будет аналогичен случаю полубесконечной плазмы. Однако, точные локальные распределения поля для этого случая до сих пор были найдены только численно (см., например, рис. 2 в [110]). Поэтому для получения распределения поля во всём диапазоне электронных температур, особое внимание следует уделить малым температурам.

Из рис. 1.1, 1.2 видно, что на протяжении всего разлёта поле экранируется вблизи фронта расширяющейся плазмы. Поэтому мы предполагаем, что это поле (позади волны разрежения и перед фронтом отражённой волны) испытывает дебаевскую экранировку и имеет следующий вид

$$E(x \leq x_*) = \frac{E_* \left( 1 - \exp \left[ \frac{x - x_f}{\lambda(x)} \right] \right) + E_f \left( \exp \left[ \frac{x - x_f}{\lambda(x)} \right] - \exp \left[ \frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)} \right] \right)}{1 - \exp \left[ \frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)} \right]}. \quad (2.18)$$

Здесь  $E_*$  — значение поля на поверхности фронта с координатой  $x_*$ , причем  $E(x = x_*) = E_*$  для произвольных отношений  $\lambda(x)/x_f$ .

Когда плотность электронов подчиняется распределению Больцмана, их дебаевский радиус записывается как

$$\lambda(x) = \sqrt{\frac{T}{\eta \exp(\varphi(x, t)/T)}}.$$

С учётом  $E(x) = -\varphi(x)'$  из соотношения (2.18) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка для функции  $W(x) = 1/\lambda(x)$ :

$$\begin{cases} W'(x) + W(x) \left[ C(E_*) + D(E_*) \exp \left( (x - x_f) W(x) \right) \right] = 0, \\ x_* \leq x \leq x_f, \quad W(x_f) = \frac{E_f}{T \sqrt{2}}, \end{cases} \quad (2.19)$$

где

$$C(E_*) = \frac{1}{2T} \frac{E_* - E_f \exp \left( \frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)} \right)}{1 - \exp \left( \frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)} \right)}, \quad D(E_*) = \frac{1}{2T} \frac{E_f - E_*}{1 - \exp \left( \frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)} \right)}. \quad (2.20)$$

Граничное условие для  $W(x)$  в уравнении (2.19) отвечает решению системы (2.1) для поля (2.2) и потенциала в вакууме (2.3), и условию их непрерывности, которое даёт выражение для потенциала на фронте,  $\varphi_f(t)$ :

$$\varphi_f(t) = T \ln \left( \frac{E_f(t)^2}{2\eta T} \right). \quad (2.21)$$

Решение уравнения (2.19) гарантирует самосогласованное изменение локального дебаевского радиуса  $\lambda(x)$  по мере расширения плазмы.

В работах [147] и [209] при произвольных  $T$  были записаны неявные выражения для  $E_f(t)$ . Здесь мы даем явное выражение для поля на фронте плазмы:

$$E_f(t) = E_f(0) \left[ 1 + \left( \frac{t}{t_{QN}(T)} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (2.22)$$

где начальное значение  $E_f(0)$  отвечает решению системы (2.1) при  $t = 0$ :

$$E_f(0) = \sqrt{\frac{2\eta T}{e^\eta}}. \quad (2.23)$$

Величина  $t_{QN}$  имеет смысл характерного времени перехода разлёта плазмы в квазинейтральный режим, когда  $E_f \sim t^{-1}$ , как это следует из автомодельного решения [3]. Температурная зависимость  $t_{QN}(T)$  может быть аппроксимирована как

$$t_{QN}(T) = \begin{cases} \sqrt{2e}, & T < 1, \\ \sqrt{2T + \frac{1}{\sqrt{T}}}, & T \geq 1. \end{cases} \quad (2.24)$$

Значение поля на фронте при  $T < 1$ , было получено в работе [110]. Подставляя соотношение (2.22) в уравнения движения фронта  $\ddot{x}_f = E_f(t)$ , можно получить для него явное выражение:

$$x_f(t) = 1 + E_f(0)t_{QN}^2 \left[ 1 - \sqrt{1 + \left( \frac{t}{t_{QN}} \right)^2} + \frac{t}{t_{QN}} \operatorname{arsh} \left( \frac{t}{t_{QN}} \right) \right]. \quad (2.25)$$

Из формул (2.21), (2.22) и (2.23) вытекает логарифмический закон спадания потенциала на фронте разлетающейся плазмы:

$$\varphi_f(t) = -\eta T - T \ln \left( 1 + \left( \frac{t}{t_{QN}} \right)^2 \right). \quad (2.26)$$

В случае очень малых температур электронов  $T \lll 1$ , когда волна разрежения движется к центру мишени, то есть её скорость  $v_* < 0$  (см. рис. 1.1), распределение плотности и поля перед ней остаются практически невозмущёнными. Мы экстраполируем это на бóльшие температуры, предполагая, что поле перед волной разрежения сохраняет начальное распределение с точностью до масштабирования на величину падения поля на фронте к данному моменту времени, то есть  $E_f/E_f(0) =$

$(1 + (t/t_{QN})^2)^{-1/2}$ . Кроме того, распределение поля на рис. 1.2 показывает, что с достаточной точностью поле позади отражённой волны можно считать линейно растущим до уровня  $E_*$ , который совпадает при малых температурах,  $T \ll 1$ , с однородным полем автомодельного разлёта плазмы работы [3]:  $E_* = \sqrt{T}/t$ . Резюмируя всё это, мы приходим к следующему приближенному выражению для распределения электростатического поля внутри ионной плазмы, в различных её областях относительно направления распространения прямой волны разрежения и отражённой:

$$E(x, t, E_*) = \begin{cases} 2TC(E_*) + 2TD(E_*) \exp\left(\frac{x - x_f}{\lambda(x)}\right), & x \geq x_*, \\ E_* \frac{x}{x_*}, & x \leq x_*, v_* \geq 0, \\ E(t=0, x) \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}}\right)^2\right]^{-1/2}, & x \leq x_*, v_* < 0. \end{cases} \quad (2.27)$$

Вид поля (2.27) при  $x \leq x_*$  определяет распределение потенциала, а следовательно и дебаевский радиус в выражениях (2.20):

$$\lambda(x_*) = \sqrt{\frac{T}{\eta}} \cdot \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{2T} \left(\varphi_0 - \frac{E_*}{2} x_*\right)\right), & v_1 > 0, \\ \exp\left(-\frac{1}{2T} \varphi(t=0, x_*) \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}}\right)^2\right]^{-1/2}\right), & v_1 \leq 0. \end{cases} \quad (2.28)$$

Здесь  $\varphi_0(t)$  — потенциал в центре плазмы,  $x = 0$ , а  $\varphi(t=0, x)$  — начальное распределение потенциала, которое может быть найдено из системы (2.1) при  $t = 0$ .

В главе 1 обсуждалось, почему на рис. 1.2 при  $v_* > 0$  линейно растущее с координатой поле становится однородным при значении  $x$ , несколько большем, чем даётся выражением (1.14), полученном в рамках полного пренебрежения разделением заряда,  $n \equiv n_e$ . Сравнение с численным моделированием показывает, что реальное положение точки сшивки в квазинейтральном режиме хорошо описывается значением (1.14), умноженным на 1.3. Окончательно, для положения точки сшивки и её скорости в квазинейтральном режиме имеем

$$x_*^{\text{QN}}(t) = \begin{cases} 1 - c_s t, & t \leq c_s^{-1}, \\ 1.3 + 1.3 c_s t \left[2 \ln(c_s t) - 1\right], & t \geq c_s^{-1}, \end{cases} \quad (2.29)$$

$$v_*^{\text{QN}}(t) = \begin{cases} -c_s, & t \leq c_s^{-1}, \\ 1.3 c_s + 1.3 \cdot 2 c_s \ln(c_s t), & t \geq c_s^{-1}. \end{cases} \quad (2.30)$$

С ростом температуры эффекты разделения зарядов начинают играть всё более существенную роль по сравнению с чисто гидродинамическими эффектами такими, как распространение волн ионно-звукового типа. При  $T \approx 1$  необходимо полностью кинетическое рассмотрение разлёта и движение точки сшивки  $x_*$ , обусловленное распространением волн зарядовой плотности, теряет смысл. Так как существует некоторый произвол в приближённом выборе точки сшивки, мы качественно (но в соответствии с численной моделью) принимаем  $x_* = 0.5 x_f$  уже при  $T = 1$ . Плавный переход во временном поведении точки сшивки от гидродинамического режима к чисто кинетическому осуществляется введением интерполяционного коэффициента:

$$x_* = A(T) x_*^{\text{QN}}(t) + (1 - A(T)) \frac{x_f}{2}, \quad v_* = A(T) v_*^{\text{QN}}(t) + (1 - A(T)) \frac{v_f}{2}, \quad (2.31)$$

который имеет следующий вид

$$A(T) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \text{th} \left( \frac{T - 0.1}{0.1} \right) \right]. \quad (2.32)$$

Для нахождения  $E_*$  необходимо аппроксимировать полное падение потенциала на толщине разлетающей плазмы. В работе [148] была получена плотность плазмы позади отражённой волны, т.е. при  $x \leq x_*$  и  $v_* > 0$ . Поскольку известна связь плотности электронов с распределением потенциала, то отсюда можно получить временное поведение потенциала в центре плазмы в неявном виде:

$$\varphi_0^{\text{QN}}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_0, \\ -T q(t), & t \geq t_0. \end{cases} \quad (2.33)$$

Величина  $q(t)$  находится из уравнения

$$\frac{t}{t_0} - G(q) = 0, \quad (2.34)$$

$$G(q) = e^{q/4} \left[ 1 - \frac{q}{4} + 4q \int_0^{1/2} y e^{qy^2} \left( 1 - \frac{q}{4} + qy^2 \right) \left( I_0(qy) + I_1(qy) \frac{1 + 4y^2}{4y} \right) dy \right].$$

Здесь  $I_0$  и  $I_1$  — модифицированные функции Бесселя. В работе [148] в качестве  $t_0$  в уравнении (2.34) выступает единственный временной параметр задачи — время встречи волн разрежения в центре мишени,  $c_s^{-1}$ . Если должным образом подобрать функцию  $t_0(T)$ , можно будет описать асимптотическое поведение  $\varphi_0(t)$  при любом  $T$  на больших временах, когда любой первоначальный разлёт будет переходить в квазинейтральный. Полученный нами температурный скейлинг имеет вид:

$$t_0(T) = \frac{1}{\sqrt{T}} + 0.4 + 1.3 \sqrt{2T}. \quad (2.35)$$

Приближение  $n = n_e + E_f/x_f$ , использованное в работах [147, 209], даёт линейно растущее поле и поэтому пригодно для режимов разлёта, близких к кулоновскому взрыву. В этом приближении, получаем

$$\varphi_0^{\text{CE}}(t) = \varphi_f(t) + \frac{1}{2}E_f(t)x_f(t) - \left(\eta T + \frac{E_f(0)}{2}\right), \quad (2.36)$$

причём  $E_f(t)$ ,  $x_f(t)$  и  $\varphi_f(t)$  берутся из выражений (2.22), (2.25) и (2.26) соответственно. Последнее слагаемое в выражении (2.36) обеспечивает выполнение условия  $\varphi_0^{\text{CE}}(0) \equiv 0$  для любого  $T$ , что становится важным при использовании этого выражения при малых  $T$ . По мере разлёта избыточный положительный заряд, изначально находившийся в ионной плазме, компенсируется электронами, попадающими в расширяющуюся плазму из окружающего электронного облака. Поэтому поведение функции  $\varphi_0(t)$  будет близко к  $\varphi_0^{\text{QN}}$  на относительно больших временах. До этого, на малых временах, поведение  $\varphi_0(t) \sim t^2$ , что совпадает с  $\varphi_0^{\text{CE}}(t)$ . Поэтому мы предполагаем, что до некоторого времени  $t_j(T)$  потенциал в центре ведёт себя как  $\varphi_0^{\text{CE}}(t)$  из (2.36), а после этого его поведение дается квазинейтральным приближением:

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} \varphi_0^{\text{CE}}(t) \cdot \frac{\varphi_0^{\text{QN}}(t_j(T))}{\varphi_0^{\text{CE}}(t_j(T))}, & t \leq t_j(T), \\ \varphi_0^{\text{QN}}(t), & t \geq t_j(T). \end{cases} \quad (2.37)$$

Дополнительный множитель в первом случае обеспечивает непрерывность  $\varphi_0(t)$  при  $t = t_j(T)$ . Сравнение с численным решением даёт следующий скейлинг для температурного поведения времени сшивки

$$t_j(T) = \frac{1}{\sqrt{T}} + 1.5 + 2.3\sqrt{2T}. \quad (2.38)$$

Окончательно,  $E_*$  может быть найдено для произвольной температуры электронов из следующего уравнения

$$\int_0^{x_f} E(x, t, E_*) dx = \varphi_0(t) - \varphi_f(t). \quad (2.39)$$

Система выражений (2.19), (2.20), (2.22) — (2.39) определяет пространственно-временное поведение поля для любых температур электронов  $T$ . Следовательно, спектральные распределения ионов могут быть найдены из решения уравнения движения с заданным полем, представляющее собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{x} = E(x, t, E_*).$$

## 2.4.2 Сравнение с 1D ES PIC моделированием

Чтобы продемонстрировать точность построенного приближенного распределения электростатического поля, мы получили с его помощью спектры ускоренных ионов для разных температур электронов и моментов времени и сравнили их с полученными в численном моделировании (см. главу 1). Результаты представлены на рис. 2.9. Видно, что наша модель корректно воспроизводит численные результаты во всём диапазоне температур электронов и на протяжении всего разлёта.

## 2.5 Заключение

В заключение отметим, что построенная нами аналитическая модель позволила корректно описать эволюцию таких важных характеристик разлёта плазмы в вакуум, как: поле на фронте  $E_f(t)$ , положение фронта  $x_f(t)$  и максимальная энергия ионов  $\varepsilon_{max}(t)$  в широком диапазоне температур, отвечающих переходу от квазинейтрального разлёта плазменного слоя до его кулоновского взрыва, что на протяжении 50 лет оставалось нерешенной задачей. Результаты теории находятся в хорошем согласии с результатами одномерного численного моделирования (см. рис. 2.1 – 2.4). Установленная связь основных параметров лазерного импульса и мишени с максимально достижимой энергией ионов позволяет рационально планировать и оценивать ожидаемые результаты как полномасштабных численных моделирований, так и экспериментальных исследований по лазерному ускорению ионов. Установлено наличие оптимального соотношения между длительностью импульса и размером его пятна фокусировки: для наиболее эффективной конверсии лазерной энергии в ускоренный пучок ионов длительность лазера не должна превышать времени разлёта плазмы на расстояния порядка диаметра пятна фокусировки.

На основании естественных физических предположений было построено модельное распределение электростатического поля, учитывающее эффекты разлёта слоя конечной толщины в вакуум, часть из которых была получена в первой главе. Теоретические результаты для спектральных распределений ионов, полученные с помощью модельного распределения поля, находятся в хорошем согласии с одномерным электростатическим численным моделированием во всём диапазоне температур электронов (см. рис. 2.9). Проведённое исследование закладывает хорошие основы для

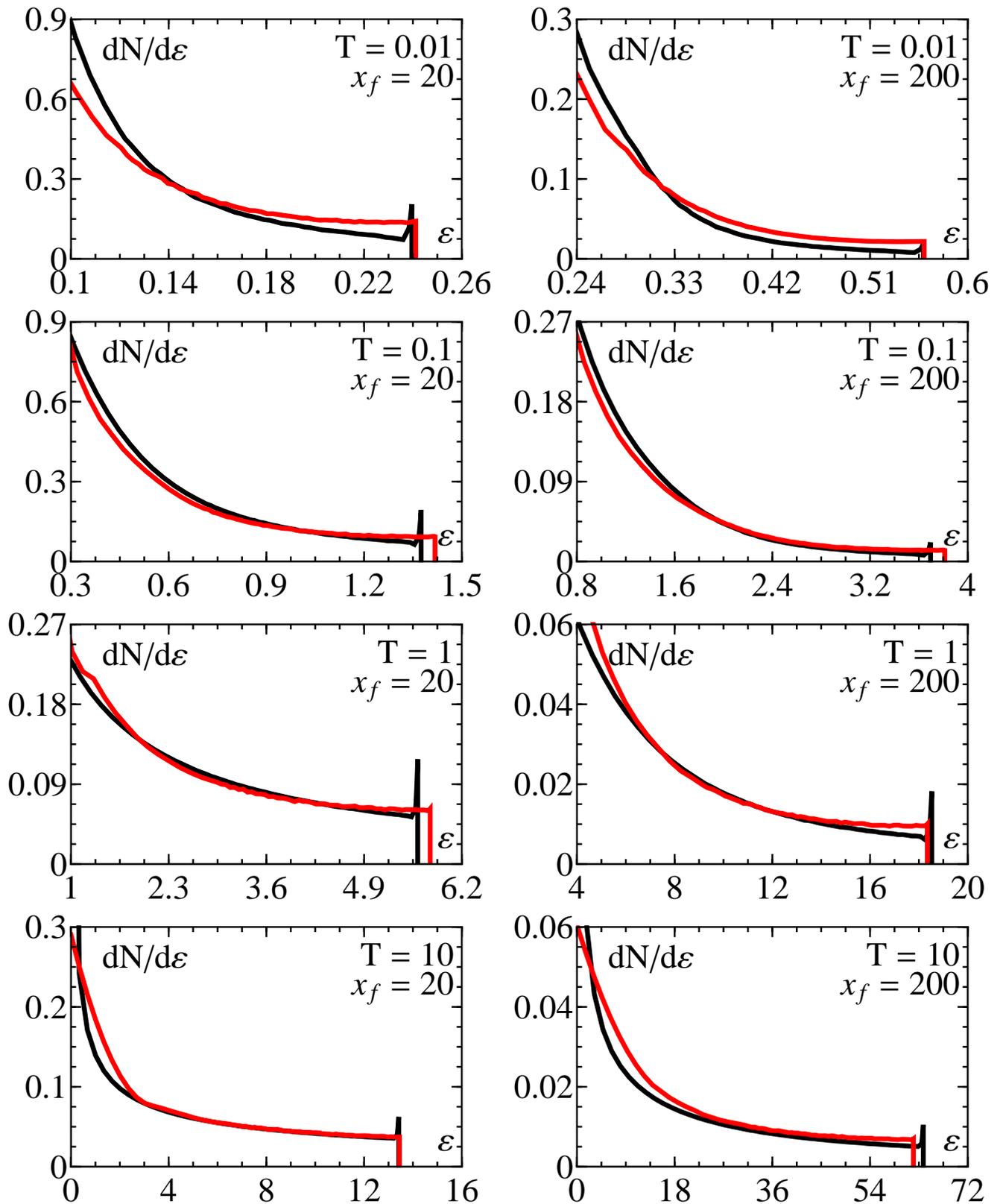


Рис. 2.9: Спектры ионов на моменты времени, соответствующие  $x_f = 20$  и  $x_f = 200$ , для различных температур электронов. Чёрные линии — численные результаты с рис. 1.5, красные — результаты, полученные с использованием приближенного поля.

---

дальнейшего развития теории, которое предполагает более подробное изучение спектральных характеристик ускоренных ионов, а также влияния волн зарядовой плотности на нагрев ионов.

Отметим, что теоретические оптимизационные исследования предсказывают достаточно оптимистичный рост энергии протонов, даже для интенсивностей лазера, лежащих ниже диапазона, отвечающего прямому ускорению давлением света (режим «светого паруса»). Однако, эксперименты показывают, что энергия протонов растёт медленнее, чем это предсказывается теорией и численным моделированием [147]. Это связано, скорее всего, с всё ещё недостаточным уровнем контраста современных лазерных установок, не способным полностью предотвратить преждевременное разрушение мишени, а также неоптимальным выбором мишени в соответствии с параметрами лазерного импульса, как это было предложено в работе [147]. Мы считаем, что систематическое экспериментальное исследование взаимодействия высококонтрастных лазерных импульсов с мишенями должно подтвердить предсказания, сделанные в настоящей работе.

## Глава 3

# Оптимизация кулоновского взрыва однородных мишеней

### 3.1 Введение

Во второй главе диссертации было показано, что построение теории ускорения ионов из мишени однокомпонентного ионного состава с произвольной температурой лазерно-нагретых электронов представляет собой достаточно трудоёмкую задачу. По этой причине, переходя к изучению мишеней с двумя сортами ионов, мы ограничимся рассмотрением разлёта плазмы мишени без учёта электронной компоненты мишени, то есть в режиме кулоновского взрыва.

В данной главе развита теория разлёта полностью ионизованной тонкой мишени двухкомпонентного ионного состава в режиме кулоновского взрыва, характерного для взаимодействия релятивистски сильных фемтосекундных лазерных импульсов с нанофольгами. Обобщая теорию кулоновского ускорения [83, 143], получено аналитическое решение задачи об одномерном кулоновском взрыве плоской мишени с однородно распределёнными лёгкими и тяжёлыми ионами. Без ограничения на покоящийся поршень из тяжёлых ионов были изучены пространственно-временные и энергетические характеристики ускоренных лёгких ионов: фазовый портрет, распределение плотности числа частиц и спектральное распределение. Показано, что при взаимодействии мощных ультракоротких лазерных импульсов высокого контраста с тонкими фольгами, содержащими лёгкие атомы примеси, возможно получение сгустков ускоренных ионов, содержащих существенную долю от общего числа частиц и

обладающих незначительным разбросом по энергии ( $\lesssim 10\%$ ). Также исследована степень моноэнергетичности получаемых пучков ускоренных лёгких частиц в зависимости от кинематического параметра (см. определение на стр. 35), дана оценка максимально достижимой энергии ионов и проведено сравнение полученных характеристик с аналогичными, полученными в приближении бесконечно тяжёлого ионного остова фольги [83].

При разлёте мишеней с двумя сортами ионов существенное воздействие на характеристики ускоряемых частиц может оказывать их собственное кулоновское поле. Действуя на поздних стадиях ускорения или при больших начальных концентрациях примесных ионов, оно может приводить не только к возрастанию максимальной энергии, но и к уширению спектрального разброса и ухудшению качества генерируемых пучков. В этой связи, была решена задача учёта как электростатического поля тяжёлого ионного остова, так и собственного поля примесных ионов, аналогично тому, как это было сделано для случая сферического кластера в работе [76].

Действие собственного поля лёгких ионов в начале было учтено приближённо в рамках теории возмущений, когда они представляют собой примесь с малой, но конечной, зарядовой концентрацией. В условиях, когда использование приближённой аналитической теории становится неправомерным, проведено точное численное решение системы уравнений задачи, с помощью которого, в частности, проверены результаты приближённых вычислений, количественно установлена их точность и область применимости по управляющим параметрам. На основе построенной теории и численной модели изучено формирование сгустков квазимоноэнергетических лёгких ионов и найдены их характеристики в зависимости от параметров мишени. Так, была проведена оптимизация спектрального распределения ускоренных лёгких ионов по кинематическому параметру и полному относительному заряду примеси. Найдены оптимальные условия для получения пучков ускоренных ионов высокого качества, которые нашли своё качественное подтверждение в трёхмерных кинетических расчётах взаимодействия лазерного импульса с тонкими мишенями.

Результаты, представленные в данной главе, были опубликованы в работах [210, 217].

Так как в данной главе основное внимание будет уделено изучению ускорения лёгких ионов, в обозначениях величин, связанных с ними, будет опущен индекс « $l$ ».

### 3.2 Уравнения кулоновского взрыва однородной мишени

Когда электроны так сильно нагреваются лазерным импульсом, что оказываются в состоянии преодолеть кулоновское притяжение ионной составляющей мишени, их можно считать удалёнными из объёма мишени и её последующий разлёт будет происходить в режиме кулоновского взрыва. Такое, широко используемое приближение, условие применимости которого обсуждалось в ряде работ (см., например, [20, 80, 214]), позволяет нам рассматривать систему (1.8) при  $T = \infty$ . На безразмерную амплитуду лазерного импульса,  $a$ , это предположение накладывает следующее ограничение:  $a \gg \pi (L/\lambda) n_{e,0}/n_{cr}$  [77].

При очень большой температуре электронов  $T \rightarrow \infty$  безразмерный коэффициент  $\eta$  в системе (1.8) согласно скейлингу (1.13) становится пренебрежимо мал  $\eta \rightarrow 0$ . Тогда электронным вкладом в уравнении Пуассона в системе (1.8) можно пренебречь, и электрическое поле может быть выражено явно:  $E(x, t) = - \int_0^x \varphi''(x', t) dx'$ . В данной главе начальное распределение примеси по объёму мишени считается однородным, то есть,  $g(x_0) \equiv 1$ ,  $0 \leq x_0 \leq 1$ . Отсюда  $\int_0^1 g(x) dx = 1$ . В отсутствие компенсации избыточного положительного заряда ионов со стороны электронов мишени и для изначально неубывающих плотностей ионов, электрическое поле будет являться неубывающей функцией координаты. В таких условиях движение ионов каждого сорта будет однопоточным и сохраняется полное число частиц позади конкретной частицы с данной лагранжевой координатой:

$$\int_0^{x_h(x_{h,0})} n_h(x', t) dx' = x_{h,0}, \quad \int_0^{x(x_0)} n(x', t) dx' = x_0. \quad (3.1)$$

Окончательно, с учётом всех допущений, приведённых выше, постановка (1.8) упрощается до следующей системы, описывающей ускорение ионов из гомогенной мишени в режиме кулоновского взрыва:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \mu \int_0^x n_h(x', t) dx' + \mu \frac{\rho}{1-\rho} x_0, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad x(0) = x_0, \quad 0 \leq x_0 \leq 1, \\ \ddot{x}_h = x_{h,0} + \frac{\rho}{1-\rho} \int_0^{x_h} n(x', t) dx', \quad \dot{x}_h(0) = 0, \quad x_h(0) = x_{h,0}, \quad 0 \leq x_{h,0} \leq 1, \\ n_h(x, t) = \left| \frac{\partial x_h(x_{h,0}, t)}{\partial x_{h,0}} \right|^{-1}, \quad n(x, t) = \left| \frac{\partial x(x_0, t)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \end{array} \right. \quad (3.2)$$

В случае кулоновского взрыва однокомпонентной мишени ( $\rho = 0$ ), описанном в [143], система (3.2) редуцируется до

$$\begin{cases} \ddot{x}_h = x_{h,0}, \dot{x}_h(0) = 0, x_h(0) = x_{h,0}, 0 \leq x_{h,0} \leq 1, \\ n_h(x, t) = \left| \frac{\partial x_h(t, x_{h,0})}{\partial x_{h,0}} \right|^{-1}. \end{cases} \quad (3.3)$$

Её решением будет являться следующая пространственно-временная структура электрического поля  $E(x, t)$

$$E(x, t) = \int_0^x n_h(x, t) dx = \begin{cases} x \left(1 + \frac{t^2}{2}\right)^{-1}, & x \leq x_{h,f}, \\ 1, & x \geq x_{h,f}. \end{cases} \quad (3.4)$$

Электрическое поле линейно нарастает в пространстве при увеличении координаты  $x$  от нуля до значения  $x_{h,f} = 1 + t^2/2$ , соответствующего положению фронта разлетающихся тяжёлых ионов в данный момент времени, а при бóльших значениях координаты остается постоянным. Зависимость от времени электрического поля, обусловленного тяжёлыми ионами (3.4), отличает нашу задачу от рассмотренной в работе [83], где использовалось приближение неподвижных тяжёлых ионов, что соответствует  $E(x, t) \equiv E(x) \equiv E(x, t = 0)$ . Это обуславливает особенности ускорения лёгких ионов примеси движущимися позади них тяжёлыми ионами (кулоновский поршень).

### 3.3 Пренебрежение собственным полем примеси

В условиях малости относительного заряда примеси  $\rho \ll 1$ , собственное поле примесных частиц мало и его влиянием как на динамику тяжёлых ионов, так и на процесс ускорения примеси можно пренебречь, что позволяет существенно упростить задачу.

#### 3.3.1 Динамика ионов примеси с движущимся кулоновским поршнем

Вследствие кусочно-линейной структуры электрического поля (3.4), ускоряющего ионы примеси, характер движения этих ионов будет различным, в зависимости от того, находятся они в данный момент перед фронтом тяжёлых ионов,  $x > x_{h,f}$ , или

позади него,  $x < x_{h,f}$ . В начальный момент времени ионы примеси не выходят за объём, занимаемый тяжёлыми ионами. С ростом  $t$  ионы примеси, изначально находящиеся внутри этого объема, ускоряются более эффективно, чем тяжёлые ионы (из-за наличия фактора  $\mu > 1$  в уравнениях (3.2)), и в конце концов обгоняют их. Далее движение таких примесных ионов происходит в пространственно однородном электрическом поле тяжёлых ионов, играющих роль кулоновского поршня. Для примесного иона, характеризуемого начальным положением  $x_0$ , момент пересечения фронта тяжёлых ионов  $t^*(x_0)$  неявно определяется решением уравнения  $x(x_0, t^*) = x_{h,f}(t^*)$ . С другой стороны, при любом выбранном  $t > 0$  всегда можно указать ионы примеси с такой начальной координатой  $x_0^*(t)$ , задаваемой решением уравнения  $x(x_0^*, t) = x_{h,f}(t)$ , что все примесные ионы с  $x_0 < x_0^*(t)$  будут находиться за фронтом тяжёлых ионов, а с  $x_0^*(t) \leq x_0 \leq 1$  — перед фронтом. Пользуясь явным выражением (3.4) для структуры электрического поля в уравнении (3.2) при  $\rho = 0$ , запишем его решение в двух пространственных областях — за фронтом кулоновского поршня и перед ним

$$\begin{aligned} x(x_0, t) &= x_0 F(t), \quad u(x_0, t) = \mu x_0 t F_1(t), \quad x_0 \leq x_0^*, \\ x(x_0, t) &= 1 + \frac{(t^*)^2}{2} + \mu x_0 t^* F_1(t^*)(t - t^*) + \frac{\mu}{2}(t - t^*)^2, \\ u(x_0, t) &= \mu x_0 t^* F_1(t^*) + \mu(t - t^*), \end{aligned} \quad x_0 \geq x_0^*. \quad (3.5)$$

Здесь функции  $F(t)$  и  $F_1(t)$  представляются гипергеометрическими рядами

$$\begin{aligned} F(t) &\equiv {}_1F_2 \left( \alpha, \beta; \frac{1}{2}; -\frac{t^2}{2} \right), & \alpha &= -\frac{1}{4} \left( 1 + \sqrt{1 + 8\mu} \right), \\ F_1(t) &\equiv {}_1F_2 \left( \alpha + 1, \beta + 1; \frac{3}{2}; -\frac{t^2}{2} \right), & \beta &= -\frac{1}{4} \left( 1 - \sqrt{1 + 8\mu} \right), \end{aligned} \quad (3.6)$$

а соотношения для величин  $t^*$  и  $x_0^*$  с учетом решения (3.5) принимают вид

$$x_0 F(t^*) = 1 + \frac{(t^*)^2}{2}, \quad x_0^* = \frac{1}{F(t)} \left( 1 + \frac{t^2}{2} \right). \quad (3.7)$$

Решение уравнения для  $t^*$  находилось численно.

Формулы (3.5)–(3.7) существенно упрощаются в пределе, когда масса тяжёлых ионов стремится к бесконечности,  $M_h \rightarrow \infty$ , что отвечает бесконечному значению кинематического параметра  $\mu$ . Предельный переход к  $\mu \rightarrow \infty$  с учетом нормировки  $t$  на  $\omega_{ph}^{-1}$  означает, что величина  $\mu t^2$  остается конечной, а в (3.7) вклады, пропорциональные  $t^2$ ,  $(t^*)^2$  оказываются несущественными. Тогда для  $F$ ,  $F_1$ ,  $x_0^*$  и  $t^*$  получаются

более простые выражения через элементарные функции,

$$F(t) = \text{ch}(\sqrt{\mu}t), \quad F_1(t) = \frac{\text{sh}(\sqrt{\mu}t)}{\sqrt{\mu}t}, \quad t^* = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \text{arch}\left(\frac{1}{x_0}\right), \quad x_0^* = \frac{1}{\text{ch}(\sqrt{\mu}t)}. \quad (3.8)$$

Формулы (3.5), (3.8) также возникают, если при подстановке поля (3.4) в систему (3.2) считать  $x_{h,f} \equiv 1$ , то есть сразу пренебречь зависимостью электрического поля тяжёлых ионов от времени.

### 3.3.2 Пространственно-временные и спектральные характеристики ускоренных частиц примеси

Проиллюстрируем найденное решение (3.5)–(3.7) задачи о динамике ионов примеси на основе пространственно-временного распределения их плотности, распределения в фазовом пространстве и спектрального распределения по энергии (спектра). С практической точки зрения представляет интерес рассмотрение характеристик ускоренных частиц для трех характерных значений кинематического параметра,  $\mu - 1 \ll 1$ ,  $\mu \sim 1$  и  $\mu \gg 1$ . В качестве примера выберем три следующих значения этого параметра:  $\mu = 1.18$  отвечает, например, фольге из дейтерида скандия при ионизации скандия до заряда 19, что возможно при интенсивности титан-сапфирового лазера порядка  $10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>; значение  $\mu = 2.8$  реализуется при использовании фольги из гидрированного золота или свинца; величину  $\mu = 7$  можно трактовать как некоторое достаточно большое значение, которое может быть достигнуто, например, для фольги из свинца при ионизации его до заряда порядка 30 (при интенсивности порядка  $10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>).

