

На правах рукописи

**Шварцберг Александр Владимирович**

**Спектр возбуждений и фазовые переходы  
в низкоразмерном сильно фрустрированном  
магнетике**

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2014

**Работа выполнена** на кафедре теоретической физики Московского физико-технического института

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук  
Михеенков Андрей Витальевич,  
Институт физики высоких давлений  
Российской академии наук, руководитель  
отдела теоретической физики

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат. наук, профессор  
Шавров Владимир Григорьевич,  
Институт радиотехники и электроники  
Российской академии наук, руководитель  
лаборатории магнитных явлений  
в микроэлектронике  
  
доктор физ.-мат. наук  
Маслова Наталья Сергеевна,  
физический факультет Московского  
государственного университета, доцент  
кафедры квантовой электроники

Ведущая организация: Национальный исследовательский  
технологический университет  
«Московский институт стали и сплавов»

Защита состоится 16 февраля 2015 г. в 12 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 002.023.02 при Физическом институте имени П. Н. Лебедева (ФИАН) Российской академии наук по адресу: 119991, Москва, Ленинский проспект, 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН и на сайте [www.lebedev.ru](http://www.lebedev.ru).

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_ 20\_\_ года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
доктор физ.-мат. наук, профессор

Истомин Я. Н.

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы.

Теория низкоразмерных квантовых магнетиков в настоящее время привлекает значительное внимание [1]. В частности, интерес представляют фruстрированные двумерные и квазидвумерные магнетики, в которых эффект квантовых флюктуаций становится значительным. Двумерная  $J_1$ - $J_2$  квантовая модель Гейзенберга со спином  $S = 1/2$  является общепринятым инструментом в изучении фruстрации и квантовых фазовых переходов. Купратам и многочисленным другим квазидвумерным соединениям с антиферромагнитными первым и вторым ближайшими обменными параметрами  $J_1 > 0, J_2 > 0$  посвящено значительное количество экспериментальных работ. В этой области параметров модель хорошо изучена [2]. Общепринятыми являются следующие результаты: при  $T = 0$  система испытывает два последовательных фазовых перехода — от антиферромагнетика (АФМ) к неупорядоченной фазе и затем в страйл-фазу. При этом природа квантового фазового перехода и детальная структура упорядоченных состояний остаётся предметом дискуссии.

Этот класс систем недавно был пополнен магнитными материалами с ферромагнитным первым обменом ( $J_1 < 0$ ) и фruстрированным антиферромагнитным взаимодействием между вторыми ближайшими соседями ( $J_2 > 0$ ), при этом обменное взаимодействие  $J_2$  в этих материалах может быть достаточно велико, чтобы выводить материалы из ферромагнитной фазы. Это побудило теоретическое исследование  $J_1$ - $J_2$  модели с  $J_1 < 0$  и фruстрирующим  $J_2 > 0$  [3, 4, 5]. Было обнаружено, что в этой области параметров также существует неупорядоченная фаза между ферромагнитной и страйл-фазами. Приблизительное положение точки перехода в обоих случаях соответствует  $J_2 \approx \pm 0.4J_1$  (АФМ — неупорядоченная фаза, ФМ — неупорядоченная фаза) и  $J_2 \approx \pm 0.7J_1$  (неупорядоченные фазы — страйл).

Таким образом имеется несколько экспериментальных точек, соответствующих области  $J_1 > 0$  и множество теоретических методов, каждый из которых настроен на конкретную область параметров. В такой ситуации был бы крайне полезен единый подход, позволяющий описать картину целиком, вместе с основным состоянием и термодинамикой модели. Также было бы интересно исследовать нижнюю часть круга ( $J_2 < 0$ ), которая, однако, до сих пор является экспериментально недостижимой.

Таким подходом является сферически симметричный самосогласованный подход (СССП). Он сохраняет спиновую  $SU(2)$  и трансляционную симметрии гамильтониана и позволяет, во-первых, автоматически выполнить

условия теорем Маршалла и Мермина-Вагнера, во-вторых, в рамках единого подхода описать при  $T = 0$  (где возможен спиновый дальний порядок) состояния бесконечной системы как с дальним порядком, так и без него, и в-третьих, определить микроскопические характеристики, такие как спектр спиновых возбуждений  $\omega(\mathbf{q})$ , температурную зависимость спиновых щелей и явный вид динамической восприимчивости  $\chi(\mathbf{q}, \omega, T)$ , а также выйти за пределы среднеполевого приближения введением затухания в выражение для спиновой функции Грина  $G(\mathbf{q}, \omega)$  [A2].

Несомненный теоретический интерес также представляет расширение фruстрированной модели Гейзенберга на случай ненулевого третьего обмена  $J_3$ . В этом случае впервые во фрустрированной модели появляются состояния с несоизмеримыми геликоидальными дальними порядками. Параметр  $J_3$  при этом может играть роль «настроичного» параметра при изучении квантового фазового перехода. С экспериментальной точки зрения оказывается, что во многих купрятных соединениях, магнитные подсистемы которых стандартно описываются  $J_1$ - $J_2$  моделью Гейзенберга, присутствует небольшой, но отличный от нуля, третий обмен [6]. Кроме того, расчёты электронной структуры некоторых соединений на основе железа показывают, что в них обмен  $J_3$  может быть значительным [7, 8].

Резюмируя сказанное выше можно сделать вывод о том, что тематика диссертации соответствует актуальным проблемам физики низкоразмерных магнетиков.