При обсуждении результатов, для определенности, ограничимся временами, на которых безразмерная координата фронта примесных ионов,  $x_f$ , не превышает величины близкой к 20. При толщине фольги порядка 100 нм такое положение соответствует характерному для современных экспериментов диаметру пятна фокусировки лазера,  $D_f$ . На больших расстояниях разлёт фольги становится трёхмерным и наша одномерная модель становится неприменимой. Таким образом, рассчитывая параметры ионов по достижению их фронтом определенного расстояния, порядка радиуса пятна фокусировки (скажем,  $\sim 20$ ), мы будем считать их предельно достижимыми, поскольку переход в трехмерный режим, сопровождающийся существенным уменьшением ускоряющего поля, согласно [143], сильно уменьшает эффективность ускорения частиц. Введенное выше расстояние будем называть длиной ускорения,  $l_{acc}$ .

На рис. 3.1 приведены распределения ионов примеси в фазовом пространстве  $(x, u)$  для нескольких моментов времени, отвечающих положениям фронта ионов примеси  $x_f = 5, 10, 20$ . Вертикальными пунктирными линиями на графиках отмечено

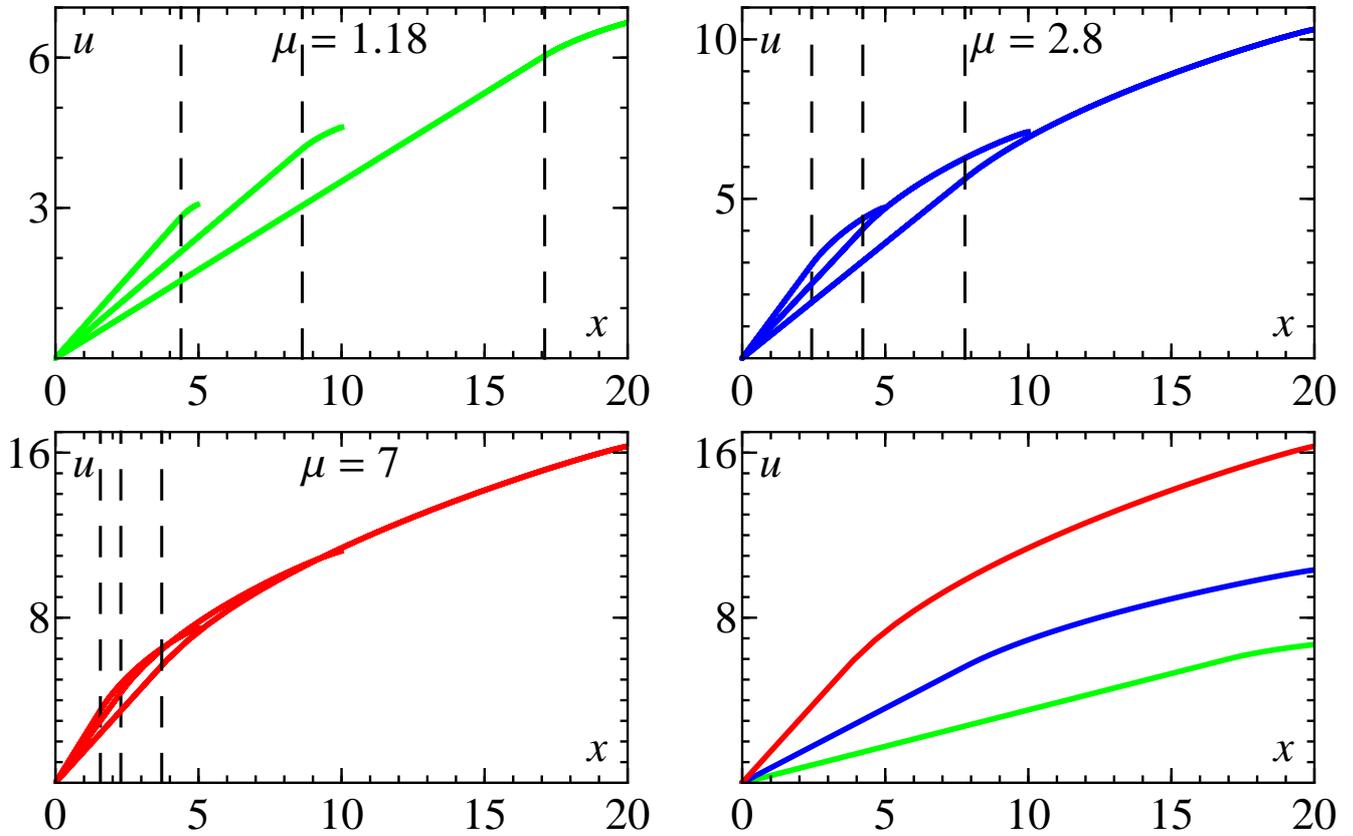


Рис. 3.1: Фазовые портреты для моментов времени, соответствующих  $x_f = 5, 10, 20$ . Цветовые обозначения кривых соответствуют подписям на графиках. На правом нижнем рисунке сравниваются фазовые кривые для  $x_f = 20$ .

положение фронта тяжёлых ионов в соответствующие моменты времени. Анализ полученных графиков показывает, что для всех значений кинематического параметра фазовый профиль становится более пологим с течением времени, что говорит о росте числа частиц, обладающих близкими по значениям скоростями, а следовательно и энергиями. При увеличении кинематического параметра происходит некоторое расширение области выполаживания фазовых кривых. Это можно объяснить тем, что при бóльших значениях  $\mu$  ионы примеси больше времени проводят в области с постоянным значением напряженности электрического поля. Таким образом, уже на основе анализа графиков в фазовом пространстве можно сказать, что в ходе ускорения ионов примеси происходит формирование моноэнергетического пучка ускоренных лёгких ионов, причём его моноэнергетичность несколько растёт с увеличением

кинематического параметра. Все результаты, полученные на основе анализа графика распределения примеси в фазовом пространстве, естественно согласуются с ниже обсуждаемыми распределениями плотности и спектрами частиц.

На следующем рис. 3.2 представлены результаты нахождения плотности лёгких ионов по формулам (3.2). Вертикальными пунктирными линиями, аналогично

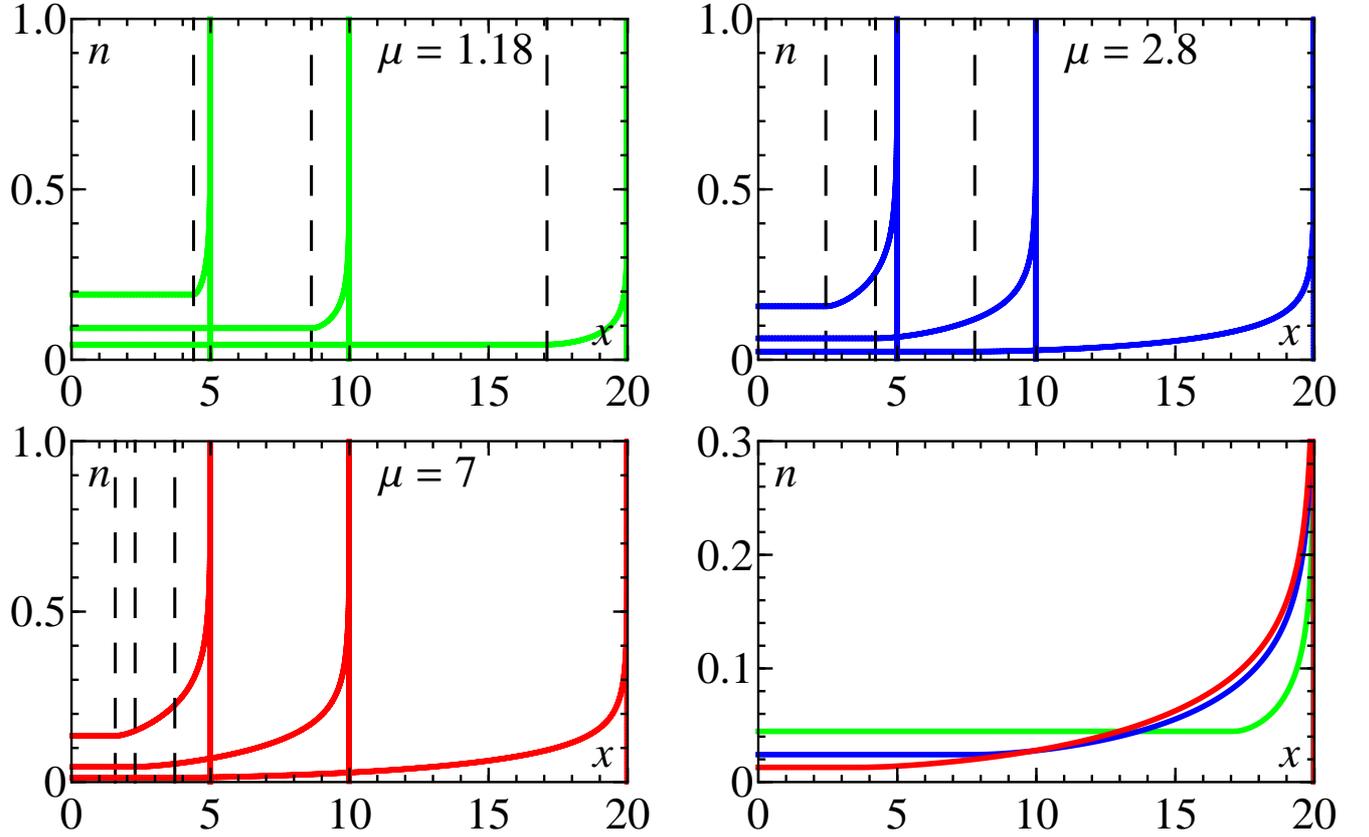


Рис. 3.2: Плотность числа частиц для моментов времени, соответствующих  $x_f = 5, 10, 20$ . Цветовые обозначения кривых соответствуют подписям на графиках. На правом нижнем рисунке сравниваются распределения плотностей для  $x_f = 20$ .

графикам в фазовом пространстве, отмечено положение фронта тяжёлых ионов в соответствующие моменты времени. На фронте лёгких ионов имеется особенность профиля плотности  $dn/dx \rightarrow \infty$ , хотя сингулярности плотности не возникает, так как производная  $\partial x/\partial x_0$ , которая входит в знаменатель формулы (3.2), вблизи фронта (отвечающего  $x_0 \rightarrow 1$ ) будет иметь вид

$$\frac{\partial x}{\partial x_0} \approx 1 + \sqrt{1 - x_0},$$

и соответственно значение ионной плотности на фронте будет стремиться к 1. Во время разлета происходит быстрое формирование пространственно локализованного

сгустка примесных ионов и уже при  $x_f = 5$  сгусток хорошо сформировался. Под характерной пространственной шириной ускоренного сгустка,  $\Delta x$ , мы подразумеваем размер пространственной области вблизи фронта, где плотность частиц превосходит в два раза среднюю плотность разлетающихся лёгких ионов  $\int_0^{x_f} n dx/x_f \equiv 1/x_f$ . С течением времени пространственная ширина ионного сгустка увеличивается, так как частицы, находящиеся возле левой границы сгустка, позже обогнали фронт тяжёлых ионов и находились в области постоянного ускоряющего поля меньше времени, чем частицы расположенные на правой границе сгустка. Однако относительная ширина сгустка быстрых ионов  $\Delta x/x_f$ , с течением времени замедляет свой рост. Максимальное достижимое значение свидетельствует о достаточно хорошей кумуляции ускоренных ионов ( $\Delta x/x_f < 0.14$ ). Это иллюстрируется графиком на рис. 3.3.

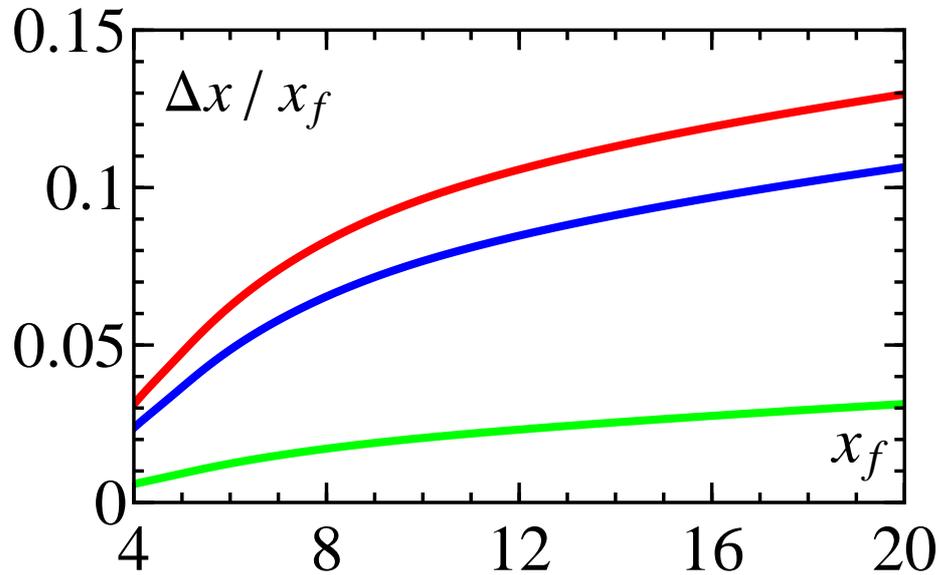


Рис. 3.3: Временная зависимость относительной пространственной ширины сгустка,  $\Delta x/x_f$ . Цвет кривых соответствует значениям кинематического параметра: зелёный —  $\mu = 1.18$ , синий —  $\mu = 2$ , красный —  $\mu = 7$ .

Спектральное распределение ионов примеси показано на рис. 3.4. Полученные зависимости показывают, что с ростом  $t$  происходит уменьшение доли частиц с малыми энергиями и формируется моноэнергетический сгусток быстрых частиц. Говоря о моноэнергетичности группы ускоренных лёгких ионов мы имеем в виду ионы с энергией близкой к максимальной, число которых составляет существенную долю от общего числа лёгких частиц ( $> 10\%$ ). Также из графика спектрального распределения видно, что бóльшим значения кинематического параметра соответствуют бóльшие значения энергии пучка. Энергетический спектр ускоренных ионов вблизи максимальной энер-

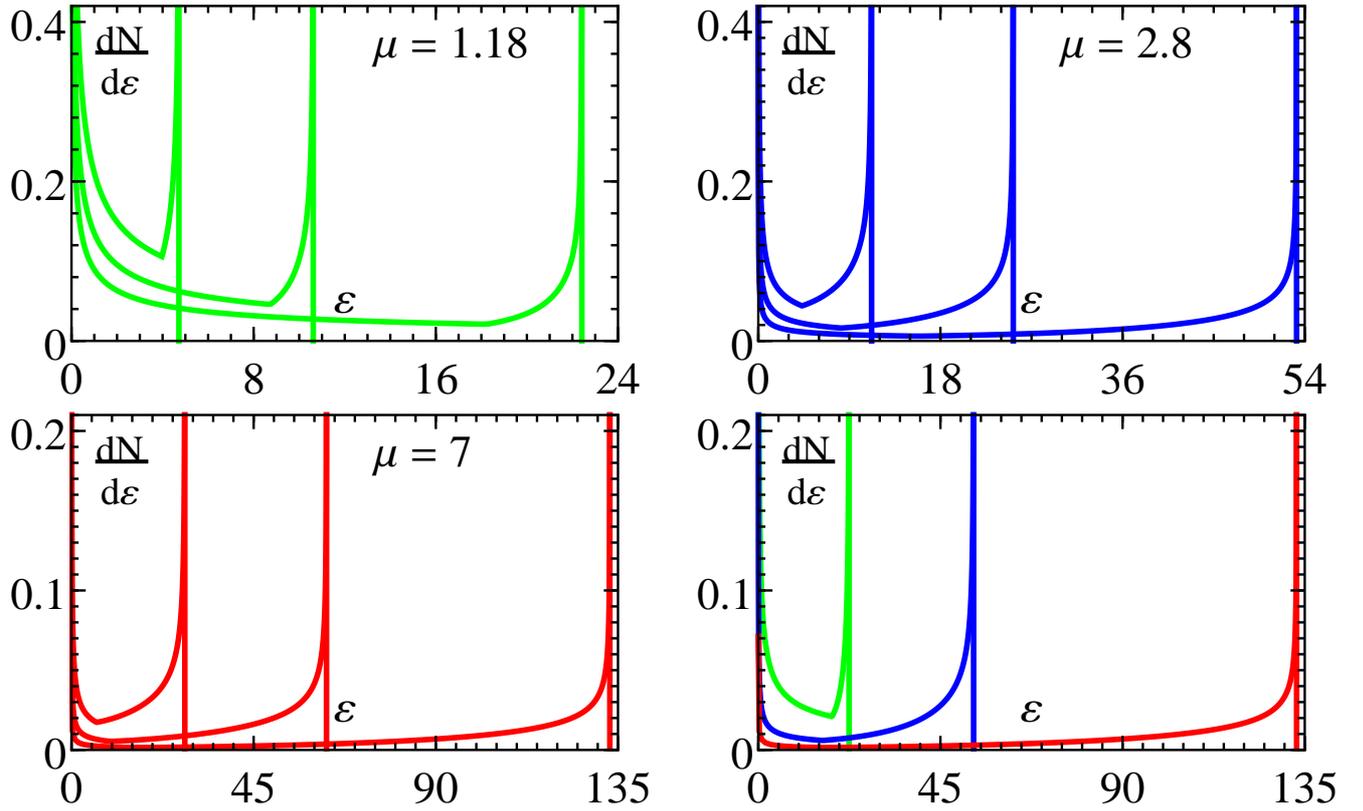


Рис. 3.4: Энергетический спектр для моментов времени, соответствующих  $x_f = 5, 10, 20$ . Цветовые обозначения кривых соответствуют подписям на графиках. На правом нижнем рисунке сравниваются спектральные распределения для  $x_f = 20$ .

гии имеет корневую сингулярность,  $\propto 1/\sqrt[3]{\varepsilon_{max} - \varepsilon}$ , так как производная в знаменателе формулы (1.15)  $\partial\varepsilon/\partial x_0$  при  $x_0 \rightarrow 1$  имеет следующий вид:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_0} \sim \sqrt{1 - x_0}$$

Особенность спектра ( $dN/d\varepsilon \rightarrow \infty$ ) вблизи максимальной энергии требует соответствующего определения спектральной ширины, отличающегося от стандартного определения ширины спектра по его полувысоте. По аналогии с введенной выше пространственной шириной (см. также [168]), под спектральной шириной  $\Delta\varepsilon$  ускоренного ионного слоя будем понимать ту область энергий вблизи максимального значения, где спектральная плотность числа частиц превосходит в два раза её среднее по спектру значение:  $\int_0^{\varepsilon_{max}} (dN/d\varepsilon) d\varepsilon / \varepsilon_{max} \equiv 1/\varepsilon_{max}$ . Поведение относительной спектральной ширины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  с течением времени иллюстрируется рис. 3.5.

Подобно пространственной ширине ускоренного сгустка (см. рис. 3.3) относительная спектральная ширина с течением времени насыщается на достаточно малом значении  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max} < 0.12$ . Мы выбирали для пространственной и спектральной ши-

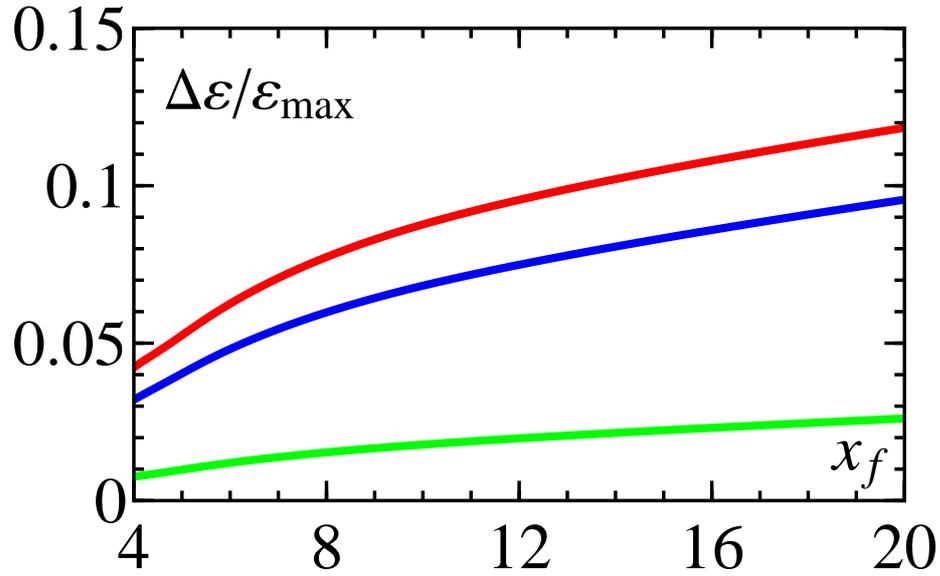


Рис. 3.5: Временная зависимость относительной спектральной ширины сгустка,  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{\max}$ . Цвет кривых соответствует значениям кинематического параметра: зелёный —  $\mu = 1.18$ , синий —  $\mu = 2$ , красный —  $\mu = 7$ .

рины похожие определения, именно поэтому полученные численные значения относительных пространственных и спектральных ширин достаточно близки. Как было сказано выше, моноэнергетичность пучка заключается в достаточно большой доле частиц, обладающих малой относительной спектральной шириной. Относительное число частиц  $\Delta N/N$ , попавшее в определенный нами спектральный диапазон  $\Delta\varepsilon$ , в зависимости от времени приведено на рис. 3.6. Анализ графика показывает, что для различных кинематических параметров в сгусток попадает примерно от 10 до 40 процентов от общего числа частиц, что вместе с малой относительной спектральной шириной  $\lesssim 10\%$  напрямую свидетельствует о генерации моноэнергетического слоя ускоренных лёгких ионов.

### 3.3.3 Сравнение с результатами для покоящегося поршня

В данном подразделе мы сравним полученные нами результаты с приближением, в котором не учитывается движение кулоновского поршня [83]. С этой целью приведём графики распределения ионов примеси в фазовом пространстве, плотности ионов примеси и их спектрального распределения, построенные по формулам (3.5) – (3.7) и по формулам (3.5), (3.8). Последние, как уже было сказано, отвечают пределу неподвижных тяжёлых ионов, несмотря на присутствие в (3.8) кинематического

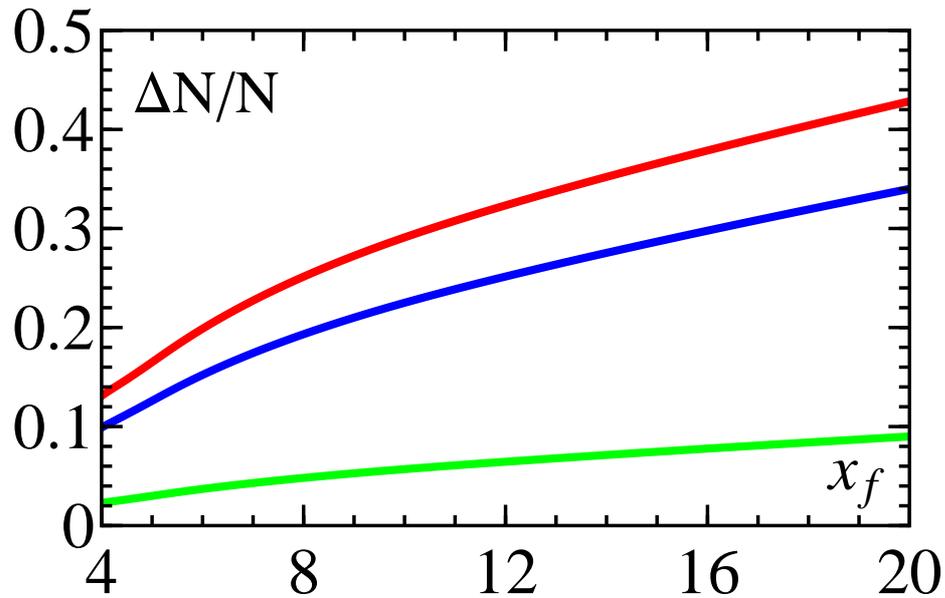


Рис. 3.6: Временная зависимость относительного числа частиц  $\Delta N/N$  в сгустке, обладающем относительной спектральной шириной  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$ . Цвет кривых соответствует значениям кинематического параметра: зелёный —  $\mu = 1.18$ , синий —  $\mu = 2$ , красный —  $\mu = 7$ .

параметра  $\mu$  (это обусловлено выбранной нами нормировкой времени). Все графики будут отвечать моменту времени, когда положение фронта ионов примеси задано соотношением  $x_f = 20$ .

Как следует из графиков, приведённых на рис. 3.7, использование приближения неподвижного остова тяжёлых ионов приводит к завышенным значениям скоростей ионов примеси, за исключением области, близкой к передней границе образующегося сгустка. Такой результат очевидно обусловлен тем, что при неподвижном остове ионы из внутренних областей фольги большую часть времени испытывают действие его кулоновского поля. Разница в графиках наиболее заметна при малых значениях кинематического параметра и уменьшается с его ростом.

При сравнении графиков распределения ионной плотности (рис. 3.8) обнаруживаются похожие закономерности: наибольшие различия наблюдаются при небольших значениях кинематического параметра и заключаются в занижении числа частиц,двигающихся с малыми скоростями, а также в большей пространственной ширине образующегося сгустка. Различия становятся малыми с увеличением значений кинематического параметра.

Сравнение кривых спектрального распределения ионов примеси, приведённых

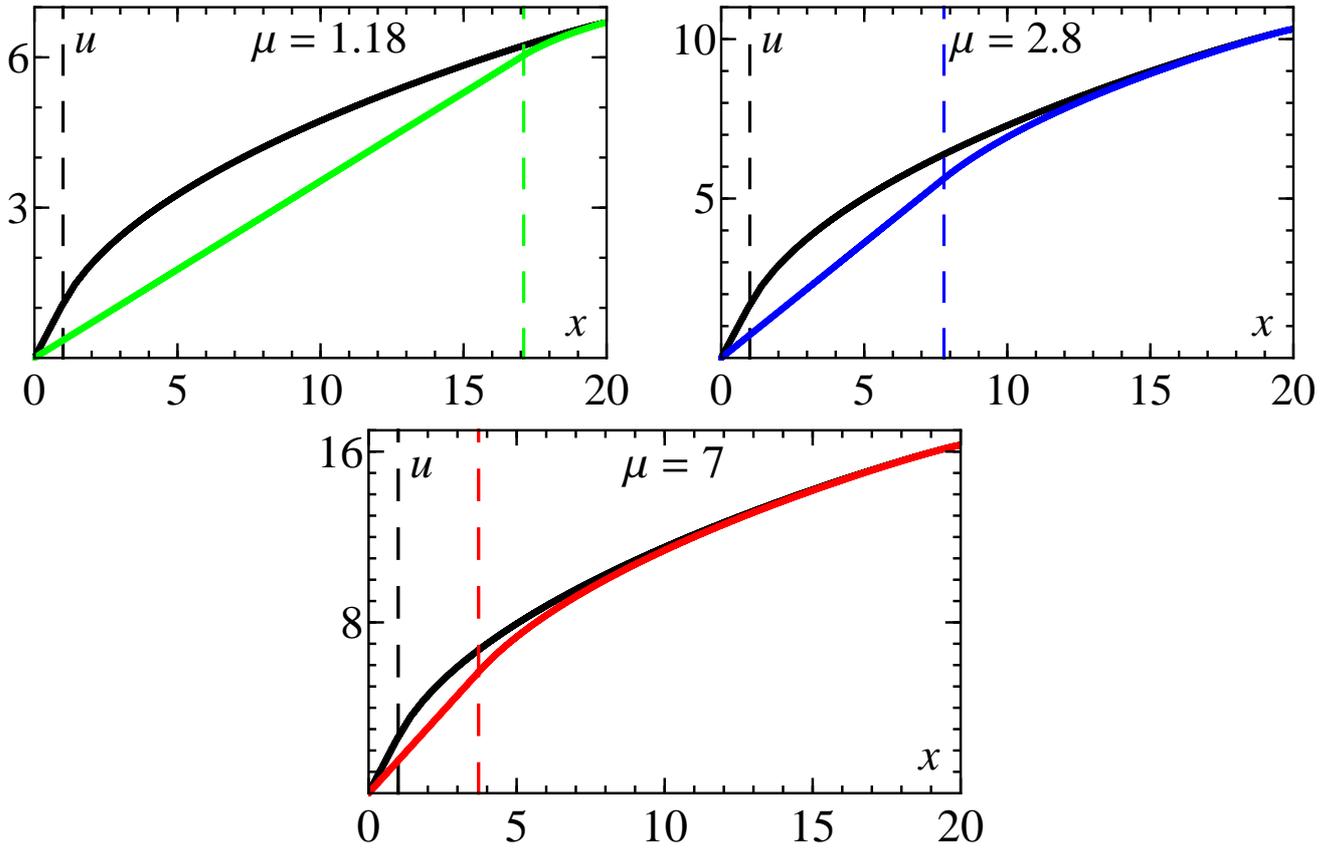


Рис. 3.7: Распределение ионов примеси в фазовом пространстве для случаев движущегося (цветные линии) и неподвижного (чёрные линии) кулоновского поршня для момента времени  $x_f = 20$ . Цветовые обозначения кривых соответствуют подписям на графиках. Пунктирные линии соответствующих цветов отмечают положение фронта тяжёлых ионов ( $x_{h,f} = 1$  для неподвижного поршня).

на рис. 3.9, показывает, что приближение неподвижного кулоновского остова при малых значениях кинематического параметра даёт меньшую долю частиц с малыми энергиями и меньшую спектральную ширину наиболее энергетичных ионов получаемого сгустка примеси. Таким образом, учёт движения кулоновского поршня даёт более высокую степень моноэнергетичности ионного пучка, чем она получается в приближении, когда это движение не учитывается.

### 3.3.4 Оптимизация по кинематическому параметру

Исходя из полученных результатов, оценим безразмерную величину максимальной энергии,  $\varepsilon_{max} = u_{max}^2/2$ , достигаемой лёгкими ионами во время ускорения. Очевидно, максимальной энергии достигнут ионы, которые начали ускоряться с внешней оболочки фольги,  $x_0 = 1$ . Учитывая, что эти ионы с начального момента времени

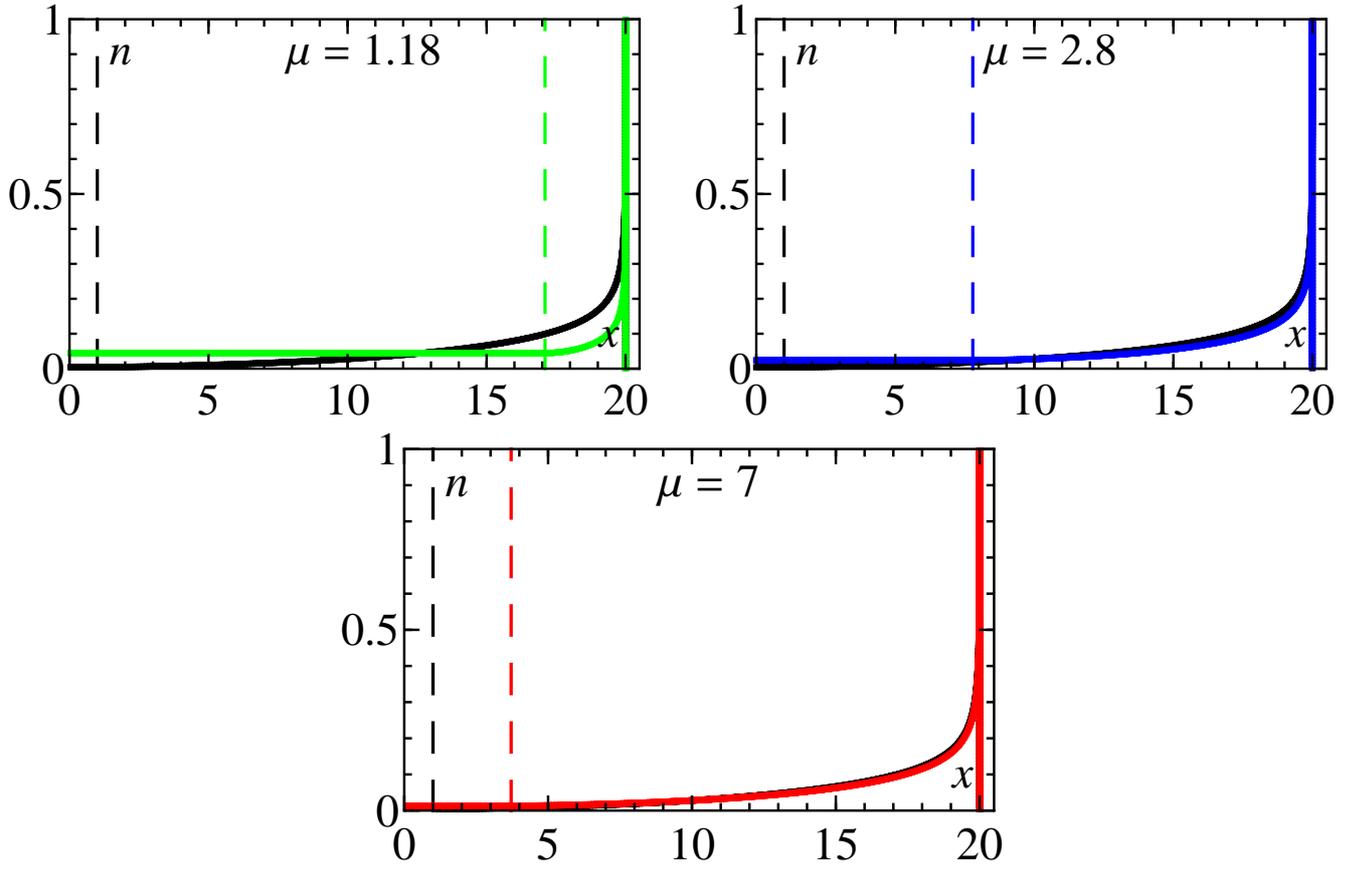


Рис. 3.8: Плотность числа частиц для случаев движущегося (цветные линии) и неподвижного (чёрные линии) кулоновского поршня для момента времени  $x_f = 20$ . Цветовые обозначения кривых соответствуют подписям на графиках. Пунктирные линии соответствующих цветов отмечают положение фронта тяжёлых ионов ( $x_{h,f} = 1$  для неподвижного поршня).

(поскольку для них  $t^*(1) = 0$ ) ускоряются под действием кулоновского поршня из тяжёлых ионов, то их скорость, как следует из (3.5), линейно растёт со временем  $u(1, t) = \mu t$ , то есть энергия увеличивается как  $\varepsilon = \mu^2 t^2/2$ . Соответственно, координата увеличивается как  $x(1, t) = 1 + \mu t^2/2$ . Поскольку, как уже отмечалось ранее, для координаты ионов примеси существует естественное ограничение сверху  $x \leq l_{acc}$ , определяемое границами применимости одномерной модели (см. раздел 1.2), то максимальная величина энергии ионов примеси определяется через  $l_{acc}$  следующим образом:

$$\varepsilon_{max} = \mu (l_{acc} - 1). \quad (3.9)$$

Из этой формулы следует, что при заданном значении  $l_{acc}$  увеличения максимальной энергии можно добиться повышением значения кинематического параметра, то есть подбором состава фольги.

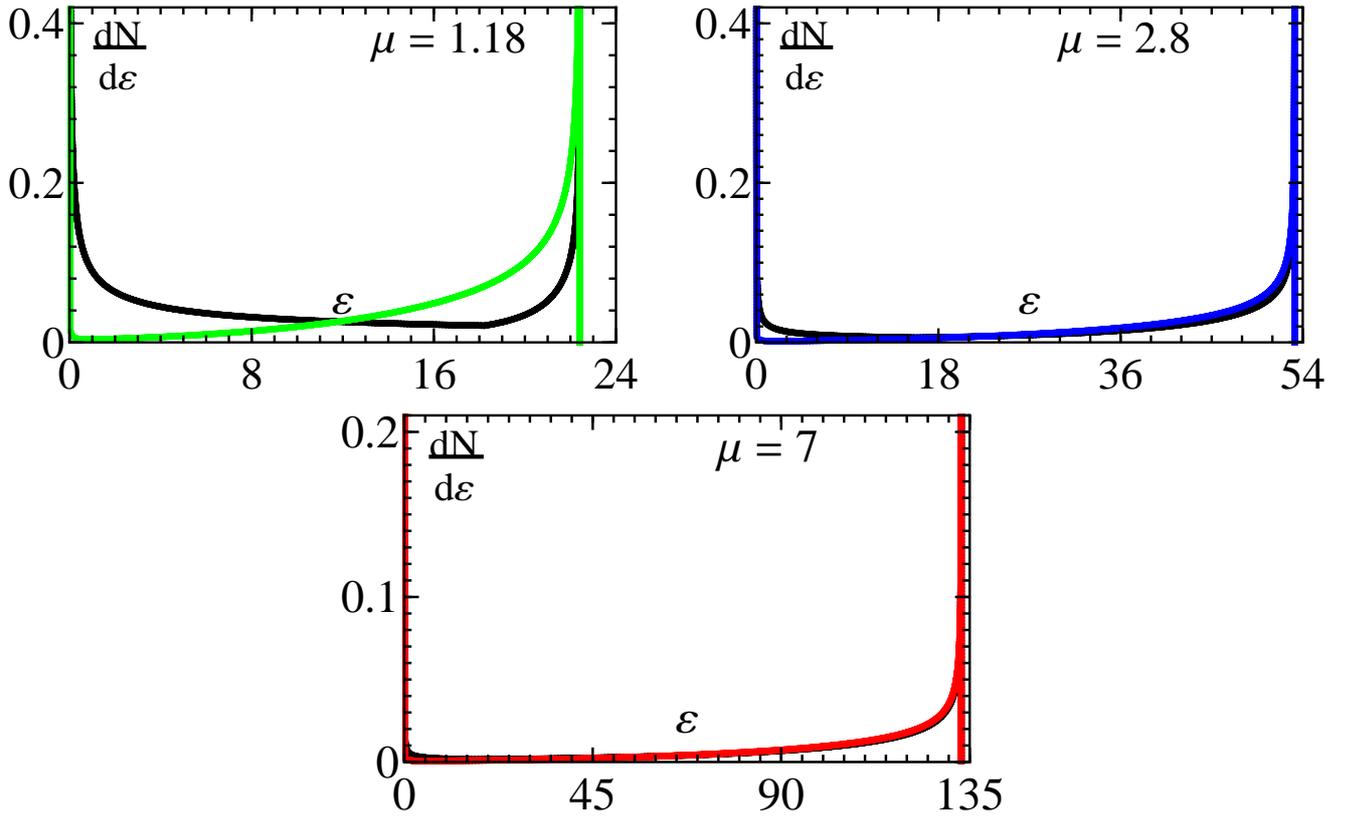


Рис. 3.9: Спектральное распределение ионов примеси для случаев движущегося (цветные линии) и неподвижного (чёрные линии) кулоновского поршня для момента времени  $x_f = 20$ . Цветовые обозначения кривых соответствуют подписям на графиках.

Наряду с увеличением максимальной энергии пучка при увеличении кинематического параметра  $\mu$ , также происходит увеличение относительной пространственной и спектральной ширины генерируемого сгустка ионов, хотя они и остаются малыми,  $\Delta\epsilon/\epsilon_{max} \ll 1$  (см. рис. 3.10). Это обусловлено тем, что частицы, в разное время находившиеся в области постоянного ускоряющего поля, достигнут при окончании процесса ускорения разных положений в пространстве и будут обладать различными энергиями. А вследствие более эффективного ускорения при большем параметре  $\mu$ , эта разница будет увеличиваться при возрастании кинематического параметра. Вместе с тем, при увеличении  $\mu$ , увеличивается и доля частиц, попавших в моноэнергетический сгусток. Наряду с возрастанием максимальной энергии пучка, это относится к преимуществу фольг с сильно различающимися массами, что может быть важным для практических приложений.

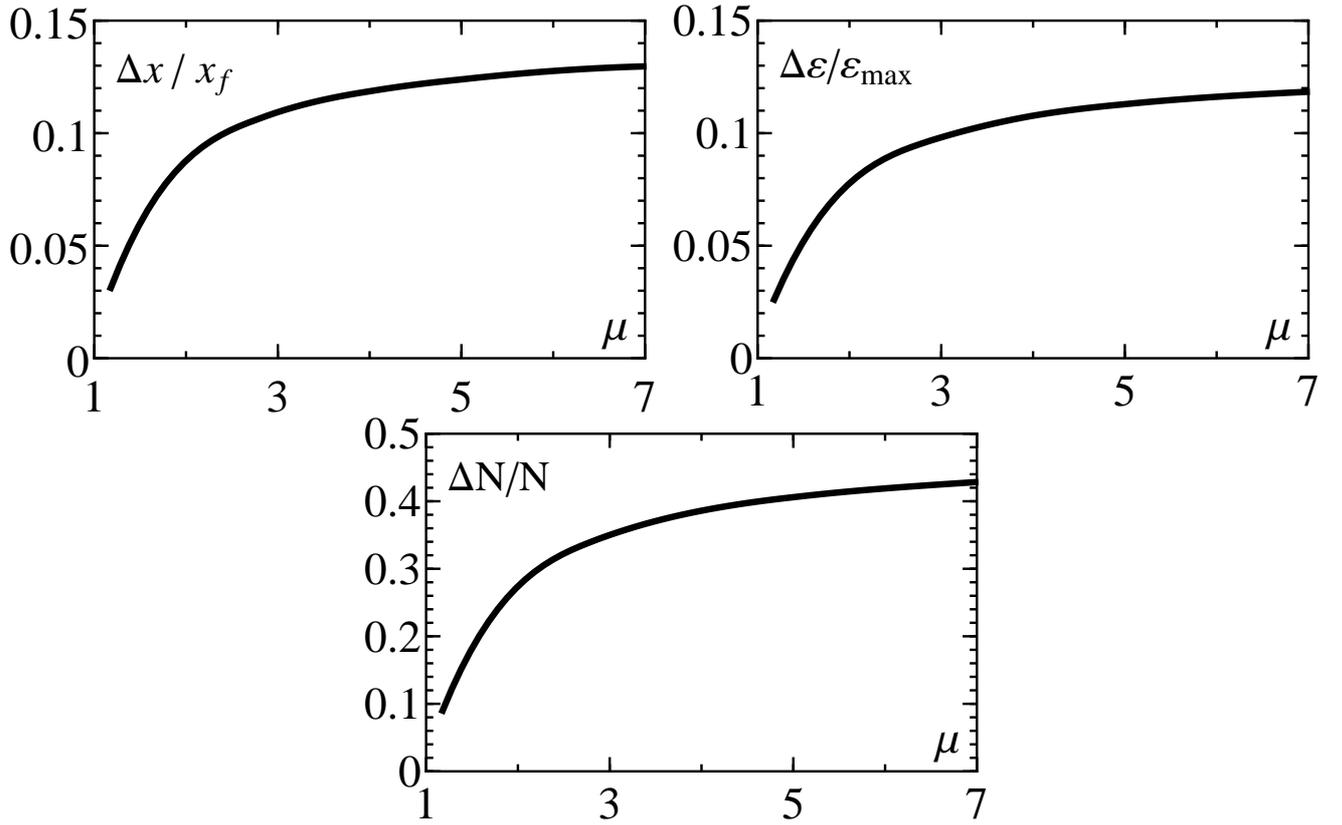


Рис. 3.10: Зависимость от кинематического параметра относительной пространственной ширины сгустка  $\Delta x / x_f$ , его относительной спектральной ширины  $\Delta \epsilon / \epsilon_{\max}$  и относительного числа частиц  $\Delta N / N$  в сгустке, обладающем относительной спектральной шириной  $\Delta \epsilon / \epsilon_{\max}$ , для момента времени, соответствующего  $x_f = 20$ .

### 3.3.5 Предел применимости теории

Ограничение предлагаемой теории связано с предположением о возможности пренебрежения влиянием собственного электрического поля примесных ионов на их динамику. Такое влияние может оказаться существенным на поздней стадии ускорения, приводя к кулоновскому расталкиванию ионов примеси и модифицируя их спектральное распределение [83]. Для оценки этого влияния сравним полученную максимальную энергию (3.9), набираемую примесными ионами в поле тяжёлых ионов, с максимальной энергией, которую может приобрести пробный ион, ускоряясь в собственном поле примеси в результате собственного кулоновского взрыва. Согласно [143], максимальная скорость в собственном поле для ионов примеси определяется выражением в размерных переменных

$$u_{\max}^s = \left[ \frac{8 Z e Q}{M D_f} \right]^{1/2}, \quad (3.10)$$

где  $Q$  — полный заряд сгустка лёгких ионов. Полагая в соотношении (3.9)  $l_{acc} = D_f \gg 1$  и переходя к размерным переменным, получим для отношения энергий

$$\frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_{max}^s} = \frac{n_h Z_h}{n Z} \propto \frac{1}{\rho} \gg 1. \quad (3.11)$$

Таким образом, мы получаем, что первоначально использованное приближение о малости относительного полного заряда примесных ионов позволяет нам пренебречь собственным расталкиванием и не учитывать его влияние на энергетический спектр и другие характеристики ускоренных ионов примеси.

## 3.4 Ускорение примесных ионов в самосогласованном поле

### 3.4.1 Анализ распределений частиц «на детекторе» в пренебрежении собственным полем

Для анализа распределений частиц на «детекторе» (см. раздел 1.2) необходимо перейти от временной зависимости энергии данной лагранжевой частицы  $\varepsilon(x_0, t)$  к пространственной —  $\varepsilon(x_0, x)$ . Такой переход всегда возможен, так как закон движения частицы с заданной лагранжевой координатой  $x_0$  однозначно задаёт связь точки пространства и времени:  $x = x(x_0, t)$ . При введении зависимости энергии от координаты изменится определение спектрального распределения частиц

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = \left| \frac{\partial \varepsilon(x_0, x_d)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \quad (3.12)$$

Зависимость энергии лёгких частиц на детекторе  $\varepsilon(x_0, x_d)$  в пренебрежении их собственным полем ( $\rho = 0$ ) можно найти из решений, приведённых в разделе 3.3.1. Для этого переобозначим некоторые введённые ранее величины. Время  $t^*(x_0)$  будет по-прежнему обозначать момент пересечения фронта тяжёлых ионов частицей, стартовавшей с позиции  $x_0$ . Координата  $x_0^*$  теперь будет отвечать максимальной начальной удалённости пробного иона от  $x = 0$ , который за всё время движения до детектора не обгоняет фронт тяжёлых ионов, т. е.  $t^*(x_0^*) = t_d(x_0^*)$ , где  $t_d(x_0)$  — время движения до детектора. Ионы с  $x_0 < x_0^*$  всё время будут двигаться в нарастающем электрическом поле, а частицы с  $x_0 \geq x_0^*$  будут проходить через области, как с растущим, так и с

постоянным ускоряющим полем. С использованием полученных ранее решений (3.5) приведём значения энергии, которые будут зафиксированы детектором:

$$\varepsilon(x_0, x_d) = \begin{cases} \frac{u(t_d)^2}{2}, & x_0 < x_0^*, \\ \frac{u(t^*)^2}{2} + \mu \left( x_d - 1 - \frac{(t^*)^2}{2} \right), & x_0 \geq x_0^*, \end{cases} \quad (3.13)$$

где

$$u(t) = \mu x_0 t F_1(t), \quad x_0^* = \frac{x_d}{F\left(\sqrt{2(x_d - 1)}\right)}, \quad (3.14)$$

а моменты времени  $t_d$  и  $t^*$  неявно определены следующими уравнениями

$$x_d = x_0 F(t_d), \quad x_0 F(t^*) = 1 + \frac{(t^*)^2}{2}. \quad (3.15)$$

Выражения для функций  $F(t)$  и  $F_1(t)$  приведены в (3.6).

### 3.4.2 Теория возмущений по заряду примеси

Поскольку наибольший интерес с точки зрения моноэнергетичности ускоренных частиц представляет случай, когда они являются примесью, можно усложнить изложенную выше теорию, учитывая влияние собственного поля примесной компоненты по теории возмущений, по-прежнему считая  $\rho$  малой, но теперь конечной величиной. Тогда, считая  $\rho \ll 1$ , пренебрежём действием поля лёгкой компоненты на разлёт тяжёлых ионов, что позволяет отбросить второе слагаемое во втором уравнении системы (3.2). К тому же, лёгкие ионы, ускоряясь эффективнее тяжёлых, вследствие бóльшего, чем для тяжёлых ионов, отношения заряда к массе ( $\mu > 1$ ), быстро покидают мишень, так что в тяжёлой плазме с течением времени будет находиться всё меньше и меньше лёгких ионов, то есть их плотность, а следовательно и влияние на тяжёлые ионы, будут быстро падать с течением времени. Естественно, что данное приближение работает тем лучше, чем больше значение кинематического параметра  $\mu$ .

В линейном приближении по малому параметру  $\rho$  система уравнений (3.2) принимает вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \mu \int_0^x n_h(x', t) dx' + \mu \rho x_0, \\ \ddot{x}_h = x_{h,0}, \\ n_h(x, t) = \left| \frac{x_h(x_{h,0}, t)}{\partial x_{h,0}} \right|^{-1}, \quad n(x, t) = \left| \frac{x(x_0, t)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \end{cases} \quad (3.16)$$

Решая систему (3.16) с точностью до линейных по  $\rho$  членов, мы находим, что все введённые ранее величины  $t^*$ ,  $x_0^*$ ,  $t_d$  будут иметь малые отрицательные поправки, обусловленные дополнительным малым ускорением в первом уравнении системы (3.16), пропорциональным  $x_0$ . В частности, поправка  $x_0^{*(1)}$  к начальному положению  $x_0^*$ , разграничивающему различные области решений, имеет вид:

$$x_0^{*(1)} = -\frac{\rho \mu (x_d - 1) x_0^*}{F(\sqrt{2}(x_d - 1))}.$$

С учётом таких поправок в  $t^*$ ,  $x_0^*$ ,  $t_d$  и непосредственного вклада от ускорения в собственном поле лёгких ионов поправка к энергии, набираемой ионом за время пролёта до детектора, определяется выражением:

$$\varepsilon^{(1)}(x_0) = \begin{cases} -\rho \mu^2 x_0^2 \frac{t_d^2}{2} \left( F_1(t_d) + \frac{\mu - 1}{3} t_d^2 F_2(t_d) \right), & x_0 < x_0^* + x_0^{*(1)}, \\ \frac{\rho \mu x_0 \sqrt{2} \varepsilon}{2(u(t^*) + \mu t_d^0)} \left[ (t_d^0 + t^*) (2u(t^*) + \mu(t_d^0 - t^*)) - \frac{\mu u(t^*) t^*}{\mu x_0 F_1(t^*) - 1} \right. \\ \left. \times \left( x_0 t^{*2} \frac{\mu - 1}{3} F_2(t^*) + x_0 F_1(t^*) - 1 \right) \right], & x_0 \geq x_0^* + x_0^{*(1)}. \end{cases} \quad (3.17)$$

Здесь  $\varepsilon$ ,  $u(t)$  и  $t^*$  определяются уравнениями (3.13) – (3.15). Время пролёта частицы до детектора после пересечения движущегося фронта тяжёлых ионов,  $t_d^0$ , даётся выражением:

$$t_d^0 = -\frac{u(t^*)}{\mu} + \frac{1}{\mu} \sqrt{u(t^*)^2 + 2\mu \left( x_d - 1 - \frac{t^{*2}}{2} \right)},$$

а  $F_2(t)$  – гипергеометрическая функция

$$F_2(t) \equiv F \left( \alpha + 2, \beta + 2; \frac{5}{2}; -\frac{t^2}{2} \right),$$

выражения для аргументов которой указаны в соотношении (3.6).

### 3.4.3 Полный учёт собственного поля примеси

В этом разделе мы освобождаемся от использованных ограничений и для заданных параметров  $\mu$  и  $\rho$  решаем основную систему (3.2) численно. Наряду с этим, проводим сопоставление полученных результатов с приближенными аналитическими результатами, отвечающими пределу малого собственного поля лёгких ионов. Последнее, в частности, позволяет количественно установить точность такого приближения. С другой стороны, найденное аналитическое решение использовано для тестирования численного решения.

Для случая произвольного значения  $\rho$  существует предельный случай, который допускает аналитическое решение — предел неподвижного тяжёлого остова мишени  $\mu \rightarrow \infty$ . Система (3.2) в таком случае имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \mu x + \mu \frac{\rho}{1-\rho} x_0, \\ \ddot{x}_h = 0, \quad \dot{x}_h(0) = 0, \quad x_h(0) = 1. \end{cases} \quad (3.18)$$

С течением времени все лёгкие частицы пересекут неподвижный фронт тяжёлых ионов и достигнут детектора, поэтому регистрируемая энергия будет даваться общим выражением для всех значений начальных координат пробных частиц, то есть в данном случае нет необходимости проводить сепарацию решений по начальной координате  $x_0^*$ , записывая

$$\varepsilon(x_0, x_d) = \frac{u(t^*)^2}{2} + \mu \left( 1 + \frac{\rho}{1-\rho} x_0 \right) (x_d - 1), \quad (3.19)$$

$$u(t) = \sqrt{\mu} \left( x_0 + \frac{\rho}{1-\rho} x_0 \right) \text{sh}(\sqrt{\mu} t), \quad t^* = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \text{arch} \left( \frac{1-\rho}{x_0} \right).$$

Формально возникающая в решении сингулярность при  $\mu = \infty$  связана с обезразмериванием времени на плазменную частоту тяжёлых ионов. Для устранения такой особенности, удобно перейти к величине  $\varepsilon/\mu$ , не содержащей массы тяжёлых ионов (это отвечает единице энергии  $4\pi e^2 Z Z_h n_{h,0} (L/2)^2$ ). Полученное решение (3.19) завершает набор возможных аналитических решений системы уравнений (3.2).

Ниже для произвольного набора параметров  $\mu$  и  $\rho$  мы будем решать основную систему нашей задачи (3.2) численно. Для реализации численной модели была использована явная разностная схема, устойчивость которой контролировалась с помощью критерия Куранта. Полученное численное решение использовалось для нахождения спектральных характеристик ускоренных лёгких ионов с учётом их собственного поля.

#### 3.4.4 Улучшение характеристик пучка ускоренных ионов примени

Прежде всего проиллюстрируем случай бесконечно тяжёлых ионов,  $\mu \rightarrow \infty$ . На рис. 3.11 представлена зависимость  $\varepsilon(x_0)$  для ряда значений параметра  $\rho$ . Учёт собственного поля лёгкой компоненты плазмы приводит к видоизменению поведения

$\varepsilon(x_0)$  (рис. 3.11) по сравнению со случаем ничтожно малой концентрации примеси,  $\rho = 0$ . Будучи при  $\rho = 0$  монотонно спадающей функцией с максимумом в точке

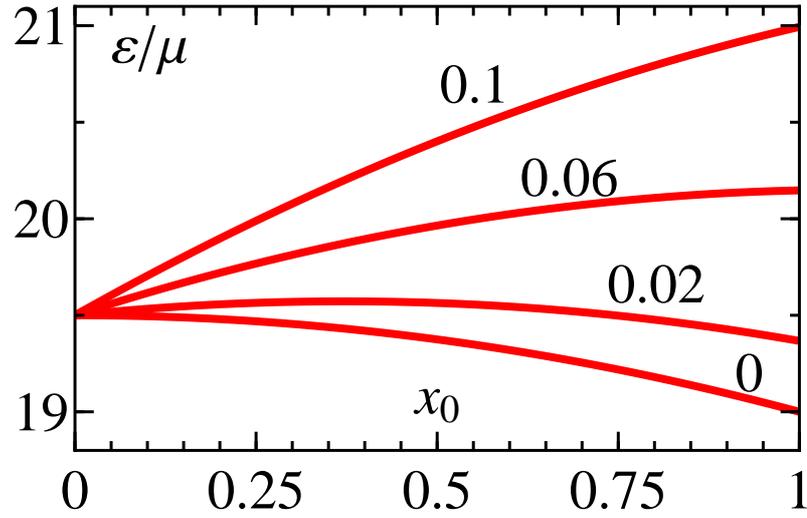


Рис. 3.11: Зависимость энергии лёгких ионов детекторе ( $x_d = 20$ ) от их начального положения для предельного случая неподвижных тяжёлых ионов,  $\mu \rightarrow \infty$ , в случае однородного начального распределения ионов,  $g(x) = 1$ . Цифрами возле кривых показаны значения  $\rho$ .

$x_0 = 0$ , зависимость  $\varepsilon(x_0)$  становится немонотонной и в случае  $0 < \rho \ll 1$  ионная энергия приобретает максимум при некотором значении  $0 < x_0 < 1$ ; при этом несколько уменьшается разница между максимальной и минимальной энергиями. При дальнейшем увеличении  $\rho$  зависимость переходит в монотонно растущую с максимумом у границы мишени  $x_0 = 1$ , а разница между границами по энергии возрастает. Начиная со значений  $\rho > 0.05$ , наклон кривых  $\varepsilon(x_0)$  на рис. 3.11 вблизи максимальной энергии монотонно увеличивается, т. е. растёт абсолютная величина производной  $\partial\varepsilon/\partial x_0$ , входящей в знаменатель формулы (3.12) для спектрального распределения  $dN/d\varepsilon(\varepsilon)$ . Отсюда следует, что с увеличением  $\rho$  заряд (3.20) примесных частиц, попадающих в спектральный диапазон  $[\varepsilon_{max} - \Delta\varepsilon; \varepsilon_{max}]$ ,

$$q = Z \int_{\varepsilon_{max} - \Delta\varepsilon}^{\varepsilon_{max}} \frac{dN}{d\varepsilon}(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3.20)$$

будет уменьшаться. Как будет показано далее, все выводы относительно поведения спектральных характеристик при изменении  $\rho$ , полученные на основе анализа достаточно простого решения (3.19) при  $\mu \rightarrow \infty$ , качественно переносятся и на случай конечных  $\mu$ .

Случай конечных  $\mu$  и произвольных значений  $\rho$  изучен с помощью численного решения системы (3.2). Немонотонное поведение  $\varepsilon(x_0)$ , а вместе с ней и спектральной ширины, при росте  $\rho$  позволяют сделать предположение о существовании некоторого оптимального  $\rho$ , использование которого позволяет улучшить характеристики ускоряемых ионов. Для определённости, оптимальным при данном фиксированном  $\mu$  будем считать такое значение  $\rho$ , для которого в заданной относительной спектральной ширине вблизи максимальной энергии,  $\delta = \Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$ , окажется наибольший полный относительный заряд лёгких ионов  $q/Q$ , вычисленный по формуле (3.20). Ниже будем интересоваться достаточно узким спектральным интервалом  $\delta = 1\%$ , что зачастую представляет интерес для практических приложений, например, адронной терапии. Отметим, что требуемая узкая часть спектрального распределения ионов может быть получена путём технического манипулирования генерируемыми пучками: при прохождении пучка ионов через постоянное магнитное поле можно удалить низкоэнергетическую часть спектра. Результаты найденной зависимости для различных кинематических параметров приведены на рис. 3.12, где сплошной линией показан результат точного решения, а пунктирной - получаемый по изложенной выше теории возмущений. В первую очередь отметим небольшие отклонения графиков, получен-

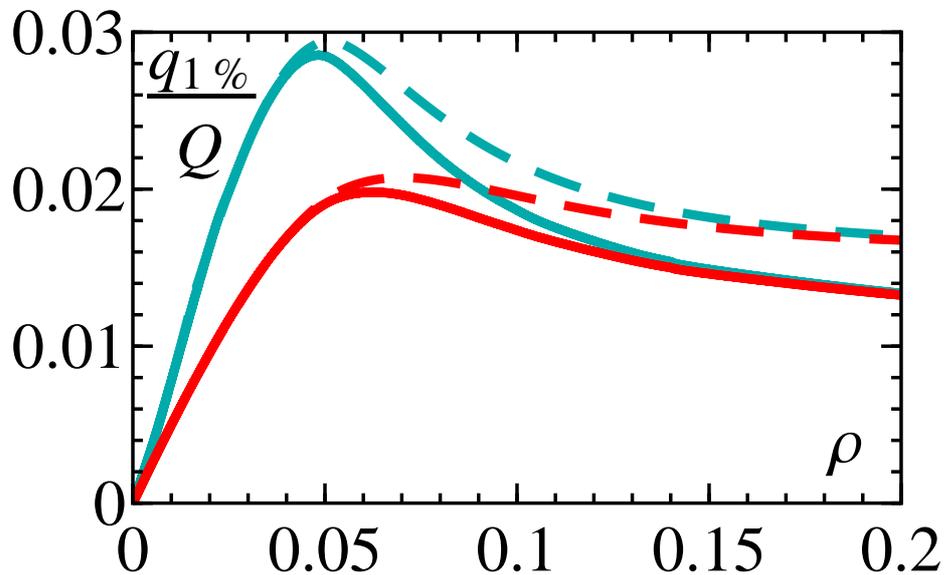


Рис. 3.12: Зависимость относительного суммарного заряда примесных частиц  $q/Q$ , содержащихся в спектральном диапазоне  $\delta = 1\%$  вблизи максимальной энергии  $\varepsilon_{max}$ , от параметра  $\rho$  при  $\mu = 2$  (красные кривые) и  $\mu = 7$  (бирюзовые кривые). Пунктирными линиями представлены соответствующие графики, полученные по теории возмущений.

ных по теории возмущений, от точных, как для случая  $\mu = 2$  (красные кривые), так и для  $\mu = 7$  (бирюзовые кривые). Так, в области  $\rho < 0.1$ , где в соответствии с предположением о малости  $\rho \ll 1$  и должна хорошо работать теория возмущений, отклонения не превышают 15%. Ещё одним параметром, характеризующим эффективность ускорения частиц будет являться величина  $q_{1\%}/q_0$ , то есть отношение суммарного заряда частиц, попавших в 1% спектральный диапазон к полному заряду примесных частиц, имевшихся в начальный момент времени в мишени. Исходя из определения параметра  $\rho$ , мы получим:  $q_{1\%}/q_0 = (q_{1\%}/Q)/\rho$ . Поведение относительного заряда ускоренных ионов при больших  $\rho$  показывает, этот параметр,  $q_{1\%}/q_0$ , будет уменьшаться с ростом  $\rho$ , что согласуется с выводами, полученными при анализе предельного случая  $\mu \rightarrow \infty$  и свидетельствует о переходе к случаю взрыва однокомпонентной фольги [143]. Увеличение с ростом  $\rho$  расхождения теории возмущений с точным решением при  $\rho > 0.1$  вполне естественно и свидетельствует о необходимости учёта следующих за линейным членом разложения системы (3.2) в ряд по  $\rho$ . Приведённые на рис. 3.12 относительные заряды характеризуются наличием максимумов при  $\rho_{opt}^h = 0.062$  для  $\mu = 2$  ( $q_{1\%}/Q = 0.02$ ) и  $\rho_{opt}^h = 0.048$  для  $\mu = 7$  ( $q_{1\%}/Q = 0.028$ ). Эти максимумы не ярко выражены, но, с учётом того, что они достигаются при достаточно малых значениях  $\rho_{opt}^h$ , доля ускоренного заряда  $q_{1\%}/q_0$  в точке максимума будет достаточно большой:  $q_{1\%}/q_0 = 33\%$  для  $\mu = 2$  и  $q_{1\%}/q_0 = 58\%$  для  $\mu = 7$ . Таким образом, подбором оптимального значения заряда примесных ионов удаётся получить в 1%-ном спектральном диапазоне более трети полного заряда лёгких частиц, содержащегося в мишени. Отметим, что отклонения в значениях  $\rho_{opt}^h$  для теории возмущений составляют 13% для  $\mu = 2$  и 5% для  $\mu = 7$ . Сделаем замечание, почему полученные здесь и получаемые далее оптимальные значения  $\rho$ , малы, порядка нескольких процентов. Дело в том, что лёгкие частицы достаточно быстро покидают первоначальный объём мишени и попадают в область постоянного электростатического поля тяжёлой компоненты. Поэтому на фоне одинакового для всех действия со стороны тяжёлых ионов даже малое собственное поле существенно изменяет получаемые результаты.

Удовлетворительная точность аналитических результатов с использованием теории возмущений по ускоряемому заряду, подтверждённая точным численным решением, позволяет отказаться от последнего, и тем самым наглядно продемонстрировать скейлинги для параметров ускоренных лёгких ионов. Рис. 3.13, полученный с

использованием такой теории, показывает величину заряда быстрых ионов  $q_{1\%}/Q$ , получаемую при кулоновском взрыве двухкомпонентной фольги, в зависимости от обоих управляющих параметров задачи,  $\mu$  и  $\rho$ . Рис. 3.13 наглядно иллюстрирует вы-

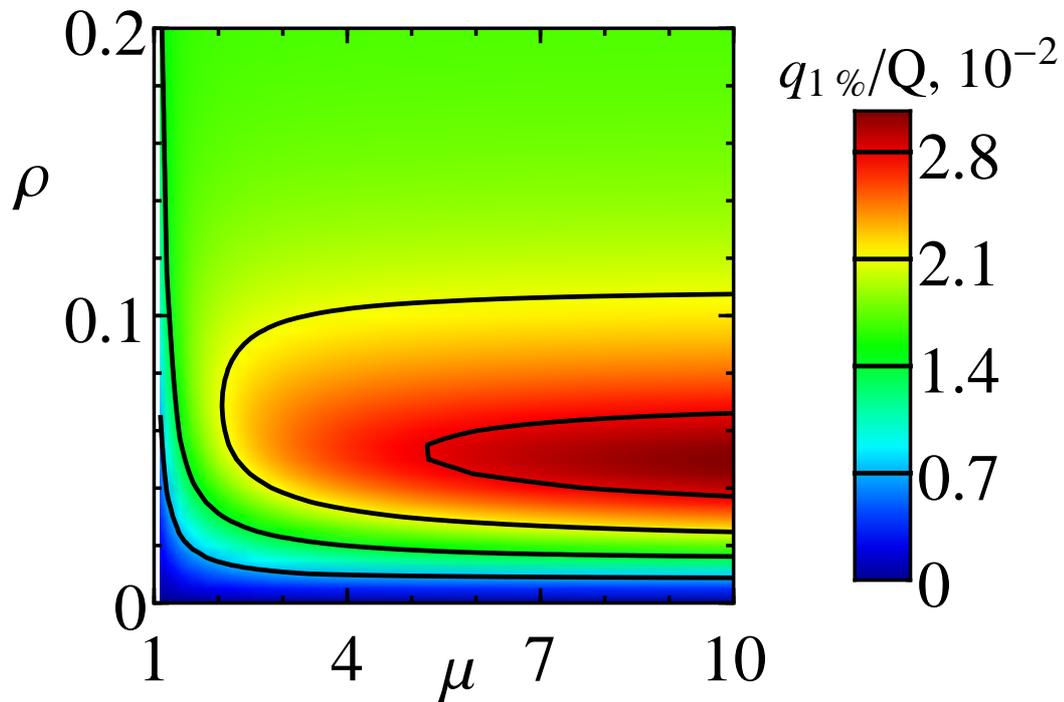


Рис. 3.13: Вычисленный по теории возмущений относительный суммарный заряд  $q_{1\%}/Q$  примесных частиц, содержащихся в спектральном диапазоне  $[0.99 \varepsilon_{max}, \varepsilon_{max}]$  на плоскости управляющих параметров  $\mu$  и  $\rho$ .