Целью диссертационной работы является теоретическое изучение особенностей фазовых диаграмм квазидвумерных фрустрированных магнетиков, а также спектральных и термодинамических свойств этих магнетиков в широком интервале по параметрам фрустрации  $J_1$ ,  $J_2$  и  $J_3$  (то есть обменными взаимодействиями между первыми, вторыми и третьими ближайшими соседями).

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Для 2D фрустрированных магнетиков с первым  $J_1$  и вторым  $J_2$  обменными взаимодействиями построить при  $T = 0$  фазовую диаграмму по параметрам  $J_1$  и  $J_2$  и выяснить возможные фазовые переходы.
2. Для упомянутых выше магнетиков при отличных от нуля температурах исследовать особенности термодинамических свойств при произвольных знаках обменных констант.
3. Для двумерных фрустрированных магнетиков с первым  $J_1$ , вторым  $J_2$  и третьим  $J_3$  обменными взаимодействиями при  $T = 0$  и произвольных

знаках  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  изучить особенности возможных фазовых переходов системы.

4. Для упомянутых выше магнетиков исследовать влияние затухания спиновых возбуждений на их спектр и на спин-спиновые корреляционные функции.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Для двумерной  $J_1$ - $J_2$  модели Гейзенберга в ультраквантовом случае  $S = 1/2$  развит сферически симметричный самосогласованный подход с точным учётом спинового констрейнта и для произвольных знаков обменных констант. Полученная система уравнений при  $T = 0$  позволяет исследовать все возможные фазовые переходы системы по параметрам  $J_1$ ,  $J_2$ .
2. Впервые показано, что в области  $J_1 < 0$ ,  $J_2 > 0$  фазовый переход между ферромагнитной фазой с дальним порядком и одной из фаз спиновой жидкости имеет непрерывный характер.
3. Впервые показано, что в области  $J_1 \approx 0$ ,  $J_2 \approx -1$  фазовый переход между «сверхферромагнетиком» и «сверхантиферромагнетиком» происходит скачкообразно.
4. Сделанные выводы подтверждаются рассмотрением системы при конечных температурах. При  $T > 0$  исследованы особенности спиновой теплоёмкости и такие микроскопические свойства, как щели в спиновом спектре и спин-спиновые корреляционные функции.
5. Исследовано влияние затухания спиновых возбуждений на спектр возбуждений и границы фазовых переходов.
6. Построена система самосогласованных уравнений для  $J_1$ - $J_2$ - $J_3$   $S = 1/2$  модели Гейзенберга на квадратной решётке в рамках сферически симметричного самосогласованного подхода при  $T = 0$ . Решение системы приводит к описанию целого ряда экзотических фаз при различных значениях  $J_1, J_2, J_3$ . Положение границ фаз качественно согласуется с доступными результатами компьютерного моделирования для конечных спиновых систем.
7. Впервые указано на возможность существования нетривиального состояния с двумя различными сосуществующими конденсатами.

## **Научная новизна:**

Для изучения 2D фruстрированных магнетиков впервые предложена и развита методика, позволяющая единое рассмотрение различных фаз (ферромагнитной и антиферромагнитной фаз, страйл-фазы и различных спинжидкостных фаз) при произвольных значениях обменных констант в обобщённой модели Гейзенберга.

Отличительным свойством исследования является одновременное рассмотрение фазовых переходов при нулевой температуре и термодинамических свойств системы при переходе к конечным температурам.

Другим отличительным свойством исследования является учёт влияния затухания спиновых возбуждений на спиновое упорядочивание и на границы фазовых переходов.

**Практическая значимость.** Результаты, представленные в диссертации, важны для анализа современных экспериментальных данных в области магнитных свойств квазидвумерных соединений, которые в последнее время активно синтезируются. Результаты работы также имеют общетеоретическую ценность для таких научных областей, как квантовые фазовые переходы и низкоразмерные квантовые магнетики.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается их сравнением с результатами численного моделирования и проверкой согласования с известными предельными случаями. Результаты работы неоднократно обсуждались на семинарах и докладывались на специализированных конференциях по проблемам, связанным с тематикой диссертационной работы. Большая часть результатов опубликована в международных и российских научных журналах. Это позволяет считать полученные результаты обоснованными и достоверными, а также полностью отвечающими современному мировому уровню исследований.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на: Первой международной научной школе «Прикладные математика и физика: от фундаментальных исследований к инновациям», (Долгопрудный, июль 2010); 53 научной конференции МФТИ (Долгопрудный, ноябрь 2010); конференции «Перспективы развития фундаментальных наук», (Долгопрудный, июль 2011); 54 научной конференции МФТИ (Долгопрудный, ноябрь 2011); 4-й Международной конференции «Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости» (ФПС'11) (Звенигород, октябрь 2011); конференции «Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления» (Троицк, июнь 2011); XXXIV международной зимней школе физиков-теоретиков «Коуровка-2012» (Новоуральск, февраль 2012); X Конференции «Сильно коррелированные электронные системы и квантовые

критические явления» (Троицк, июнь 2012); 55-й Научной конференции МФТИ (Долгопрудный, ноябрь 2012); XIV Школе молодых учёных «Актуальные проблемы физики» (Звенигород, ноябрь 2012); Международной конференции «Strong nonlinear vibronic and electronic interaction in solids» (Тарту, май 2013); XI Конференции "Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления (Троицк, июнь 2013); XII Конференции «Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления» (Троицк, июнь 2014).