вод о значительной доли быстрых ионов  $q_{1\%}/q_0$ , попадающих в узкий спектральный интервал, для всего диапазона значений кинематического параметра. Красная область на плоскости  $(\mu, \rho)$  соответствует максимуму суммарного ускоренного заряда  $q_{1\%}/Q$ . Он характеризуется почти постоянным значением  $\rho \simeq 0.03$  при  $\mu > 3$ . Хорошо видна невозможность концентрации заряда в узком спектральном диапазоне при  $\rho > 0.1$ , что отвечает соответствующему размытию заряда по спектру. При этом, отметим существенное различие, почти на порядок, получаемых нами оптимальных значений  $\rho$  по сравнению с работой [76], посвящённой численному моделированию кулоновского взрыва сферической микроишени. Основной причиной, ответственной за столь сильное различие, является спадание ускоряющих электростатических полей с расстоянием в сферическом случае, которое отсутствует в рассматриваемой плоской геометрии.

### 3.4.5 Сравнение с 3D EM PIC моделированием

Очевидно, что упрощённая электростатическая одномерная модель не может претендовать на строгое количественное описание разлёта ионов в условиях облучения тонкой фольги лазерным импульсом. Однако, безусловный интерес представляет выяснение того, насколько выявленные выше закономерности ускорения частиц обладают предсказательной силой, чтобы их можно было использовать применительно к условиям реального эксперимента, тогда как теоретическая модель лишь качественно им соответствует. Выяснение этого важно, чтобы существенно снизить трудозатраты на проведение многопараметрических многомерных численных расчётов, необходимых для планирования и объяснения экспериментов. С этой целью мы сравнили предсказания нашей теоретической модели с результатами трёхмерного численного моделирования взаимодействия короткого мощного лазерного импульса с плоской тонкой мишенью на основе трёхмерного численного PIC-кода [218].

В качестве мишени в моделировании выступал слой плазмы, толщиной  $L = 0.1$  мкм, состоящий из ионов углерода  $C^{+6}$ , плотностью  $27 n_{cr}$ , протонов с плотностью, меняющейся от  $0.32 n_{cr}$  до  $32 n_{cr}$ , и электронов с плотностью, изменявшейся от  $160.32 n_{cr}$  до  $193 n_{cr}$ . Используемые мишени соответствовали  $\mu = 2$  и относительному заряду протонов, менявшемуся от  $\rho = 0.002$  до  $\rho = 0.17$ .

Линейно поляризованный лазерный импульс<sup>1</sup> с продольным и поперечным гауссовыми распределениями интенсивности, длиной волны 1 мкм, максимальной интенсивностью  $10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup> и длительностью 20 фемтосекунд (по попувысоте) фокусировался на переднюю поверхность мишени в фокальное пятно размером 4 мкм (по попувысоте). Размер расчётной области составлял  $14 \times 14 \times 14$  мкм<sup>3</sup>, использовалось численное разрешение  $0.01 \times 0.05 \times 0.05$ . Один расчёт продолжался примерно 85 фемтосекунд. За это время наиболее энергичные протоны успевали улететь на расстояние 6-7 микрометров от мишени.

Для указанных параметров лазерного импульса и мишени в расчёте величина  $a = 85.5$  оказывается больше параметра  $\pi (L/\lambda) n_e/n_{cr} = 56.6$  (см. постановку задачи в разделе 3.2). Таким образом, создаются условия для реализации кулоновского взрыва мишени, частично прозрачной для лазерного света. Сценарий взаимодействия лазерного импульса с рассматриваемыми мишенями выглядит следующим образом.

Лазерный импульс эффективно удаляет большую долю электронов из мишени внутри

<sup>1</sup>Для рассматриваемого случая ультратонких фольг взаимодействие с циркулярно поляризованным лазерным импульсом приводит к схожим характеристикам ускоренных ионов [219].

фокального пятна, ускоряя их в направлении распространения. Улетающие за мишень электроны создают поле разделения заряда, ускоряющее ионы, которые получают начальный импульс в направлении распространения лазера. Нескомпенсированный положительный заряд ионов внутри фокального пятна приводит к кулоновскому взрыву остова мишени, который выглядит несимметрично вследствие дополнительного направленного начального импульса ионов. Такой режим, несколько отличающийся от идеализированного в теории симметричного разлёта, получил название направленного кулоновского взрыва [146]. Лёгкие ионы (протоны), получившие начальный импульс от поля разделения заряда, которое быстро убывает со временем вследствие удаления электронного облака, продолжают ускоряться в кулоновском поле тяжёлых ионов. Наиболее энергичные протоны быстрее покидают мишень и в виде сгустка движутся перед фронтом разлетающихся тяжёлых ионов, как следует из теории.

Результаты численного моделирования (рис. 3.14) показали, что, как и в теории, с ростом относительной концентрации протонов (с ростом  $\rho$ ) энергетический спектр протонов уширяется и квазимоноэнергетический пик в спектре, отчётливо видный при малых значениях  $\rho$ , практически пропадает при  $\rho \gtrsim 0.1$ . В соответствии с пред-

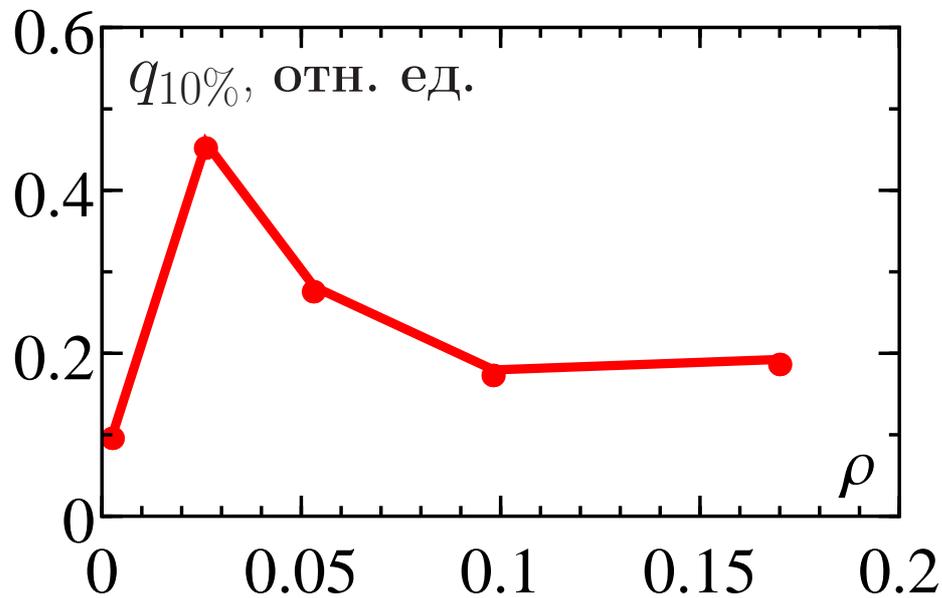


Рис. 3.14: Зависимость относительного числа протонов вблизи максимальной энергии в спектральном интервале  $\delta = 10\%$  от относительного начального заряда протонов в однородной мишени, полученная в численном моделировании.

сказаниями теории, зависимость полного заряда протонов в заданной относительной спектральной ширине вблизи максимальной энергии,  $\delta = 10\%$ , от относительного на-

чального заряда протонов, приведённая на рис. 3.14, имеет немонотонный характер с максимумом, соответствующим оптимальному значению  $\rho_{opt}^h$ . Ширина анализируемого спектрального диапазона была выбрана  $\delta = 10\%$  вместо  $1\%$  для облегчения обработки результатов численного моделирования, что требует достаточного числа частиц, попадающих в рассматриваемый диапазон энергий. Моделирование демонстрирует, что величина  $\rho_{opt}^h$  лежит в области малых значений относительного заряда примеси и по порядку величины совпадает с предсказаниями теории.

### 3.5 Заключение

На основании проведённого исследования можно сделать вывод, что при взаимодействии ультракоротких лазерных импульсов с мишенью двухкомпонентного ионного состава возможно создание источников моноэнергетических пучков ускоренных частиц, причем действие тяжёлых ионов фольги в качестве «кулоновского поршня» играет существенную роль. Для подтверждения данного факта приведено аналитическое решение задачи одномерного разлёта фольги, состоящей из ионов двух сортов после воздействия короткого лазерного импульса, под действием которого удаляются практически все электроны мишени. Используя данное решение, получены пространственно-временные и спектральные характеристики ускоренных лёгких ионов (рис. 3.1, 3.2, 3.4). Характеристики ускоренных частиц, полученные в данной работе, были сопоставлены с полученными в работе [83] в приближении неподвижных тяжёлых ионов остова фольги (рис. 3.7, 3.8, 3.9). На основании такого сравнения можно заключить, что движением тяжёлых ионов можно пренебречь при значениях кинематического параметра  $\mu \gtrsim 5$ . Это фактически устанавливает условие применимости теории работы [83]. Однако при малых значениях  $\mu \sim 1$  подобное пренебрежение может привести к неточным результатам. Так, при малых  $\mu$  учет движения ионов остова приводит к образованию пучков, обладающих большей степенью моноэнергетичности и меньшей пространственной шириной, чем в работе [83]. Эти результаты были получены в приближении малого влияния собственного поля примеси на ускорение лёгких ионов, что имеет место при малой относительной концентрации заряда примеси,  $\rho \ll 1$  (см. определение на стр. 35). Вместе с тем, численное моделирование [77], показывает, что вывод о возможности получения моноэнергетических пучков лёгких ионов из гомогенных фольг с двумя сортами ионов сохраняется и для не очень

малого параметра  $\rho$ .

Развивая теоретическую модель, был произведён учёт собственного поля примесных ионов. Опираясь на такую, усовершенствованную, модель кулоновского взрыва плоской гомогенной мишени двухкомпонентного ионного состава, были изучены ускорение лёгких ионов и способы улучшения качества получаемых пучков. Это позволяет дать практические рекомендации по структурированию мишеней для существенного уменьшения относительного спектрального разброса генерируемого пучка лёгкой ионной компоненты. Приведены оценки получаемых максимальных энергий генерируемых ионных пучков, а также изучены их спектральные характеристики в зависимости от кинематического параметра и полного заряда лёгких частиц. Основой оптимизации параметров мишени явилось изучение роли собственного кулоновского поля лёгкой компоненты мишени, контролируемого безразмерным параметром задачи,  $\rho$ , являющимся мерой полного заряда лёгких ионов по отношению ко всему заряду лазерной мишени. В практических случаях лазерного ускорения ионов лёгкая компонента сложной мишени выступает в роли примеси с малой зарядовой долей, поэтому, наряду с полным учётом поля примесных ионов, была развита приближённая теория с точностью до линейных по параметру  $\rho$  членов, что позволило получить удобные для применения аналитические формулы. Проверка результатов теории возмущений осуществлялась сравнением с результатами непосредственного численного решения основной системы уравнений (3.2). Так, при  $\rho < 10\%$ , отклонения результатов, полученных с помощью точного и приближённого решения, лежат в диапазоне  $\simeq 20\%$ . Кроме того построенная аналитическая теория возмущений качественно правильно прогнозирует поведение характеристик ускоренных ионов в диапазоне значений  $\rho$ , выходящем за формальные рамки применимости теории возмущений.

Было установлено, что для однородно распределённой примеси лёгких ионов характерно наличие оптимального значения полного относительного заряда лёгких ионов, абсолютная величина которого составляет несколько процентов и слабо меняется при  $\mu > 2$  (см. рис. 3.12, 3.13). Мишень с такой примесью будет иметь максимально возможный полный заряд ускоренных ионов, в 1%-ом спектральном диапазоне энергии вблизи её максимального значения. Для наиболее типичных значений кинематического параметра  $2 \leq \mu \leq 7$  оптимальный подбор полного заряда примеси в однородной мишени позволяет ускорять от 33 до 58% всех лёгких ионов, первона-

чально находившихся в объёме фольги.

Основные предсказания развитой теоретической модели находятся в качественном согласии с результатами трёхмерного численного моделирования, описывающего взаимодействия мощного короткого лазерного импульса с тонкими мишенями двухкомпонентного ионного состава (см. рис. 3.14). Предсказанное теорией наличие оптимального значения относительного заряда однородно распределённой лёгкой примеси, приводящего к максимальному числу частиц вблизи максимальной энергии, подтверждается численными расчётами.

## Глава 4

# Оптимизация кулоновского взрыва слоистых мишеней

### 4.1 Введение

Рассмотренные в третьей главе гомогенные мишени не исчерпывают возможных вариантов структурирования примесной компоненты в мишенях с двумя сортами ионов. Когда частицы примеси изначально находятся близко друг к другу, в процессе ускорения они будут испытывать действие почти одинакового электростатического поля. Поэтому если сконцентрировать все лёгкие ионы в тонком слое, их разброс по энергии на момент окончания ускорения будет достаточно малым. Вопрос о наиболее выгодном расположении слоя примесных ионов в объёме мишени, как уже было показано во введении, не имеет однозначного ответа. С одной стороны, можно напылять лёгкие ионы на тыльную сторону мишени, где изначально находится максимум ускоряющего поля [72]. С другой стороны, в работе [208] авторы исходили из предположения, что максимизация перепада потенциала, проходимого лёгким ионом при ускорении из тонкой фольги, достигается если располагать примесные ионы с фронтальной стороны мишени. Для разрешения этого противоречия, нахождения оптимальных параметров слоистых мишеней, а также для сравнения с более простыми в плане изготовления гомогенными мишенями, данная глава посвящена рассмотрению кулоновского взрыва плазмы двухкомпонентного ионного состава с лёгкими ионами, распределёнными в виде слоя.

Как и в предыдущей главе, рассматриваемая ниже модель обладает таким пре-

имуществом, что допускает наличие так называемого кулоновского поршня из движущихся позади лёгкой примеси тяжёлых ионов, являющихся основным источником ускоряющих полей. «Подталкивая» впереди летящие лёгкие ионы, кулоновский поршень позволяет уменьшить спектральную ширину и улучшить качество получаемого пучка [81]. При этом, собственное кулоновское поле лёгкой ионной компоненты не играет первостепенной роли и поэтому в некоторых аналитических работах, например [80, 217, 220], зарядовая концентрация примесных ионов считалась пренебрежимо малой, что позволяло исключить собственное поле лёгких ионов из рассмотрения. Однако, для ряда задач, например сравнения однородного распределения примесных ионов и хорошо известного варианта напыления последних на тыльную сторону мишени [72], учёт действия собственного кулоновского поля лёгких ионов оказывается важным.

Изучение разлёта слоистых мишеней с двумя сортами ионов проводится в рамках различных приближений. В качестве первого шага, по аналогии с работами [80, 217, 220], концентрация лёгких ионов полагается достаточно малой, чтобы их полем можно было пренебречь. Использование такого приближения, отвечающего методу пробных частиц, позволяет выявить существование оптимальных параметров задачи, для которых достигается наилучшее качество генерируемых пучков лёгких ионов. Следующим шагом является решение основной системы уравнений, по-прежнему, для лёгких ионов, выступающих в роли примеси, однако уже при учёте их малого, но конечного собственного поля. Такая постановка позволяет построить приближённую теорию по величине относительного заряда лёгких ионов, используя полученные ранее результаты в качестве нулевого приближения. Эффекты, связанные с наличием поля лёгкой ионной компоненты, учитываются в линейном приближении по величине полного заряда примесных ионов. Проводится оптимизация ширины спектра ускоренных лёгких ионов по кинематическому параметру, полному относительному заряду примеси и её расположению в мишени. В условиях, когда использование приближённой аналитической теории становится неправомерной, проведено точное численное решение задачи, с помощью которого, в частности, проверены результаты приближённых вычислений, количественно установлена их точность и область применимости по управляющим параметрам. Ещё одной проблемой, исследуемой в данной главе, является сравнение между собой по результирующим характеристикам ускоренных

лёгких ионов слоистого распределений примеси и однородного, изученного в главе 3. В частности, проводится сравнение однородного по объёму распределения примеси с вариантами её расположения в виде слоя, отвечающими предложениям авторов работ [72] (поверхностное напыление) и [208] (расположение слоя примеси вблизи минимума начального ускоряющего поля). Также были найдены оптимальные условия для получения пучков ускоренных ионов высокого качества, которые нашли своё качественное подтверждение в трёхмерных кинетических расчётах взаимодействия лазерного импульса со слоистыми мишенями.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работах [210, 221].

По-прежнему, индекс « $l$ » в обозначении величин, относящихся к примеси, будет опущен.

## 4.2 Уравнения кулоновского взрыва слоистых мишеней

Лёгкие ионы считаются однородно распределёнными с резкими границами в слое с толщиной  $\Delta x$ , координату левого края которого обозначим  $x_L$ . Это отвечает следующему виду функции  $g(x)$ :

$$g(x_0) = \begin{cases} 0, & x_0 < x_L, \\ 1, & x_L \leq x_0 \leq x_L + \Delta x, \\ 0, & x_L + \Delta x < x_0. \end{cases} \quad (4.1)$$

Соответственно изменится интеграл, описывающий самовоздействие примеси в выражении (3.1):

$$\int_0^{x(x_0)} n(x', t) dx' \cdot \left( \int_0^1 g(x) dx \right)^{-1} = J(x_0), \quad (4.2)$$

где

$$J(x_0) = \frac{1}{\Delta x} \cdot \begin{cases} 0, & x_0 < x_L, \\ x_0 - x_L, & x_L \leq x_0 \leq x_L + \Delta x, \\ \Delta x, & x_0 > x_L + \Delta x. \end{cases} \quad (4.3)$$

Окончательно, система уравнений, описывающая кулоновский взрыв мишени двухкомпонентного ионного состава со слоистым распределением примеси, принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \mu \int_0^x n_h(x', t) dx' + \mu \frac{\rho}{1-\rho} J(x_0), \\ \dot{x}(0) = 0, \quad x(0) = x_0, \quad x_L \leq x_0 \leq x_L + \Delta x, \\ \ddot{x}_h = x_{h,0} + \frac{\rho}{1-\rho} \int_0^{x_h} n(x', t) dx', \\ \dot{x}_h(0) = 0, \quad x_h(0) = x_{h,0}, \quad 0 \leq x_{h,0} \leq 1, \\ n_h(x, t) = \left| \frac{\partial x_h(t, x_{h,0})}{\partial x_{h,0}} \right|^{-1}, \quad n(x, t) = g(x_0) \left| \frac{\partial x(t, x_0)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \end{array} \right. \quad (4.4)$$

С помощью уравнений (4.4) мы изучим динамику ускорения лёгких ионов и проанализируем характеристики возникающих пучков частиц. При этом, наибольший интерес для нас будет представлять получение моноэнергетических (квазиодноэнергетических) пучков лёгких ионов высокой энергии. Основными параметрами ускоренных ионов, представляющими практический интерес, являются максимальная энергия, спектральная ширина и доля частиц, содержащихся в заданном, достаточно узком, интервале энергий. В условиях фиксированного полного заряда мишени, естественным выглядит изучение суммарного заряда  $q$  лёгких частиц в фиксированном диапазоне энергий, отнесённого к полному заряду мишени  $Q$ . Интерес представляет возможность улучшения всех вышеуказанных характеристик пучка с помощью изменения состава и структурирования мишеней. Такая возможность следует уже из того, что ионы, первоначально находившиеся в глубине фольги, по окончании ускорения будут обладать более близкими значениями энергии, чем ионы, первоначально помещённые у края фольги. Значит расположение лёгкой примеси на определённой глубине влияет на спектральную ширину ускоренного пучка. Исходная плотность лёгких ионов и её распределение также оказывает существенное влияние на конечные характеристики частиц. Так, например, результаты изучения разлёта сферических кластеров свидетельствуют, что повышение первоначальной малой плотности примесной компоненты даёт увеличение не только полного числа частиц в ускоренном пучке, но и числа частиц в заданной спектральной ширине [76]. Подобное следует ожидать и для обсуждаемого ниже плоского разлёта. С другой стороны, чем выше плотность лёгких частиц, тем сильнее будет сказываться действие их собственного

кулоновского поля, приводящего к уширению спектра и уменьшению числа частиц в заданном энергетическом диапазоне и, когда плотность заряда лёгких ионов сравнивается с соответствующим значением тяжёлой компоненты, разлёт фольги близок к кулоновскому взрыву мишени, состоящей только из одного сорта ионов, что даёт широкий спектр энергий ускоренных частиц [143]. Отсюда возникает предположение о существовании некоторого оптимального значения плотности лёгких ионов (оптимального значения  $\rho$ ) и оптимального положения примеси в объёме мишени. Ниже мы развиваем теорию, которая обосновывает указанные и другие особенности ускорения ионов из плоских слоистых мишеней двухкомпонентного ионного состава. Процесс поиска наиболее выгодной структуризации мишени с точки зрения получения пучков высокого качества будем называть её оптимизацией.

Как и в главе 3, мы будем изучать энергетические характеристики примеси на «детекторе». С учётом соотношения (4.1) формула для спектра (3.12) изменится следующим образом

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = g(x_0) \left| \frac{\partial \varepsilon(x_0, x_d)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \quad (4.5)$$

## 4.3 Оптимальное положение слоя примесных ионов

### 4.3.1 Модель пробных частиц

Сначала рассмотрим случай, отвечающий модели пробных лёгких ионов, ускоряемых заданным электростатическим полем тяжёлого ионного остова, т.е. ускорению лёгкой примеси в пренебрежении их собственным кулоновским полем. Это формально соответствует  $\rho = 0$ , а плотность лёгких ионов считается хотя и малой, но конечной ( $n_0 \lll n_{h,0}$ ). Одно из возможных предложений по оптимизации параметров пучков лёгких частиц, получаемых в результате кулоновского взрыва, мы связываем с наличием оптимального размещения примесных ионов внутри мишени, а не на границе, как это предлагалось в работе [72]. При покоящемся тяжёлом остове мишени ( $M_h \rightarrow \infty$ , что соответствует  $\mu \rightarrow \infty$ ) [83] поле, ускоряющее лёгкие ионы, не зависит от времени и, поэтому, справедлив закон сохранения энергии и конечная энергия примесного иона будет определяться пройденной разностью потенциалов:

$$\varepsilon(x_0, x_d) = |\varphi_h(x_d) - \varphi_h(x_0)| = x_d - 1 + \frac{1}{2}(1 - x_0^2). \quad (4.6)$$

Согласно выражению (4.6), кинетическая энергия лёгкого иона является монотонно убывающей функцией его начального положения, и её максимальное значение  $\varepsilon_{max} = x_d - 1/2$  отвечает иону, находившемуся в середине фольги,  $x_0 = 0$ . Отметим, что этот результат фактически отвечает предложению работы [208] располагать слой лёгких ионов вблизи фронта облучаемой лазером фольги в отличие от предложенного ранее его расположения на тыльной стороне мишени [72]. Вместе с тем, следует отметить неуниверсальность полученного вывода, основанного на предположении большого отношения  $A_h/Z_h \gg 1$ , что трудно реализовать на практике в силу вырывания электронов даже с глубоких оболочек атомов сильным лазерным полем. При  $\mu \neq \infty$  закон сохранения энергии имеет более сложный вид, так как вследствие движения тяжёлого остова фольги ускоряющее поле будет зависеть от времени и ускорение лёгкой компоненты ионов происходит в переменном поле. Однако существует ещё одна область значений  $\mu$ , которая допускает сравнительно простое решение. Так, в случае  $\mu - 1 \ll 1$  зависимость энергии от начального положения имеет следующий вид:

$$\varepsilon(x_0, x_d) = x_0(x_d - x_0). \quad (4.7)$$

Для представляющих практический интерес  $x_d \gg 1$  энергия (4.7) является монотонно растущей функцией  $x_0$ . И максимальное значение энергии  $\varepsilon_{max} = x_d - 1$  будет у лёгкого иона, находившегося на границе,  $x_0 = 1$ .

Из рассмотренных случаев для двух предельных значений кинематического параметра 1 и  $\infty$  вытекает, что для заданных значений  $1 < \mu < \infty$  максимальную энергию будет набирать ион, находившийся на определённой плоскости внутри слоя,  $0 < x_0 < 1$ , то есть зависимость  $\varepsilon(x_0)$  не будет монотонной. Отсюда следует, что если рассматривать тонкий слой примесных ионов, то его следует не напылять на поверхность фольги, а располагать внутри мишени в окрестности плоскости  $x = x_{opt}$ , на которой:  $\varepsilon(x_{opt}) = \varepsilon_{max}$ . Конкретный выбор оптимального расположения тонкого слоя лёгких атомов зависит от величины  $\mu$ . В реальных экспериментах значения кинематического параметра лежат в пределах, как правило, не превышающих 10 ( $\mu < 10$ ). Так, значение  $\mu \simeq 7$  для мишени из гидрированного золота достигается при лазерной интенсивности  $I \simeq 5 \cdot 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>, а из гидрированного свинца при  $I \simeq 7 \cdot 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Формально, величина кинематического параметра может быть увеличена путём уменьшения кратности ионизации мишени (уменьшения интенсивности лазерно-

го света, ионизирующего мишень), но понижение интенсивности лазерного импульса, требует использования чрезвычайно тонких мишеней, толщиной всего в несколько нанометров, что делает эксперимент трудновыполнимым. По этой причине, иллюстративные примеры для развитой теории ниже, как правило, связываются с  $2 \lesssim \mu \lesssim 7$ . Отметим типичность значения  $\mu \simeq 2$ , которое реализуется в большинстве случаев с использованием релятивистской интенсивности лазера и мишеней из атомов первой трети таблицы Менделеева.

Оптимальное расположение примеси в мишени находим с помощью зависимости энергии от начального положения пробной частицы  $\varepsilon(x_0, x_d)$ . При  $\rho = 0$  системы (4.4) и (3.2) совпадают, и мы можем воспользоваться решением (3.13). Энергия  $\varepsilon$  в формуле (3.13) для  $x_0 < x_0^*$  является монотонно растущей функцией  $x_0$ , в то время как при  $x_0 > x_0^*$  имеется как вклад, увеличивающийся с ростом  $x_0$ , так и убывающий, что свидетельствует о наличии максимума энергии пробных частиц как функции  $x_0$ .

Графики решения (3.13) для кинематического параметра  $\mu = 2$ ,  $\mu = 7$  и предела  $\mu \rightarrow \infty$  представлены на рис. 4.1. Как уже отмечалось, максимальной энер-

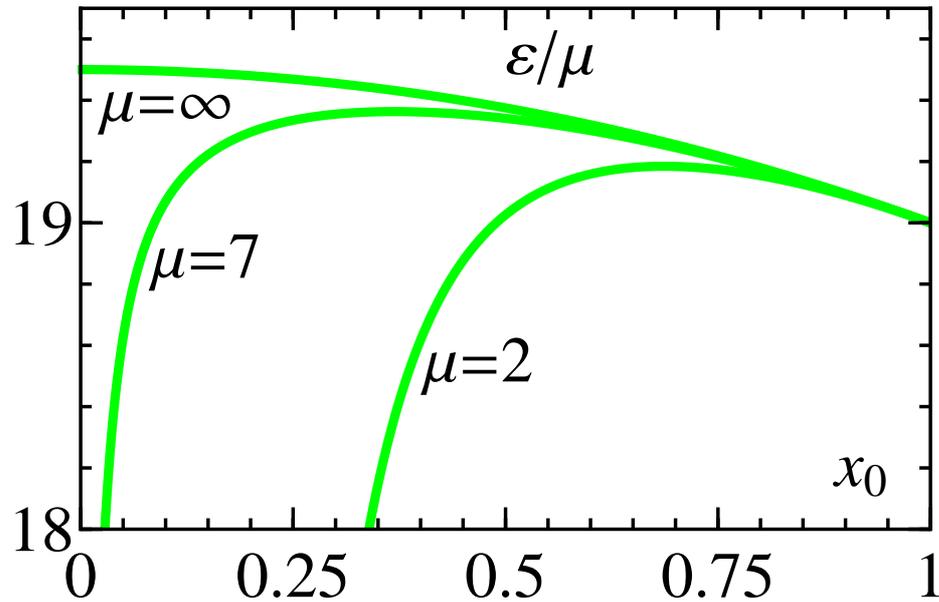


Рис. 4.1: Зависимость конечной энергии лёгких ионов от их начального положения,  $\varepsilon(x_0)$ , в приближении пробных частиц ( $\rho = 0$ ) для  $\mu = 2$ ,  $\mu = 7$  и  $\mu \rightarrow \infty$  (значения подписаны возле соответствующих кривых).

гии ионов при конечном значении кинематического параметра  $1 < \mu < \infty$  отвечает вполне определённая координата  $x_0$  из интервала  $(0,1)$ . Так, для  $\mu = 2$  и  $7$  оптимальным положениям примеси отвечают  $x_{opt} \approx 0.7$  и  $0.35$  соответственно. Поскольку

максимумы  $\varepsilon(x_0)$  пологие, то даже не очень близкие друг к другу пробные частицы с  $x_0 \sim x_{opt}$  будут обладать близкими значениями энергий. Для слоя примесных ионов толщиной  $\Delta x$ , расположенного в мишени справа от поверхности  $x_{opt}$ , из тривиального разложения функции  $\varepsilon(x_0)$  вблизи  $x_{opt}$  при малых толщинах примесного слоя,  $\varepsilon(x_0) = \varepsilon_{max} - 0.5 (\Delta x)^2 \partial^2 \varepsilon / \partial x_0^2 \big|_{x_0=x_{opt}}$ , следует, что спектральная ширина  $\Delta \varepsilon$  энергетического распределения лёгких частиц квадратично зависит от малой толщины слоя. Таким образом, поместив достаточно тонкий слой примеси в оптимальное положение, можно получать пучки ионов с очень малой спектральной шириной.

В практическом плане, для наиболее выгодного размещения слоя примеси внутри мишени, требуется знание  $x_{opt}(\mu)$ . Согласно формуле (3.13), величина  $x_{opt}(\mu)$  превышает  $x_0^*$ , и может быть найдена дифференцированием второго равенства из выражения (3.13):

$$\left( u(t^*(x_0)) \frac{d u(t^*(x_0))}{d x_0} - \mu t^*(x_0) \frac{d t^*(x_0)}{d x_0} \right) \bigg|_{x_0=x_{opt}} = 0, \quad (4.8)$$

где зависимости  $u(t)$  и  $t^*(x_0)$  были определены в выражениях (3.14) и (3.15), соответственно. Отметим, что величина  $x_{opt}$  не зависит от  $x_d$  вследствие аддитивного вклада расстояния до детектора в набираемую энергию (3.13).

### 4.3.2 Теория возмущений по заряду примеси

Теперь рассмотрим влияние собственного поля примеси на изучаемые характеристики по теории возмущений. Так как функция начального распределения примеси  $g(x)$  различна для однородного распределения и слоистого, результаты, полученные по теории возмущений будут отличаться от полученных в главе 3:

$$x_0^{*(1)} = - \frac{\rho \mu (x_d - 1) J(x_0^*)}{F(\sqrt{2}(x_d - 1))}.$$

$$\varepsilon^{(1)}(x_0) = \begin{cases} - \rho \mu^2 x_0 J(x_0) \frac{t_d^2}{2} \left( F_1(t_d) + \frac{\mu - 1}{3} t_d^2 F_2(t_d) \right), & x_0 < x_0^* + x_0^{*(1)}, \\ \frac{\rho \mu J(x_0) \sqrt{2} \varepsilon}{2(u(t^*) + \mu t_d^0)} \left[ (t_d^0 + t^*) (2u(t^*) + \mu(t_d^0 - t^*)) - \frac{\mu u(t^*) t^*}{\mu x_0 F_1(t^*) - 1} \right. \\ \left. \times \left( x_0 t^{*2} \frac{\mu - 1}{3} F_2(t^*) + x_0 F_1(t^*) - 1 \right) \right], & x_0 \geq x_0^* + x_0^{*(1)}. \end{cases} \quad (4.9)$$

Вид самодействия примеси  $J(x_0)$  определён формулой (4.3).

Пусть слой лёгких ионов толщиной  $\Delta x = 0.1$  занимает невозмущённое положение  $x_{opt}$ , определяемое выражением (4.8). Установим теперь чему равны значения

энергии  $\varepsilon(x_0) + \varepsilon^{(1)}(x_0)$  частиц из этого слоя, вычисленные по теории возмущений, то есть по формуле (3.13) для  $\varepsilon(x_0, x_d)$  и (4.9) для  $\varepsilon^{(1)}(x_0)$ . На рис. 4.2 приведена такая зависимость для трёх значений  $\rho$ . Как видно из графиков, при росте  $\rho$  поправка

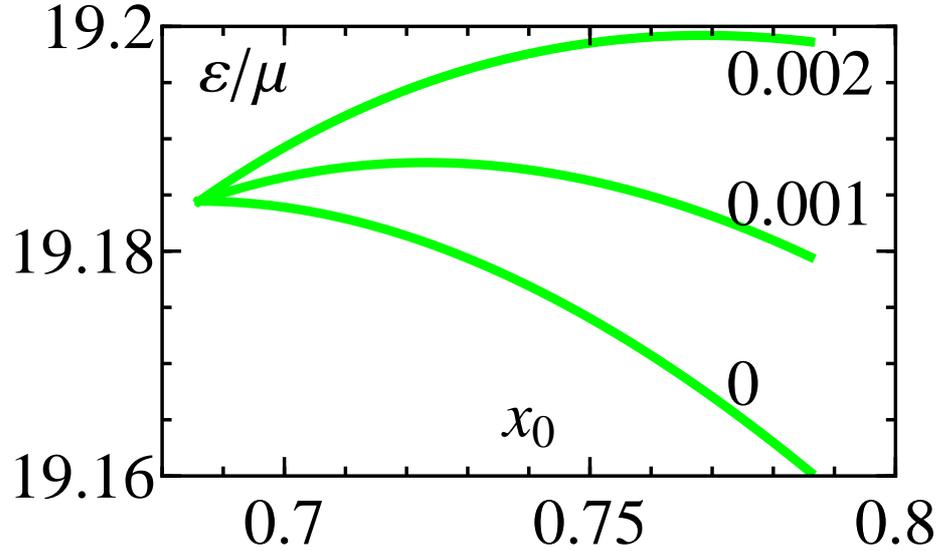


Рис. 4.2: Зависимость энергии от начального положения, вычисленная по теории возмущений, для слоя в невозмущённом оптимальном положении  $x_L = x_{opt}$ ,  $\mu = 2$ . Цифрами возле кривых показаны соответствующие значения  $\rho$ . Положение детектора  $x_d = 20$ .

на собственное поле даёт некоторое увеличение максимальной энергии и смещению положения максимума энергии частиц в сторону бóльших  $x$ . На основе этого устанавливаем, что учёт собственного поля приводит к бóльшей энергии частиц и смещению оптимального положения ближе к границе мишени. Величина этого смещения зависит от  $\rho$ . При условии его малости ( $x_{opt}^{(1)} \ll x_{opt}$ ), оценка по теории возмущения изменения оптимального положения, определяемого формулой (4.8), даёт:

$$x_{opt}^{(1)} = - \frac{\rho}{\Delta x} \left[ \frac{d^2 \varepsilon}{dx_0^2} \Big|_{x_{opt}} \right]^{-1} \left[ \frac{\mu \sqrt{2} \varepsilon}{2(u(t^*) + \mu t_d^0)} [(t_d^0 + t^*)(2u(t^*) + \mu(t_d^0 - t^*)) - \right. \\ \left. - \frac{\mu u(t^*) t^*}{\mu x_0 F_1(t^*) - 1} \left( x_0 t^{*2} \frac{\mu - 1}{3} F_2(t^*) + x_0 F_1(t^*) - 1 \right) \right] \Big|_{x_{opt}}. \quad (4.10)$$

Величины  $\varepsilon$ ,  $u(t)$ ,  $t^*$  и  $t_d^0$  имеют тот же смысл, что и в выражении (3.17).

### 4.3.3 Полный учёт собственного поля примеси

Воспользовавшись численным решением системы (4.4) для произвольного значения  $\rho$ , можно найти зависимость  $x_{opt}(\rho)$  для произвольных значений относительного

заряда примеси. Мы рассматриваем слой толщиной  $\Delta x = 0.1$ . Тогда диапазон возможных оптимальных положений при различных  $\mu$  ограничен сверху координатой  $x = 0.9$ . В соответствии с этим, если при какой-то комбинации параметров  $\mu$  и  $\rho$  оптимальное положение не попадало в указанный диапазон, то это означало, что при этих параметрах оптимальным будет размещение лёгких ионов вблизи границы мишени и необходимость помещать слой в глубине мишени отпадает.

На рис. 4.3 показаны результаты нахождения зависимости оптимального положения слоя лёгких ионов от  $\mu$  для  $\rho = 0.002$  по теории возмущений (пунктирная линия) и точного решения (сплошная зелёная линия). Тёмно-зелёной линией показана

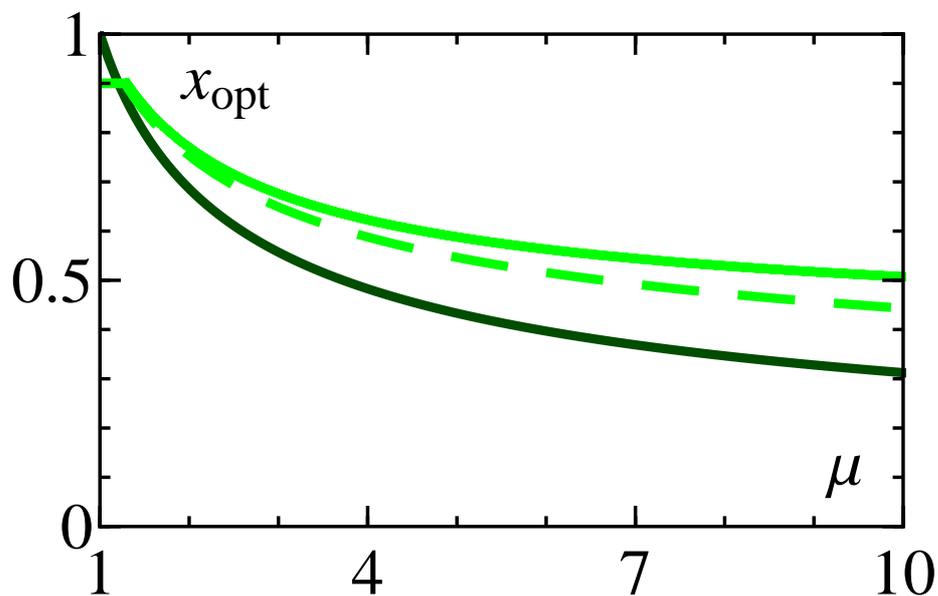


Рис. 4.3: Зависимость оптимального положения слоя лёгких ионов от кинематического параметра  $\mu$  для  $\rho = 0$  (тёмно-зелёная линия),  $\rho = 0.002$  — зелёная линия. Пунктиром показано зависимость, найденная по теории возмущений.

зано исходное значение  $x_{opt}$  для случая  $\rho = 0$ , найденное из уравнения (4.8). Столь небольшое значение  $\rho = 0.002$  было выбрано из соображений, описанных выше: влияние собственного кулоновского поля примеси начинает существенно сказываться уже при малых начальных концентрациях примеси. При  $\rho = 0$  величина  $x_{opt}$  достаточно сильно зависит от кинематического параметра  $\mu$  при его небольших значениях. Так, при  $\mu = 1.5$  —  $x_{opt} = 0.8$ , а уже при  $\mu \approx 3$  оптимальное положение сильно сдвинуто от правого края мишени и составляет  $x_{opt} \approx 0.56$ . При переходе от  $\rho = 0$  к  $\rho = 0.002$  происходит ослабление зависимости оптимального положения от  $\mu$  и его смещение к границе мишени. Причём уже при небольших значениях собственных полей это сме-

щение будет значительным. Это подтверждает приведённый график для  $\rho = 0.002$ . Горизонтальный участок на графике, для значений  $\mu$  от 1 до  $\approx 1.3$ , свидетельствует лишь о конечной толщине рассматриваемого слоя и говорит о том, что для данного диапазона значений кинематического параметра при  $\rho = 0.002$  слой примеси необходимо помещать у правого края мишени. Для бóльших значений заряда примеси,  $\rho > 0.002$ , при увеличении последнего интервал значений  $\mu$ , для которого расположение слоя примеси у самой границы мишени оптимально, будет расширяться. Так уже для  $\rho = 0.005$  диапазон значений  $\mu$ , при которых оптимальное расположение лёгких ионов будет внутри мишени, выходит за рамки рассматриваемого диапазона практически интересных значений  $\mu \lesssim 10$ . Таким образом, для заданной длины ускорения ионов (размера пятна фокусировки) существует определённое значение полного заряда примеси  $\rho_{cr}$ , такое, что при  $\rho > \rho_{cr}$  появляется область значений  $\mu$ , для которых оптимальным оказывается размещение примеси у границы мишени. В частности, для рассматриваемого случая  $x_d = 20$  эта величина составляет  $\rho_{cr} \simeq 0.002$ .

Результаты нахождения критической величины  $\rho_{cr}$ , отвечающей переходу от внедрения примеси в мишень к её напылению на поверхность, представлены на рис. 4.4. Исходя из определения величины  $\rho_{cr}$  следует, что для любых значений параметров

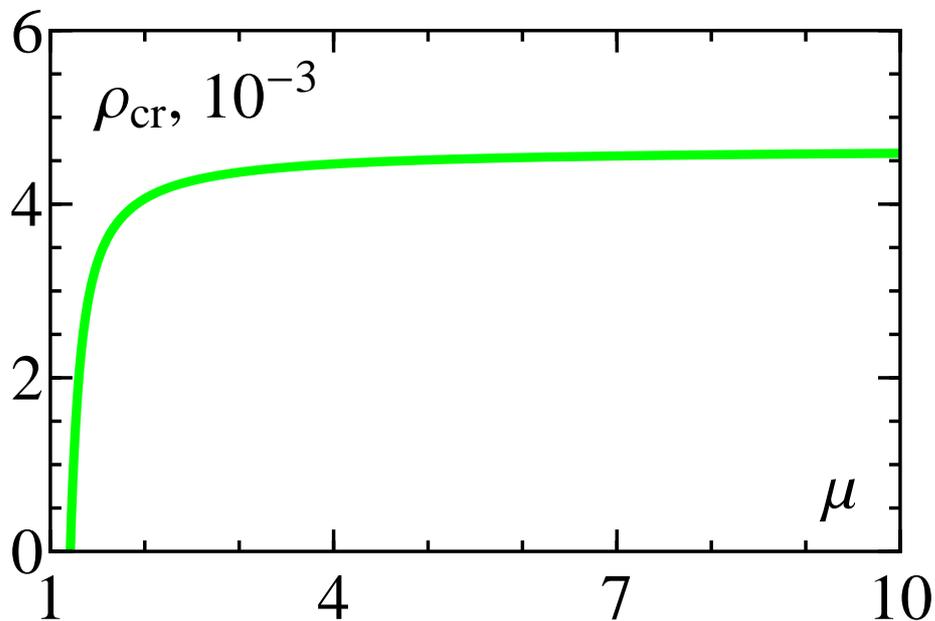


Рис. 4.4: Кривая  $\rho_{cr}(\mu)$  на параметрической плоскости  $(\mu, \rho)$ , определяющая границы области, в которой наиболее выгодным является заглублиение слоя примеси в мишень.

$(\mu, \rho)$  из области лежащей под найденной на рисунке 4.4 кривой наиболее эффективным будет являться расположение примесного слоя внутри мишени при  $x = x_{opt}(\mu, \rho)$ ,

а для значений параметров  $(\mu, \rho)$  - над этой кривой эффективным становится покрытие лёгкими атомами поверхности мишени. Последнее определяет условия эффективности предложенной ранее конструкции мишени для ускорения лёгких ионов [72].

Отметим также продуктивность использования теории возмущений: почти во всём диапазоне практически интересных значений  $\mu \lesssim 10$  разница между точными и приближенными значениями  $x_{opt}$  не превышает 14% (для рассмотренного значения  $\rho = 0.002$ ). Поэтому, как и в разделе 3.4.4, относящемся к распределённому однородному распределению примеси, здесь также можно избежать численных расчётов, используя приближенные результаты теории возмущений.

Зависимость  $x_{opt}$  от двух управляющих параметров  $\mu$  и  $\rho$ , найденная с помощью численного решения системы (4.4) достаточно хорошо аппроксимируется формулой вида:

$$x_{opt}(\mu, \rho) = \frac{A(\rho)}{\mu^{\alpha(\rho)}} + (1 - A(\rho)), \quad (4.11)$$

где для диапазона  $\rho$  от 0 до 0.0046 коэффициенты  $A(\rho)$  и  $\alpha(\rho)$  имеют следующий вид:

$$A(\rho) \approx \frac{0.91 - (187.76 \rho)^{2.31}}{1 + (187.76 \rho)^{1.31}}, \quad \alpha(\rho) \approx 0.6 + |135.78 \rho - 0.07|^{1.87}.$$

Полученный скейлинг (4.11) даёт лёгкий в использовании способ определения положения областей на параметрической области  $(\mu, \rho)$ , отвечающих различным оптимальным положениям слоя примеси: когда наиболее эффективным будет напыление, а когда внедрение примеси в объём мишени. Обладая зависимостью  $x_{opt}(\mu, \rho)$  в наиболее интересной области параметров, можно проанализировать спектральные распределения для оптимального расположения слоя примеси и сравнить их со случаем напыления примеси на правый край мишени.

## 4.4 Оптимизация слоистых мишеней

### 4.4.1 Различные варианты слоистых мишеней

В целях сравнения с широко обсуждающимся случаем напыления лёгких атомов на заднюю поверхность фольги [69, 72], мы рассмотрим два основных варианта расположения слоя лёгких ионов. Первый вариант — слой, левый край которого имеет координату  $x_{opt}$ , положение которой в общем случае является функцией относительного заряда примеси и кинематического параметра  $x_{opt}(\rho, \mu)$  (см. предыдущий раздел).

Второй вариант — слой, расположенный возле поверхности мишени  $1 - \Delta x \leq x \leq 1$ . Третьим, дополнительным, вариантом расположения будет предложение работы [208] об имплантации слоя примеси в центр мишени,  $0 \leq x \leq \Delta x$ .

Заметим, что график на рис. 3.11 свидетельствует о том, что при увеличении  $\rho$  максимум функции  $\varepsilon(x_0)$  находится у границы мишени. Отсюда, в частности, следует, предложение [72] размещать слой лёгких ионов на задней поверхности лазерной мишени, которое, как теперь понятно, отвечает достаточно большой концентрации лёгких ионов. Заметим также, что проведённым анализом снимается имеющееся на первый взгляд противоречие работ [72] и [208].

С использованием формулы (4.5) и решений (3.13), (4.9), (4.11) получены спектральные распределения ускоренных лёгких ионов для  $\mu = 2$ . Они представлены на рис. 4.5 и отвечают слою, расположенному на краю мишени (синие кривые), и слою, помещённому в оптимальное положение (зелёные кривые). Сплошными лини-

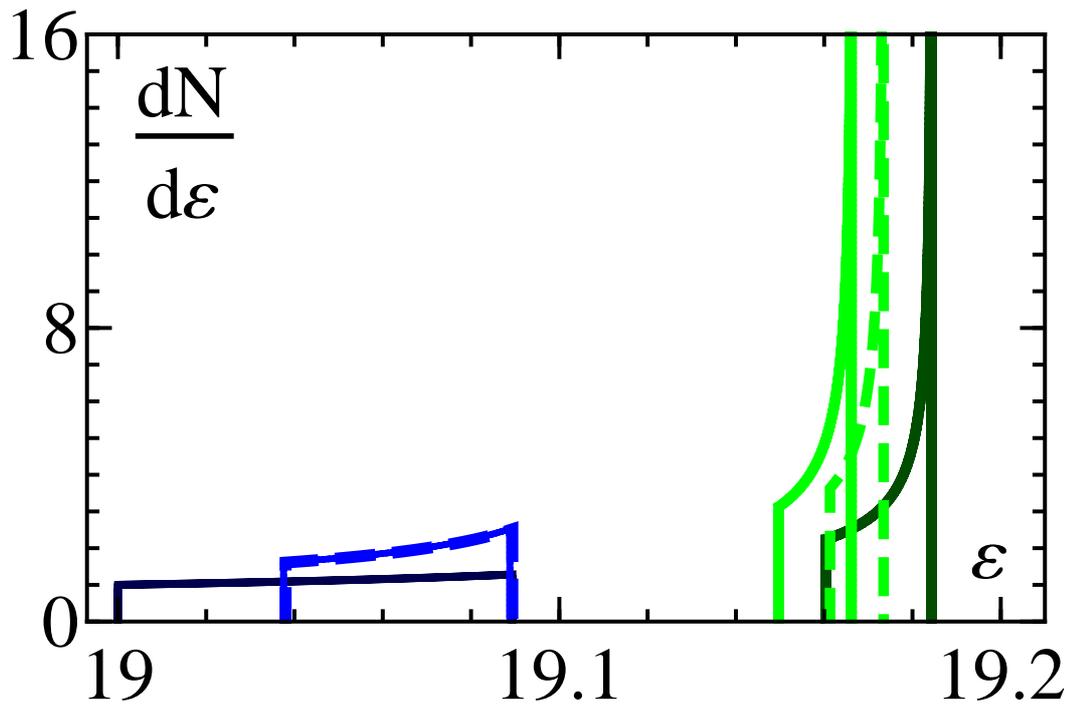


Рис. 4.5: Энергетические спектры ускоренных лёгких ионов для  $\mu = 2$  от слоя примеси толщиной 0.1, расположенного на краю мишени (синие кривые), и справа от оптимального значения  $x_{opt}$  (зелёные кривые). Сплошные кривые — точное решение при  $\rho = 0.002$ , пунктирная — соответствующее решение по теории возмущений, более тёмный цвет — приближение пробных частиц.

ями показаны точные решения для  $\rho = 0.002$ , пунктирными — решения, полученные

по теории возмущений, а более тёмный цвет — решения для приближения пробных частиц ( $\rho = 0$ ). Для оптимального положения  $x_{opt}$  производная  $\partial\varepsilon(x_0, x_d)/\partial x_0 = 0$ , а так как она входит в знаменатель формулы (4.5), то все спектры, показанные зелёными кривыми будут иметь сингулярность при  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_{max}$ . Однако, это интегрируемая особенность:  $dN/d\varepsilon \propto (\varepsilon_{max} - \varepsilon)^{-1/2}$ .

Сравнение варианта напыления примеси на поверхность мишени [72], с обсуждаемым оптимальным расположением слоя примесных ионов показывает, что с точностью менее 1% максимальные энергии ускоренных пучков ионов совпадают, т. е. выигрыш в энергии ускоренных частиц от оптимизации их начального расположения весьма мал. Причиной для столь малого отличия является большая доля энергии, набираемая в обоих случаях разлетающимися лёгкими ионами после пересечения фронта тяжёлых ионов. Так как мы связывали расстояние до детектора  $x_d$  (а с ним и величину пути, на котором происходит ускорение) с диаметром пятна фокусировки лазерного импульса, то такое малое отличие в набираемых энергиях выглядит естественным, поскольку  $x_d \gg 1$  для реальных пятен фокусировки. В качестве примера, приведём характерные значения энергий, отвечающие спектрам рис. 4.5. В случае фольги из углерода с напылением или внедрением водорода в оптимальное положение с максимальной плотностью мишени  $3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , толщиной 100 нм и параметром  $\rho = 0.002$  используемая единица энергии составляет 3.6 МэВ, а максимальная энергия протонов достигает значений 140 МэВ. В случае размещения слоя водорода в центре мишени, согласно предложению авторов работы [208], максимальная энергия будет достигать величины порядка 56 МэВ. Такой проигрыш в энергии связан с задержкой прохождения протонами области максимального ускоряющего поля, когда оно уже упало вследствие разлёта тяжёлых ионов.

Бóльший интерес, чем выигрыш в максимальной энергии, представляет возможность заметного уменьшения спектральной ширины пучка при переходе от напыления примеси к её оптимальному расположению. Сравним полные спектральные ширины ускоренных пучков лёгких ионов  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$  из слоев первоначально расположенных внутри мишени в оптимальном положении и у её поверхности. Поскольку разница максимальной энергии для этих слоев незначительна, для удобства будем интересоваться относительной спектральной шириной пучка  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$ . Для пренебрежимо малой плотности примеси,  $\rho = 0$ , относительная спектральная ширина составила

0.47% для напылённого слоя и 0.13% для оптимального слоя, т.е. изначально поместив слой примеси в оптимальном положении, мы сможем уменьшить относительную полную спектральную ширину пучка в 3.5 раза. Для значений  $\rho$ , меньше введённого ранее  $\rho_{cr}$ , энергия частиц будет монотонно спадать при удалении от оптимального положения, являющегося по определению точкой максимума функции  $\varepsilon(x_0)$ . Поэтому уменьшение толщины рассматриваемого слоя примеси будет способствовать уменьшению спектральной ширины пучка, полученного как из напылённого слоя, так и из заглублённого. В частности при  $\Delta x = 0.01$  для слоя у правого края  $\Delta\varepsilon = 2 \cdot 10^{-2}$ , а для оптимального слоя  $\Delta\varepsilon = 6 \cdot 10^{-4}$ . Таким образом, при уменьшении толщины слоя можно значительно уменьшить спектральную ширину пучка примесных частиц, и по-прежнему оптимальное расположение слоя имеет преимущество перед напылением. Включение собственного поля несколько изменяет получаемый выигрыш от оптимального заглубления мишени: относительная спектральная ширина для напыления при  $\rho = 0.002$  равна 0.26%, а для оптимального слоя - 0.08%. Хотя и произошло уменьшение ширины для каждого варианта по сравнению со случаем  $\rho = 0$ , но относительная разница уменьшилась, хотя и незначительно (3.25 вместо 3.5), т.е. по-прежнему оптимальное положение позволяет существенно уменьшать спектральную ширину генерируемого пучка ионов по сравнению со случаем поверхностного напыления.

Отметим также непринципиальное различие спектральных распределений, полученных с помощью точного решения и с помощью теории возмущений, что позволяет пользоваться аналитическими формулами, упрощающими расчёт. Для случая напыления примеси при  $\rho = 0.002$  отклонение в спектральной ширине от точного составляет 2%, а максимальная энергия, как было показано выше практически не меняется. Для случая оптимального расположения слоя это отклонение для спектральной ширины составляет 25%, а для максимальной энергии по-прежнему пренебрежимо мало.

Таким образом, анализ спектральных распределений слоистой мишени показал, что основным преимуществом расположения примеси в оптимальном положении является достижение минимально возможной спектральной ширины. При этом как оптимальное положение, так и непосредственно спектральная ширина, существенно зависят от величины ускоряемого заряда. Проследим зависимость относительной спек-

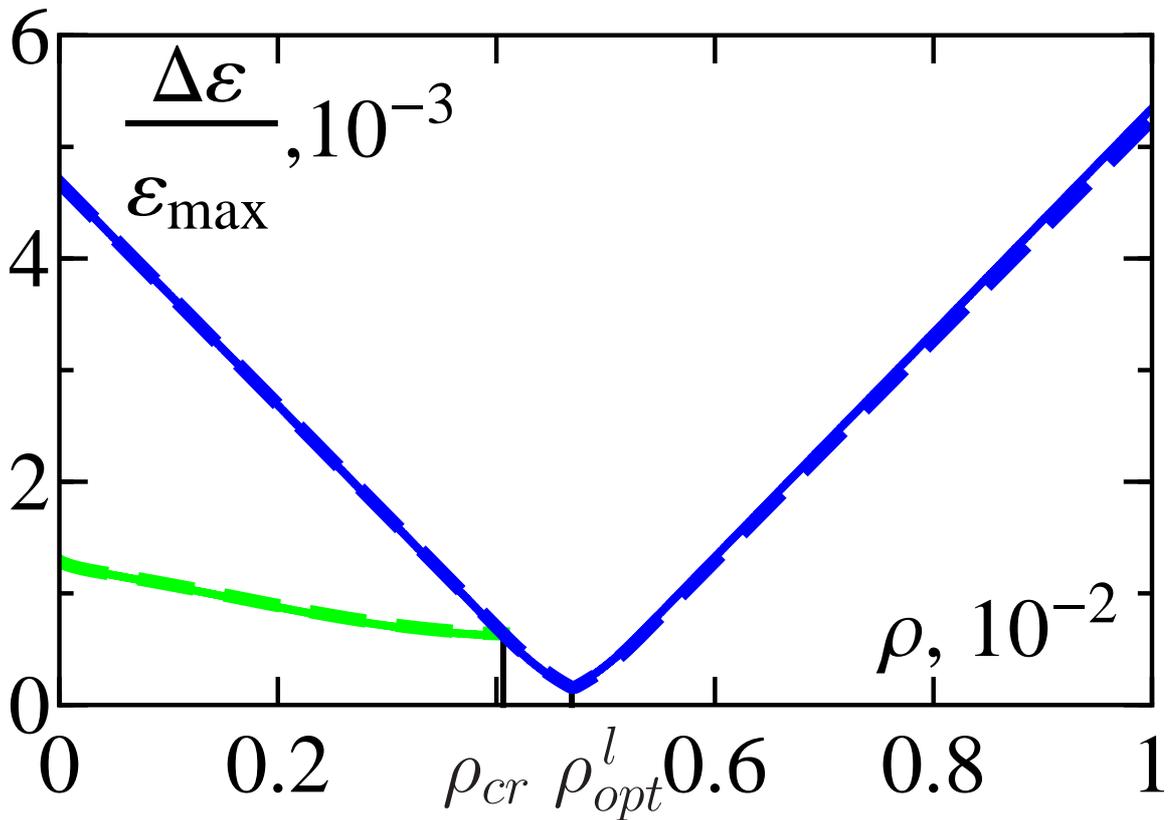


Рис. 4.6: Зависимость относительной спектральной ширины пучка от относительного заряда примеси  $\rho$  для слоя толщиной  $\Delta x = 0.1$ , напылённого на поверхность мишени (синие кривые) и слоя, размещённого в оптимальном положении, (зелёные линии) для  $\mu = 2$ . Пунктиром показаны графики, полученные по аналитическим формулам теории возмущений. Значение оптимального положения слоя для теории возмущений взято из точного решения.

тальной ширины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  от параметра  $\rho$  для случая напыления и для оптимального слоя, положение которого будет самосогласованно меняться с изменением  $\rho$  в соответствии с формулой (4.11). Соответствующий результат представлен на рис. 4.6. При увеличении  $\rho$ , начиная с нуля, спектральная ширина для оптимального слоя, изображённая на графике зелёной линией, в соответствии с ранее рассмотренными примерами, всегда остаётся меньше, чем ширина для слоя находящегося у поверхности мишени. Они совпадают в единственной точке, абсциссу которой мы назвали  $\rho_{cr}$ . Для такого значения  $\rho_{cr}$  оптимальное положение слоя равняется 0.9, т.е. для рассматриваемой толщины слоя оно достигает границы мишени; поэтому при  $\rho \gtrsim \rho_{cr}$  ход обеих кривых совпадает. Значение относительного заряда примеси  $\rho = \rho_{opt}^l \approx \rho_{cr}$  при котором достигается минимум функции  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}(\rho)$  имеет смысл оптимального  $\rho$  для напыления лёгких атомов на поверхность. Дальнейшее увеличение заряда,  $\rho > \rho_{opt}^l$ ,

приводит к монотонному увеличению спектральной ширины, что согласуется с выводами, полученными из рассмотрения предельного случая  $\mu \rightarrow \infty$  и постепенному переходу к взрыву фольги с одним сортом ионов. График теории возмущений при больших значениях  $\rho$  обоснованно даёт заниженное значение спектральной ширины, требующее учёта следующих членов разложения. Наложение ошибок от определения оптимальной позиции по теории возмущений и занижения спектральной ширины приводят к сильным отличиям в поведении кривых для оптимального слоя, поэтому для сравнения теории возмущений и точного решения для оптимального положения слоя, позиция слоя находилась из точного решения, что, в частности, привело к совпадению абсцисс  $\rho_{cr}$  для этих двух решений. Максимальное отклонение кривой, найденной по теории возмущений в рассматриваемом диапазоне  $\rho$  не превышает 2%.

Согласно рис. 4.6, аналитические решения по теории возмущений дают результат, который не выходит за 2% диапазон точности. Используя такую хорошую точность теории возмущений, мы можем, как и для случая однородных мишеней, достаточно просто проанализировать спектральные характеристики ускоренных ионов на параметрической плоскости  $(\mu, \rho)$  для слоистых мишеней. Это показывает рис. 4.7, где изображена относительная спектральная ширина пучка лёгких ионов для случая напылённого на фольгу слоя примеси толщиной 0.1 (рис. 4.7, левый график) и доля заряда частиц, содержащихся в 1% спектральном диапазоне  $q_{1\%}/Q$  для случая слоя такой же толщины, расположенного у центра фольги (рис. 4.7, правый график). На левом графике рис. 4.7 также показана линия минимума величины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$ , которая соответствует зависимости  $\rho_{opt}^l(\mu)$ . Видно, что зависимость, найденная с использованием приближённых методов (сплошная линия), находится в хорошем соответствии с точной зависимостью, показанной пунктирной линией. Отклонения не превышают 2%. Для кривых  $\rho_{opt}^l(\mu)$  и линий постоянных значений  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  характерен быстрый рост при  $1 < \mu < 2$  и выход на асимптотическое, почти не меняющееся, поведение уже при  $\mu > 3$ . Заметим, что такое свойство уже наблюдалось при рассмотрении однородного распределения лёгких ионов в предыдущей главе (см. рис.3.13), а также для случая сферического кластера [76].

В случае слоя, заглублённого в центр фольги (правый график на рис. 4.7), для спектра ускоренных ионов отсутствует отсечка по энергии снизу, поэтому использование полной относительной спектральной ширины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  (формально всюду равной

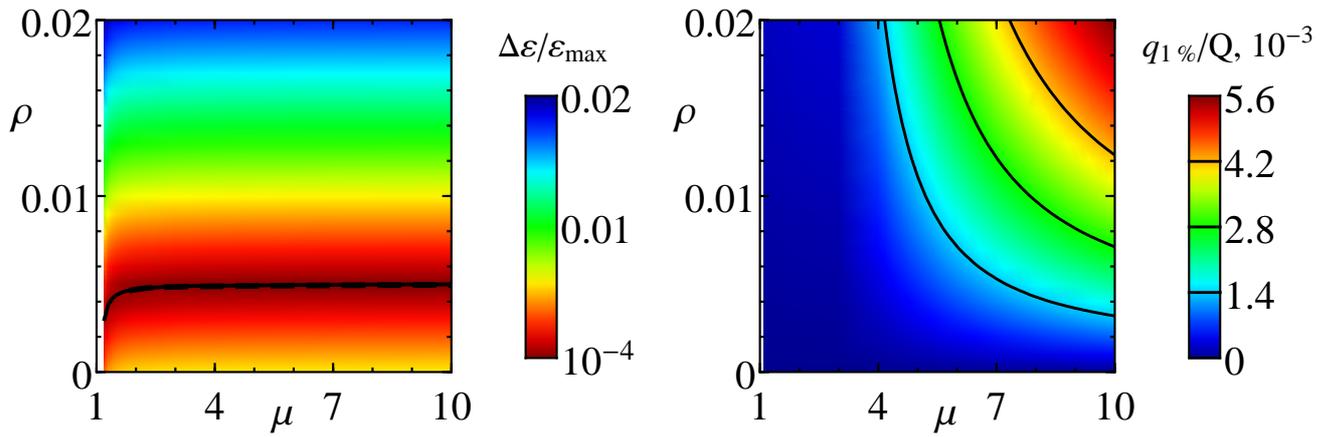


Рис. 4.7: Вычисленные по теории возмущений функции двух управляющих параметров для слоя толщиной 0.1: слева — относительная спектральная ширина пучка ионов при поверхностном расположении слоя [72], где линиями показана зависимость  $\rho_{opt}^l(\mu)$ , найденная по теории возмущений (сплошная линия) и из точного решения (пунктирная линия); справа — относительный заряд частиц, попавших в 1% спектральный диапазон вблизи максимальной энергии, в случае слоя, расположенного в центре фольги, отвечающего предложению [208].

1), становится нецелесообразным. Из графика следует, что при фиксированном значении  $\rho$  увеличения  $q_{1\%}/Q$  можно добиться с использованием мишени с достаточно большим значением  $\mu$ , что согласуется с условием применимости приближения, использованного авторами [208]. Так, уже отмечалась аналогия между приближением покоящегося остова  $\mu = \infty$  и квазистационарным приближением [208]. Зависимость величины  $q_{1\%}/Q$  от параметра  $\rho$ , начиная с некоторого его значения, ослабевает и можно говорить о наличии предельного значения заряда ускоренных ионов, которое может содержаться в 1% спектральном диапазоне при использовании слоистой мишени с заглублённой лёгкой примесью. Предельная величина  $(q_{1\%}/Q)_{max}$  зависит от параметра  $\mu$  и для значения  $\mu \lesssim 10$ , максимально достижимого на практике, составляет  $\sim 1\%$ . Данный предел не меняется при использовании точного численного решения, однако он будет достигаться при несколько большем значении  $\rho$ , чем было получено по теории возмущений. В целом, представленные графики на рис. 4.6 и 4.7 дают рекомендации по подбору параметров двухслойных мишеней для максимального снижения спектральной ширины генерируемых пучков ускоренных лёгких ионов.

#### 4.4.2 Сравнение с однородным распределением

В главе 3 и разделе 4.4 нами были получены рекомендации по подбору наиболее оптимальных параметров однородных и слоистых мишеней в целях максимального улучшения характеристик генерируемых ускоренных пучков. Однако остался открытым вопрос о наличии существенных преимуществ у наиболее широко обсуждаемых слоистых мишеней перед однородными. Показательным при сравнении конструкций мишеней является, например, полный заряд ускоренных примесных ионов, содержащийся в заданном (для определённости – однопроцентном) спектральном интервале вблизи максимальной энергии,  $q_{1\%}$ , отнесённый к полному заряду мишени  $Q$ . Величину  $Q$  для разных типов мишеней мы считаем постоянным, качественно фиксируя, тем самым энергию лазера. Результат подобного сравнения приведён на рис. 4.8, где сравниваются между собой случаи однородного распределения примеси по фольге (красные кривые, взятые с рис. 3.12), слоистой мишени с напылённой на заднюю поверхность примесью (синие кривые) – предложение [72] и слоя примеси, заглублённого к центру мишени (коричневые кривые), что качественно отвечает рекомендации работы [208]. Сплошными линиями показаны графики, построенные для  $\mu = 2$

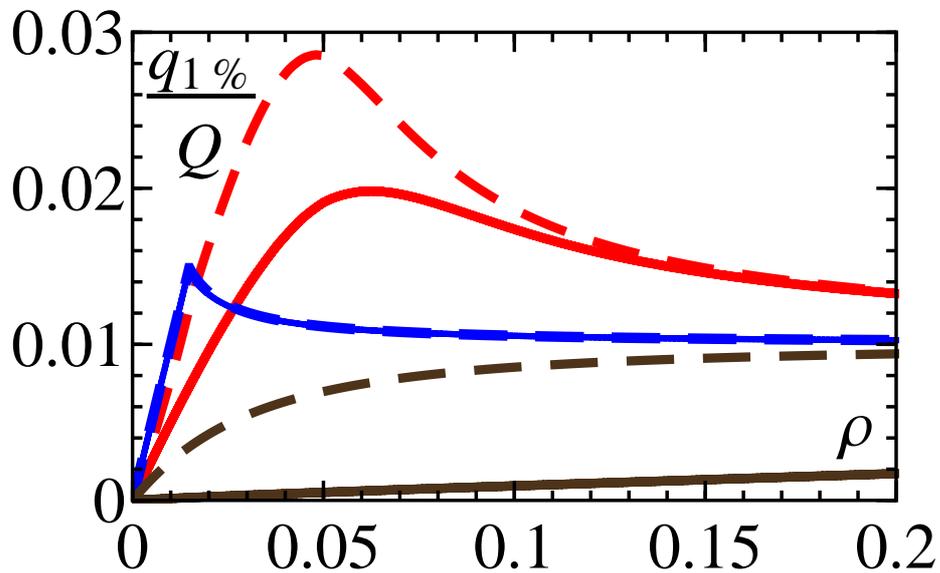


Рис. 4.8: Полученный из точного решения относительный суммарный заряд  $q_{1\%}/Q$  примесных частиц, содержащихся в спектральном диапазоне  $[0.99 \varepsilon_{max}, \varepsilon_{max}]$ , вычисленный для однородного распределения (красные линии), слоя примеси толщиной 0.1, расположенного на краю мишени (синие линии) и в центре фольги, согласно предложению [208] (коричневые линии). Сплошные линии соответствуют  $\mu = 2$ , пунктирные –  $\mu = 7$ .