**Личный вклад.** Все результаты, представленные в диссертационной работе, получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

**Публикации.** По результатам диссертационной работы опубликовано 4 статьи в российских и иностранных реферируемых научных журналах [A1-A4], а также 15 тезисов докладов на российских и международных конференциях.

**Структура и объем диссертационной работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Объем работы составляет **99** страниц, включая **34** рисунка. Список литературы содержит **110** наименований.

## Содержание работы

**Во введении** дана общая характеристика диссертации: обоснована актуальность темы; сформулированы цели работы, научная новизна и практическая ценность полученных результатов; перечислены основные положения, выносимые на защиту; приведены сведения об апробации результатов, основных публикациях, объеме и структуре работы.

В **главе 1** приведён обзор литературы по фruстрированным спиновым системам и, в частности, по фрустрированной модели Гейзенберга. Коротко описаны основные теоретические подходы, применяемые для изучения модели. В **разделе 1.1** введены понятия квантовой спиновой жидкости и резонансной валентной связи. В **разделе 1.2** описывается двумерная  $S = 1/2$  фрустрированная модель Гейзенберга на квадратной решётке с двумя и тремя обменными взаимодействиями, а также рассматривается структура спинового дальнего порядка в классическом пределе  $S \rightarrow \infty$ . **Раздел 1.3** посвящён применяемым теоретическим методам исследования модели, включая чисто вычислительные методы [9], а также полуаналитические методы [10, 11]. Наконец, **раздел 1.4** посвящён материалам с фрустрированной магнитной подсистемой.

**Глава 2** посвящена описанию сферически симметричного самосогласованного подхода в приближении среднего поля. Выведена система самосогласованных уравнений для вычисления спин-спиновой функции Грина. Описано поведение спектра спиновых возбуждений при наличии и отсутствии спинового дальнего порядка. Выражение для спин-спиновой функции Грина имеет вид:

$$G_{mf}(\mathbf{q}, \omega) = \langle S_{\mathbf{q}}^z | S_{-\mathbf{q}}^z \rangle_{\omega} = -\chi_{mf}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2}$$

Где числитель  $F_{\mathbf{q}}$  зависит от значений обменных констант и спин-спиновых корреляционных функций на первых трёх координационных сферах. Спектр спиновых возбуждений  $\omega_{\mathbf{q}}$  выражается через обменные константы, корреляционные функции и вершинные поправки.

Система самосогласованных уравнений для вычисления спин-спиновых корреляционных функций имеет вид:

$$C_{\mathbf{r}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{qr}}; \quad (\mathbf{r} = \mathbf{g}, \mathbf{d}, 2\mathbf{g}, 2\mathbf{d}, \mathbf{g} + \mathbf{d}); \quad (1)$$

$$C_{\mathbf{q}} = \langle S_{\mathbf{q}}^z S_{-\mathbf{q}}^z \rangle = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega (2m(\omega) + 1) \operatorname{Im} G(\mathbf{q}, \omega + i\delta); \quad (2)$$

$$C_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} = 1/4 = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \int_0^{\infty} d\omega (2m(\omega) + 1) \operatorname{Im} G(\mathbf{q}, \omega + i\delta) \quad (3)$$

В дальнейшем эта система решается численно для каждого исследуемого соотношения обменных параметров.

В пределе  $T \rightarrow 0$  в выражении для структурного фактора

$$C_{\mathbf{q}} = \langle S_{\mathbf{q}}^z S_{-\mathbf{q}}^z \rangle$$

может появиться дельтообразный пик, который соответствует периодическому поведению спин-спиновых корреляционных функций на больших расстояниях, то есть появлению в них так называемого конденсатного слагаемого. Положение этого пика диктует структуру спинового дальнего порядка. Внутри спиновой жидкости, вблизи границ фаз с дальним порядком, а также при отходе от нулевой температуры, соответствующие мотивы в структурном факторе тоже могут присутствовать. Например, на Рис.1 приведён структурный фактор при параметре фruстрации  $p = J_2/(J_1 + J_2) = 0.28$ , соответствующем спиновой жидкости между страйл-фазой и шахматной фазой.

В точке, соответствующей дельтообразному пику в структурном факторе, зануляется щель в спектре спиновых возбуждений  $\omega_{\mathbf{q}}$ . При этом в фазе

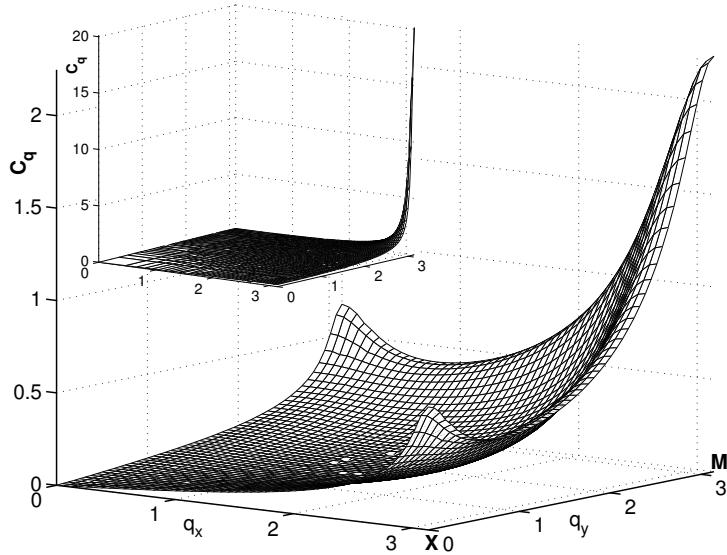


Рис. 1: Иллюстрация пиков в структурном факторе. Структурный фактор  $C_{\mathbf{q}}$  при промежуточной фрустрации  $p = 0.28$ . (проявляются одновременно мотивы шахматной фазы и страйп-фазы). На вставке — узкий пик  $C_{\mathbf{q}}$  при малой фрустрации  $p = 0.1$  (только мотив шахматной фазы).

спиновой жидкости, когда при нулевой температуре в системе отсутствует дальний порядок, соответствующие щели открыты. В этом случае при отходе от значений обменных параметров, соответствующих фазе с дальним порядком, щель увеличивается даже при ненулевой температуре. На Рис.2 представлена эволюция спектра спиновых возбуждений при изменении параметра фрустрации для конечной температуры.

В главе 3 развитый в предыдущей метод используется для исследования основного состояния и термодинамических свойств фрустрированной  $J_1$ - $J_2$  модели Гейзенберга на квадратное решётке при произвольных знаках обменных констант.

**Раздел 3.1** посвящён основному состоянию модели. Получены зависимости микроскопических величин, определяющих структуру спинового дальнего порядка и характер спиновых возбуждений, такие как корреляционные функции на первых трёх координационных сферах, конденсатные функции и щели в спектре спиновых возбуждений (см. Рис.3–4).

При нулевой температуре система может обладать следующими типами спинового порядка: неелевский («шахматный») дальний порядок, страйп дальний порядок, ферромагнитный коллинеарный дальний порядок, а также система может находиться в состоянии спиновой жидкости, которое характеризуется отсутствием дальнего порядка, но наличием ближнего. При этом тип спиновой жидкости задаётся структурой ближнего порядка. Показано,

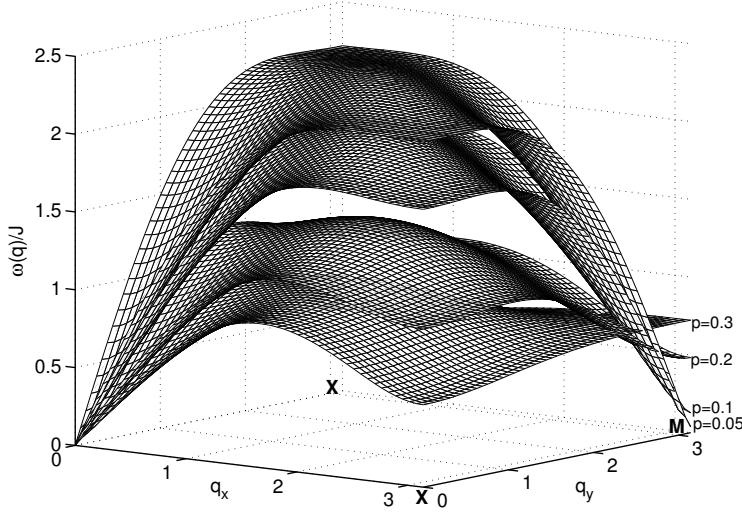


Рис. 2: Эволюция спектра спиновых возбуждений  $\omega(\mathbf{q})$  в среднеполевом приближении с ростом фрустрации. Температура  $T/J = 0.1$ . Показана четверть полной зоны Бриллюэна,  $\mathbf{M} \equiv \mathbf{Q} = (\pi, \pi), \mathbf{X} = (0, \pi), (\pi, 0)$ .

что при  $T = 0$  переход между коллинеарной фазой и спиновой жидкостью происходит непрерывно и характеризуется наличием узкой области с дальним порядком, в котором конденсатная функция быстро растёт от  $c_0 = 0$  на границе спин-жидкостной фазы до  $c_0 = 1/12$  внутри коллинеарной фазы.

**Раздел 3.2** посвящён термодинамическим свойствам модели. Получены значения корреляционных функций при различных температурах и различных значениях обменных констант, щели в спектре спиновых возбуждений, энергия основного состояния и теплоёмкость системы, а также корреляционные длины, соответствующие различным дальним порядкам. При  $J_1 = 0$  при любой температуре зануляется щель  $\Delta_{\mathbf{Q}}$  в спектре спиновых возбуждений. Это соответствует фактическому разделению спиновой решётки на две независимые подрешётки. При этом зануляется также корреляционная функция  $c_g$ , соответствующая первой координационной сфере. Переход между антиферромагнитной и ферромагнитной фазами является переходом первого рода, при этом скачком меняются спин-спиновые корреляционные функции. В отличие от квазиклассических случаев, соответствующих переходам антиферромагнетик–страйл и страйл–ферромагнетик, при переходе к ультраквантовому пределу  $S = 1/2$  в области перехода ФМ–АФМ не образуется фазы спиновой жидкости. При отходе от точки перехода в область  $J_1 > 0$  экспоненциально медленно по температуре возрастает щель  $\Delta_{\mathbf{Q}}$  (Рис.4).

В разделе 3.3 обсуждаются результаты, полученные в этой главе.