в диапазоне значений  $\rho$  от 0 до 0.2, пунктирные линии отвечают  $\mu = 7$ . Анализируя поведение величины  $q_{1\%}/Q$ , можно сделать вывод о наиболее выигрышном распределении примеси однородно по всему объёму мишени. Так, для однородного распределения примеси лёгких ионов максимальное значение этой величины составляет  $q_{1\%}/Q \approx 0.02$ , что достигается для оптимального заряда (см. раздел 3.4.4)  $\rho = \rho_{opt}^h$ , тогда как мишень с напылённым наружным слоем примеси позволяет сконцентрировать в 1% спектральном диапазоне максимум  $q_{1\%}/Q \approx 0.015$ , а внедрённый слой примеси даёт всего лишь  $q_{1\%}/Q \approx 0.0017$ . Таким образом, используя вместо слоистой мишени однородную мишень, можно на треть увеличить число ускоренных лёгких ионов, содержащихся в узком спектральном диапазоне, по сравнению с напылённой мишенью и почти на порядок – по сравнению с случаем заглублённого слоя примеси. Увеличение кинематического параметра мишени ещё более усиливает указанное преимущество однородных мишеней перед слоистыми, о чём свидетельствуют графики, на рис. 4.8, изображённые пунктирными линиями: высота максимума красной кривой почти в два раза выше максимума синей кривой и в три раза выше, чем у коричневой кривой. Требование неподвижности тяжёлых ионов для правомерности использования приближения квазистатического ускоряющего поля [208], как уже отмечалось, соответствует пределу  $\mu \rightarrow \infty$ . Однако, даже для  $\mu \approx 7$  (что уже трудно реализуемо на практике), приближение неподвижных тяжёлых ионов плохо выполняется и поэтому максимальное значение величины  $q_{1\%}/Q$ , которое может быть достигнуто с использованием этого типа слоистой фольги составляет всего лишь 1% (см. рис. 4.7).

Все лёгкие ионы, первоначально сконцентрированные в слое вблизи края мишени [72], достаточно быстро покидают область расширяющейся тяжёлой плазмы, поэтому для них величина  $t^*(x_0, \mu)$  очень мала ( $t^* \rightarrow 0$ ). Тогда из формул (3.13) и (4.9) видно, что в регистрируемую энергию ионов кинематический параметр  $\mu$  входит в виде множителя, не меняя качественного поведения функции  $\varepsilon(x_0)$ , и тем самым не влияя на количество частиц, попадающих в заданный спектральный диапазон. По этой причине синие кривые на рис. 4.8 слабо меняются при увеличении кинематического параметра. В соответствие с рис. 4.4, на рассматриваемом рис. 4.8 вблизи начала координат может быть показан график для слоистой мишени с оптимальным расположением слоя внутри фольги. Однако величина  $\rho_{cr}$  для рассматриваемых  $2 < \mu < 7$  имеет малое значение порядка половины процента, что принципиально не позволя-

ет получить больших значений величины  $q_{1\%}/Q$  ввиду малости начального полного заряда примесных ионов  $q_0$ . Таким образом, из возможных вариантов расположения слоя примеси в мишени: оптимального, напылённого [72] и центрального [208] максимальное значение  $q_{1\%}/Q$  реализуется при использовании мишеней с напылением атомов примеси на тыльную сторону мишени.

В целом, графики, представленные на рис. 4.8, а также результаты, полученные нами с использованием одномерной аналитической и численной модели, дают обоснование недавно полученным результатам численного PIC-моделирования [77] об отсутствии преимуществ слоистого распределения примесных ионов перед однородными двухкомпонентными мишенями.

Как было показано, в случае использования фольги сложного состава с однородным пространственным распределением компонент подбором оптимального заряда примеси можно получить в 1% спектральном диапазоне заряд частиц от 2 до 3 процентов от общего заряда мишени при  $2 \leq \mu \leq 7$  (см. рис. 3.13 и 4.8). В то же время кулоновский взрыв фольг с одним сортом ионов [143] ведёт к образованию широкого, немонотонного спектрального распределения, в котором, тем не менее, доля заряда частиц в том же 1% диапазоне энергий вблизи отсечки спектра близко к 1% от полного заряда мишени. Несмотря на 2-3 разовое превосходство по числу быстрых ионов мишени сложного ионного состава, все же её преимущество над однокомпонентной не столь значительно, чем можно было ожидать. Однако технические трудности «вырезания» узкого спектрального диапазона из распределённого спектра частиц, ускоряемых из мишеней однокомпонентного ионного состава сводят практически на нет конкурентоспособность последних. К тому же, применительно к ускорению протонов – частиц, наиболее востребованных различными приложениями, пока не существует криогенных технологий получения субмикронных водородных фольг с неразмытыми границами. Таким образом, сравнение как со слоистыми, так и однородными однокомпонентными мишенями показывает, что использование однородных многокомпонентных мишеней оказывается в подавляющем большинстве случаев наиболее оптимальным для получения высокоэнергетичных монохроматических пучков лёгких ионов.

### 4.4.3 Сравнение с 3D EM PIC моделированием

В данном подразделе мы апробируем на результатах численного моделирования полученные рекомендации по оптимизации ускорения лёгких ионов из слоистых мишеней. Параметры численного моделирования аналогичны указанным в разделе 3.4.5. Слоистые мишени моделировались помещением протонной плазмы толщиной 0.01 мкм и плотностью  $3.2n_c$  (и  $32n_c$ ) на различной глубине внутри фольги.

На рисунке 4.9 приведены энергетические спектры летящих в конус  $10^\circ$  протонов для  $\rho = 0.002$  с энергией больше 100 МэВ, ускоренных как из тонкого протонного слоя, расположенного либо на тыльной границе мишени, либо внутри мишени, так и из всего объёма мишени при равномерном распределении в нём протонов. Во всех

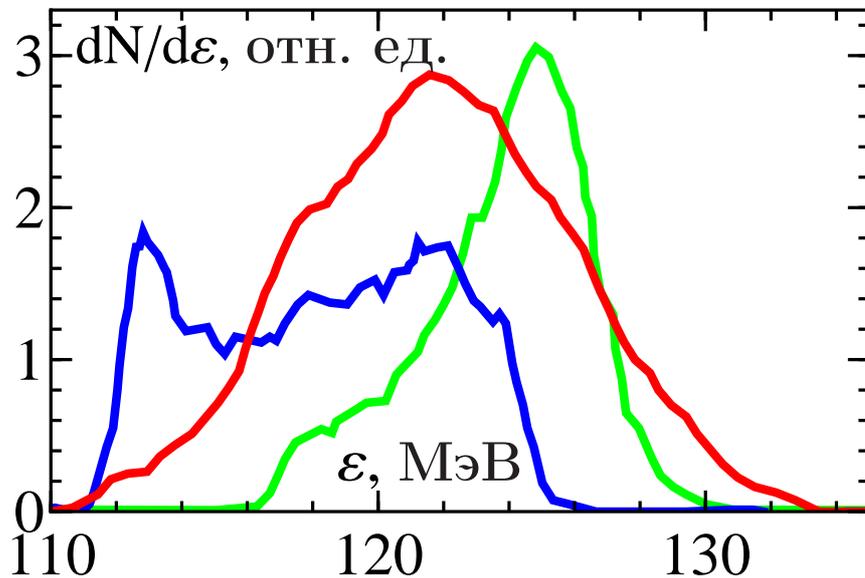


Рис. 4.9: Энергетический спектр протонов, ускоренных из равномерно распределённого слоя толщиной 0.1 мкм (красная линия), и из слоев толщиной 10 нм, расположенных вблизи оптимального положения (зелёная линия) и на краю мишени (синяя линия) на момент окончания счета.

случаях спектр имеет квазимоноэнергетический вид со спектральной шириной, меняющейся от 3 % (для оптимального случая) до 10 % для слоя протонов, расположенного на границе. При этом, полное число ускоренных протонов составляет  $\sim 10^8$  частиц. Сравнение спектров протонов от распределённой примеси с наиболее широко обсуждавшимся в литературе случаем напыления протонов на тыльную сторону мишени, как по ширине (8 и 10 %, соответственно), так и по характерной энергии (125 и 115 МэВ), не указывает, в соответствии с развитой выше теорией, на предполагавшееся ранее [72] преимущество напыления на заднюю поверхность.

Наиболее узкий спектр протонов соответствует некоторому оптимальному расположению протонного слоя внутри фольги (не вблизи её края и середины), как и предсказывает теория. Зависимость относительной ширины спектра от положения слоя для  $\rho = 0.002$ , приведённая на рис. 4.10, имеет немонотонный характер с двумя минимумами. На рис. 4.10 под  $\varepsilon_{max}$ , понимается энергия, соответствующая пику в

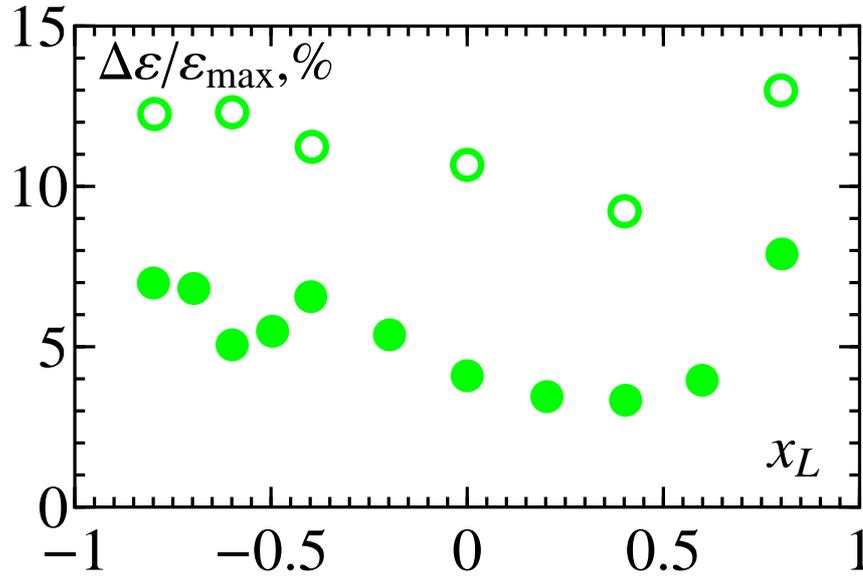


Рис. 4.10: Зависимость относительной спектральной ширины ускоренного протонного пучка от начального расположения слоя протонов внутри мишени для  $\rho = 0.002$  (точки) и  $\rho = 0.02$  (выколотые точки).

спектре, что в теоретической модели практически совпадает с максимальной энергией. Асимметрия зависимости на рис. 4.10 относительно нуля и некоторое различие в глубине минимумов связаны с упомянутой выше асимметрией кулоновского взрыва, хотя в качественном плане имеется хорошее соответствие теории, предсказывающей минимумы  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  для заглаблений протонных слоев на величину  $-x_{opt}$  и  $x_{opt}$ . Правый минимум (рис. 4.10) соответствует оптимальному положению слоя протонов, приводящему к пучку протонов со средней энергией 125 МэВ и малой шириной спектра 3.5 %. Его положение ( $x_{opt} \sim 0.4$ ) оказывается несколько ближе к центру по сравнению с предсказанием теории идеального кулоновского взрыва, что не столь критично в сравнении с подтверждением численными расчётами предсказанного эффекта минимизации ширины спектра лёгких ионов путём заглабления примеси в мишень. Как и в теории, с ростом заряда примеси характер зависимости относительной ширины спектра от положения слоя внутри мишени становится более монотонным (см. выколотые точки на рис. 4.10).

## 4.5 Заключение

Опираясь на модель кулоновского взрыва плоской мишени двухкомпонентного ионного состава, было изучено ускорение лёгких ионов и способы улучшения качества получаемых пучков. Сформулированы практические рекомендации по структурированию слоистых мишеней для существенного уменьшения относительного спектрального разброса генерируемого пучка лёгкой ионной компоненты. Приведены оценки получаемых максимальных энергий генерируемых ионных пучков, а также изучены их спектральные характеристики в зависимости от кинематического параметра и полного заряда лёгких частиц. Основой оптимизации параметров мишени явилось изучение роли собственного кулоновского поля лёгкой компоненты мишени, контролируемого безразмерным параметром задачи,  $\rho$ , являющимся мерой полного заряда лёгких ионов по отношению ко всему заряду лазерной мишени. В практических случаях лазерного ускорения ионов лёгкая компонента сложной мишени выступает в роли примеси с малой зарядовой долей, поэтому, наряду с полным учётом поля примесных ионов, была развита приближённая теория с точностью до линейных по параметру  $\rho$  членов, что позволило получить удобные для применения аналитические формулы. Проверка результатов теории возмущений осуществлялась сравнением с результатами непосредственного численного решения системы уравнений (4.4). Так, при  $\rho < 10\%$ , отклонения результатов, полученных с помощью точного и приближённого решения, лежат в диапазоне  $\simeq 20\%$ . Кроме того построенная аналитическая теория возмущений качественно правильно прогнозирует поведение характеристик ускоренных ионов в диапазоне значений  $\rho$ , выходящем за формальные рамки применимости теории возмущений. Используя построенную модель, было детально проанализировано распределение лёгкой ионной компоненты в мишени в виде слоя фиксированной толщины, расположенный на заданной глубине в мишени.

Были проанализированы два возможных варианта размещения слоя примеси: заглубление внутрь мишени на некоторое расстояние и его расположение вблизи тыльной стороны мишени. Последний вариант рассматривался в качестве аналога хорошо известному напылению лёгких ионов, предложенному в работе [72]. Вытекающие из нашей теории рекомендации по наиболее эффективному структурированию и подбору параметров мишени отличаются для различных диапазонов значений  $\rho$  (см. рис. 4.6). При малой концентрации примеси  $0 \leq \rho \leq \rho_{opt}^l$ , где величина  $\rho_{opt}^l$  найдена в работе,

более выгодным является размещение слоя примеси на определённой глубине в мишени, в отличие от того, как это предлагалось в [72]. Размещение слоя в оптимальной позиции позволяет снизить спектральную ширину пучка ионов в нескольких раз, а найденные скейлинги позволяют выбрать нужное положение слоя для различных значений управляющих параметров. В работе была установлена зависимость величины  $\rho_{opt}^l(\mu)$ , позволяющая также оптимизировать монохроматичность получаемого сгустка ионов в зависимости от атомного состава мишени. С увеличением заряда,  $\rho > \rho_{opt}^l$ , оптимальным становится расположение слоя лёгких ионов у поверхности мишени [72].

Основные предсказания развитой теоретической модели находятся в качественном согласии с результатами трёхмерного численного моделирования, описывающего взаимодействие мощного короткого лазерного импульса с тонкими мишенями двухкомпонентного ионного состава. Предсказанное теорией существование оптимального положения для слоя лёгких ионов внутри мишени, позволяющего получить квазиодноэнергетический пучок частиц с минимальной шириной спектра, подтверждается численными расчётами (рис. 4.10). В целом можно отметить, что несмотря на одномерность аналитической модели и неидеальность кулоновского взрыва из-за частичной компенсации заряда ионов в фокальном пятне и их начального импульса под действием лазера, предсказательный характер результатов теории вполне оправдывается.

Полученные малые относительные спектральные ширины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  (в теории – меньше процента, в моделировании – порядка нескольких процентов), безусловно являются преимуществом при использовании слоистых мишеней при лазерном ускорении ионов. Однако, с точки зрения абсолютных значений суммарного заряда ускоренных частиц, или что тоже самое их полного числа, использование более простых в плане технического изготовления однородных мишеней оказывается более оправданным и позволяет в несколько раз увеличить число ускоренных частиц, содержащихся в спектральном интервале  $\sim 1\%$  от его максимальной энергии. Данный вывод, основанный на построенной нами упрощённой полуаналитической модели, использующей приближённые вычисления и несложные численные расчёты, находится в качественном соответствии с результатами численных кинетических расчётов, не выявивших преимущества слоистой мишени (см. также [77]).

Рассмотрение разлёта лазерных мишеней в режиме кулоновского взрыва, прове-

дѐнное в данной работе для тонких фольг двухкомпонентного ионного состава, позволяет построить относительно простую модель для анализа характеристик ускоренных ионов. Однако строгие условия, накладываемые на величину интенсивности лазерного импульса, делают этот режим труднодостижимым при проведении экспериментов по лазерному ускорению ионов. Чтобы приблизить описание к реально наблюдаемым условиям, необходимо учесть неполную эвакуацию электронов из мишени после их нагрева лазерным импульсом. Именно, в численном моделировании [77, 146] наблюдалось существование оптимальной, с точки зрения получения максимальной энергии, толщины мишени, которая лежала на границе применимости приближения кулоновского взрыва и отвечала неполной эвакуации электронов. При учёте конечности электронной температуры можно, в частности, ожидать более выраженного преимущества заглубления примесных ионов в мишень, так как при этом будет возрастать расстояние, проходимое ускоряемой частицей в сильном поле разделения зарядов - предложение, выдвинутое в работе [208]. По этой же причине следует ожидать сдвига позиции  $x_{opt}(\mu, \rho = 0)$  к центру мишени, а следовательно и роста значений  $\rho_{cr}(\mu)$  и  $\rho_{opt}^l(\mu)$ , тем более что приведѐнные здесь результаты численного моделирования уже демонстрирует это.

Кроме указанного выше требования на высокую интенсивность лазерного импульса, следует обозначить ещё несколько предположений, сделанных в рамках настоящей задачи, которые могут сдерживать непосредственное перенесение полученных рекомендаций по генерации квазимоноэнергетических ионных пучков высокого качества на реальный эксперимент. К ним можно отнести: идеальность лазерного импульса с точки зрения отсутствия предимпульса, который может видоизменить мишень до прихода основного импульса, сглаженность радиального распределения интенсивности по пятну фокусировки, использование сверхтонких фольг сложного атомного состава (субмикронной толщины), пренебрежение трёхмерными эффектами при разлѐте, а также ток холодных электронов мишени в поперечном направлении в фокальную область, компенсирующий положительный заряд плазмы. Однако, отмечаемый сегодня технологический прогресс в изготовлении субмикронных плѐнок и получении интенсивных лазерных пучков высокого качества свидетельствует о своевременности проведѐнного исследования.

# Заключение

## Основные научные результаты

Результатом выполненной работы явилось построение теории ускорения ионов при разлёте плоских плазменных слоев в вакуум, возникающем при взаимодействии интенсивных лазерных импульсов ультракороткой длительности с веществом гомогенных и гетерогенных мишеней сложного атомного состава в условиях сильного пространственного разделения зарядов.

Кратко сформулируем основные научные результаты, полученные автором в настоящей диссертации. Их можно разделить на группы по типам распределений компонент лазерной плазмы. К ним относятся: количество сортов ионов в плазме, пространственное распределение примесных ионов по объёму мишени и их суммарный заряд, температура лазерно-нагретых электронов.

### **Для плазмы с двумя сортами ионов и произвольной температурой лазерно-нагретых электронов**

1. Для проверки и установления точности развитых теоретических моделей разработана численная электростатическая модель разлета плазменного слоя в вакуум. Построена схема численного решения с использованием метода Ньютона линеаризации системы нелинейных алгебраических уравнений в комбинации с методом прогонки для решения разностного уравнения Пуассона. Самосогласованная плотность ионных компонент мишени вычислялась с помощью РС-метода. Дискретизованная система уравнений имеет второй порядок аппроксимации по пространственной сетке.

## Для мишени однокомпонентного ионного состава и произвольной температуры электронов

2. Проведено численное моделирование разлёта в вакуум плазменного слоя конечной толщины с одним сортом ионов и электронами произвольной температуры. По результатам моделирования был сделан вывод, что при малых температурах электронов ( $T < 1$ ) в расширяющемся слое распространяются волны зарядовой плотности, которые существенным образом влияют на распределение электростатического поля. Взаимодействие (отражение) этих волн в центре мишени кардинально отличает разлёт плазмы конечной толщины от рассматриваемого ранее случая полубесконечной плазмы (см. рис. 1.1, 1.2). Подтверждено существование сингулярности ионного фронта (рис. 1.5) при разлёте плазмы в вакуум, установленное ранее в работах [98, 117] для всего диапазона электронных температур, что однако не оказывает существенного влияния на спектрально-энергетические характеристики ускоренных ионов.
3. Построена аналитическая модель, которая позволила корректно описать эволюцию таких важных характеристик разлёта плазмы в вакуум, как: поле на фронте  $E_f(t)$ , положение фронта  $x_f(t)$  и максимальная энергия ионов  $\varepsilon_{max}(t)$  во всём диапазоне температур: от квазинейтрального разлёта плазменного слоя до его кулоновского взрыва, что на протяжении 50 лет оставалось нерешённой задачей. Результаты теории находятся в хорошем согласии с результатами одномерного электростатического моделирования (см. рис. 2.1 – 2.4).
4. Получена связь основных параметров лазерного импульса и мишени с максимально достижимой энергией ионов, что открывает возможность целенаправленного поиска оптимальных режимов ускорения ионов как в полномасштабном численном моделировании, так и при экспериментальном исследовании лазерного ускорения ионов. Полученные результаты согласуются с результатами 3D PIC моделирования ускорения ионов из полупрозрачных мишеней (рис. 2.6). Установлено существование оптимального соотношения между длительностью импульса и размером его пятна фокусировки: для наиболее эффективной конверсии лазерной энергии в ускоренный пучок ионов длительность лазера не должна превышать времени разлёта плазмы на расстояние порядка диаметра пятна фокусировки.

5. Построено модельное распределение электростатического поля, учитывающее эффекты разлёта слоя конечной толщины в вакуум. Получены пространственно-временные и спектральные характеристики ускоренных ионов. Теоретические результаты для спектральных распределений ионов, полученные с помощью модельного электростатического поля, находятся в хорошем согласии с одномерным электростатическим численным моделированием для всего диапазона температур электронов (см. рис. 2.9).

**Для кулоновского взрыва мишени с двумя сортами ионов (случай экстремально горячих электронов мишени) в пренебрежении собственным полем примесных ионов**

6. Получено аналитическое решение задачи одномерного разлёта фольги, состоящей из ионов двух сортов после воздействия короткого лазерного импульса, под действием которого удаляются практически все электроны мишени. Показано, что при взаимодействии ультракоротких лазерных импульсов с двухкомпонентной мишенью возможно создание источников моноэнергетических пучков ускоренных частиц, причём действие тяжёлых ионов фольги в качестве «кулоновского поршня» играет существенную роль. Получены пространственно-временные и спектральные характеристики ускоренных лёгких ионов (рис. 3.1, 3.2, 3.4).
7. Полученные характеристики ускоренных частиц были сопоставлены с полученными в работе [83] в приближении неподвижных тяжёлых ионов остова фольги (рис. 3.7, 3.8, 3.9). На основании такого сравнения можно заключить, что движением тяжёлых ионов можно пренебречь при значениях кинематического параметра  $\mu \gtrsim 5$  (см. определение на стр. 35). Это фактически устанавливает условие применимости теории работы [83]. Однако при малых значениях  $\mu \sim 1$  подобное пренебрежение может привести к неточным результатам. Так, при малых  $\mu$  учёт движения ионов остова приводит к образованию пучков, обладающих большей степенью моноэнергетичности и меньшей пространственной шириной, чем в работе [83].

## Для кулоновского взрыва мишени с двумя сортами ионов при учёте собственного поля примесных ионов

8. Даны оценки получаемых максимальных энергий генерируемых ионных пучков, а также изучены их спектральные характеристики в зависимости от кинематического параметра и полного заряда лёгких частиц. Изучены способы улучшения качества получаемых пучков лёгких ионов при кулоновском взрыве плоской гомогенной мишени двухкомпонентного ионного состава. Основой оптимизации параметров мишени явилось изучение роли собственного кулоновского поля лёгкой компоненты мишени, контролируемого безразмерным параметром задачи,  $\rho$ , являющимся мерой полного заряда лёгких ионов по отношению ко всему заряду лазерной мишени (см. определение на стр. 35). В ряде практически интересных случаев лазерного ускорения ионов лёгкая компонента сложной мишени выступает в роли примеси с малой зарядовой долей, поэтому, наряду с полным учётом поля примесных ионов, была развита приближённая теория с точностью до линейных по параметру  $\rho$  членов, что позволило получить удобные для применения аналитические формулы. Проверка результатов теории возмущений осуществлялась сравнением с результатами непосредственного численного решения основной системы уравнений (3.2). Так, при  $\rho < 10\%$ , отклонения результатов, полученных с помощью точного и приближённого решения, лежат в диапазоне  $\simeq 20\%$ . Кроме того построенная аналитическая теория возмущений качественно правильно прогнозирует поведение характеристик ускоренных ионов в диапазоне значений  $\rho$ , выходящем за формальные рамки применимости теории возмущений.
9. Было установлено, что для однородно распределённой примеси лёгких ионов характерно наличие оптимального значения полного относительного заряда лёгких ионов, абсолютная величина которого составляет несколько процентов и слабо меняется при  $\mu > 2$  (см. рис. 3.12, 3.13). Мишень с такой примесью будет иметь максимально возможный полный заряд ускоренных ионов, в 1%-ом спектральном диапазоне энергии вблизи её максимального значения, что важно при использовании тонкой манипуляции генерируемыми ионными пучками в целях получения моноэнергетических ионов. Для наиболее типичных значений кинематического параметра  $2 \leq \mu \leq 7$  оптимальный подбор полного заряда при-

меси в однородной мишени позволяет ускорять от 33 до 58% всех лёгких ионов, первоначально находившихся в объёме фольги. Предсказанное теорией наличие оптимального значения относительного заряда однородно распределённой лёгкой примеси, приводящего к максимальному числу частиц вблизи максимальной энергии, подтверждается результатами трёхмерного численного моделирования, описывающего взаимодействие мощного короткого лазерного импульса с тонкими мишенями двухкомпонентного ионного состава (см. рис. 3.14).

10. Аналогично случаю гомогенных мишеней были сформулированы практические рекомендации по структурированию слоистых мишеней для существенного уменьшения относительного спектрального разброса генерируемого пучка лёгкой ионной компоненты. Построенная модель, включала в себя как численное решение, так и теорию возмущений по заряду примесных ионов. Приведены оценки получаемых максимальных энергий генерируемых ионных пучков, а также изучены их спектральные характеристики в зависимости от кинематического параметра и полного заряда лёгких частиц.
11. Были проанализированы два возможных варианта размещения слоя примеси: заглубление внутрь мишени и его расположение вблизи тыльной стороны мишени. Последний вариант отвечал предложенному в работе [72]. Вытекающие из нашей теории рекомендации по наиболее эффективному структурированию и подбору параметров мишени отличаются для различных диапазонов значений  $\rho$  (см. рис. 4.6). При малой концентрации примеси  $0 \leq \rho \leq \rho_{opt}^l$ , где величина  $\rho_{opt}^l$  найдена в диссертационной работе, более выгодным является размещение слоя примеси на определённой глубине в мишени, в отличие от того, как это предлагалось в [72]. Размещение слоя в оптимальной позиции позволяет снизить спектральную ширину пучка ионов в несколько раз, а найденные скейлинги позволяют выбрать нужное положение слоя для различных значений управляющих параметров. В работе была установлена зависимость величины  $\rho_{opt}^l(\mu)$ , позволяющая также оптимизировать монохроматичность получаемого сгустка ионов в зависимости от атомного состава мишени. С увеличением заряда,  $\rho > \rho_{opt}^l$ , оптимальным становится расположение слоя лёгких ионов у поверхности мишени, как это предлагалось ранее [72]. Основные предсказания развитой теоретической модели находятся в качественном согласии с результатами трёхмерного

---

численного моделирования, описывающего взаимодействие мощного короткого лазерного импульса с тонкими мишенями двухкомпонентного ионного состава. Предсказанное теорией существование оптимального положения для слоя лёгких ионов внутри мишени, позволяющего получить квазимоноэнергетический пучок частиц с минимальной шириной спектра, подтверждается численными расчётами (рис. 4.10).

12. Полученные малые относительные спектральные ширины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  (в теории – около процента, в моделировании – порядка нескольких процентов), безусловно являются преимуществом при использовании слоистых мишеней при лазерном ускорении ионов. Однако, с точки зрения полного числа ускоренных частиц, использование более простых в плане технического изготовления однородных мишеней оказывается более оправданным и позволяет в несколько раз увеличить число ускоренных частиц, содержащихся в спектральном интервале  $\sim 1\%$  вблизи максимальной энергии (см. рис. 4.8). Данный вывод, основанный на построенной нами упрощённой полуаналитической модели, использующей приближённые вычисления и несложные численные расчёты, находится в качественном соответствии с результатами численных кинетических расчётов, не выявивших преимущества слоистой мишени [77].

## Терминология и используемые сокращения

**1D** — 1 Dimension, численный код с одним измерением по пространству

**ES** — ElectroStatic, численная модель, в рамках которой решается только уравнение Пуассона

**3D** — 3 Dimension, численный код с тремя измерениями по пространству

**EM** — ElectroMagnetic, численная модель, в рамках которой решается полная система уравнений Максвелла

**PIC** — Particle In Cell, численный метод «частица-в-ячейке»

**ЛТС** — Лазерный Термоядерный Синтез

**СВЧ** — сверхвысокочастотный

**CPA** — Chirped Pulse Amplification, усиление чирпированного импульса

**TNSA** — Target Normal Sheath Acceleration, ускорение ионов по механизму «виртуального» катода

**DCE** — Directed Coulomb Explosion, направленный кулоновский взрыв

**RPA** — Radiation Pressure Acceleration, ускорение давлением света

**BVP** — Boltzmann – Vlasov – Poisson, теоретическая модель, состоящая из уравнений Больцмана–Власова–Пуассона (БВП)

$\varphi'(x, t)$  — производная по пространственной координате,  $\frac{\partial}{\partial x} \varphi(x, t)$

$\varphi''(x, t)$  — вторая производная по пространственной координате,  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi(x, t)$

$\dot{x}$  — первая производная по времени,  $\frac{dx}{dt}$

$\ddot{x}$  — вторая производная по времени,  $\frac{d^2x}{dt^2}$

lg — десятичный логарифм,  $\log_{10}$

$n_{cr}$  — критическая плотность электронов для данной длины волны

## Список литературы

- [1] Басов Н. Г., Крохин О. Н. Условия разогрева плазмы излучением оптического генератора // ЖЭТФ. 1964. Т. 46, № 1. с. 171.
- [2] Нагрев и затухание плазмы от мощного лазерного импульса, сфокусированного на поверхность твердотельной мишени / Н. Г. Басов, В. А. Бойко, В. А. Дементьев [и др.] // ЖЭТФ. 1967. Т. 51, № 4. с. 989.
- [3] Гуревич А. В., Парийская Л. В., Питаевский Л. П. Автомодельное движение разреженной плазмы // ЖЭТФ. 1965. Т. 49, № 2. с. 647.
- [4] Получение спектров многозарядных ионов при фокусировке излучения лазера на твердую мишень / Н. Г. Басов, В. А. Бойко, Ю. П. Войнов [и др.] // Письма в ЖЭТФ. 1967. Т. 5, № 6. с. 177.
- [5] О механизмах генерации нейтронов в лазерной плазме / Н. Г. Басов, В. А. Бойко, С. М. Захаров [и др.] // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 18, № 5. с. 314.
- [6] Allen J. E., Andrews J. G. A note on ion rarefaction waves // J. Plasma Phys. 1970. Vol. 4, no. 1. p. 187.
- [7] Widner M., Alexeff I., Jones W. D. Plasma Expansion into a Vacuum // Phys. Fluids. 1971. Vol. 14, no. 4. p. 795.
- [8] Crow J. E., Auer P. L., Allen J. E. The expansion of a plasma into a vacuum // J. Plasma Phys. 1975. Vol. 14, no. 1. p. 65.
- [9] Ehler A. W. High-energy ions from a CO<sub>2</sub> laser-produced plasma // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46, no. 6. p. 2464.
- [10] Strickland D., Mourou G. Compression of amplified chirped optical pulses // Opt. Commun. 1985. Vol. 56, no. 3. p. 219.

- 
- [11] Новая схема петаваттного лазера на основе невырожденного параметрического усиления чирпированных импульсов в кристаллах DKDP / Н. Ф. Андреев, В. И. Беспалов, В. И. Бредихин [и др.] // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 79, № 4. с. 178.
- [12] 100-тераваттный фемтосекундный лазер на основе параметрического усиления / В. В. Ложкарев, С. Г. Гаранин, Р. Р. Герке [и др.] // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 82, № 4. с. 196.
- [13] Хазанов Е. А., Сергеев А. М. Петаваттные лазеры на основе оптических параметрических усилителей: состояние и перспективы // УФН. 2008. Т. 178, № 9. с. 1006.
- [14] Горизонты петаваттных лазерных комплексов / А. В. Коржиманов, А. А. Гоносков, Е. А. Хазанов [и др.] // УФН. 2011. Т. 181, № 1. с. 9.
- [15] Generation of high-contrast, 30 fs, 1.5 PW laser pulses from chirped-pulse amplification Ti:sapphire laser / T. J. Yu, S. K. Lee, J. H. Sung et al. // Opt. Express. 2012. Vol. 20, no. 10. p. 10807.
- [16] High-contrast 2.0 Petawatt Ti:sapphire laser system / Y. Chu, X. Liang, L. Yu et al. // Opt. Express. 2013. Vol. 21, no. 24. p. 29231.
- [17] Jeong T. M., Lee J. Femtosecond petawatt laser // Ann. Phys. 2014. Vol. 526, no. 3-4. p. 157.
- [18] High-intensity laser-driven proton acceleration enhancement from hydrogen containing ultrathin targets / F. Dollar, S. A. Reed, T. Matsuoka et al. // Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 103, no. 14. p. 141117.
- [19] Energetic neutron beams generated from femtosecond laser plasma interactions / C. Zwick, F. Dollar, V. Chvykov et al. // Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 102, no. 12. p. 124101.
- [20] Mourou G., Tajima T., Bulanov S. Optics in the relativistic regime // Rev. Mod. Phys. 2006. Vol. 78, no. 2. p. 309.
- [21] The future is fibre accelerators / G. Mourou, B. Brocklesby, T. Tajima et al. // Nat. Photon. 2013. Vol. 7, no. 4. p. 258.