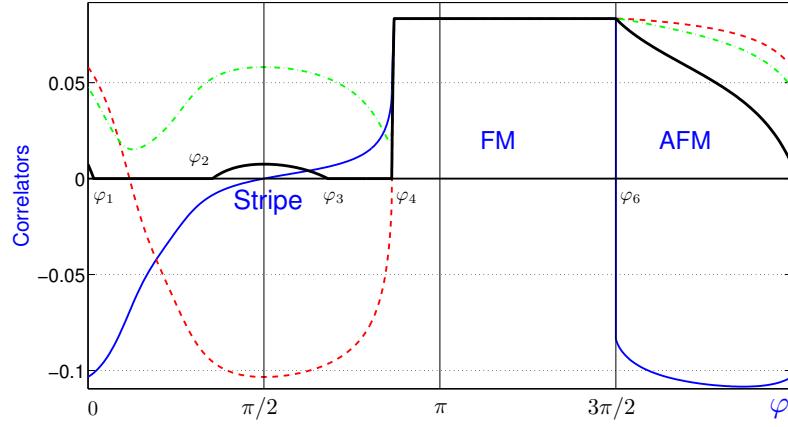


Рис. 3: Зависимость конденсата  $c_{cond}$  (модуля спин-спинового коррелятора на бесконечности) и спин-спиновых корреляторов на первых трёх координационных сferах  $c_g$ ,  $c_d$ ,  $c_{2g}$  от  $\varphi$  ( $J_1 = \cos \varphi$ ,  $J_2 = \sin \varphi$ ). Жирная сплошная линия —  $c_{cond}$ , тонкая сплошная —  $c_g$ , пунктир —  $c_d$ , штрих-пунктир —  $c_{2g}$ . На оси абсцисс помечены точки фазовых переходов:  $\varphi_1$  — переход АФМ → спиновая жидкость СЖ<sup>1</sup>,  $\varphi_2$  — СЖ<sup>1</sup> → страйп,  $\varphi_3$  — страйп → СЖ<sup>2</sup>,  $\varphi_4$  — СЖ<sup>2</sup> → ферромагнетик ФМ<sup>1</sup>,  $\varphi_6$  → переход ФМ<sup>2</sup> — АФМ.

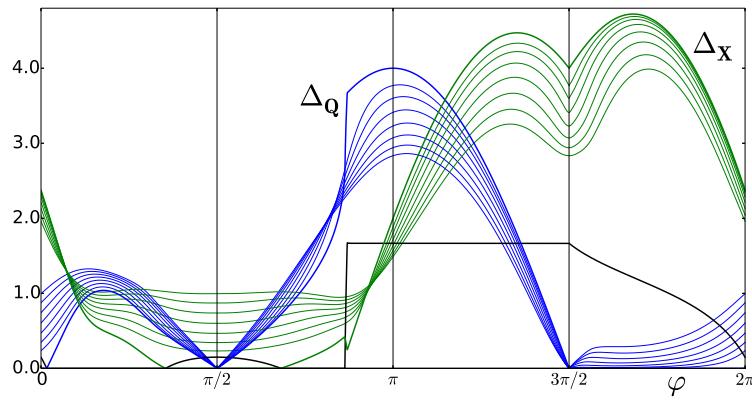


Рис. 4: Зависимость от параметра  $\varphi$  ( $J_1 = \cos \varphi$ ,  $J_2 = \sin \varphi$ ) щелей  $\Delta_Q$  (синий цвет) и  $\Delta_X$  (зелёный цвет) в спектре спиновых возбуждений при различных температурах, жирные линии соответствуют случаю  $T = 0$ , тонкие — случаю  $T = 0.3 \dots 0.9$

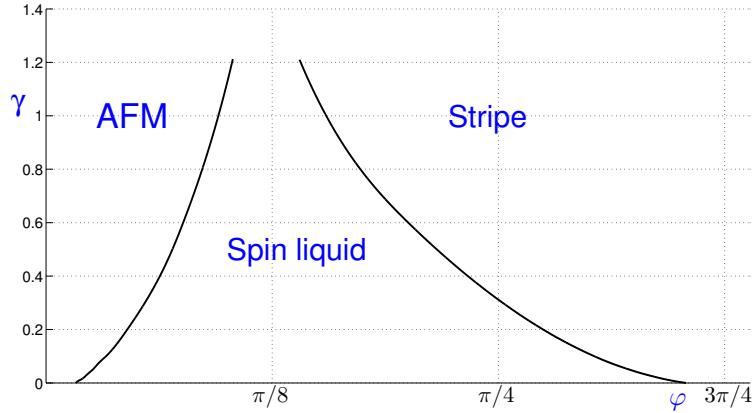


Рис. 5: Зависимость положения границ спиновой жидкости от параметра затухания  $\gamma$

В главе 4 производится учёт затухания спиновых возбуждений и исследуется его влияние на спектр и структуру спинового упорядочивания.

При простейшем учёте затухания спиновых возбуждений выражение для функции Грина приобретает вид:

$$G(\mathbf{q}, \omega) = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2 + i\omega\gamma}$$

Показано, что увеличение параметра затухания  $\gamma$  приводит к увеличению конденсатной функции и может привести к её появлению в случае спин-жидкостной фазы, то есть фактически его введение усиливает спиновый дальний порядок в системе. На Рис.5 приведена зависимость границ спин-жидкостной фазы в области положительных обменных параметров от величины параметра затухания.

**Глава 5** посвящена исследованию основного состояния  $J_1$ - $J_2$ - $J_3$  модели Гейзенберга с антиферромагнитным и ферромагнитным первым обменом.