- 
- [22] Jauregui C., Limpert J., Tünnemann A. High-power fibre lasers // *Nat. Photon.* 2013. Vol. 7, no. 11. p. 861.
- [23] Костюков И. Ю., Пухов А. М. Плазменные методы ускорения электронов: современное состояние и перспективы // *УФН.* 2015. Т. 185, № 1. с. 89.
- [24] Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves / A. Modena, Z. Najmudin, A. E. Dangor et al. // *Nature.* 1995. Vol. 377, no. 6550. p. 606.
- [25] Multi-GeV Electron Beams from Capillary-Discharge-Guided Subpetawatt Laser Pulses in the Self-Trapping Regime / W. P. Leemans, A. J. Gonsalves, H.-S. Mao et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 113, no. 24. p. 245002.
- [26] Tajima T., Dawson J. Laser Electron Accelerator // *Phys. Rev. Lett.* 1979. Vol. 43, no. 4. p. 267.
- [27] Андреев Н. Е., Горбунов Л. М. Лазерно-плазменное ускорение электронов // *УФН.* 1999. Т. 169, № 1. с. 53.
- [28] Ionization Induced Trapping in a Laser Wakefield Accelerator / C. McGuffey, A. G. R. Thomas, W. Schumaker et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2010. Vol. 104, no. 2. p. 025004.
- [29] Ionization-assisted relativistic electron generation with monoenergetic features from laser thin foil interaction / I. V. Glazyrin, A. V. Karpeev, O. G. Kotova et al. // *AIP Conf. Proc.* 2012. Vol. 1465. p. 121.
- [30] Резонансное возбуждение кильватерных волн лазерным импульсом в плазме / Н. Е. Андреев, Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов [и др.] // *Письма в ЖЭТФ.* 1992. Т. 55, № 10. с. 551.
- [31] The bubble regime of laser-plasma acceleration: monoenergetic electrons and the scalability / A. Pukhov, S. Gordienko, S. Kiselev et al. // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2004. Vol. 46, no. 12B. p. B179.
- [32] A multidimensional theory for electron trapping by a plasma wake generated in the bubble regime / I. Kostyukov, E. Nerush, A. Pukhov et al. // *New J. Phys.* 2010. Vol. 12, no. 4. p. 045009.

- 
- [33] Andreev N. E., Kuznetsov S. V., Pogorelsky I. V. Monoenergetic laser wakefield acceleration // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2000. Vol. 3, no. 2. p. 021301.
- [34] Anomalous Radiative Trapping in Laser Fields of Extreme Intensity / A. Gonoskov, A. Bashinov, I. Gonoskov et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 113, no. 1. p. 014801.
- [35] Quasimonoenergetic Electron Beams with Relativistic Energies and Ultrashort Duration from Laser-Solid Interactions at 0.5 kHz / A. G. Mordovanakis, J. Easter, N. Naumova et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 103, no. 23. p. 235001.
- [36] Kostyukov I., Kiselev S., Pukhov A. X-ray generation in an ion channel // *Phys. Plasmas*. 2003. Vol. 10, no. 12. p. 4818.
- [37] Kiselev S., Pukhov A., Kostyukov I. X-ray Generation in Strongly Nonlinear Plasma Waves // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93, no. 13. p. 135004.
- [38] Relativistic laser-plasma bubbles: new sources of energetic particles and x-rays / A. Pukhov, S. Kiselev, I. Kostyukov et al. // *Nucl. Fusion*. 2004. Vol. 44, no. 12. p. S191.
- [39] Analysis of x-ray emission and electron dynamics in a capillary-guided laser wakefield accelerator / J. Ju, G. Genoud, H. E. Ferrari et al. // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2014. Vol. 17, no. 5. p. 051302.
- [40] Increased laser-accelerated proton energies via direct laser-light-pressure acceleration of electrons in microcone targets / S. A. Gaillard, T. Kluge, K. A. Flippo et al. // *Phys. Plasmas*. 2011. Vol. 18, no. 5. p. 056710.
- [41] Intense High-Energy Proton Beams from Petawatt-Laser Irradiation of Solids / R. Snavely, M. Key, S. Hatchett et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 85, no. 14. p. 2945.
- [42] Буланов С. В., Хорошков В. С. Возможность использования лазерных ускорителей ионов в протонной терапии // *Физика Плазмы*. 2002. Т. 28, № 4. с. 493.
- [43] Лазерное ускорение ионов для адронной терапии / С. В. Буланов, Я. Я. Вилкенс, Т. Ж. Есиркепов [и др.] // *УФН*. 2014. Т. 184, № 12. с. 1265.

- 
- [44] Proton imaging: a diagnostic for inertial confinement fusion/fast ignitor studies / M. Borghesi, A. Schiavi, D. H. Campbell et al. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2001. Vol. 43, no. 12A. p. A267.
- [45] High resolution laser-driven proton radiography / J. A. Cobble, R. P. Johnson, T. E. Cowan et al. // J. Appl. Phys. 2002. Vol. 92, no. 4. p. 1775.
- [46] Proton radiography as an electromagnetic field and density perturbation diagnostic (invited) / A. J. Mackinnon, P. K. Patel, R. P. Town et al. // Rev. Sci. Instrum. 2004. Vol. 75, no. 10. p. 3531.
- [47] Proton deflectometry of a magnetic reconnection geometry / L. Willingale, P. M. Nilsson, M. C. Kaluza et al. // Phys. Plasmas. 2010. Vol. 17, no. 4. p. 043104.
- [48] Bright Laser-Driven Neutron Source Based on the Relativistic Transparency of Solids / M. Roth, D. Jung, K. Falk et al. // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 110, no. 4. p. 044802.
- [49] Быченков В. Ю., Тихончук В. Т., Толоконников С. В. Лазерное инициирование ядерных реакций высокоэнергетичными ионами // ЖЭТФ. 1999. Т. 115, № 6. с. 2080.
- [50] Fusion reactions initiated by laser-accelerated particle beams in a laser-produced plasma / C. Labaune, C. Baccou, S. Depierreux et al. // Nat. Commun. 2013. Vol. 4. p. 2506.
- [51] Laser-triggered ion acceleration and table top isotope production / K. Nemoto, A. Maksimchuk, S. Banerjee et al. // Appl. Phys. Lett. 2001. Vol. 78, no. 5. p. 595.
- [52] Bychenkov V. Yu., Brantov A. V., Mourou G. Tc-99m production with ultrashort intense laser pulses // Laser Part. Beams. 2014. Vol. 32, no. 4. p. 605.
- [53] Быстрый поджиг на основе легких ионов / В. Ю. Быченков, В. Розмус, А. Максимчук [и др.] // Физика Плазмы. 2001. Т. 27, № 12. с. 1076.
- [54] Fast Ignition by Intense Laser-Accelerated Proton Beams / M. Roth, T. Cowan, M. Key et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86, no. 3. p. 436.

- 
- [55] Гуськов С. Ю. Прямое зажигание мишеней инерциального термоядерного синтеза потоком ионов лазерной плазмы // Квантовая Электроника. 2001. Т. 31, № 10. с. 885.
- [56] Гуськов С. Ю. Быстрое зажигание мишеней инерциального синтеза // Физика Плазмы. 2013. Т. 39, № 1. с. 3.
- [57] Studying astrophysical collisionless shocks with counterstreaming plasmas from high power lasers / H.-S. Park, D. D. Ryutov, J. S. Ross et al. // High Energ. Dens. Phys. 2012. Vol. 8, no. 1. p. 38.
- [58] On the problems of relativistic laboratory astrophysics and fundamental physics with super powerful lasers / S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, M. Kando et al. // Plasma Phys. Rep. 2015. Vol. 41, no. 1. p. 1.
- [59] Isochoric Heating of Solid-Density Matter with an Ultrafast Proton Beam / P. Patel, A. Mackinnon, M. Key et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 91, no. 12. p. 125004.
- [60] Ion implantation induced by Cu ablation at high laser fluence / L. Torrisi, A. M. Mezzasalma, S. Gammino et al. // Appl. Surf. Sci. 2006. Vol. 252, no. 24. p. 8533.
- [61] Рождение пионов при воздействии мощного ультракороткого лазерного импульса на твердотельную мишень / В. Ю. Быченков, Я. Сентоку, С. В. Буланов [и др.] // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 74, № 12. с. 664.
- [62] Nuclear reactions in copper induced by protons from a petawatt laser-foil interaction / J. M. Yang, P. McKenna, K. W. D. Ledingham et al. // Appl. Phys. Lett. 2004. Vol. 84, no. 5. p. 675.
- [63] Control of Energy Spread and Dark Current in Proton and Ion Beams Generated in High-Contrast Laser Solid Interactions / F. Dollar, T. Matsuoka, G. M. Petrov et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107, no. 6. p. 065003.
- [64] Enhancement of Proton Acceleration by Hot-Electron Recirculation in Thin Foils Irradiated by Ultraintense Laser Pulses / A. Mackinnon, Y. Sentoku, P. Patel et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88, no. 21. p. 215006.
- [65] Laser-driven proton scaling laws and new paths towards energy increase / J. Fuchs, P. Antici, E. d'Humières et al. // Nat. Phys. 2006. Vol. 2, no. 1. p. 48.

- 
- [66] Radiation-Pressure Acceleration of Ion Beams Driven by Circularly Polarized Laser Pulses / A. Henig, S. Steinke, M. Schnürer et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 103, no. 24. p. 245003.
- [67] Ion acceleration in ultra-high contrast regime / A. Lévy, T. Ceccotti, H. Popescu et al. // *Eur. Phys. J. Special Topics.* 2009. Vol. 175, no. 1. p. 111.
- [68] Fusion neutron yield from a laser-irradiated heavy-water spray / S. Ter-Avetisyan, M. Schnürer, D. Hilscher et al. // *Phys. Plasmas.* 2005. Vol. 12, no. 1. p. 012702.
- [69] Laser acceleration of quasi-monoenergetic MeV ion beams / B. M. Hegelich, B. J. Albright, J. Cobble et al. // *Nature.* 2006. Vol. 439, no. 7075. p. 441.
- [70] Observation of strongly collimated proton beam from Tantalum targets irradiated with circular polarized laser pulses / M. Kado, H. Daido, A. Fukumi et al. // *Laser Part. Beams.* 2006. Vol. 24, no. 1. p. 117.
- [71] Laser-Foil Acceleration of High-Energy Protons in Small-Scale Plasma Gradients / J. Fuchs, C. Cecchetti, M. Borghesi et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99, no. 1. p. 015002.
- [72] Proposed Double-Layer Target for the Generation of High-Quality Laser-Accelerated Ion Beams / T. Zh. Esirkepov, S. V. Bulanov, K. Nishihara et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 89, no. 17. p. 175003.
- [73] Last I., Jortner J. Ultrafast high-energy dynamics of thin spherical shells of light ions in the Coulomb explosion of heteroclusters // *Phys. Rev. A.* 2005. Vol. 71, no. 6. p. 063204.
- [74] Robinson A., Bell A., Kingham R. Effect of Target Composition on Proton Energy Spectra in Ultraintense Laser-Solid Interactions // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96, no. 3. p. 035005.
- [75] Ion acceleration by femtosecond laser pulses in small multispecies targets / J. Psikal, V. T. Tikhonchuk, J. Limpouch et al. // *Phys. Plasmas.* 2008. Vol. 15, no. 5. p. 053102.

- 
- [76] A detailed study of collisionless explosion of single- and two-ion-species spherical nanoplasmoids / K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus et al. // *Phys. Plasmas*. 2010. Vol. 17, no. 8. p. 083110.
- [77] Брантов А. В., Быченков В. Ю. Моноэнергетические пучки протонов из пространственно-ограниченных мишеней, облучаемых ультракороткими лазерными импульсами // *Физика Плазмы*. 2010. Т. 36, № 3. с. 279.
- [78] Stable Laser-Driven Proton Beam Acceleration from a Two-Ion-Species Ultrathin Foil / T.-P. Yu, A. Pukhov, G. Shvets et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2010. Vol. 105, no. 6. p. 065002.
- [79] Theory of Laser Acceleration of Light-Ion Beams from Interaction of Ultrahigh-Intensity Lasers with Layered Targets / B. Albright, L. Yin, B. Hegelich et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97, no. 11. p. 115002.
- [80] Андрияш И. А., Быченков В. Ю., Брантов А. В. Кулоновский взрыв кластера сложного ионного состава // *Письма в ЖЭТФ*. 2008. Т. 87, № 11. с. 720.
- [81] Laser-triggered ion acceleration from a double-layer foil / A. V. Brantov, V. T. Tikhonchuk, V. Yu. Bychenkov et al. // *Phys. Plasmas*. 2009. Vol. 16, no. 4. p. 043107.
- [82] Andreev A. A., Nickles P. V., Platonov K. Yu. Quasi-Coulomb explosion of multi-component laser cluster plasma // *Phys. Plasmas*. 2010. Vol. 17, no. 2. p. 023110.
- [83] Андрияш И. А., Быченков В. Ю., Ковалев В. Ф. Лазерное ускорение легких ионов из тонкой гомогенной фольги сложного атомного состава // *Физика Плазмы*. 2010. Т. 36, № 1. с. 81.
- [84] Macchi A., Borghesi M., Passoni M. Ion acceleration by superintense laser-plasma interaction // *Rev. Mod. Phys.* 2013. Vol. 85, no. 2. p. 751.
- [85] Hybrid proton acceleration scheme using relativistic intense laser light / A. A. Andreev, K. Yu. Platonov, M. Schnürer et al. // *Phys. Plasmas*. 2013. Vol. 20, no. 3. p. 033110.
- [86] Kiefer T., Schlegel Th., Kaluza M. C. Plasma expansion into vacuum assuming a steplike electron energy distribution // *Phys. Rev. E*. 2013. Vol. 87, no. 4. p. 043110.

- 
- [87] Laser-driven 1 GeV carbon ions from preheated diamond targets in the break-out afterburner regime / D. Jung, L. Yin, D. C. Gautier et al. // *Phys. Plasmas*. 2013. Vol. 20, no. 8. p. 083103.
- [88] Laser-driven ion acceleration from relativistically transparent nanotargets / B. M. Hegelich, I. Pomerantz, L. Yin et al. // *New J. Phys.* 2013. Vol. 15, no. 8. p. 085015.
- [89] The beat in laser-accelerated ion beams / M. Schnürer, A. A. Andreev, F. Abicht et al. // *Phys. Plasmas*. 2013. Vol. 20, no. 10. p. 103102.
- [90] Advanced strategies for ion acceleration using high-power lasers / A. Macchi, A. Sgattoni, S. Sinigardi et al. // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2013. Vol. 55, no. 12. p. 124020.
- [91] Borghesi M. Laser-driven ion acceleration: State of the art and emerging mechanisms // *Nucl. Instrum. Meth. A*. 2014. Vol. 740. p. 6.
- [92] Eliasson B. Ion shock acceleration by large amplitude slow ion acoustic double layers in laser-produced plasmas // *Phys. Plasmas*. 2014. Vol. 21, no. 2. p. 023111.
- [93] Andreev A. A., Nickles P. V., Platonov K. Yu. Effective post-acceleration of ion bunches in foils irradiated by ultra-intense laser pulses // *Phys. Plasmas*. 2014. Vol. 21, no. 8. p. 083110.
- [94] Production of multiply charged ion beams with an energy of tens of MeV/nucleon by ultrahigh-power laser radiation for nuclear physics problems / A. V. Korzhimanov, E. S. Efimenko, A. V. Kim et al. // *Quantum Electron.* 2013. Vol. 43, no. 3. p. 217.
- [95] Multi-charged heavy ion acceleration from the ultra-intense short pulse laser system interacting with the metal target / M. Nishiuchi, H. Sakaki, S. Maeda et al. // *Rev. Sci. Instrum.* 2014. Vol. 85, no. 2. p. 02B904.
- [96] Beam profiles of proton and carbon ions in the relativistic transparency regime / D. Jung, B. J. Albright, L. Yin et al. // *New J. Phys.* 2013. Vol. 15, no. 12. p. 123035.

- 
- [97] Prepulse and amplified spontaneous emission effects on the interaction of a petawatt class laser with thin solid targets / T. Zh. Esirkepov, J. K. Koga, A. Sunahara et al. // Nucl. Instrum. Meth. A. 2014. Vol. 745. p. 150.
- [98] Allen J. E., Perego M. On the ion front of a plasma expanding into a vacuum // Phys. Plasmas. 2014. Vol. 21, no. 3. p. 034504.
- [99] Optimization of laser-target interaction for proton acceleration / E. d'Humières, A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov et al. // Phys. Plasmas. 2013. Vol. 20, no. 2. p. 023103.
- [100] Efficient carbon ion beam generation from laser-driven volume acceleration / D. Jung, L. Yin, B. J. Albright et al. // New J. Phys. 2013. Vol. 15, no. 2. p. 023007.
- [101] Enhanced Proton Acceleration by an Ultrashort Laser Interaction with Structured Dynamic Plasma Targets / A. Zigler, S. Eisenman, M. Botton et al. // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 110, no. 21. p. 215004.
- [102] Transition of Proton Energy Scaling Using an Ultrathin Target Irradiated by Linearly Polarized Femtosecond Laser Pulses / I. J. Kim, K. H. Pae, Ch. M. Kim et al. // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111, no. 16. p. 165003.
- [103] Stable laser-ion acceleration in the light sail regime / S. Steinke, P. Hilz, M. Schnürer et al. // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2013. Vol. 16, no. 1. p. 011303.
- [104] Radiation pressure-assisted acceleration of ions using multi-component foils in high-intensity laser-matter interactions / B. Aurand, S. Kuschel, O. Jäckel et al. // New J. Phys. 2013. Vol. 15, no. 3. p. 033031.
- [105] Wickens L., Allen J., Rumsby P. Ion Emission from Laser-Produced Plasmas with Two Electron Temperatures // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 41, no. 4. p. 243.
- [106] Bezzerides B., Forslund D. W., Lindman E. L. Existence of rarefaction shocks in a laser-plasma corona // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21, no. 12. p. 2179.
- [107] Чутов Ю. И., Кравченко А. Ю. Расширение плазменного сгустка в вакуум // Физика Плазмы. 1980. Т. 6, № 2. с. 272.

- 
- [108] Wickens L. M. Ion emission from laser-produced, multi-ion species, two-electron temperature plasmas // *Phys. Fluids*. 1981. Vol. 24, no. 10. p. 1894.
- [109] True M. A. Fast ion production by suprathermal electrons in laser fusion plasmas // *Phys. Fluids*. 1981. Vol. 24, no. 10. p. 1885.
- [110] Mora P. Plasma Expansion into a Vacuum // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 90, no. 18. p. 185002.
- [111] Energetic proton generation in ultra-intense laser–solid interactions / S. C. Wilks, A. B. Langdon, T. E. Cowan et al. // *Phys. Plasmas*. 2001. Vol. 8, no. 2. p. 542.
- [112] Mora P., Pellat R. Self-similar expansion of a plasma into a vacuum // *Phys. Fluids*. 1979. Vol. 22, no. 12. p. 2300.
- [113] Гуревич А. В., Парийская Л. В., Питаевский Л. П. Автомодельное движение разреженной плазмы II // *ЖЭТФ*. 1968. Т. 54, № 3. с. 891.
- [114] Гуревич А. В., Парийская Л. В., Питаевский Л. П. Ускорение ионов при расширении разреженной плазмы // *ЖЭТФ*. 1972. Т. 63, № 8. с. 516.
- [115] Гуревич А. В., Мещеркин А. П. Ускорение ионов при сферическом расширении плазмы // *Физика Плазмы*. 1983. Т. 9, № 5. с. 955.
- [116] Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Нестационарная структура бесстолкновительной ударной волны // *ЖЭТФ*. 1974. Т. 65, № 2. с. 590.
- [117] Гуревич А. В., Мещеркин А. П. Ускорение ионов в расширяющейся плазме // *ЖЭТФ*. 1981. Т. 53, № 5. с. 1810.
- [118] Electron, photon, and ion beams from the relativistic interaction of Petawatt laser pulses with solid targets / S. P. Hatchett, C. G. Brown, T. E. Cowan et al. // *Phys. Plasmas*. 2000. Vol. 7, no. 5. p. 2076.
- [119] Passoni M., Bertagna L., Zani A. Target normal sheath acceleration: theory, comparison with experiments and future perspectives // *New J. Phys.* 2010. Vol. 12, no. 4. p. 045012.

- 
- [120] Extensive comparison among Target Normal Sheath Acceleration theoretical models / C. Perego, A. Zani, D. Batani et al. // Nucl. Instrum. Meth. A. 2011. Vol. 653, no. 1. p. 89.
- [121] Target normal sheath acceleration analytical modeling, comparative study and developments / C. Perego, D. Batani, A. Zani et al. // Rev. Sci. Instrum. 2012. Vol. 83, no. 2. p. 02B502.
- [122] Charge separation effects in solid targets and ion acceleration with a two-temperature electron distribution / M. Passoni, V. T. Tikhonchuk, M. Lontano et al. // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 69, no. 2. p. 026411.
- [123] Diaw A., Mora P. Rarefaction shock in plasma with a bi-Maxwellian electron distribution function // Phys. Rev. E. 2011. Vol. 84, no. 3. p. 036402.
- [124] Diaw A., Mora P. Thin-foil expansion into a vacuum with a two-temperature electron distribution function // Phys. Rev. E. 2012. Vol. 86, no. 2. p. 026403.
- [125] Schmitz H. Target normal sheath acceleration sheath fields for arbitrary electron energy distribution // Phys. Plasmas. 2012. Vol. 19, no. 8. p. 083115.
- [126] Denavit J. Collisionless plasma expansion into a vacuum // Phys. Fluids. 1979. Vol. 22, no. 7. p. 1384.
- [127] High-energy, high-contrast, multiterawatt laser pulses by optical parametric chirped-pulse amplification / H. Kiriya, M. Mori, Y. Nakai et al. // Opt. Lett. 2007. Vol. 32, no. 16. p. 2315.
- [128] Generation of high-contrast and high-intensity laser pulses using an OPCPA preamplifier in a double CPA, Ti:sapphire laser system / H. Kiriya, M. Mori, Y. Nakai et al. // Opt. Commun. 2009. Vol. 282, no. 4. p. 625.
- [129] Pedestal cleaning for high laser pulse contrast ratio with a 100 TW class laser system / S. Fourmaux, S. Payeur, S. Buffechoux et al. // Opt. Express. 2011. Vol. 19, no. 9. p. 8486.
- [130] Double plasma mirror for ultrahigh temporal contrast ultraintense laser pulses / A. Lévy, T. Ceccotti, P. D'Oliveira et al. // Opt. Lett. 2007. Vol. 32, no. 3. p. 310.

- 
- [131] Enhanced Laser-Driven Ion Acceleration in the Relativistic Transparency Regime / A. Henig, D. Kiefer, K. Markey et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 103, no. 4. p. 045002.
- [132] Coulomb-Driven Energy Boost of Heavy Ions for Laser-Plasma Acceleration / J. Braenzel, A. A. Andreev, K. Platonov et al. // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 114, no. 12. p. 124801.
- [133] First observation of quasi-monoenergetic electron bunches driven out of ultra-thin diamond-like carbon (DLC) foils / D. Kiefer, A. Henig, D. Jung et al. // Eur. Phys. J. D. 2009. Vol. 55, no. 2. p. 427.
- [134] Ковалев В. Ф., Быченко В. Ю., Тихончук В. Т. Динамика частиц при адиабатическом разлёте плазменного сгустка // ЖЭТФ. 2002. Т. 122, № 2. с. 264.
- [135] Passoni M., Lontano M. One-dimensional model of the electrostatic ion acceleration in the ultraintense laser–solid interaction // Laser Part. Beams. 2004. Vol. 22, no. 2. p. 163.
- [136] Passoni M., Lontano M. Theory of Light-Ion Acceleration Driven by a Strong Charge Separation // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101, no. 11. p. 115001.
- [137] Ion acceleration in expanding multispecies plasmas / V. Yu. Bychenkov, V. N. Novikov, D. Batani et al. // Phys. Plasmas. 2004. Vol. 11, no. 6. p. 3242.
- [138] Proton acceleration mechanisms in high-intensity laser interaction with thin foils / E. d’Humières, E. Lefebvre, L. Gremillet et al. // Phys. Plasmas. 2005. Vol. 12, no. 6. p. 062704.
- [139] Bochkarev S. G., Bychenkov V. Yu., Tikhonchuk V. T. Investigation of ion acceleration in an expanding laser plasma by using a hybrid Boltzmann-Vlasov-Poisson model // Plasma Phys. Rep. 2006. Vol. 32, no. 3. p. 205.
- [140] Robinson A., Gibbon P. Production of proton beams with narrow-band energy spectra from laser-irradiated ultrathin foils // Phys. Rev. E. 2007. Vol. 75, no. 1. p. 015401.

- 
- [141] Monoenergetic ion beams from ultrathin foils irradiated by ultrahigh-contrast circularly polarized laser pulses / O. Klimo, J. Psikal, J. Limpouch et al. // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2008. Vol. 11, no. 3. p. 031301.
- [142] Efficient ion acceleration by collective laser-driven electron dynamics with ultra-thin foil targets / S. Steinke, A. Henig, M. Schnürer et al. // *Laser Part. Beams*. 2010. Vol. 28, no. 1. p. 215.
- [143] Быченков В. Ю., Ковалев В. Ф. О предельной энергии ионов разлетающейся сверхтонкой фольги, облучаемой мощным ультракоротким лазерным импульсом // *Квантовая Электроника*. 2005. Т. 35, № 12. с. 1143.
- [144] Быченков В. Ю., Ковалев В. Ф. Моноэнергетический пучок ионов из взрывающейся фольги // *Физика Плазмы*. 2006. Т. 32, № 11. с. 1053.
- [145] Laser triggered Coulomb explosion of nanoscale symmetric targets / V. F. Kovalev, K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov et al. // *Phys. Plasmas*. 2007. Vol. 14, no. 5. p. 053103.
- [146] Accelerating monoenergetic protons from ultrathin foils by flat-top laser pulses in the directed-Coulomb-explosion regime / S. S. Bulanov, A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov et al. // *Phys. Rev. E*. 2008. Vol. 78, no. 2. p. 026412.
- [147] Ion energy scaling under optimum conditions of laser plasma acceleration from solid density targets / A. V. Brantov, E. A. Govras, V. Yu. Bychenkov et al. // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2015. Vol. 18, no. 2. p. 021301.
- [148] Медведев Ю. В. Нелинейные явления при распадах разрывов в разреженной плазме. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. с. 344.
- [149] Mora P. Thin-foil expansion into a vacuum // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 72, no. 5. p. 056401.
- [150] Expansion of planar and spherical plasma bunches / F. Ceccherini, S. Betti, F. Cornolti et al. // *Laser Phys*. 2006. Vol. 16, no. 4. p. 594.
- [151] Mora P., Grismayer T. Rarefaction Acceleration and Kinetic Effects in Thin-Foil Expansion into a Vacuum // *Phys. Rev. Lett*. 2009. Vol. 102, no. 14. p. 145001.

- 
- [152] Dorozhkina D., Semenov V. Exact Solution of Vlasov Equations for Quasineutral Expansion of Plasma Bunch into Vacuum // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 81, no. 13. p. 2691.
- [153] Electron kinetic effects in plasma expansion and ion acceleration / T. Grismayer, P. Mora, J. C. Adam et al. // *Phys. Rev. E.* 2008. Vol. 77, no. 6. p. 066407.
- [154] Mora P. Collisionless expansion of a Gaussian plasma into a vacuum // *Phys. Plasmas.* 2005. Vol. 12, no. 11. p. 112102.
- [155] Enhanced laser ion acceleration from mass-limited targets / J. Limpouch, J. Psikal, A. A. Andreev et al. // *Laser Part. Beams.* 2008. Vol. 26, no. 2. p. 225.
- [156] Laser ion acceleration in a mass limited targets / A. A. Andreev, J. Limpouch, J. Psikal et al. // *Eur. Phys. J. Special Topics.* 2009. Vol. 175, no. 1. p. 123.
- [157] New method for laser driven ion acceleration with isolated, mass-limited targets / T. Paasch-Colberg, T. Sokollik, K. Gorling et al. // *Nucl. Instrum. Meth. A.* 2011. Vol. 653, no. 1. p. 30.
- [158] Enhanced laser ion acceleration from mass-limited foils / T. Kluge, W. Enghardt, S. D. Kraft et al. // *Phys. Plasmas.* 2010. Vol. 17, no. 12. p. 123103.
- [159] Ковалев В. Ф., Быченков В. Ю. Кинетическое описание кулоновского взрыва сферически-симметричного кластера // *ЖЭТФ.* 2005. Т. 128, № 2. с. 243.
- [160] Murakami M., Mima K. Efficient generation of quasimonoenergetic ions by Coulomb explosions of optimized nanostructured clusters // *Phys. Plasmas.* 2009. Vol. 16, no. 10. p. 103108.
- [161] Breizman B. N., Arefiev A. V. Ion acceleration by hot electrons in microclusters // *Phys. Plasmas.* 2007. Vol. 14, no. 7. p. 073105.
- [162] Bychenkov V. Yu., Kovalev V. F. Coulomb explosion in a cluster plasma // *Plasma Phys. Rep.* 2005. Vol. 31, no. 2. p. 178.
- [163] Laser-Driven Shock Acceleration of Ion Beams from Spherical Mass-Limited Targets / A. Henig, D. Kiefer, M. Geissler et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102, no. 9. p. 095002.

- 
- [164] Energy Increase in Multi-MeV Ion Acceleration in the Interaction of a Short Pulse Laser with a Cluster-Gas Target / Y. Fukuda, A. Ya. Faenov, M. Tampo et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 103, no. 16. p. 165002.
- [165] High-energy ions produced in explosions of superheated atomic clusters / T. Ditmire, J. W. G. Tisch, E. Springate et al. // Nature. 1997. Vol. 386, no. 6620. p. 54.
- [166] Quasimonoenergetic Deuteron Bursts Produced by Ultraintense Laser Pulses / S. Ter-Avetisyan, M. Schnürer, P. V. Nickles et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96, no. 14. p. 145006.
- [167] Psikal J., Klimo O., Limpouch J. 2D particle-in-cell simulations of ion acceleration in laser irradiated submicron clusters including field ionization // Phys. Plasmas. 2012. Vol. 19, no. 4. p. 043107.
- [168] Mono-energetic ions from collisionless expansion of spherical multi-species clusters / K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus et al. // Laser Part. Beams. 2009. Vol. 27, no. 2. p. 321.
- [169] Murakami M., Tanaka M. Nanocluster explosions and quasimonoenergetic spectra by homogeneously distributed impurity ions // Phys. Plasmas. 2008. Vol. 15, no. 8. p. 082702.
- [170] Кулоновский взрыв нагретого кластера / В. Н. Новиков, А. В. Брантов, В. Ю. Быченков [и др.] // Физика Плазмы. 2008. Т. 34. с. 997.
- [171] High energy ions generated by laser driven Coulomb explosion of cluster / K. Nishihara, H. Amitani, M. Murakami et al. // Nucl. Instrum. Meth. A. 2001. Vol. 464, no. 1-3. p. 98.
- [172] Last I., Jortner J. Nuclear Fusion induced by Coulomb Explosion of Heteronuclear Clusters // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87, no. 3. p. 033401.
- [173] Petrov G. M., Davis J., Velikovich A. L. Neutron production from high-intensity laser-cluster induced fusion reactions // Plasma Phys. Control. Fusion. 2006. Vol. 48, no. 12. p. 1721.

- 
- [174] Ron S., Last I., Jortner J. Nuclear fusion of deuterons with light nuclei driven by Coulomb explosion of nanodroplets // *Phys. Plasmas*. 2012. Vol. 19, no. 11. p. 112707.
- [175] Last I., Jortner J. Tabletop Nucleosynthesis Driven by Cluster Coulomb Explosion // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97, no. 17. p. 173401.
- [176] Last I., Ron S., Jortner J. Aneutronic  $H + {}^{11}\text{B}$  nuclear fusion driven by Coulomb explosion of hydrogen nanodroplets // *Phys. Rev. A*. 2011. Vol. 83, no. 4. p. 043202.
- [177] Multicascade Proton Acceleration by a Superintense Laser Pulse in the Regime of Relativistically Induced Slab Transparency / A. Gonoskov, A. Korzhimanov, V. Eremin et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102, no. 18. p. 184801.
- [178] Relativistic Buneman instability in the laser breakout afterburner / B. J. Albright, L. Yin, K. J. Bowers et al. // *Phys. Plasmas*. 2007. Vol. 14, no. 9. p. 094502.
- [179] Monoenergetic and GeV ion acceleration from the laser breakout afterburner using ultrathin targets / L. Yin, B. J. Albright, B. M. Hegelich et al. // *Phys. Plasmas*. 2007. Vol. 14, no. 5. p. 056706.
- [180] GeV laser ion acceleration from ultrathin targets: The laser break-out afterburner / L. Yin, B. J. Albright, B. M. Hegelich et al. // *Laser Part. Beams*. 2006. Vol. 24, no. 2. p. 291.
- [181] High energy proton acceleration in interaction of short laser pulse with dense plasma target / Y. Sentoku, T. E. Cowan, A. Kemp et al. // *Phys. Plasmas*. 2003. Vol. 10, no. 5. p. 2009.
- [182] Relativistically induced transparency acceleration of light ions by an ultrashort laser pulse interacting with a heavy-ion-plasma density gradient / A. A. Sahai, F. S. Tsung, A. R. Tableman et al. // *Phys. Rev. E*. 2013. Vol. 88, no. 4. p. 043105.
- [183] Collisionless shocks in laser-produced plasma generate monoenergetic high-energy proton beams / D. Haberberger, S. Tochitsky, F. Fiuza et al. // *Nat. Phys.* 2011. Vol. 8, no. 1. p. 95.
- [184] Laser-Driven Shock Acceleration of Monoenergetic Ion Beams / F. Fiuza, A. Stockem, E. Boella et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 109, no. 21. p. 215001.