В разделе 5.1 приведён вид спектра спиновых возбуждений  $\omega_{\mathbf{q}}$  и числителя  $F_{\mathbf{q}}$  для случая  $J_1$ - $J_2$ - $J_3$  модели.

Раздел 5.2 посвящён свойствам спинового порядка и спектра спиновых возбуждений в модели. Области с дальним порядком модели при антиферромагнитном  $J_1$  детально исследованы в разделе 5.3. Наконец, в разделе 5.4 рассматривается фазовая диаграмма системы в случае отрицательного первого обмена.

При включении третьего обменного параметра возможен переход системы в состояния, которые были невозможны при учёте только первых двух обменов. Во-первых, как в антиферромагнитном, так и в ферромагнитном случаях появляются фазы с несоизмеримым геликоидальным дальним порядком, в которых управляющая точка, характеризующая дальний порядок,

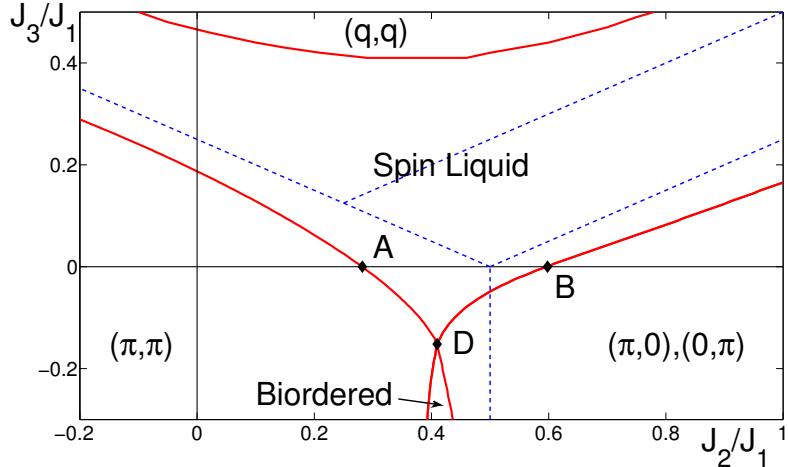


Рис. 6: Фазовая диаграмма  $J_1 - J_2 - J_3$  модели ( $T = 0$ ). Пунктирные линии – фазовые границы в классическом пределе: слева внизу – "шахматный" порядок, справа внизу – порядок страйп-типа, две верхних фазы соответствуют несоизмеримым геликоидальным порядкам. Сплошные линии отвечают границам квантовых фаз. Символы  $(\pi, \pi)$ ,  $(q, q)$  и  $(\pi, 0)$ ,  $(0, \pi)$  задают положение спинового конденсата в различных фазах с дальним порядком (отметим, что квантовый геликоид  $(q, \pi)$  обнаружен не был). Нижняя часть фазовой диаграммы  $J_3 < 0$  включает двуупорядоченную (Biordered) фазу, в которой сосуществуют конденсаты  $(\pi, \pi)$  и  $(\pi, 0)$ ,  $(0, \pi)$ .

и в которой зануляется щель в спектре спиновых возбуждений, находится на главной диагонали зоны Бриллюэна. Во-вторых, в этом случае даже при нулевом значении параметра затухания  $\gamma$  возможны фазы с взаимопроникающими дальними порядками различных типов. Детально исследована фаза, соответствующая сосуществованию шахматного и страйп дальних порядков в случае антиферромагнитного первого обмена. Фазовые диаграммы, соответствующие случаям  $J_1 > 0$  и  $J_1 < 0$ , приведены на Рис.6–7. Для полученных фазовых диаграмм проведено сравнение с результатами кластерных расчётов.

В случае антиферромагнитного обмена не обнаружена фаза с дальним порядком геликоидального типа  $(q, \pi)$ , что согласуется с результатами кластерных расчётов. Отметим, что аналогичная фаза с управляющей точкой  $(q, 0)$  существует в случае ферромагнитного первого обмена.

На Рис.8 приведены типичные спектры спиновых возбуждений на границах спиновой жидкости и фаз с дальним порядком страйп-типа и геликоидального типа  $(q, q)$ . Несмотря на то, что не была обнаружена геликоидальная фаза типа  $(q, \pi)$ , была обнаружена область в спиновой жидкости, в которой спектр имеет мотивы этой фазы. Соответствующий спектр спиновых возбуждений также приведён на Рис.8.

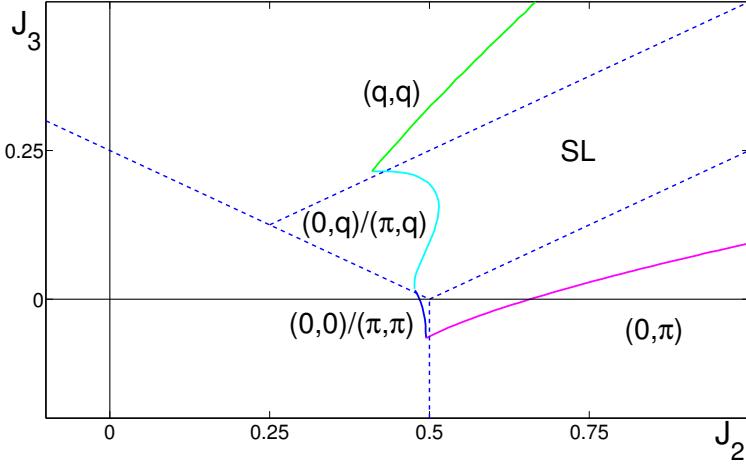


Рис. 7: Фазовая диаграмма  $J_1 - J_2 - J_3$  модели ( $T = 0$ ) в области отрицательных  $J_1$ . Пунктирные линии — фазовые границы в классическом пределе: слева внизу — "шахматный" порядок, справа внизу — порядок страйп-типа, две верхних фазы соответствуют несопоставимым геликоидальным порядкам. Сплошные линии отвечают границам квантовой спин-жидкостной фазы. Символы  $(0, 0)$ ,  $(q, q)$  и  $(\pi, 0)$ ,  $(0, \pi)$  задают положение спинового конденсата в различных фазах с дальним порядком.

Спектр спиновых возбуждений в двупорядоченной фазе приведён на Рис.9 слева, щели закрыты как в антиферромагнитной точке  $\mathbf{Q}$ , так и в страйп-точках  $\mathbf{X}$ , здесь же приведено изменение спектра при отходе от двупорядоченной фазы при увеличении значения  $J_3$ . Там же на рисунке справа приведён спектр в тройной точке, граничащей со спиновой жидкостью, а также двумя различными типами геликоидальных фаз в области  $J_1 < 0$ . Здесь щель в спектре закрывается по целой дуге.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Построена система самосогласованных уравнений для  $J_1-J_2-J_3$   $S = 1/2$  модели Гейзенберга на квадратной решётке в рамках сферически симметричного самосогласованного подхода. Основное состояние системы описывается как при наличии дальнего порядка (с ненулевой конденсационной функцией и дельтообразным пиком в структурном факторе), так и при отсутствии дальнего порядка (спин-жидкостная фаза).
2. На основе полученной системы самосогласованных уравнений в рамках единого подхода проведено описание фрустрированной модели Гейзенберга во всей области обменных параметров. Получены микроскопические характеристики системы, такие как спектр спиновых возбуждений

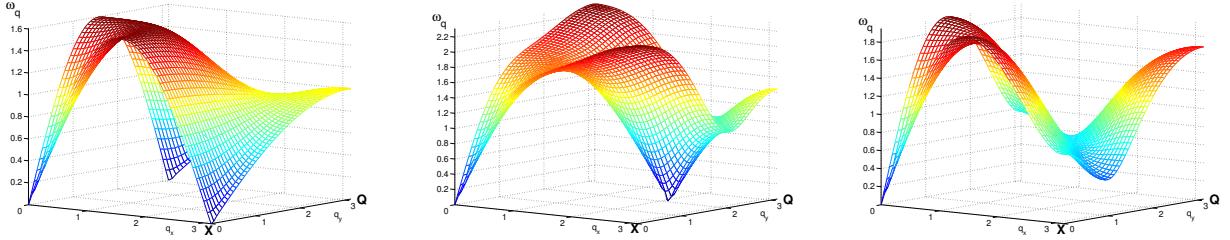


Рис. 8: Характерные спектры спиновых возбуждений  $\omega_{\mathbf{q}}$ . Слева направо: на границе страйп-фазы LRO  $C(\pi, 0; 0, \pi)$  ( $J_2 = 0.6$ ,  $J_3 = 0$ ,  $\gamma = 0.6$ ), щель закрыта в точках  $\mathbf{X} = (0, \pi), (\pi, 0)$ ; на границе геликоидальной фазы LRO  $S(k, k)$  ( $J_2 = 0$ ,  $J_3 = 0.47$ ,  $\gamma = 0.6$ ), щель закрыта в несоизмеримой точке  $(k, k)$ ; в спин-жидкостном состоянии SRO  $S(k, \pi; \pi, k)$ ; без дальнего порядка ( $J_2 = 1$ ,  $J_3 = 0.35$ ,  $\gamma = 0.6$ ). Щель минимальна в несоизмеримой точке  $(k, \pi)$

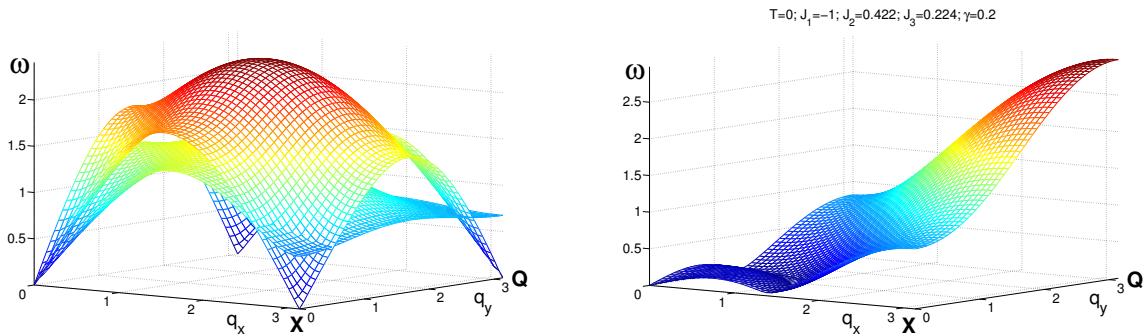


Рис. 9: Слева: спектр спиновых возбуждений в точке  $J_2/J_1 = 0.40$  для двух различных значений  $J_3/J_1$ . При  $J_3/J_1 = 0$  в спектре есть щель во всех симметричных точках, кроме тривиальной точки  $q = 0$ . Для  $J_3/J_1 = -0.25$  спектр является безщелевым как в точках  $\mathbf{Q}$ , так и в точках  $\mathbf{X}$ . Справа: спектр спиновых возбуждений в точке существования двух геликоидальных фаз и ферромагнитной спин-жидкостной фазы

$\omega_{\mathbf{q}}$ , спин-спиновые корреляционные функции. Проведено исследование термодинамических свойств системы при  $T > 0$ .