- 
- [185] Macchi A., Nindrayog A. S., Pegoraro F. Solitary versus shock wave acceleration in laser-plasma interactions // *Phys. Rev. E.* 2012. Vol. 85, no. 4. p. 046402.
- [186] Highly Efficient Relativistic-Ion Generation in the Laser-Piston Regime / T. Esirkepov, M. Borghesi, S. Bulanov et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 92, no. 17. p. 175003.
- [187] Interaction of electromagnetic waves with plasma in the radiation-dominated regime / S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, J. Koga et al. // *Plasma Phys. Rep.* 2004. Vol. 30, no. 3. p. 196.
- [188] Pegoraro F., Bulanov S. V. Photon Bubbles and Ion Acceleration in a Plasma Dominated by the Radiation Pressure of an Electromagnetic Pulse // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99, no. 6. p. 065002.
- [189] Radiation pressure acceleration by ultraintense laser pulses / T. V. Liseykina, M. Borghesi, A. Macchi et al. // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2008. Vol. 50, no. 12. p. 124033.
- [190] Energy dispersion in radiation pressure accelerated ion beams / M. Grech, S. Skupin, A. Diaw et al. // *New J. Phys.* 2011. Vol. 13, no. 12. p. 123003.
- [191] Stable ion radiation pressure acceleration with intense laser pulses / B. Qiao, M. Geissler, S. Kar et al. // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2011. Vol. 53, no. 12. p. 124009.
- [192] Generating High-Energy Highly Charged Ion Beams from Petawatt-Class Laser Interactions with Compound Targets / A. V. Korzhimanov, E. S. Efimenko, S. V. Golubev et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 109, no. 24. p. 245008.
- [193] Radiation pressure acceleration of thin foils with circularly polarized laser pulses / A. P. L. Robinson, M. Zepf, S. Kar et al. // *New J. Phys.* 2008. Vol. 10, no. 1. p. 013021.
- [194] Laser acceleration of monoenergetic protons via a double layer emerging from an ultra-thin foil / B. Eliasson, Ch. S. Liu, X. Shao et al. // *New J. Phys.* 2009. Vol. 11, no. 7. p. 073006.

- 
- [195] Laser acceleration of monoenergetic protons in a self-organized double layer from thin foil / V. K. Tripathi, C. S. Liu, X. Shao et al. // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2009. Vol. 51, no. 2. p. 024014.
- [196] Macchi A., Veghini S., Pegoraro F. “Light Sail” Acceleration Reexamined // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 103, no. 8. p. 085003.
- [197] Radiation pressure acceleration of ultrathin foils / A. Macchi, S. Veghini, T. V. Liseykina et al. // *New J. Phys.* 2010. Vol. 12, no. 4. p. 045013.
- [198] Unlimited energy gain in the laser-driven radiation pressure dominant acceleration of ions / S. V. Bulanov, E. Yu. Echkina, T. Zh. Esirkepov et al. // *Phys. Plasmas*. 2010. Vol. 17, no. 6. p. 063102.
- [199] Relativistically correct hole-boring and ion acceleration by circularly polarized laser pulses / A. P. L. Robinson, P. Gibbon, M. Zepf et al. // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2009. Vol. 51, no. 2. p. 024004.
- [200] Robinson A. P. L., Kwon D.-H., Lancaster K. Hole-boring radiation pressure acceleration with two ion species // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2009. Vol. 51, no. 9. p. 095006.
- [201] Hole Boring in a DT Pellet and Fast-Ion Ignition with Ultraintense Laser Pulses / N. Naumova, T. Schlegel, V. Tikhonchuk et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102, no. 2. p. 025002.
- [202] Hole-boring radiation pressure acceleration as a basis for producing high-energy proton bunches / A. P. L. Robinson, R. M. G. M. Trines, N. P. Dover et al. // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2012. Vol. 54, no. 11. p. 115001.
- [203] Dominance of Radiation Pressure in Ion Acceleration with Linearly Polarized Pulses at Intensities of  $10^{21}$  W cm<sup>-2</sup> / B. Qiao, S. Kar, M. Geissler et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 108, no. 11. p. 115002.
- [204] Radiation reaction effects on radiation pressure acceleration / M. Tamburini, F. Pegoraro, A. Di Piazza et al. // *New J. Phys.* 2010. Vol. 12, no. 12. p. 123005.

- 
- [205] Radiation-pressure-dominant acceleration: Polarization and radiation reaction effects and energy increase in three-dimensional simulations / M. Tamburini, T. V. Liseykina, F. Pegoraro et al. // *Phys. Rev. E*. 2012. Vol. 85, no. 1. p. 016407.
- [206] Forward Ion Acceleration in Thin Films Driven by a High-Intensity Laser / A. Maksimchuk, S. Gu, K. Flippo et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84, no. 18. p. 4108.
- [207] High-quality ion beams by irradiating a nano-structured target with a petawatt laser pulse / M. Grech, S. Skupin, R. Nuter et al. // *New J. Phys.* 2009. Vol. 11, no. 9. p. 093035.
- [208] Об ускорении протонов и легких ионов до энергий ГэВ при взаимодействии сверхсильного лазерного излучения со структурированной плазменной мишенью / А. В. Коржиманов, А. А. Гоносков, А. В. Ким [и др.] // *Письма в ЖЭТФ*. 2007. Т. 86, № 9. с. 662.
- [209] Говрас Е. А., Быченков В. Ю. Об энергии ионов при разлете горячего плазменного слоя в вакуум // *Письма в ЖЭТФ*. 2013. Т. 98, № 2. с. 78.
- [210] Говрас Е. А., Быченков В. Ю., Брантов А. В. Кулоновское ускорение легких ионов из однородных и слоистых мишеней // *ЖЭТФ*. 2012. Т. 141, № 5. с. 859.
- [211] Говрас Е. А., Быченков В. Ю. Полуаналитическая модель разлёта тонкого плазменного слоя в вакуум // *Краткие сообщения по физике*. 2015. Т. 42, № 6. с. 31.
- [212] High-Intensity Laser Triggered Proton Acceleration from Ultrathin Foils / A. Brantov, V. Yu. Bychenkov, D. V. Romanov et al. // *Contrib. Plasm. Phys.* 2013. Vol. 53, no. 2. p. 161.
- [213] Gurevich A. V., Zybin K. P. Nondissipative gravitational turbulence // *J. Exp. Theor. Phys.* 1988. Vol. 67, no. 1. p. 1.
- [214] Kaplan A., Dubetsky B., Shkolnikov P. Shock Shells in Coulomb Explosions of Nanoclusters // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91, no. 14. p. 143401.
- [215] Cartwright K. L., Verboncoeur J. P., Birdsall C. K. Nonlinear hybrid Boltzmann–particle-in-cell acceleration algorithm // *Phys. Plasmas*. 2000. Vol. 7, no. 8. p. 3252.

- 
- [216] Лазерное ускорение ионов: новые результаты, перспективы использования / В. Ю. Быченков, А. В. Брантов, Е. А. Говрас [и др.] // УФН. 2015. Т. 185, № 1. с. 77.
- [217] Говрас Е. А., Быченков В. Ю., Ковалев В. Ф. Ускорение легких ионов из разлетающейся ультратонкой фольги сложного ионного состава // Физика Плазмы. 2010. Т. 36, № 8. с. 757.
- [218] Self-Organization of a Plasma due to 3D Evolution of the Weibel Instability / D. V. Romanov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus et al. // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93, no. 21. p. 215004.
- [219] Comparative analysis of laser-triggered proton generation from overdense and low-density targets / A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov, K. I. Popov et al. // Nucl. Instrum. Meth. A. 2011. Vol. 653, no. 1. p. 62.
- [220] Expansion of two-ion-species spherical plasmas as a source of mono-energetic ions / K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, I. A. Andriyash et al. // J. Plasma Fusion Res. SERIES. 2009. Vol. 8, no. 1. p. 1226.
- [221] High-energy protons from submicron-sized targets / V. Yu. Bychenkov, E. A. Govras, A. V. Brantov et al. // AIP Conf. Proc. 2012. Vol. 1465. p. 128.
- [222] Григорьев Ю. Н., Вшивков В. А., Федорук М. П. Численное моделирование методами частиц-в-ячейках / под ред. Ю. Н. Григорьев. Издательство СО РАН, 2004. с. 360.
- [223] Numerical Recipes in C / W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling et al. Cambridge University Press, 2002. p. 1262.

# Приложение А

## Схема численного решения

В данном приложении описано численное решение системы (1.8) методом «частица-в-ячейке». Для простоты выкладок будет рассмотрена лазерная мишень с одним сортом ионов (остовом мишени). Добавление в рассмотрение примесной компоненты представляет собой тривиальную задачу. Индекс «h» в обозначении плотности ионов будет опущен, то есть  $n(x, t) \equiv n_h(x, t)$ ,  $x_f \equiv x_{f,h}$ .

### А.1 Пространственная сетка

В основе любого численного моделирования лежит дискретизация уравнений, то есть переход от непрерывных, гладких функций к величинам, заданных на узлах дискретной сетки. Границы расчётной области определяются граничными условиями, заданными в уравнениях. В случае системы (1.8) возникает трудность при численной реализации граничного условия при  $x = \infty$ . С одной стороны, можно использовать некоторое большое значение координаты в качестве численной «бесконечности». Порядок этой величины должен зависеть от характерного пространственного масштаба, имеющегося в задаче. В нашем случае помимо толщины фольги, которая остаётся постоянной, таким масштабом является дебаевский радиус электронов  $\lambda_{De} \sim \sqrt{T}$ . То есть с ростом температуры мы будем вынуждены рассматривать всё большие расчётные области, что отрицательно скажется на времени вычислений. Кроме того, ошибки в задании граничного условия вследствие замены «реальной» бесконечности на численный аналог могут отрицательно сказаться на точности проводимого моделирования. Поэтому был выбран другой вариант: так как рассматривается расширение плазмы, то логично связать границу расчётной области  $x_b$  с фронтом разлетевшихся

ионов  $x_f$ , а именно:  $x_b = x_f + \Delta$ , где  $\Delta$  - некоторое фиксированное число, большее нуля. Плоскость с координатой  $x = x_b$  всегда будет находиться во внешнем электронном облаке, не содержащем ионов, где уравнение Пуассона из системы (1.8) имеет вид

$$\varphi'' = \eta \exp\left(\frac{\varphi}{T}\right).$$

Отсюда получается простое выражение, связывающее напряжённость электрического поля и потенциал вне ионной плазмы

$$E(x > x_f) = \sqrt{2\eta T \exp\left(\frac{\varphi(x > x_f)}{T}\right)}, \quad (\text{A.1})$$

из которого получается граничное условие при  $x = x_b$ , в которое входят потенциал и его производная.

Граничное условие на потенциал при  $x = 0$  также представляет определённую трудность, так как макрочастицы, составляющие основу метода «частица-в-ячейке» и обладающие пространственными размерами, могут «вылезать» здесь за границы расчётной области, что приведёт к неоднозначности учёта их вклада в распределение плотности. Чтобы избежать этого, мы будем проводить моделирование для целой мишени, а не её половины. Безусловно, это вдвое повысит ресурсозатратность вычислений, но позволит избежать численных ошибок в центре фольги. Окончательно, из системы (1.8) получается набор уравнений для численного решения

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} = \eta \exp\left(\frac{\varphi(x, t)}{T}\right) - n(x, t), \\ \left. \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} \right|_{x=\pm x_b} = \mp \sqrt{2\eta T \exp\left(\frac{\varphi(\pm x_b)}{T}\right)}. \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$$E = -\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x}, \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = E(x, t). \quad (\text{A.4})$$

Так как задача связана с движением частиц, целесообразно использовать для решения два типа сеток: динамическую лагранжеву с переменным шагом, связанную с самими движущимися ионами и эйлерову сетку, на которой будут вычисляться величины, относящиеся к самосогласованному электростатическому полю. Для повышения точности вычислений пространственных производных эйлерова сетка для некоторых величин была сдвинута — метод «полуцелых» сеток, позволяющий производить вычисления со вторым порядком аппроксимации дискретных функций. То

есть ведущим членом в отклонении производных дискретных функции от непрерывных будет член  $O(h^2)$ , где  $h$  - шаг пространственной сетки, в отличие от «целых» сеток, где порядок аппроксимации был бы линейным, а отклонение -  $O(h)$ .

На рисунке А.1 изображена схема эйлеровых сеток, на которых задаются дискретные функции: плотности ионов и электронов, потенциал и напряжённость электрического поля. Точками отмечены узлы «целых» сеток — пространственной и для напряжённости электрического поля. Крестики обозначают узлы «полуцелых» сеток, на которых вычисляются плотности компонент плазмы и потенциал.

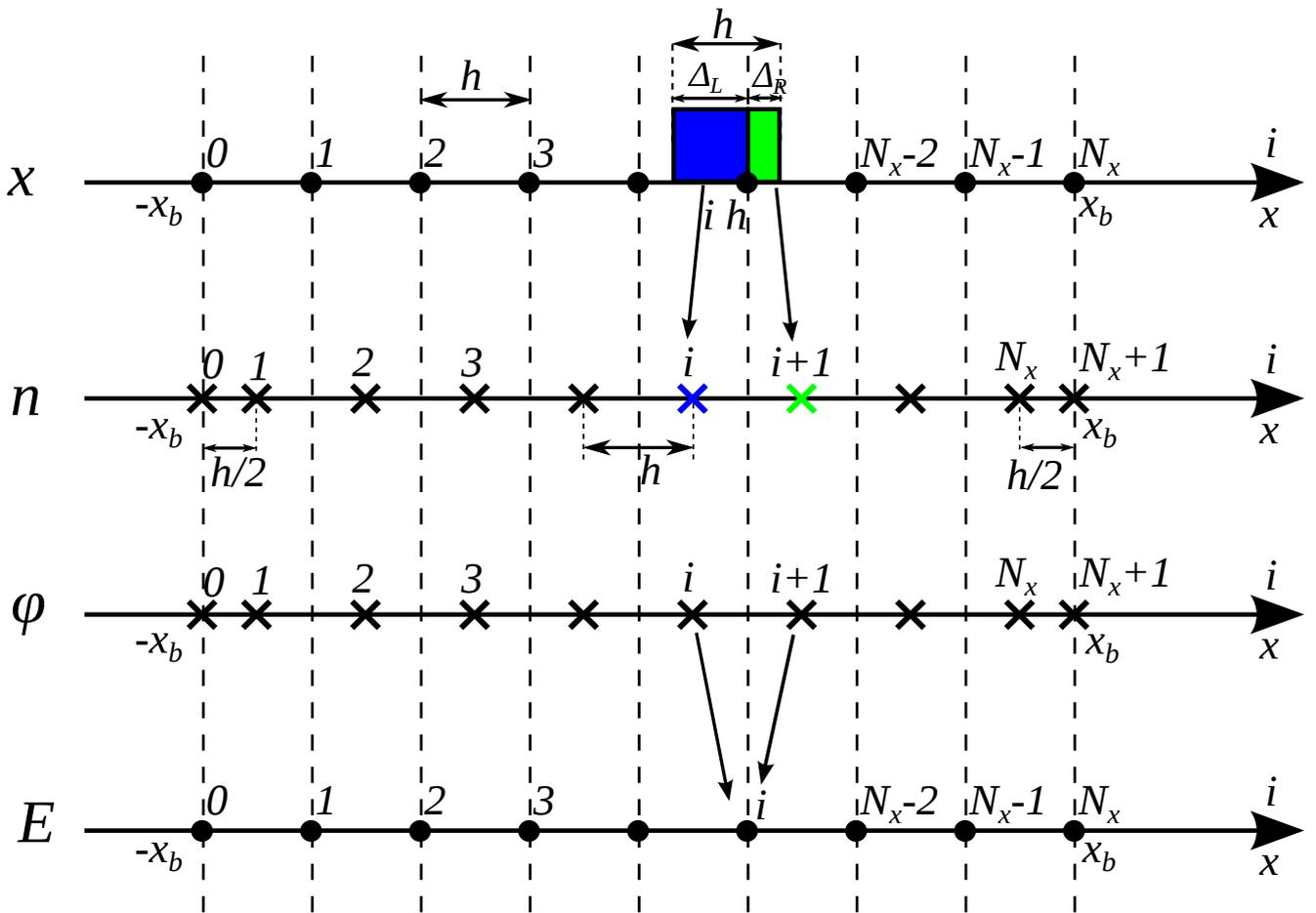


Рис. А.1: Схематичное представление пространственных сеток, используемых в численном моделировании. Цифры над осями отвечают номеру индекса данной точки, под осью — пространственному положению точки. Точками обозначены узлы «целой» сетки, крестиками — «полуцелой» сетки. Стрелками показаны схемы вычисления плотностей ионов из положения макрочастиц и вычисления напряжённости поля.

При дискретизации уравнений мы фиксируем число интервалов, на которое разбивается расчётная область,  $N_x$ . Так как граница расчётной сдвигается по мере разлёта плазмы, шаг пространственных сеток будет динамическим:  $h(t) = x_b(t)/N_x$ . Имен-

но на таком расстоянии друг от друга будут находиться все узлы «целой» эйлеровой сетки. У «полуцелой» сетки узлы будут также эквидистанты с расстоянием  $h$ , за исключением узлов вблизи границ области. Из-за сдвига «полуцелой» сетки на величину  $h/2$  относительно «целой» возникнет уплотнение узлов вблизи границ  $x = -x_b$  и  $x = x_b$ , так как формально крайние узлы «полуцелой» сетки должны находиться в точках с координатами  $-x_b - h/2$  и  $x_b + h/2$  соответственно, но точки с такими координатами выходят за границы расчётной области, поэтому крайние узлы помещаются строго на границах. Неоднородность «полуцелых» сеток на концах потребует соответствующей корректировки разностных выражений. Суммарное число узлов сеток для потенциала и плотностей —  $N_x + 2$ , для напряжённости и пространственной сетки —  $N_x + 1$ .

## А.2 Построение плотностей

Так как плотность электронов, заданная распределением Больцмана, не требует отдельного нахождения, решению уравнения Пуассона предшествует только вычисление пространственного распределения плотностей ионов. При этом методы нахождения плотности существенно зависят от представления движущихся частиц. Например, это могут быть точечные пробные частицы. В таком случае все характеристики, в частности, плотность, могут быть получены на основании анализа гладких функций, зависящих от лагранжевой координаты частицы. Но при проведении численного моделирования такой метод может давать сбои, так как появляются проблемы адекватной интерполяции дискретных функций лагранжевой координаты, особенно вблизи нуля, а также корректного учёта многопоточковых движений. Другой альтернативой является широко распространённый метод PIC (Particle-In-Cell) — «частица-в-ячейке», в рамках которого реальные, «точечные», ионы заменяются на макрочастицы с конечным размером, представляющие собой пространственный конгломерат исходных частиц (см., например, [222]). Характер движения таких частиц не отличается от точечных, так как в исходные уравнения движения входит только отношение заряда частицы к её массе, а обе эти величины пропорциональны размеру частицы.

На каждом временном шаге размер частицы (её полная ширина) совпадает с шагом сетки  $h$ . Так как шаг сетки по мере разлёта увеличивается, то и каждая макрочастица становится шире с течением времени. При этом её полный вес, то есть число

реальных частиц, содержащихся в ней, обязан сохраняться, в то время как удельный вес единицы ширины частицы  $W$  (выраженный через число реальных частиц) будет уменьшаться. Вес  $W$  зависит как от типа начального распределения ионов по объёму мишени, так и от полного числа макрочастиц.

Рассмотрим процедуру вычисления плотности ионов с помощью макрочастиц. На каждом временном шаге такая частица может давать вклад в плотность одной или двух эйлеровых ячеек сетки. Отметим, что первое возможно только при точном совпадении координаты частицы (её центра) с центром ячейки. На рисунке А.1 представлен случай, когда макрочастица шириной  $h$  даёт вклад в ячейки «целой» эйлеровой сетки пространства, расположенные между узлами  $(i - 1, i)$  и  $(i, i + 1)$ . Переходя к «полуцелой» сетке плотности, при таком положении частицы она даст вклад в плотность в узлах с номерами  $i$  и  $i + 1$ . С учётом введённого ранее веса  $W$  на единицу ширины частицы в ячейку с номером  $i$  попадает  $W \cdot \Delta_L$  частиц, с номером  $i + 1$  —  $W \cdot \Delta_R$  (см. рис. А.1). Поделив число частиц на ширину каждой ячейки - шаг сетки - получим значение плотности внутри этой ячейки. При таком способе вычисления плотность будет представлять собой кусочно-постоянную функцию, так как внутри ячейки она неизменна. Возможны варианты, когда распределение плотности внутри макрочастицы непостоянно и имеет, например, треугольный вид (максимум в центре макрочастицы и симметричное линейное спадание до нуля к краям); результирующая плотность в этом случае имеет кусочно-линейный вид [222].

При выбранных границах расчётной области от  $-x_b$  до  $x_b$ , частицы не будут выходить за границы расчётной области, если  $\Delta = x_b - x_f$  будет больше текущего шага по пространству,  $h$ . В этом случае для узлов с номерами 1 и  $N_x$  будет выполнено равенство  $n_1 = n_{N_x} \equiv 0$ . Если бы левая граница находилась при  $x = 0$  возникал бы вопрос, в какие ячейки должны давать вклад частицы, часть которых находится в области  $x < 0$ ? Отказавшись от расчётов только половины фольги мы избавились от необходимости давать неоднозначные ответы на данный вопрос.

### А.3 Решение уравнения Пуассона

После того, как с помощью макрочастиц было получено распределение плотности на узлах «полуцелой» сетки, следующим шагом является нахождение распределения электростатического потенциала на этой же сетке. Для этого требуется решить

уравнение Пуассона в виде (A.2). В данном подразделе мы рассмотрим процесс его дискретизации и нахождение численного решения.

При использовании линейной интерполяции дискретной функции между соседними узлами сетки с постоянным шагом  $h$  вторая производная по координате, входящая в уравнение (A.2), на  $i$ -м узле сетки может быть представлена в виде

$$\left. \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right|_{x_i=i \cdot h} = \frac{\varphi_{i-1} - 2\varphi_i + \varphi_{i+1}}{h^2}.$$

Видно, что в конечно-разностное выражение входят значения потенциалов на соседних узлах. Записывая систему уравнений для всех узлов расчётной области, мы получаем систему зацепляющихся уравнений, которые, кроме этого, нелинейны вследствие экспоненциальной зависимости электронной плотности от потенциала.

Численное решение системы нелинейных уравнений представляет собой достаточно сложную задачу, поэтому разумно провести её линеаризацию, так как методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений последовательны и хорошо изучены. В частности, хорошо зарекомендовал себя метод прогонки (см. например [223]). Он применяется, когда матрица коэффициентов уравнений имеет специальный, тридиагональный, вид, то есть ненулевыми являются коэффициенты на главной диагонали матрицы, а также на диагоналях под и над главной. Преимуществом этого метода является линейный рост числа операций при увеличении размерности матрицы. Например, при использовании обращения матрицы для решения системы линейных уравнений число операций будет расти как  $\propto N^3$ , в то время как методу прогонки потребуется  $\approx 2N$  операций.

Для линеаризации правых частей,  $f_i$ , уравнений (A.6), экспоненциально зависящих от потенциала на  $i$ -м узле применяется метод Ньютона решения систем уравнений. Пусть имеется система уравнений

$$F_i(\vec{x}) = 0,$$

на вектор неизвестных  $\vec{x}$ . Выбрав некоторое значение  $\vec{x}^0$  в качестве начальной итерации, мы осуществляем поиск следующих итераций решения системы с помощью формулы:

$$F_i(\vec{x}^{k-1}) + F_i'(\vec{x}^{k-1}) \cdot (\vec{x}^k - \vec{x}^{k-1}) = 0,$$

где  $\vec{x}^k$  и  $\vec{x}^{k-1}$  — следующая и текущая итерация корня, соответственно. Фактически, используется линейное разложение функции по отклонению от текущей итерации кор-

ня. Преимущество метода Ньютона заключается в его высокой скорости сходимости по сравнению с другими методами поиска корней (метод деления пополам, метод секущих и т.п.). Для ускорения поиска распределения потенциала на текущем временном шаге в качестве начальной итерации потенциала мы будем брать значение потенциала, найденное на предыдущем временном шаге.

Окончательная система линейных алгебраических уравнений, полученная после линеаризации дискретизированного уравнения (A.2), для текущей итерации метода Ньютона поиска потенциала имеет следующий вид

$$\begin{aligned}
-\varphi_0^k \left[ 1 + \frac{h}{2} \sqrt{\frac{\eta}{2T}} \exp\left(\frac{\varphi_0^{k-1}}{2T}\right) \right] + \varphi_1^k &= \frac{h}{2} \sqrt{2\eta T} \left( 1 - \frac{\varphi_0^{k-1}}{2T} \right) \exp\left(\frac{\varphi_0^{k-1}}{2T}\right), \\
2\varphi_0^k - \varphi_1^k \left[ 3 + \frac{3}{4} h^2 \frac{\eta}{T} \exp\left(\frac{\varphi_1^{k-1}}{T}\right) \right] + \varphi_2^k &= \frac{3}{4} h^2 \eta \left( 1 - \frac{\varphi_1^{k-1}}{T} \right) \cdot \exp\left(\frac{\varphi_1^{k-1}}{T}\right), \\
\varphi_{i-1}^k - \varphi_i^k \left[ 2 + h^2 \frac{\eta}{T} \exp\left(\frac{\varphi_i^{k-1}}{T}\right) \right] + \varphi_{i+1}^k &= h^2 \left[ \eta \left( 1 - \frac{\varphi_i^{k-1}}{T} \right) \exp\left(\frac{\varphi_i^{k-1}}{T}\right) - \right. \\
&\quad \left. - n_i \right], \quad 2 \leq i \leq N_x - 1, \\
\varphi_{N_x-1}^k - \varphi_{N_x}^k \left[ 3 + \frac{3}{4} h^2 \frac{\eta}{T} \exp\left(\frac{\varphi_{N_x}^{k-1}}{T}\right) \right] + 2\varphi_{N_x+1}^k &= \frac{3}{4} h^2 \eta \left( 1 - \frac{\varphi_{N_x}^{k-1}}{T} \right) \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{N_x}^{k-1}}{T}\right), \\
\varphi_{N_x+1}^k \left[ 1 + \frac{h}{2} \sqrt{\frac{\eta}{2T}} \exp\left(\frac{\varphi_{N_x+1}^{k-1}}{2T}\right) \right] - \varphi_{N_x}^k &= -\frac{h}{2} \sqrt{2\eta T} \left( 1 - \frac{\varphi_{N_x+1}^{k-1}}{2T} \right) \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{N_x+1}^{k-1}}{2T}\right).
\end{aligned} \tag{A.5}$$

При записи системы (A.5) учтено влияние неоднородности «полуцелой» сетки потенциала вблизи границ, затрагивающее конечно-разностные отношения узлов с номерами 0, 1,  $N_x$  и  $N_x + 1$ . Верхние индексы, использованные в записи уравнений, показывают номер итерации метода Ньютона:  $k$  — текущая, искомая, итерация,  $k - 1$  — известная предыдущая итерация. Нижние индексы обозначают индекс узла сетки, который меняется от 0 до  $N_x + 1$ .

После дискретизации уравнений Пуассона и граничных условий через конечно-разностные производные матрица коэффициентов перед неизвестными значениями потенциала на узлах сетки имеет вид (A.6), представляющий собой тридиагональную

матрицу, а следовательно допускающий решение методом прогонки.

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_0 & b_1 & c_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & b_2 & c_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & a_{N_x-2} & b_{N_x-1} & c_{N_x-1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & a_{N_x-1} & b_{N_x} & c_{N_x} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & a_{N_x} & b_{N_x+1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{N_x-1} \\ \varphi_{N_x} \\ \varphi_{N_x+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_0(\varphi_0) \\ f_1(\varphi_1) \\ f_2(\varphi_2) \\ \vdots \\ f_{N_x-1}(\varphi_{N_x-1}) \\ f_{N_x}(\varphi_{N_x}) \\ f_{N_x+1}(\varphi_{N_x+1}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Для устойчивости метода необходимо удовлетворить следующие неравенства

$$|b_i| \geq |a_i| + |c_i|, \quad 1 \leq i \leq N_x; \quad |b_0| \geq |c_0|; \quad |b_{N_x+1}| \geq |a_{N_x}|, \quad (\text{A.7})$$

причём хотя бы одно из них должно выполняться строго. Именно в этом случае реализуется ситуация «диагонального доминирования» и метод устойчив. Из соотношений (A.5) видно, что использование линеаризации методом Ньютона позволило усилить условие «диагонального доминирования», так как ввиду нелинейной зависимости функций  $f_i$  от потенциала на текущем узле  $\varphi_i$  у модулей диагональных коэффициентов,  $|b_i|$ , появились положительные поправки.

Текущая итерация метода Ньютона для неизвестного вектора потенциалов на сетке находилась с помощью применения к матрице (A.5) метода прогонки. Последовательные приближения поиска потенциала на текущем временном шаге с помощью метода Ньютона продолжают до тех пор, пока не будет выполнен критерий остановки, а именно разность последовательных итераций потенциала на всех узлах сетки станет меньше определённой величины:

$$\forall i: \quad |\varphi_i^k - \varphi_i^{k-1}| < \varepsilon_1 |\varphi_i^{k-1}| + \varepsilon_2. \quad (\text{A.8})$$

Точности  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  были выбраны порядка  $10^{-8}$ .

## А.4 Вычисление поля и интегрирование уравнений движения

После того, как значения потенциала в каждой точке «полупеллой» сетки найдены, следующим этапом является вычисление напряжённости электростатического

поля. Напряжённость в  $i$ -м узле «целой» сетки вычисляется через значения потенциала на  $i$ -м и  $(i+1)$ -м узле соответствующей «полуцелой» сетки потенциала, как это показано стрелками на рис. А.1. Так же, как и в случае с уравнением Пуассона, конечно-разностные выражения для уравнения (А.3) видоизменяются на границах расчётной области:

$$\begin{aligned} E_0 &= -\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{h/2}, \\ E_i &= -\frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h}, \quad 1 \leq i \leq N_x - 1, \\ E_{N_x} &= -\frac{\varphi_{N_x+1} - \varphi_{N_x}}{h/2}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Здесь нижний индекс, как и в системе (А.5), обозначает номер узла сетки.

Следующим шагом является решение уравнений движения для макрочастиц. Так как координаты центров всех частиц представляют собой неоднородную лагранжеву сетку, необходимо провести интерполяцию значений поля с эйлеровой сетки на лагранжеву. Такой переход является обратным по отношению к тому, который производился при вычислении плотности ионов. В качестве метода перехода была выбрана линейная интерполяцию в межузельном пространстве:

$$E(x) = \frac{E_{i+1} - E_i}{h} x + (i + 1) E_i - i E_{i+1}. \quad (\text{A.10})$$

Здесь индекс  $i$  является целой частью дроби  $x/h$ . Нахождение численного решения уравнения движения (А.4) с известным полем (А.10) осуществляется по схеме, являющейся конечно-разностным представлением уравнения (А.4):

$$\frac{x^k - 2x^{k-1} + x^{k-2}}{\tau^2} = E(x^{k-1}). \quad (\text{A.11})$$

В выражении (А.11) верхний индекс отвечает шагу по времени:  $k$  - номер текущего шага по времени,  $k - 1$  - предыдущий,  $k - 2$  - шаг, сдвинутый относительно текущего на  $2\tau$ , где  $\tau$  — шаг по времени. После того, как будет произведено перемещение ионов в соответствие с законами движения, расчёты на текущем шаге по времени закончены и цикл начинается снова с вычисления плотностей.

## А.5 Общая схема решения

Резюмируя численную схему, построенную в предыдущих подразделах, приведём окончательную полную схему численного решения системы уравнений (1.8):

1. Задание начальных положений макрочастиц,
2. Вычисление плотностей ионов на эйлеровой «полуцелой» сетке согласно схеме, представленной на рис. А.1,
3. Итерационный поиск распределения потенциала на текущем шаге по времени, включающий в себе следующие пункты:
  - (а) Нахождение текущей итерации потенциала методом прогонки из системы уравнений (А.5)
  - (б) Повтор (а) пока не будет выполнен критерий (А.8),
4. Вычисление напряжённости поля на эйлеровой сетке по формулам (А.9),
5. Перемещение ионов по схеме (А.11) с интерполированным полем (А.10)
6. Сдвиг временных слоёв координат ионов: найденные координаты переходят на предыдущий шаг,  $k - 1$ ; предыдущий шаг,  $k - 1$  — на шаг  $k - 2$ ,
7. Возврат к пункту 2.

Данный цикл вычислений будет продолжаться до определённого момента времени, детектирования заданной доли частиц или пересечения фронтом ионов определённой позиции.