3. При  $T = 0$  исследована фазовая диаграмма системы, проведено детальное рассмотрение характеристик дальнего порядка и фазовых переходов.
4. Показано, что при  $T = 0$  переход между коллинеарной фазой и спиновой жидкостью происходит непрерывно и характеризуется наличием узкой области с дальним порядком, в котором конденсатная функция быстро растёт от  $c_0 = 0$  на границе спин-жидкостной фазы до  $c_0 = 1/12$  внутри коллинеарной фазы.

5. Показано, что затухание спиновых возбуждений приводит к усилению дальнего порядка и уменьшению области, отвечающей спин-жидкостной фазе.
6. На основе полученной системы самосогласованных уравнений проведено исследование основного состояния  $J_1$ - $J_2$ - $J_3$   $S = 1/2$  в случаях  $J_1 > 0$  и  $J_1 < 0$ . Для обоих случаев построены фазовые диаграммы системы и исследовано поведение спектра спиновых возбуждений.
7. Показано, что в случае антиферромагнитного первого обмена при  $J_3 < 0$  возможно состояние, характеризующееся двумя взаимопроникающими дальними порядками. При этом корреляционные функции на бесконечности имеют два основных мотива — шахматный и страйп.

## Список литературы

- [1] Lacroix C., Mendels P., Mila F. Introduction to Frustrated Magnetism: Materials, Experiments, Theory. — Springer, 2011. — Vol. 164.
- [2] Plakida N. High-Temperature Cuprate Superconductors: Experiment, Theory, and Applications. — Berlin: Springer, 2010. — P. 570.
- [3] Shannon N., Schmidt B., Penc K., Thalmeier P. Finite temperature properties and frustrated ferromagnetism in a square lattice Heisenberg model // *Eur. Phys. J. B.* — 2004. — Vol. 38, no. 4. — Pp. 599–616.
- [4] Sindzingre P., Seabra L., Shannon N., Momoi T. Phase diagram of the spin- $\frac{1}{2}$   $J_1 - J_2 - J_3$  heisenberg model on the square lattice with ferromagnetic  $J_1$  // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2009. — Vol. 145, no. 1. — P. 012048.
- [5] Härtel M., Richter J., Götze O., Ihle D., Drechsler S.-L. Thermodynamics of the two-dimensional frustrated  $J_1 - J_2$  Heisenberg ferromagnet in the collinear stripe regime: Susceptibility and correlation length // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 87, no. 5. — P. 054412.
- [6] Wan X., Maier T. A., Savrasov S. Y. Calculated magnetic exchange interactions in high-temperature superconductors // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 79. — P. 155114.
- [7] Ma F., Ji W., Hu J., Lu Z.-Y., Xiang T. First-principles calculations of the electronic structure of tetragonal  $\alpha$ -FeTe and  $\alpha$ -FeSe crystals: Evidence for a bicolinear antiferromagnetic order // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 102. — P. 177003.
- [8] Yan X.-W., Gao M., Lu Z.-Y., Xiang T. Electronic and magnetic structures of the ternary iron selenides  $A\text{Fe}_2\text{Se}_2$  ( $A = \text{Cs, Rb, K, or Tl}$ ) // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84. — P. 054502.
- [9] Sandvik A. W. Computational studies of quantum spin systems // AIP Conference Proceedings. — Vol. 1297. — American Institute of Physics, 2010. — Pp. 135–338.
- [10] Chubukov A. V. On the quantum effects in helimagnets // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. — 1984. — Vol. 17, no. 36. — P. L991.
- [11] Feldner H., Cabra D. C., Rossini G. L. Ferromagnetic frustrated spin systems on the square lattice: Schwinger boson study // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84. — P. 214406.

## **Публикации автора по теме диссертации**

- [A1] А.В. Михеенков, А.В. Шварцберг, Н.А. Козлов, А.Ф. Барабанов, «Фазовая диаграмма фruстрированного J1-J2-J3 квантового двумерного антиферромагнетика в рамках сферически симметричных функций Грина» // Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики, 2011, т. 93, с. 419-425
- [A2] А.Ф. Барабанов, А.В. Михеенков, А.В. Шварцберг, «Фрустрированный J1-J2-J3 квантовый двумерный антиферромагнетик в сферически-симметричном самосогласованном подходе» // Теоретическая и Математическая Физика, 2011, т. 168, 389-416
- [A3] A.V. Mikheyenkov, A.F. Barabanov, A.V. Shvartsberg, "On the coexistence of different types of long-range order in the strongly frustrated two-dimensional Heisenberg model"// Solid State Communications, 2012, Vol. 152, pp. 831-834
- [A4] А.В. Михеенков, А.В. Шварцберг, А.Ф. Барабанов, «Фазовые переходы в двумерной J1-J2 -модели Гейзенberга при произвольных знаках обменных взаимодействий», Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики, 2013, т. 98, с. 178-182